

## Assimilação de Dados em Sistema Dinâmico Não-Linear

Fabrcio Pereira Hárter<sup>\*,1</sup>, Haroldo Fraga de Campos Velho<sup>\*\*,2</sup>

(1) Computação Científica e Processamento de Alto Desempenho  
Pós-graduação

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

(2) Computação Científica e Processamento de Alto Desempenho  
Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

(\*)Doutorado, Bolsa FAPESP, e-mail: [fabrcio@nucleo.inpe.br](mailto:fabrcio@nucleo.inpe.br)

(\*\*) Orientador, e-mail: [haroldo@lac.inpe.br](mailto:haroldo@lac.inpe.br)

### Resumo

As técnicas tradicionais de Assimilação de Dados consistem em corrigir previsões feitas por modelos matemáticos imprecisos através da inserção de dados observados. Estes dados sempre são ruidosos e distribuídos de maneira irregular no espaço e no tempo. O Filtro de Kalman (FK) é uma técnica empregada em Assimilação de Dados que apresenta solução ótima quando aplicada à problemas lineares e gaussianos. O FK nas versões Estendido e Adaptativo são soluções sub-ótimas para problemas não-lineares, porém, o custo computacional desta técnica é alto. Uma alternativa ao FK são as Redes Neurais (RN). Neste trabalho se faz uma comparação entre a Rede Neural Função de Base Radial (FBR) com o FK, aplicados ao modelo de Lorenz (não-linear). Ambas as técnicas apresentaram bons resultados, sendo que, uma vez treinada a rede, o custo computacional da RN é mais baixo do que o custo do FK.

*Palavras-Chave: Assimilação de Dados, Filtro de Kalman, Rede Neural, Função de Base Radial, Dinâmica Não-Linear*

### 1 - Introdução

Assimilação de dados é um importante tema de estudo em ciências atmosféricas, tais como, sensoriamento remoto, previsão de tempo, clima, poluição atmosférica e também em oceanografia [1]. Modelos teóricos do comportamento da atmosfera, na maioria das vezes não-lineares, são amplamente utilizados nestes estudos [6,7,8,9]. Este artigo, mais especificamente, compara assimilação feita com Filtro de Kalman (FK) (versão não-linear) com a Rede Neural Função de Base Radial (FBR).

Em [4,5,6] foram testados o FK (na versão linear, estendida e adaptativa), Transformada de Laplace e a Rede Neural Perceptron Multicamadas (PM) nos modelos de Lorenz (no seu estado caótico), Hénon e DYNAMO. O FK, nas versões estendida e adaptativa, e o PM mostraram-se boas técnicas para assimilação de dados nestes modelos conceituais, inclusive quando o sistema dinâmico é não-linear. A Transformada de Laplace, por sua vez, não apresentou bom resultado quando aplicada a sistemas não lineares. Os autores salientam que o custo computacional do FK é bastante alto, o que exigiria maiores simplificações no método quando aplicado a modelos mais reais. Por outro lado, as redes neurais revelam-se uma boa alternativa, já que é um bom método de assimilação e uma vez treinada a rede, o custo computacional é bem menor do que o FK. Os autores salientam que rede neural aplicada a problemas de assimilação de dados em ciências atmosféricas é uma técnica promissora e merece investigação. Em [9] o FK e o Método de Kriging (Interpolação Ótima) foram aplicados à equação de advecção-difusão bidimensional para estimar a qualidade do ar. Os autores concluíram que a abordagem de Kriging apresenta bons resultados quando o número de observações é relativamente grande (9 pontos com observação numa grade de 41x41 pontos, com frequência de observação a cada 11 passos de integração). O FK, por sua vez, é mais preciso e apresenta bons resultados mesmo quando o número de observações é relativamente pequeno (3 pontos com observação numa grade de 41x41 pontos, com uma frequência de observações a cada 11 passos de integração). Porém o custo computacional do FK é alto devido às dimensões das matrizes envolvidas nos cálculos e à inversão necessária para o cálculo do ganho de kalman.

### 2 – Descrição dos Experimentos

Uma descrição detalhada do FK pode ser encontrada em [4] e da Rede Neural FBR em [2]. O modelo numérico utilizado neste trabalho foi o Modelo de Lorenz no seu estado caótico [5], discretizado pelo método em diferenças finitas Predictor-Corretor [3], com passo de tempo  $10^{-3}$ . A observação foi simulada pelo Modelo de Lorenz adicionado ao ruído aleatório com distribuição gaussiana. Estas observações foram inseridas no sistema a cada 0,012 s, sendo que o período total de integração foi de 2 s (2000 passos de tempo). Neste artigo, as matrizes que na teoria do FK representam o sistema de observação, a covariância do

ruído de modelagem dinâmica e covariância do ruído de observação, são respectivamente  $H_n = I$ ,  $Q_n = 0.5$  e  $R_n = 2I$ .

A Rede Neural utilizada nos resultados apresentados na próxima seção é a FBR com centros selecionados aleatoriamente, regra de aprendizado por erro-correção, paradigma de aprendizado supervisionado e função de ativação gaussiana [2]. Os vetores de entrada são as variáveis normalizadas  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  do sistema de Lorenz e  $X_o$ ,  $Y_o$ ,  $Z_o$  variáveis “observadas”, o que resulta num vetor de entrada da rede de dimensão 6x1 para cada padrão de treinamento. A rede foi treinada com de 2000 padrões de treinamento e taxa de aprendizagem  $10^{-4}$ . A saída desejada é o vetor normalizado  $X_a$ ,  $Y_a$ ,  $Z_a$  de dimensão 3x1, resultante da assimilação feita com o FK

### 3 – Resultados e Considerações Finais.

Com o objetivo de quantificar a performance das duas técnicas (FK e FBR) implementadas com descrito na seção anterior, calculou-se os erros relativos ao EXP1 – assimilação feita com FK e EXP2 – assimilação feita com a FBR para 5 neurônios na camada escondida. O erro foi calculado da seguinte forma:

$$\text{erro} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (y_i^{\text{obs}} - y_i^a)^2,$$

onde  $N_p$  refere-se ao número de padrões de treinamento,  $y^{\text{obs}}$  refere-se aos dados observados e  $y^a$  refere-se a assimilação. O erro relativo ao EXP1 foi de 5,24 e o erro relativo ao EXP2 foi de 5,67. A Figura 1 ilustra estes experimentos. Alinha azul refere-se a curva de dados observados, a linha verde refere-se ao modelo matemático, a linha vermelha refere-se a assimilação feita como FK (EXP1) e a linha preta refere-se ao experimento feito com a FBR com 5 neurônios (EXP2).

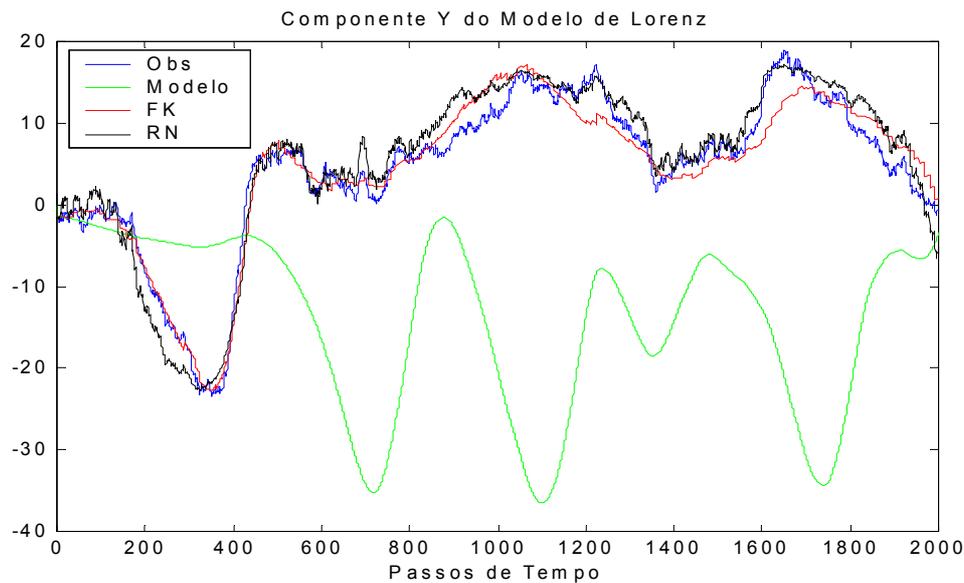


Fig. 1 – Ilustração dos experimentos EXP1 – assimilação com FK e EXP2 – assimilação com a FBR para 5 neurônios.

O cálculo do erro mostra que a o FK apresentou um resultado um pouco melhor do que a FBR, porém salienta-se que o custo computacional das redes neurais, uma vez treinada a rede, é bem menor do que o custo do FK.

Diferentes topologias de RN influenciam na qualidade da assimilação, por este motivo se refaz a análise acima comparando-se o EXP1 com o EXP3 - assimilação com a FBR para 10 neurônios na camada escondida. A Figura 2 é equivalente a Figura 1, com a diferença que adicionou-se a linha lilás representando o EXP3.

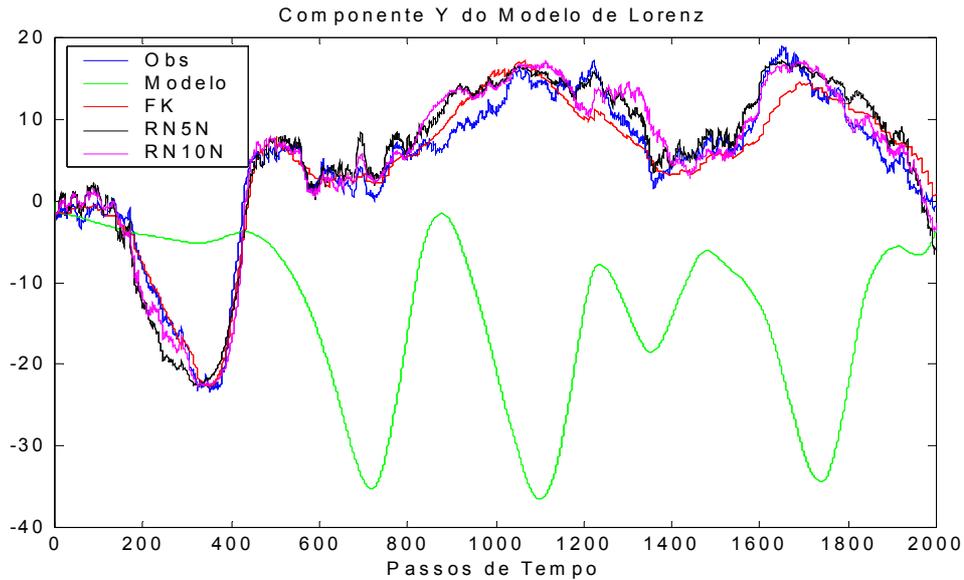


Fig. 1 – Ilustração dos experimentos EXP1 – assimilação com FK e EXP2 – assimilação com a FBR para 5 neurônios e EXP3 – assimilação com a FBR para 10 neurônios.

O erro relativo ao EXP3 foi de 5,58, ou seja, a assimilação para esta implementação da FBR com 10 neurônios foi mais precisa do que a implementação com 5 neurônios, porém menos precisa do que a assimilação com FK.

Implementações de FBR com outras estratégias de aprendizagem, como seleção auto-organizadas de centros, têm sido aplicadas na tentativa de solucionar este problema, porém ainda não se obteve bons resultados. Uma alteração importante no futuro desta metodologia será a introdução de memória no sistema dinâmico, ou seja, utilizar redes recursivas (o vetor de saída da rede neural passa a ser utilizado como vetor de entrada na iteração posterior), [2].

### Referências Bibliográficas

- [1] Daley, R. *Atmospheric Data Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [2] Haykin, S. *Neural networks: A Comprehensive Foundation*, Macmillian, New York, 1994.
- [3] Hoffman, J.D. *Numerical Methods for Engineers and Scientists*, McGraw-Hill Inc., New York, EUA, 1993.
- [4] Jazwinski, A.; *Stochastic Process and Filtering Theory*, Academic Press, New York, 1970.
- [5] Lorenz, E. *Journal of Atmospheric Sciences*, 20:130 (1963).
- [6] Nowosad A.; Rios Neto A.; Campos Velho H. *Journal of Hybrid Methods in Engineering*, 2000. No Prelo.
- [7] Nowosad A. G.; Rios Neto A.; Campos Velho, H. *Data Assimilation in Chaotic Dynamics Using Neural Networks*, Third International Conference on Nonlinear Dynamics, Chaos, Control and Their Applications in Engineering Sciences. Campos do Jordão, SP, 2000, 212-221.
- [8] Nowosad, A. G.; Campos Velho, H.F., Rios Neto, A. *Neural Network as a New Approach for Data Assimilation*, *Brazilian Congress on Meteorology*, Rio de Janeiro, RJ, 2000, Proceedings in CD-ROM (paper code PT00002), 3078-3086.
- [9] Zhang ,X.; Heemink, A. *Applied Mathematical Modelling*, 21: 2 (1997).