

# Algoritmo de calibração para UMI's com giros de fibra óptica na configuração de tetraedro

Élcio Jeronimo de Oliveira; Waldemar de Castro Leite Filho e Ijar Milagres da Fonseca

**Resumo**—O desempenho de um sistema de navegação inercial está diretamente ligado à precisão com que a unidade de medidas inerciais é construída e aferida, pois os erros inerentes à caracterização dos sensores (bias, fator de escala, etc.) e os desalinhamentos na montagem do conjunto são os grandes responsáveis pelo erro na navegação; além disso, tem surgido a necessidade de se construir UMI's capazes de indicar seu estado operacional por meio de novas configurações com redundância de sensores. Como consequência, estas novas configurações podem levar os sensores a assumirem orientações diversas do triedro clássico, o que resulta na necessidade de elaboração de um método de calibração que contemple esta nova condição. Nesta vertente, este trabalho apresenta sua contribuição através do desenvolvimento e aplicação de um modelo de calibração para uma UMI composta por três acelerômetros, dispostos tri-ortogonalmente, e quatro giros de fibra óptica dispostos nas faces de um tetraedro. Esta configuração forma um sistema redundante de medidas de taxas angulares que, além de possibilitar a detecção de falhas que eventualmente ocorram neste conjunto, minimiza o erro na estimação das taxas angulares no sistema de eixos fixados no veículo. O procedimento de calibração realizado em uma mesa de dois eixos tem por base o método de mínimos quadrados para a estimação dos erros de alinhamento dos conjuntos de sensores (giros e acelerômetros), fator de escala e bias. Na seqüência do trabalho o modelo matemático e o procedimento de calibração serão apresentados e verificados experimentalmente.

**Palavras-Chave**— Calibração, UMI, strapdown, FOG, tetrad, navegação inercial.

**Abstract**—The performance of an inertial navigation system is closely related to accuracy which inertial measurement unit is built and calibrated. The navigation errors are a straight consequence of the sensor and block errors (biases, scale factor, misalignments, etc.). Besides, the necessity of an IMU with fault detection capability has been growing, and to accomplish this requirement redundant sensors are included. With redundant sensors the geometric configuration (position of the sensors) can be different from the classical ones. So, this paper develops a calibration model for an IMU composed by three accelerometers and four fiber optic gyros attached on the faces of a tetrahedral. The redundant configuration of the gyros make possible the fault detection process and minimize the rate estimation error. The calibration procedure is based on least square technique and is performed with the help of a 2-axis turntable. The aim of this calibration procedure is to estimate the sensor parameters (biases and scale factors) and misalignments of the IMU blockset. The mathematical model and calibration procedure will explained and verified experimentally.

**Keywords**— Calibration, IMU, strapdown, FOG, tetrad, inertial navigation.

Élcio J. de Oliveira<sup>1</sup>; Waldemar de C. L. Filho<sup>1</sup> e Ijar M. da Fonseca<sup>2</sup>,  
<sup>1</sup>Instituto de Aeronáutica e Espaço - IAE, São Paulo, Brasil; <sup>2</sup>Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE, São Paulo, Brasil; E-mails: elcio.jeronimo@iae.cta.br; waldemar@iae.cta.br; ijar@dem.inpe.br. Este trabalho foi financiado pelo projeto SIA.

## I. INTRODUÇÃO

Com o emprego de unidades de medidas inerciais (UMI) que não utilizam sistema cardan (plataformas *gimbal*), ou seja, seus sensores são solidários a estrutura do veículo (chamadas de *strapdown*) e, também, da necessidade de se aumentar a confiabilidade das informações para a navegação, diversos trabalhos tem sido realizados abordando unidades inerciais dotadas de redundância de sensores focando, especialmente, a detecção e isolamento de falhas [1]-[6]. Tradicionalmente, as UMI's *strapdown* são compostas por um conjunto de três giros e três acelerômetros formando um triedro que, fixo a estrutura de um veículo, podem fornecer as acelerações (forças específicas) e as rotações (taxas angulares) dos eixos principais deste veículo. Entretanto, objetivando usufruir das vantagens do uso da redundância de sensores, neste trabalho é utilizado um protótipo de uma UMI (Fig. 1) que é resultado de um projeto que visa inserir uma redundância nas medidas das taxas angulares, cuja meta é aumentar a confiabilidade destas medidas e, também, incluir a capacidade de detecção de uma eventual falha no conjunto de giros. Desta forma, esta unidade



Fig. 1. UMI na configuração de tetraedro para os giros (faces) utilizada neste trabalho.

possui redundância apenas para as medidas de taxas angulares (quatro sensores), mantendo-se a configuração tradicional (três sensores) para as medidas das forças específicas. Antes de serem integrados em um sistema de navegação inercial, os sensores e, posteriormente, a UMI devem ser calibrados de modo a remover (compensar) os erros inerentes aos sensores e a construção (montagem) do bloco sensor como um todo. Neste ponto, este trabalho foi elaborado com o propósito de apresentar um método para a calibração de unidades inerciais com redundância de sensores baseado na estimação de parâmetros por mínimos quadrados. Com este método são

estimados os desalinhamentos dos eixos dos sensores, seus erros (bias) e fator de escala. As seções seguintes abordarão os aspectos geométricos, as equações para calibração dos giros e acelerômetros, o procedimento para a calibração da UMI, os resultados obtidos e as conclusões.

## II. CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA

A unidade de medidas inerciais apresentada neste trabalho é resultado de um projeto que visa inserir uma redundância nas medidas das taxas angulares, objetivando aumentar a confiabilidade destas medidas e, também, incluir a capacidade de detecção de falha no conjunto de giros. Para que se possa efetivar a detecção de uma falha com base na redundância de sensores, um mínimo de quatro sensores são necessários [6]. Deste modo, o primeiro sólido geométrico que se relaciona com o quantitativo de giros utilizados é o tetraedro. Com base neste sólido, foi usinado um bloco de alumínio aeronáutico na forma de um tetraedro em cujas faces quatro giros de fibra óptica foram montados. No tocante as medidas das forças específicas, foi instalada uma tríade acelerométrica na parte central do tetraedro. Na Figura 2 é mostrado o desenho da base em forma tetraedro onde são instalados os giros (faces) e acelerômetros (conjunto interno).

A disposição geométrica do conjunto de giros em relação

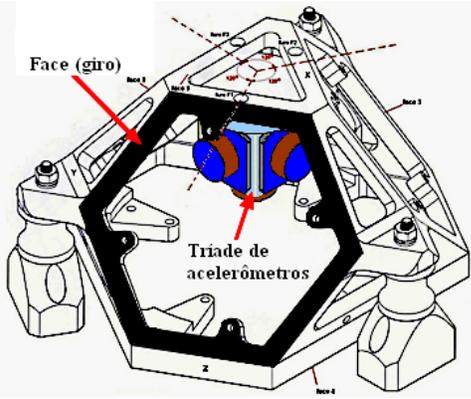


Fig. 2. Base em forma de tetraedro para os giros (faces) e acelerômetros (conjunto interno).

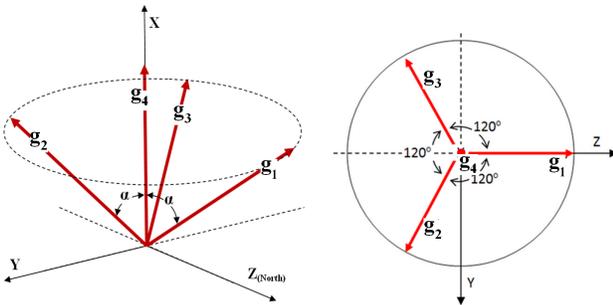


Fig. 3. Orientação dos eixos dos sensores girométricos em relação ao triedro analítico (X, Y, Z).

ao sistemas de eixos principais (X, Y, Z) formados por um triedro analítico é dado na Fig. 3, cujo ângulo  $\alpha = 54.7^\circ$ .

A tríade acelerométrica tem seus eixos colineares aos eixos principais. Uma vez que nem todos os giros estão alinhados com os eixos principais, se faz necessário uma matriz de cossenos diretores (1) que relacione as informações medidas nos eixos dos sensores com o sistema de eixos principal, conforme definido nas equações (2)-(4).

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & \sqrt{6}/3 \\ 1/\sqrt{3} & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{6}/6 \\ 1/\sqrt{3} & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{6}/6 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{g}_o = \mathbf{H}\boldsymbol{\omega} \quad (2)$$

$$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{H}^* \mathbf{g}_o \quad (3)$$

$$\mathbf{H}^* = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \quad (4)$$

Onde:

$\mathbf{g}_o = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ g_4]^T$  é o vetor com as medidas dos giros;  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  é o vetor com as taxas angulares nos eixos principais;  $\hat{\boldsymbol{\omega}}$  é o vetor com a estimativa da taxa angular e  $\mathbf{H}^*$  é a inversa generalizada de  $\mathbf{H}$ .

## III. EQUAÇÕES DE CALIBRAÇÃO

O funcionamento adequado de um algoritmo de navegação depende da qualidade construtiva da unidade de medidas inerciais. Logo, para que este algoritmo funcione acuradamente faz-se necessário estimar o quantitativo de erro associado ao alinhamento dos eixos dos sensores desta unidade incorporando-os neste algoritmo. Em outros termos, determinar a discrepância entre a geometria nominal (projeto) e a geometria real (após montagem do conjunto). Para atender a esta necessidade foram elaborados dois modelos de erros; um para o conjunto de giros e outro para o conjunto de acelerômetros, cujos dados foram obtidos em ensaios realizados em uma mesa de dois eixos.

### A. Equações para calibração do conjunto de giros

O processo de calibração do conjunto girométrico na configuração de tetraedro tem por objetivo estimar os desalinhamentos, fatores de escala e biases dos giros de fibra óptica. Considerando a equação para o sensor girométrico conforme estabelecido em (2) e adicionando os termos de erros, obtêm-se,

$$\tilde{\mathbf{g}}_o = \tilde{\mathbf{H}}\boldsymbol{\omega} + \delta\mathbf{g}_o + \mathbf{f} + \boldsymbol{\eta}_g \quad (5)$$

onde,  $\tilde{\mathbf{H}}$  é a matriz de sensores real (considerando os desalinhamentos);  $\delta\mathbf{g}_o$  é o vetor dos termos de erro constante dos sensores (bias),  $\mathbf{f}$  é o vetor de falhas, e  $\boldsymbol{\eta}_g$  é o vetor de ruído Gaussiano.

Explicitando em (5) o termo de fator de escala, considerando o termo de falhas igual a zero e fazendo  $\delta\mathbf{g}_o = \mathbf{b}$ , obtêm-se,

$$\mathbf{S}_F \mathbf{g}_v = \tilde{\mathbf{H}}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\eta}_g \quad (6)$$

onde,

$\mathbf{S}_F$  é uma matriz diagonal cujos elementos são os fatores de

escala dos sensores dados em  $(^\circ/s)/mV$ ;  $\mathbf{g}_v$  é o vetor com as saídas dos giros em  $mV$ .

Comandando duas seqüências de rotações opostas na mesa definidas como  $\omega_{rt}^{(+)}$  e  $\omega_{rt}^{(-)}$  e realizando a subtração destas duas seqüências considerando o modelo apresentado em (6), onde as rotações nos eixos principais são expressas por,

$$\omega = \mathbf{C}_1\omega_{rt} + \mathbf{C}_2\Omega_E \quad (7)$$

Em (7),  $\mathbf{C}_1$  e  $\mathbf{C}_2$  são contantes de projeção do comando da mesa ( $\omega_{rt}$ ) e rotação da Tera ( $\Omega_E$ ) no sistema principal de eixos, respectivamente.

Com esta operação, verifica-se a eliminação dos termos constantes de erro e rotação da Terra conforme a seguir:

$$\mathbf{S}_F(\mathbf{g}_v^{(+)} - \mathbf{g}_v^{(-)}) = \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{C}_1\omega_{rt}^{(+)} - \mathbf{C}_1\omega_{rt}^{(-)}) + \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{C}_2\Omega_E - \mathbf{C}_2\Omega_E) + (\mathbf{b} - \mathbf{b}) + \eta \quad (8)$$

$$\mathbf{S}_F(\mathbf{g}_v^{(+)} - \mathbf{g}_v^{(-)}) = \tilde{\mathbf{H}}(2\mathbf{C}_1\omega_{rt}) + \eta \quad (9)$$

Definindo-se a partir de (9),  $2\mathbf{C}_1\omega_{rt} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$  e  $\Delta\mathbf{g}_v = \mathbf{g}_v^{(+)} - \mathbf{g}_v^{(-)}$ , pode-se obter, para o  $i$ -ésimo sensor, a seguinte expressão:

$$\Delta\mathbf{g}_{vi} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z] \begin{bmatrix} \tilde{h}_{ix}/\mathbf{S}_{Fi} \\ \tilde{h}_{iy}/\mathbf{S}_{Fi} \\ \tilde{h}_{iz}/\mathbf{S}_{Fi} \end{bmatrix} + \eta \quad (10)$$

onde,  $i = 1 : 4$  e  $\tilde{h}_{ij}$  é o  $ij$ -ésimo elemento de  $\tilde{\mathbf{H}}$ .

Executando  $n$  seqüências de rotações na mesa de dois eixos conforme definido na Tabela I, sendo  $n$  par e  $n \geq 3$ , podem ser obtidos  $k = n/2$  seqüências como consequência direta de (10). Logo, a solução de (10) é obtida por,

$$\begin{bmatrix} \tilde{h}_{ix}/\mathbf{S}_{Fi} \\ \tilde{h}_{iy}/\mathbf{S}_{Fi} \\ \tilde{h}_{iz}/\mathbf{S}_{Fi} \end{bmatrix} = (\Omega^T\Omega)^{-1}\Omega^T\bar{\mathbf{G}} \quad (11)$$

onde,

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_x(1) & \omega_y(1) & \omega_z(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega_x(k) & \omega_y(k) & \omega_z(k) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \bar{g}_{vi}(1) - \bar{g}_{vi}(2) \\ \bar{g}_{vi}(3) - \bar{g}_{vi}(4) \\ \vdots \\ \bar{g}_{vi}(n-1) - \bar{g}_{vi}(n) \end{bmatrix}$$

$\bar{g}_{vi}$  é o valor médio da seqüência medida pelo  $i$ -ésimo sensor.

Para determinar o desalinhamento e o fator de escala do sensor em (11) o seguinte vínculo deve ser utilizado,

$$(\tilde{h}_{ix})^2 + (\tilde{h}_{iy})^2 + (\tilde{h}_{iz})^2 = 1 \quad (12)$$

Após a estimativa dos fatores de escala e desalinhamentos do conjunto de giros, e reescrevendo (6), as estimativas dos erros nos sensores (bias) podem ser obtidos como segue [4],

$$\frac{1}{n} \sum_1^n (\mathbf{S}_F(\bar{\mathbf{g}}_v)_n - \tilde{\mathbf{H}}\omega_n) = \bar{\mathbf{b}}_g \quad (13)$$

onde,  $\bar{\mathbf{b}}_g$  é o valor médio do bias e  $(\bar{\mathbf{g}}_v)_n$  é o valor médio da saída do sensor na seqüência  $n$ .

### B. Equações para calibração do conjunto de acelerômetros

O bloco de medidas acelerométricas é composto por três acelerômetros dispostos em um arranjo tri-ortogonal, cujos eixos coincidem com o sistema de eixos (X, Y, Z) do triedro analítico. Assim, a matriz nominal de sensores acelerométricos é uma identidade ( $\mathbf{I}_3$ ). O sistema de eixos de referência para os acelerômetros é o mesmo utilizado para os giros. Considerando a seguinte equação de sensores para os acelerômetros,

$$\tilde{\mathbf{a}}_o = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{f} + \delta\mathbf{a}_o + \eta_a \quad (14)$$

onde,  $\tilde{\mathbf{a}}_o$  é o vetor de medidas dos acelerômetros;  $\tilde{\mathbf{M}}$  é a matriz real para os sensores acelerométricos (considerando os desalinhamentos);  $\mathbf{f}$  é o vetor com as componentes da aceleração local;  $\delta\mathbf{a}_o$  é o vetor dos termos de erro constante dos sensores (bias) e  $\eta_a$  é o vetor de ruído Gaussiano.

Os dados provenientes dos acelerômetros, em virtude do processo de aquisição, já são fornecidos em unidades de  $m/s^2$ . Em consequência, é estimado um fator de correção ( $\mathbf{F}_c$ ) que ajustará as informações do conjunto *acelerômetros-eletrônica de aquisição* em função do valor real da aceleração da gravidade no local de calibração. Este fator de correção expressa o desvio entre os valores obtidos na calibração isolada dos acelerômetros [7] e os valores obtidos quando instalado na UMI (tetraedro).

A equação de medidas acelerométricas (14) é, então, reescrita da seguinte forma,

$$\mathbf{F}_c\tilde{\mathbf{a}}_o = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{f} + \mathbf{b}_a + \eta_a \quad (15)$$

e para o  $i$ -ésimo sensor,

$$\tilde{\mathbf{a}}_{oi} = [\tilde{f}_x \ \tilde{f}_y \ \tilde{f}_z \ 1] \begin{bmatrix} \tilde{m}_{ix}/\mathbf{F}_{ci} \\ \tilde{m}_{iy}/\mathbf{F}_{ci} \\ \tilde{m}_{iz}/\mathbf{F}_{ci} \\ \mathbf{b}_{ai}/\mathbf{F}_{ci} \end{bmatrix} + \eta \quad (16)$$

onde,  $\tilde{\mathbf{a}}_{oi}$  é a saída do  $i$ -ésimo acelerômetro ( $i = x, y, z$ ).

Realizando  $n$  seqüências ( $n \geq 4$ ) baseado em (16), obtêm-se,

$$\begin{bmatrix} \tilde{m}_{ix}/\mathbf{F}_{ci} \\ \tilde{m}_{iy}/\mathbf{F}_{ci} \\ \tilde{m}_{iz}/\mathbf{F}_{ci} \\ \mathbf{b}_{ai}/\mathbf{F}_{ci} \end{bmatrix} = (\tilde{\mathfrak{F}}^T\tilde{\mathfrak{F}})^{-1}\tilde{\mathfrak{F}}^T\bar{\mathbf{A}} \quad (17)$$

onde,

$$\tilde{\mathfrak{F}} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_x(1) & \tilde{f}_y(1) & \tilde{f}_z(1) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{f}_x(n) & \tilde{f}_y(n) & \tilde{f}_z(n) & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{a}_{oi}(1) \\ \bar{a}_{oi}(2) \\ \vdots \\ \bar{a}_{oi}(n) \end{bmatrix}$$

e  $\bar{a}_{oi}$  é o valor médio da saída do acelerômetro para cada seqüência.

A obtenção do bias e do fator de correção em (17) se faz por meio do vínculo,

$$(\tilde{m}_{ix})^2 + (\tilde{m}_{iy})^2 + (\tilde{m}_{iz})^2 = 1 \quad (18)$$

#### IV. PROCEDIMENTO DE CALIBRAÇÃO

Para a solução das equações (11) e (17) e, conseqüentemente, a devida caracterização da UMI, foram utilizados um conjunto de dados (séries temporais) obtidos a partir das medidas dos giros e acelerômetros em posições e rotações pré-definidas para cada eixo conforme Tabelas I e II. O sistema de aquisição (Fig. 4) utilizado na caracterização da UMI é composto por um computador de alta integração PC104 (Computador da plataforma), um módulo digitalizador de acelerômetros (MDAN) e um PC externo conectado via FTP onde são armazenados os dados para processamento posterior do algoritmo de calibração. Os sinais obtidos no processo de aquisição são apresentados com um intervalo de amostragem de 0.01s (100Hz). Os giros de fibra óptica utilizados neste trabalho se comunicam com o computador da plataforma via barramento assíncrono RS232. Os procedimentos de calibração foram realizados em uma mesa de dois eixos Accutronics BD267 e controlador ACT3000, cujo erro de atitude é menor que  $1 \times 10^{-3}$  graus e o erro de taxa angular menor que  $1 \times 10^{-3}$  graus/s. A taxa de rotação ( $\omega_{rt}$ ) utilizada foi de  $10^\circ/s$ . Os tempos de aquisição para os acelerômetros foram de 24 segundos e para os giros 36 segundos.

As redundâncias nas medições para os eixos de entrada

TABELA I  
SEQÜÊNCIA DE ROTAÇÕES DA MESA DE DOIS EIXOS  
( $w = \omega_{rt}$ )

Seqüência <i>n</i>	Eixo rot. mesa		Eixo de entrada		
	Inner	Outer	X	Y	Z
1	+w	0°	+w	0	0
2	-w	0°	-w	0	0
3	+w	+180°	+w	0	0
4	-w	+180°	-w	0	0
5	0°	+w	0	+w	0
6	0°	-w	0	-w	0
7	+180°	+w	0	+w	0
8	+180°	-w	0	-w	0
9	+90°	+w	0	0	+w
10	+90°	-w	0	0	-w
11	-90°	+w	0	0	+w
12	-90°	-w	0	0	-w

TABELA II  
SEQÜÊNCIA DE POSIÇÕES PARA ACELERÔMETROS  
( $g = \text{ACEL. GRAVIDADE LOCAL}$ )

Seqüência <i>n</i>	Eixo de entrada		
	$\tilde{f}_x$	$\tilde{f}_y$	$\tilde{f}_z$
1	-g	0	0
2	-g	0	0
3	+g	0	0
4	+g	0	0
5	0	0	-g
6	0	0	+g
7	0	0	+g
8	0	0	-g
9	0	+g	0
10	0	-g	0
11	0	-g	0
12	0	+g	0

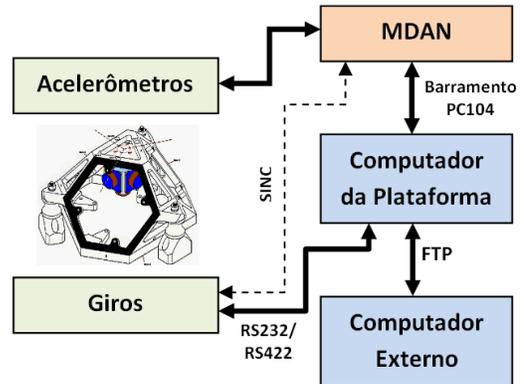


Fig. 4. Diagrama de blocos do conjunto de aquisição de dados para os giros e acelerômetros.

dos acelerômetros apresentadas na Tabela II são decorrentes do aproveitamento da seqüência de aquisições para os giros, momento em que são realizadas novas aquisições estáticas, cujo objetivo é minimizar a influência de erros da mesa.

#### V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Partindo dos modelos anteriormente descritos, foram gerados algoritmos para processar os sinais oriundos dos sensores (giros e acelerômetros) após a execução das seqüências pré-programadas na mesa de dois eixos (Tabelas I e II). Estes resultados foram expressos nas Tabelas III-V.

TABELA III  
RESULTADOS OBTIDOS PARA OS GIROS  
(BIAS E FATOR DE ESCALA)

Giro #	Parâmetro	
	Bias( $^\circ/s$ )	$S_f$ (mV/ $^\circ/s$ )
1	0.002080	26.622401
2	0.002743	26.030323
3	0.003450	26.075999
4	0.002030	26.711834

Os valores estimados para o bias e fator de escala para cada giro são apresentados na Tabela III. O valor nominal fornecido pelo fabricante para o fator de escala do giro é de

24mV/°/s e, para a variabilidade do bias, 1°/h (1σ). Em termos de estimativa do fator de escala, comparando com os resultados obtidos em [4] que usa um modelo diferente, porém com o mesmo conjunto de dados, verifica-se que a diferença é inferior a 300ppm para a calibração do tetraedro. Entretanto, quando são comparados estes resultados com os apresentados em [8], que se refere a calibração individual e isolada (fora do tetraedro) dos sensores, verifica-se que a diferença aumenta para um valor da ordem de 1800ppm. Esta diferença se justifica pela variabilidade do bias e do fator de escala uma vez que a calibração individual ocorreu em dia, local, mesa e temperatura diferentes.

Na equação (1) foi apresentada a matriz nominal que

TABELA IV  
RESULTADOS OBTIDOS PARA OS GIROS  
(COSSENO DIRETORES -  $\tilde{\mathbf{H}}$ )

Parâmetro	Eixo		
	X	Y	Z
$h_{1*}$	0.57868624	-0.00432436	0.81553879
$h_{2*}$	0.57733766	0.70734792	-0.40784817
$h_{3*}$	0.57695344	-0.70679030	-0.40935582
$h_{4*}$	0.99999805	0.00100995	0.00169158

representa o espaço de sensores em termos de cossenos diretores. Entretanto, devido aos erros de construção e montagem do conjunto (UMI), estes valores podem sofrer alterações. Estes erros, apesar de parecerem pequenos, devem ser estimados e corrigidos para não afetar o cálculo da navegação. Na tabela IV estão os resultados obtidos para os cossenos diretores da matriz de sensores (giros) no processo de calibração. O parâmetro  $h_{i*}$  significa o cosseno diretor  $h$  da linha  $i$  e coluna  $*$ , onde  $*$  pode ser x, y ou z. Para a verificação da qualidade da calibração em um conjunto com quatro sensores, pode-se lançar mão da técnica por equação de paridade apresentada em [4]. Neste método, aplica-se os vetores obtidos do espaço de nulos de  $\mathbf{H}$  e de  $\tilde{\mathbf{H}}$  a um conjunto de dados oriundos dos sensores. A operação que resultar em um valor mais próximo de zero define a melhor calibração.

Definindo matematicamente a análise por vetor de paridade, têm-se:

$$\mathbf{V}\mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (19)$$

onde,  $\mathbf{V}$  é uma matriz obtida do espaço de nulos de  $\mathbf{H}$ . No caso de quatro sensores,  $\mathbf{V}$  é um vetor de dimensão quatro. Considere, agora, a matriz de sensores real definida conforme (20), onde  $\delta\mathbf{H}$  é o erro da matriz de sensores. Utilizando (19), (5) e (20), obtêm-se a relação definida em (21).

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \delta\mathbf{H} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}\tilde{\mathbf{g}}_o &= \mathbf{V}(\tilde{\mathbf{H}}\omega + \delta\mathbf{g}_o + \eta_g) \\ &= \mathbf{V}(\delta\mathbf{H}\omega + \delta\mathbf{g}_o + \eta_g) \end{aligned} \quad (21)$$

Esta expressão (21), indica que o desalinhamento não estimado (ou não compensado) gera um erro dependente do estado o qual afetará a estimativa das taxas angulares no

triedro analítico. Reescrevendo (19) conforme (22), onde  $\tilde{\mathbf{V}}$  é o vetor de paridade obtido da matriz de sensores real,

$$\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{0} \quad (22)$$

a equação (21) assume a forma de (23).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{g}}_o &= \tilde{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{H}}\omega + \delta\mathbf{g}_o + \eta_g) \\ &= \tilde{\mathbf{V}}(\delta\mathbf{g}_o + \eta_g) \end{aligned} \quad (23)$$

Neste ponto, pode ser observado em (23) que o produto  $\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{g}}_o$  resultará apenas na composição dos erros residuais associados aos sensores e outros não compensados, sendo eliminada (ou bastante reduzida) a influência do estado. A Figura 5 apresenta a comparação entre os resultados obtidos pela operação apresentada em (21) (♦) e (23) (▲). Esta comparação mostra que no processo de calibração foi estimada uma matriz de sensores mais próxima do real ( $\tilde{\mathbf{H}}$ ) da qual pode ser deduzido um vetor de paridade que, aplicado à saída dos sensores, resulta em um valor mais próximo de zero conforme previsto em (23). Este fato denota a anulação (ou redução) do erro associado ao desalinhamento, o que resulta em uma melhora na estimativa das taxas angulares no triedro analítico.

Os resultados da calibração da tríade acelerométrica está

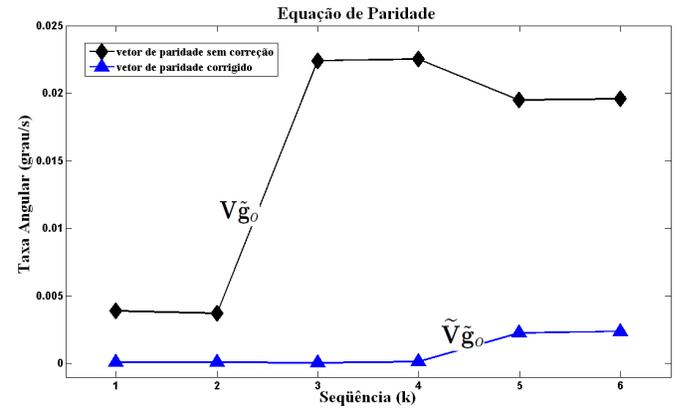


Fig. 5. Comparação entre as equações de paridade nominal ( $\mathbf{V}\tilde{\mathbf{g}}_o$  : ♦) e real ( $\tilde{\mathbf{V}}\tilde{\mathbf{g}}_o$  : ▲).

resumido na Tabela V, onde estão expressos os fatores de correção ( $F_c$ ), biases ( $b_a$ ) e cossenos diretores ( $m_{x*}$ ) para os acelerômetros alinhados com os eixos do triedro analítico (X, Y, Z). Os biases estimados para os acelerômetros estão dados em unidades de mili g (mg).

A avaliação do desempenho da calibração dos conjunto

TABELA V  
RESULTADOS OBTIDOS PARA OS ACELERÔMETROS  
( $b_a$  em mg)

Parâmetro	Acelerômetro/Eixo		
	X	Y	Z
$F_c$	1.00215530	0.99987662	0.99962489
$b_a$	0.74250119	-1.20749572	-5.85999789
$m_{x*}$	0.99999430	0.00021354	-0.00336917
$m_{y*}$	0.00366962	0.99999023	0.00246539
$m_{z*}$	0.00411576	-0.00085355	0.99999117

de acelerômetros foi realizada pela de comparação do valor RMS da diferença entre os valores nominais de aceleração local da gravidade em cada eixo para cada seqüência e os valores medidos pelos sensores antes e depois da calibração (correção). Deste modo, a Tabela VI sintetiza o erro RMS calculado para as doze seqüências de posições utilizadas na calibração. Comparando-se as duas situações (compensada e não compensada) verifica-se que os valores dos erros RMS são reduzidos no processo de calibração, indicando uma melhoria na estimação das forças específicas em cada eixo do triedro analítico. Os erros estão em unidades de mili g ( $mg$ ).

TABELA VI

COMPARATIVO DOS ERROS RMS ( $\varepsilon_{rms}$ ) ANTES (NÃO COMPENSADO) E APÓS A CALIBRAÇÃO (COMPENSADO) DO CONJUNTO DE ACELERÔMETROS

Parâmetro	Acelerômetro/Eixo		
	X	Y	Z
<b>Não compensado</b>			
$\varepsilon_{rms}(mg)$	2.81800	2.82540	6.34920
<b>Compensado</b>			
$\varepsilon_{rms}(mg)$	0.43780	0.05753	0.09602

## VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram desenvolvidas as equações para o procedimento de calibração de uma unidade de medidas inerciais (UMI) composta por quatro giros de fibra óptica dispostos nas faces de um tetraedro e, também, de três acelerômetros que formam uma tríade alinhada com os eixos principais de um triedro analítico. Os dados oriundos da UMI submetida a uma série de posições e rotações pré-definidas foram processados conforme os equacionamento anteriormente apresentado comprovando a consistência do modelo e a eficiência desta técnica de calibração face aos resultados obtidos. Um ponto interessante neste processo é a possibilidade de se avaliar a qualidade da calibração de um conjunto com quatro sensores pela técnica de equação de paridade. Esta técnica permite a aplicação de qualquer rotação (no caso de giros) ou posicionamento (no caso de acelerômetros) em qualquer direção que se queira. Neste trabalho esta análise ficou restrita aos giros, porém pode ser estendida aos acelerômetros caso seja inserida uma redundância deste sensor. A UMI utilizada nos ensaios é um protótipo e, como tal, ainda necessita de melhorias em seus aspectos construtivos e de aquisição de dados, o que poderá levar a resultados melhores que os aqui apresentados.

## REFERÊNCIAS

- [1] J. C. Wilcox, *Competitive evaluation of failure detection algorithms for strapdown redundant inertial instruments*. TRW Report n. 18313-6004-RU-00-NASA Contract. NAS 8-27335, 1973.
- [2] A. J. Pejsa, *Optimum skewed redundant inertial navigators*. AIAA Journal, v.12, n.7, pp 899-902, 1974.
- [3] S. Kim, Y. Kim and C. Park, *Failure diagnosis of skew-configured aircraft inertial sensors using wavelet decomposition*. IET Control Theory Appl., March 2007, v.1, n.5, pp 1390-1397, 2007.
- [4] OLIVEIRA, E. J.; LEITE FILHO, W. C. and FONSECA, I. M., *IMU Calibration procedure for a redundant tetrahedral gyro configuration with wavelet de-noising*. ICNPAA 2010 World Congress, July 2010, São José dos Campos, Brazil.
- [5] Seong Yun Cho and Chan Gook Park, *A Calibration Technique for a Redundant IMU Containing Low-Grade Inertial Sensors*. ETRI Journal, Aug. 2005, v.27, pp 418-425, 2005.
- [6] P. G. Savage, *Introduction to strapdown inertial navigation systems: Introductory Course by Strapdown Associates Inc*. Strapdown Associates Inc, 11th printing, 2005.
- [7] Euler Gonçalves Barbosa, *Ensaio de Caracterização de Acelerômetros para Projeto SIA*. Memorando Técnico - ASE-MT-017-2010, 2010.
- [8] José Fernando Ferri da Silva, *Procedimentos para ensaios de caracterização de giro de fibra óptica*. Memorando Técnico - ASE-MT-001-2010, Junho 2010.