

SECRETARIA DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-5266-TDI/442

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE FRONTOGÊNESE

Nivaldo Silveira Ferreira

Dissertação de Mestrado em Meteorologia, orientada
pelos Drs. Valdir Innocentini e Ernesto dos Santos Caetano
Neto, aprovada em fevereiro de 1991.

INPE
SÃO JOSÉ DOS CAMPOS
ABRIL DE 1991

INPE-5266-TDI/442

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE FRONTOGÊNESE

Nivaldo Silveira Ferreira

**INPE
São José dos Campos
Abril de 1991**

INPE-5266-TDI/442

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS DE FRONTOGÊNESE

Nivaldo Silveira Ferreira

**INPE
São José dos Campos
Abril de 1991**

Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento a requisito exigido
para a obtenção do Título de Mestre
em Meteorologia

Dr. Sérgio Henrique Franchito



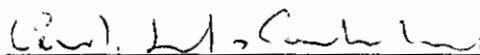
Presidente

Dr. Valdir Innocentini



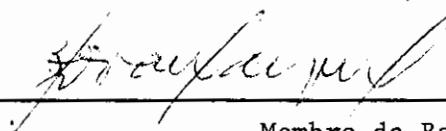
Orientador

Dr. Ernesto dos Santos Caetano Neto



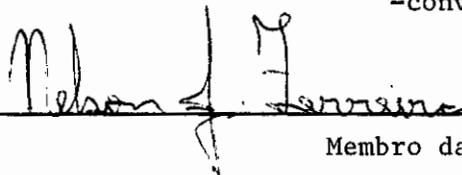
Orientador UNESP/Baurú

Dr. Valdo da Silva Marques



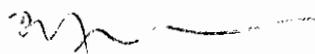
Membro da Banca
-convidado-

Dr. Nelson Jesus Ferreira



Membro da Banca

Dr. Prakki Satyamurty



Membro da Banca

Candidato: Nivaldo Silveira Ferreira

São José dos Campos, 28 de fevereiro de 1991

RESUMO

Neste trabalho foram realizados experimentos numéricos de frontogênese utilizando um modelo numérico multinível de área limitada. Como forçante frontogenética foi utilizada a deformação horizontal do escoamento. Foram realizadas simulações numéricas para uma atmosfera seca e com os efeitos de parametrização do calor latente de condensação. Os dois experimentos geraram frontogênese nos níveis inferiores e, também um jato paralelo à frente nos níveis superiores a esquerda da posição da frontogênese na superfície. A inclusão da parametrização do calor latente gerou uma frontogênese mais intensa, o movimento vertical tornou-se mais forte intensificando a convergência na região frontogenética. Houve uma intensificação do jato nos altos níveis, sem no entanto mudar sua posição em relação ao experimento seco.

aos meus pais

NUMERICAL SIMULATION OF FRONTOGENESIS

ABSTRACT

In this study numerical simulations of frontogenesis were performed using a limited area multilevel numerical model. The frontogenetical forcing was represented by a horizontal deformation flow. The numerical experiments were run with and without the release of latent heat. In both experiments the frontogenesis at low levels and a jet at high levels a long of the front to the left side of the surface frontogenesis position were generated. The frontogenesis and the vertical motion became more intense with the inclusion of the release of latent heat, enhancing the mass convergence in the frontogenetical region.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais pelos recursos fornecidos durante o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Dr. Valdir Innocentini pela orientação, dedicação e compreensão em todas as fases do trabalho.

Ao Dr. Ernesto dos Santos Caetano Neto pela orientação, sugestões e discussões dos resultados obtidos.

À banca examinadora pelas valiosas e oportunas sugestões.

Ao Conselho Nacional de Pesquisas (CNPq) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo auxílio financeiro.

Aos amigos da Rotunda pelos momentos de dificuldades e vitórias vividos no dia a dia.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xvii
CAPÍTULO 1 - <u>INTRODUÇÃO</u>	1
CAPÍTULO 2 - <u>MECANISMO FRONTOGENÉTICO</u>	3
CAPÍTULO 3 - <u>FORMULAÇÃO DO MODELO</u>	19
3.1 - COORDENADA VERTICAL.....	19
3.2 - EQUAÇÕES BÁSICAS.....	20
3.3 - DEFORMAÇÃO HORIZONTAL.....	27
3.4 - CAMPO BAROCLÍNICO.....	31
3.5 - CAMPO INICIAL TOTAL.....	34
3.6 - LIBERAÇÃO DE CALOR LATENTE.....	35
3.7 - MODELO NUMÉRICO.....	37
CAPÍTULO 4 - <u>RESULTADOS</u>	43
4.1 - EXPERIMENTO SECO.....	44
4.2 - INCLUSÃO DO CALOR LATENTE.....	53
CAPÍTULO 5 - <u>CONCLUSÕES</u>	63
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	65
<u>APÊNDICE A</u>	69
<u>APÊNDICE B</u>	74
<u>APÊNDICE C</u>	77

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Mecanismo frontogenético, linhas tracejadas representam isolinhas de temperatura potencial e linhas cheias representam linhas de corrente. a) Deformação horizontal. b) Cisalhamento horizontal. c) Deformação vertical. d) Movimento vertical diferencial.....	4
2.2 - Situação frontogenética. Linhas tracejadas representam as isolinhas de temperatura potencial, as setas horizontais representam a confluência do escoamento geostrófico de grande escala, a circulação fechada representa a circulação transversal.....	8
2.3 - Mesmo da Fig. 2.2, incluindo componente ageostrófica no escoamento de grande escala.....	10
3.1 - Função Linha de Corrente.....	30
3.2 - Função $A(x,y)$ (m).....	30
3.3 - Temperatura Potencial (K).....	32
3.4 - Velocidade Paralela (ms^{-1}).....	34
3.5 - Função Π ($J\ kg^{-1}K^{-1}$).....	35
3.6 - Grade Horizontal (tipo C de Arakawa).....	38
3.7 - Grade Vertical, H representa Π , θ e σ	38
4.1 - Desvio de temperatura potencial em relação ao instante inicial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.....	45
4.2 - Temperatura potencial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	46
4.3 - Circulação transversal ψ_{ag} (m^2s^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	48
4.4 - Componente transversal (ms^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	49

4.5	-	Componente paralela (ms^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	51
4.6	-	Vorticidade relativa (s^{-1}). a) 0,0 h. b) 8,3 h. c) 16,7. d) 25 h.	52
4.7	-	Desvio de temperatura potencial em relação ao instante inicial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.....	54
4.8	-	Gradiente horizontal de temperatura potencial (Km^{-1}). a) Experimento básico. b) Incluindo liberação de calor latente.....	55
4.9	-	Temperatura potencial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	56
4.10	-	Circulação transversal ψ_{ag} (m^2s^{-1}) a) 8,3 h. b) 16,7 c) 25 h.....	57
4.11	-	Componente paralela (ms^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	59
4.12	-	Componente transversal (ms^{-1}) a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.	60
4.13	-	Vorticidade relativa (s^{-1}). a) 0,0 h. b) 8,3 h. c) 16,7. d) 25 h.....	61

LISTA DE SÍMBOLOS

C_p	- calor específico do ar a pressão constante ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)
C_v	- calor específico do ar a volume constante ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)
f	- parâmetro de Coriolis (s^{-1})
g	- aceleração da gravidade ($m\ s^{-2}$)
i	- índice que denota a posição na grade horizontal x
j	- índice que denota a posição na grade horizontal y
k	- índice que denota a posição na grade vertical
K_H	- coeficiente de difusividade na direção x ($m^2\ s^{-1}$)
K_v	- coeficiente de difusividade na direção σ (s^{-1})
L	- calor latente de condensação ($J\ kg^{-1}$)
N^2	- frequência de Brunt Väisälä (s^{-1})
p	- pressão atmosférica (hPa)
p_r	- pressão de referência (1.000 hPa)
q	- razão de mistura do ar seco
q_s	- razão de mistura do ar saturado
\dot{Q}	- taxa de aquecimento diabático ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)
R	- constante do gás para o ar seco ($J\ kg^{-1}\ K^{-1}$)
T	- temperatura (K)
u	- velocidade horizontal na direção x ($m\ s^{-1}$)
v	- velocidade horizontal na direção y ($m\ s^{-1}$)
w	- velocidade vertical ($m\ s^{-1}$)
Δx	- espaçamento de grade na direção x (m)
Δy	- espaçamento de grade na direção y (m)

$\Delta\sigma$	- espaçamento de grade na direção vertical
Π	- função de Exner ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)
ρ	- massa específica do ar (kg m^3)
σ	- coordenada vertical
ψ	- função linha de corrente (m^2s^{-1})
ψ_{ag}	- função linha de corrente ageostrófica (m^2s^{-1})

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A frontogênese, geração de frentes atmosféricas, é um fenômeno atmosférico de grande influência sobre a condição de tempo e na determinação da climatologia em várias regiões da Terra. O entendimento deste fenômeno e sua previsibilidade tem ajudado muito ao bem estar do homem.

Desde o início do século este fenômeno atmosférico tem sido motivo de estudos por parte dos meteorologistas. As preocupações centrais eram sobre sua origem e desenvolvimento. Vários tipos de estudos têm sido feitos com a finalidade de entender melhor este fenômeno. Estudos observacionais, modelos teóricos e numéricos são largamente empregados na investigação sobre frontogênese.

A partir dos primeiros estudos observacionais, foram possíveis algumas aproximações nas equações que governam os movimentos da atmosfera. Estas aproximações permitiram a obtenção de soluções analíticas para o fenômeno. Entretanto, muitos aspectos físicos são omitidos quando estas aproximações são efetuadas. Com o advento dos computadores rápidos e com grande capacidade de memória, as aproximações se tornaram menos importantes e soluções mais precisas são obtidas. Estes resultados têm auxiliado numa solução mais realista para os experimentos numéricos de frontogênese.

Os efeitos da umidade do ar e a topografia são, também, variáveis que devem ser inseridas nos experimentos numéricos de frontogênese. A circulação transversal à frente e o gradiente horizontal de temperatura são grandezas que sofrem grande influência dos

efeitos da umidade do ar. O efeito da topografia também tem sua importância sobre as frontogêneses, como por exemplo, seu enfraquecimento a barlavento das montanhas e fortalecimento a sotavento das montanhas.

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo numérico de frontogênese. Serão realizados experimentos de frontogênese para uma atmosfera com e sem os efeitos da parametrização do calor latente de condensação. Como forçante frontogenética será utilizada a deformação horizontal do escoamento, a qual é bastante eficiente na geração das frontogêneses. O modelo numérico utilizado é hidrostático, bidimensional e de área limitada, com as equações escritas na forma primitiva.

No capítulo 2 é apresentado uma breve descrição e revisão bibliográfica sobre o mecanismo frontogenético. No capítulo 3 são apresentadas as equações, a forçante frontogenética, o campo baroclinico, o esquema de parametrização do calor latente e algumas características básicas do modelo numérico utilizado. No capítulo 4 os resultados das simulações numéricas são analisados. Finalmente, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões finais e sugestões para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

MECANISMO FRONTOGENÉTICO

Há muito que se tem estudado a frontogênese, principalmente por se tratar de um fenômeno que quase sempre pode ser observado. A preocupação dos pesquisadores neste tipo de estudo é entender os mecanismos físicos envolvidos na origem, no desenvolvimento e na manutenção das frentes em estado estacionário. Hoskins e Bretherton (1972) apresentam um estudo bastante detalhado dos processos frontogenéticos. Neste trabalho são propostos oito mecanismos físicos que poderiam ser responsáveis pela frontogênese: i) deformação horizontal do escoamento; ii) cisalhamento horizontal do escoamento; iii) deformação vertical do escoamento; iv) movimento vertical diferencial; v) liberação de calor latente; vi) atrito da superfície com o escoamento; vii) turbulência e viii) radiação. A Fig. 2.1 representa os quatro primeiros mecanismos. Estes mecanismos são de maior ou menor importância, conforme a escala de espaço e tempo no qual está sendo realizado o estudo. De uma forma geral, para a escala sinótica, os mecanismos ligados diretamente a dinâmica do fenômeno têm uma importância maior. Porém, existem possibilidades reais da interação entre os diversos mecanismos.

Frontogênese é um fenômeno que está ligado diretamente ao comportamento de algumas variáveis atmosféricas. O procedimento normalmente usado neste tipo de estudo é, justamente, verificar como estão reagindo estas variáveis conforme a forçante utilizada. Variações bruscas no campo de temperatura, mudança na direção do vento, aceleração do movimento vertical, são algumas das variáveis que servem como parâmetros para identificação da formação das frontogêneses e deslocamento das frentes.

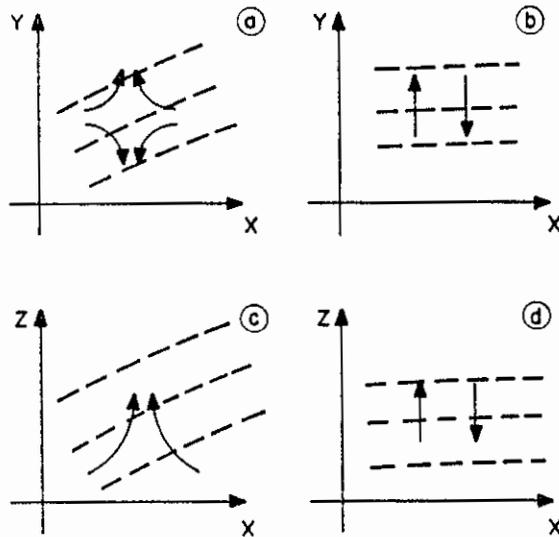


Fig. 2.1 - Mecanismos frontogênicos, linhas tracejadas representam isolinhas de temperatura potencial e linhas cheias representam linhas de corrente. a) Deformação horizontal. b) Cisalhamento horizontal. c) Deformação vertical. d) Movimento vertical diferencial.

A partir dos primeiros estudos de frentes foram obtidas algumas observações importantes: i) a escala horizontal transversal à frente é relativamente menor, pelo menos uma ordem de grandeza, do que a escala paralela à frente; ii) a velocidade horizontal do escoamento tem uma pequena componente na direção transversal (Hoskins e Bretherton, 1972; Pedloski, 1979). Estas observações permitiram a obtenção de soluções analíticas para o estudo das frontogêneses. Apesar destas soluções não captarem todos os mecanismos físicos devido às aproximações utilizadas nas equações e não representarem o comportamento

real da atmosfera, foi possível no entanto, uma visão qualitativa do fenômeno. Nos trabalhos numéricos e teóricos como os de Williams (1967), Williams e Plotkin (1968), Williams (1972) e Hoskins (1982) estas hipóteses foram utilizadas.

Historicamente, as frentes são vistas como superfícies de descontinuidades que separam as massas de ar de densidades diferentes e, regiões de brusca intensificação do gradiente térmico. Estes conceitos ainda são usados nos dias atuais. Williams (1967), utilizando a deformação horizontal, foi um dos primeiros estudos numéricos que indicou a formação das descontinuidades através da intensificação do gradiente de temperatura.

Os processos pelos quais é mantido o balanço do vento térmico na região de frontogênese, pode ser melhor entendido através da equação do cisalhamento vertical do vento e da equação da tendência do gradiente horizontal de temperatura potencial, mostradas no plano x-z.

As tendências do gradiente horizontal de temperatura potencial na direção x e do cisalhamento vertical da componente do vento horizontal na direção perpendicular a x, serão descritas a seguir para as aproximações quase-geostrófica e semigeostrófica. As equações estão escritas usando-se a aproximação de Boussinesq, com a definição de uma coordenada z apresentada por Hoskins e Bretherton (1972):

i) Aproximação quase-geostrófica:

$$\frac{d_g}{dt} \left(\frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = - \frac{g}{\theta_0} \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - N^2 \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2.1)$$

$$\frac{d_g}{dt} \left(f \frac{\partial v_g}{\partial z} \right) = - f \left(\frac{\partial u_g}{\partial z} \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial z} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z} . \quad (2.2)$$

onde:

$$\frac{d_g}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{V}_g \cdot \nabla ,$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} ,$$

$$N^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} ,$$

$$z = H_s \frac{C_p}{R} \left(1 - \left(\frac{P}{P_r} \right)^{R/C_p} \right) ,$$

$$H_s = \frac{R\theta_0}{g} \approx 10 \text{ km} ,$$

$$P_r = 1000 \text{ hPa} .$$

O uso desta coordenada vertical possibilita uma apresentação mais simplificada para as aproximações de Boussinesq, permitindo uma visualização mais clara dos processos físicos envolvidos. Os subíndices "a" e "g" referem-se as variáveis ageostrófica e geostrófica, respectivamente.

A hipótese básica da teoria quase-geostrófica é garantir o balanço do vento térmico, independente dos processos físicos envolvidos. Isto implica no desenvolvimento de um fluxo ageostrófico que mantenha o balanço geostrófico. Então a diferença das equações (2.1) e (2.2) resulta:

$$N^2 \frac{\partial w}{\partial x} - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z} = - 2Q_1 \quad , \quad (2.3)$$

onde :

$$Q_1 = - \frac{g}{\theta_0} \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad ,$$

e as relações do vento térmico são dadas por:

$$f \frac{\partial v_g}{\partial z} = - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad ,$$

$$f \frac{\partial u_g}{\partial z} = - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad .$$

O escoamento geostrófico é não divergente. Por outro lado, supondo que não haja variações na direção y tem-se:

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad , \quad (2.4)$$

o que permite definir a função linha de corrente ψ_{ag} através de:

$$u_a = - \frac{\partial \psi_{ag}}{\partial z} \quad , \quad (2.5)$$

$$w = \frac{\partial \psi_{ag}}{\partial x} \quad . \quad (2.6)$$

Substituindo (2.5) e (2.6) em (2.3), tem-se a equação da circulação transversal à frente:

$$N^2 \frac{\partial^2 \psi_{ag}}{\partial x^2} - f^2 \frac{\partial^2 \psi_{ag}}{\partial z^2} = - 2Q_1 \quad . \quad (2.7)$$

Considerando a situação frontogenética mostrada na Fig. 2.2, há um gradiente de temperatura potencial positivo na direção x em balanço com o cisalhamento vertical positivo de v . Supondo que, movimentos geostróficos de grande escala estão atuando no sentido de aumentar o gradiente de temperatura potencial zonal, tem-se $Q_1 > 0$. Nestas condições, os movimentos verticais tendem a enfraquecer o vento térmico. Para que o balanço do vento térmico seja mantido desenvolvem-se movimentos ascendentes no lado positivo de " x " e movimentos subsidentes no lado negativo.

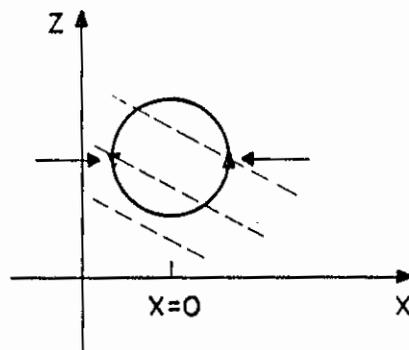


Fig. 2.2 - Situação frontogenética. Linhas tracejadas representam as isolinhas de temperatura potencial, as setas horizontais representam a confluência do escoamento geostrófico de grande escala, a circulação fechada representa a circulação transversal.

ii) Aproximação semigeostrófica :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{g \partial \theta}{\theta_0 \partial x} \right) = - \frac{g}{\theta_0} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - N^2 \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} \left(f \frac{\partial v_g}{\partial z} \right) = - f \left(\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v_g}{\partial y} + \frac{\partial w \partial v_g}{\partial z \partial z} \right) - f^2 \frac{\partial u_a}{\partial z}, \quad (2.9)$$

onde:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla,$$

$$u = u_g + u_a,$$

$$v = v_g + v_a.$$

Nesta aproximação, além do termo de Coriolis, os efeitos do ageostrofismo também são inseridos nos termos advectivos. Comparando as equações (2.8) e (2.9) com as equações (2.1) e (2.2) é possível perceber as diferenças devidas a esta aproximação. Apesar de ainda se ter um escoamento geostrófico, a advecção é feita pelo vento total.

Na aproximação semigeostrófica também é garantido que o balanço do vento térmico, independente dos processos físicos envolvidos. Para isto desenvolve-se um fluxo ageostrófico que mantém o balanço geostrófico. Fazendo-se a diferença das equações (2.8) e (2.9) e usando as condições (2.5) e (2.6), tem-se a equação da circulação transversal para a aproximação semigeostrófica:

$$N^2 \frac{\partial^2 \psi_{ag}}{\partial x^2} - 2S^2 \frac{\partial \psi_{ag}}{\partial x \partial z} + F^2 \frac{\partial^2 \psi_{ag}}{\partial z^2} = - 2Q_1, \quad (2.10)$$

onde:

$$S^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad F^2 = f \left(f + \frac{\partial v_g}{\partial x} \right).$$

Os termos extras incluídos nesta aproximação podem ser constatados comparando-se (2.7) com (2.10). O segundo termo do lado esquerdo da equação (2.10) representa o efeito do ageostrofismo, inserido na aproximação semigeostrófica, sobre a circulação ageostrófica. Este termo é responsável pela inclinação com a altura da superfície frontal. O último termo do lado esquerdo da equação (2.10), mostra a contribuição do termo de Coriolis para a circulação ageostrófica na aproximação semigeostrófica. Na Fig. 2.3 está representada a mesma situação frontogenética mostrada na Fig. 2.2. Desta feita, o escoamento de grande escala leva em conta a componente ageostrófica do vento. Para esta aproximação há uma tendência de se formar uma região com gradiente de temperatura mais intenso no lado positivo de "x" nos baixos níveis, indicando uma possível inclinação com a altura, a aproximação quase-geostrófica não pode representar esta configuração.

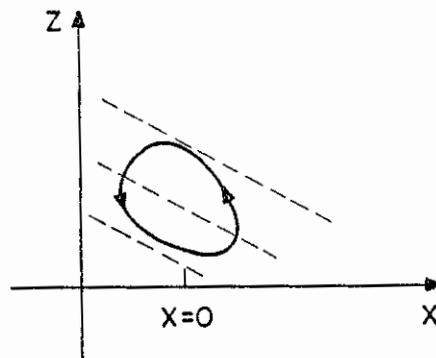


Fig. 2.3 - Mesmo da Fig. 2.2, incluindo ageostrofismo no escoamento de grande escala.

A teoria quase-geostrófica utilizada em trabalhos como o de Williams e Plotkin (1968), não representa de forma clara e real os processos frontogenéticos. No entanto, podem ser obtidas a circulação transversal à frente e a intensificação do gradiente de temperatura. Nesta aproximação é permitido que a variação temporal do escoamento geostrófico. A advecção é feita pelo escoamento geostrófico, havendo ageostrofismo apenas no termo de Coriolis. Como preocupação básica desta aproximação está a garantia de que o equilíbrio do vento térmico permaneça válido. A aproximação quase-geostrófica sugere, embora sua solução não inclua, a formação de superfícies frontais e a inclinação desta superfície para o lado mais frio (Hoskins, 1982).

Na aproximação semigeostrófica além da variação temporal do escoamento geostrófico, é incluído o ageostrofismo do escoamento atmosférico nos termos advectivos e no termo de Coriolis. O uso da aproximação semigeostrófica permite uma assimetria mais real da estrutura frontal. A vorticidade ciclônica intensifica-se na região de convergência e se enfraquece na região de divergência, efeito que a teoria quase-geostrófica não pode captar. Similarmente, o termo Q_1 fortalece o gradiente de temperatura na região de convergência. Tais efeitos ajudam a produzir a assimetria na estrutura frontal e, na circulação transversal à frente (Orlanski et al., 1985).

Williams (1972), utilizando a deformação horizontal, fez um estudo comparativo entre as soluções quase-geostróficas e as soluções não lineares das equações primitivas com as aproximações de Boussinesq. A partir dos resultados obtidos foi possível, verificar que as soluções não lineares apresentam um desenvolvimento da inclinação da superfície frontal. Esta inclinação não ocorreu para a solução quase-geostrófica.

Ogura e Portis (1982) fizeram um estudo comparativo entre uma frente observada com uma prevista pelo modelo semigeostrófico de frentes de Hoskins e Bretherton (1972). Foi notado que algumas características das frentes observadas concordam qualitativamente com as frentes previstas numericamente. O gradiente horizontal de temperatura e a componente vertical da velocidade têm seus máximos próximos à superfície, o gradiente horizontal de temperatura potencial é mais fraco na região quente do que na região fria, a superfície frontal está localizada atrás e abaixo da região onde ocorre o máximo de vorticidade ciclônica. Por outro lado, foi constatado que o modelo numérico não consegue prever com sucesso a convergência de massa nos baixos níveis. As observações mostraram que o máximo da velocidade vertical ascendente está localizado nos baixos níveis, e não nos níveis intermediários como previsto pelas simulações numéricas. Os movimentos de subsidência também são mais intensos do que os previstos.

A circulação transversal à frente (ou circulação ageostrófica) tem papel fundamental nas frontogêneses. Ela atua no sentido de recuperar o equilíbrio do vento térmico, o qual é rompido quando da inclusão da forçante frontogenética que atua diretamente no campo de temperatura. Esta circulação transversal pode ser dividida nas contribuições devido a confluência geostrófica e, aos efeitos ageostrófico ao longo da frente. Keyser e Pecnick (1985a, 1985b) fizeram um estudo para verificar como se comporta esta circulação. Foi feita uma comparação entre as aproximações quase-geostrófica e momento geotrófico (aproximação semigeostrófica em três dimensões) com os resultados das equações primitivas. Para a aproximação quase-geostrófica e para a semigeostrófica, há uma tendência de não reproduzir exatamente o desenvolvimento frontal nos altos níveis. Não há também uma

definição clara da inclinação frontal com a altura. Entretanto, os resultados parecem sugerir que ao se aplicar a equação diagnóstica da circulação transversal à frente, é possível perceber qualitativamente frontogênese.

Em trabalhos como os de Williams (1967,1972) e dos demais autores apresentados acima é utilizada a hipótese dos movimentos adiabáticos. No entanto, os movimentos atmosféricos não são adiabáticos e processos tais como condensação atuam de forma bastante evidente na frontogênese. Thorpe (1984) fez um estudo analítico, onde procura verificar a influência da umidade na frontogênese. Foi utilizada a teoria quase-geostrófica e uma parametrização convectiva do tipo CISK. Nesta parametrização, o aquecimento só será possível se houver convergência nos baixos níveis. Havendo a convergência, o aquecimento será adicionado ao campo de temperatura potencial na equação da energia termodinâmica em uma coluna vertical sobre a localização da convergência. Aparentemente, o processo convectivo intensifica a circulação transversal à frente e aumenta a inclinação frontal. Thorpe utilizou um campo inicial apresentando uma inclinação com a altura a fim de simular a inclinação frontal, pois a aproximação quase-geostrófica não possibilita que haja o desenvolvimento da inclinação frontal com a altura.

Mak e Bannon (1984) e Bannon e Mak (1986) obtiveram soluções analíticas para uma simulação frontogenética utilizando a aproximação semigeostrófica. Em Mak e Bannon (1984) foi feita uma comparação entre os esquemas de parametrização do aquecimento convectivo de Mak e "Wave-CISK". O esquema "Wave-CISK" postula uma relação linear entre o aquecimento devido a condensação e a velocidade vertical de grande escala num nível representativo (base da nuvem), enquanto o esquema de Mak

postula que somente a porção de convergência de umidade, associada aos movimentos de grande escala, contribue para o aquecimento. A inclusão do aquecimento permitiu uma velocidade vertical mais realista em termos de magnitude e distribuição vertical. Este aquecimento atua também no sentido de intensificar o gradiente de temperatura potencial nas regiões frontogenéticas. Bannon e Mak (1986) mostraram, também, que o efeito da umidade com o decorrer do tempo faz com que a convergência passe a dominar sobre a confluência, chegando a dominar por completo nos estágios finais da frontogênese. A velocidade ageostrófica ao longo da frente tem magnitude maior para o caso úmido em relação ao caso seco.

Hsie et al. (1984) simularam numericamente frontogênese numa atmosfera úmida utilizando as equações primitivas. Este trabalho tenta verificar como os efeitos de condensação e evaporação atuam na circulação frontal de mesoescala. Foram adicionadas mais três equações prognósticas (razão de mistura para o vapor d'água, para nuvens e para chuva) no modelo e as parametrizações do crescimento de gotas de nuvens, auto conversão de nuvens em chuva, evaporação de chuva e condensação do vapor d'água. Eles constataram que o aquecimento produzido pela liberação de calor latente produz um gradiente horizontal de temperatura potencial mais intenso, especialmente no níveis médios e superiores. O gradiente de temperatura nos baixos níveis foi pouco afetado. Os jatos de baixos níveis, associados às frentes, foram mais intensos em decorrência do calor latente liberado. A convecção intensificou a circulação ageostrófica próxima a zona frontal.

A topografia é outra variável que deve ser considerada nos experimentos relativos à frontogênese. A forma da superfície atua de maneira significativa no escoamento da atmosfera, apesar de que a escala dos

movimentos, por muitas vezes, permita desprezar este efeito. Bannon (1984) encontrou uma solução analítica para este tipo de problema, utilizando a teoria quase-geostrófica com a equação da energia termodinâmica para um fluido adiabático. Por este estudo, Bannon observou que a superfície frontal, quando encontra no seu caminho uma montanha, sofre uma redução na sua estabilidade estática antes e depois de cruzar a montanha. Um aumento da estabilidade estática ocorre no topo da montanha. O gradiente horizontal de temperatura de uma frente fria enfraquece temporariamente quando encontra a montanha e se fortalece após passar por ela. A deformação ageostrófica vertical associada com a montanha é frontolítica a barlavento e frontogenética a sotavento.

Zehnder e Bannon (1988), integrando numericamente as equações da aproximação semigeostrófica, mostraram os principais efeitos da topografia sobre a frontogênese e sobre as frentes. Neste trabalho foi constatado, também, o enfraquecimento das frentes frias a barlavento das montanhas e seu fortalecimento a sotavento das montanhas. As modificações na estrutura das frentes são devidas à circulação transversal, havendo um enfraquecimento da circulação induzida por efeitos térmicos. No entanto, a circulação transversal é ainda termicamente induzida, porém realçada pela topografia. O resultado é um aumento no movimento vertical no lado quente da frente, proporcionando um enfraquecimento do gradiente de temperatura (frontólise). Estes efeitos são diretamente proporcionais à inclinação e largura das montanhas.

Davies e Phillips (1984) fizeram um estudo de mesoescala, sobre as montanhas da Suíça, usando dados observados numa rede de alta densidade. Neste trabalho observacional também foi possível constatar o enfraquecimento da frente a barlavento da montanha e seu

fortalecimento a sotavento. Porém, a extensão deste enfraquecimento e fortalecimento varia de caso a caso.

Assim sendo, a frontogênese se apresenta de várias formas ocasionando diferentes respostas. A umidade do ar, a topografia são alguns dos fatores importantes que influenciam na origem e no desenvolvimento das frentes.

Segundo alguns autores, a deformação horizontal se apresenta como principal mecanismo físico nos processos frontogenéticos (Orlanski et al., 1985). Em quase todos os artigos mencionados até aqui, este mecanismo tem sido usado como forçante para a frontogênese.

Satyamurty e Matos (1989) fizeram um estudo climatológico das frontogêneses na baixa troposfera em latitudes médias. Através deste estudo pôde se ver que há uma região frontogenética ao norte da Argentina. Esta região sofre um deslocamento conforme a época do ano. No entanto, ela existe durante todo o ano tendo uma intensificação no verão do Hemisfério Sul. Foi observado que a deformação horizontal é o principal mecanismo gerador desta região frontogenética, tendo grande influência sobre a climatologia do Brasil.

A deformação horizontal é a forçante frontogenética utilizada neste trabalho. Basicamente serão seguidos os procedimentos de Williams (1972), com algumas modificações. A aproximação de Boussinesq simplifica de forma considerável o problema. Principalmente, por considerar a densidade do ar como função da altura, de tal forma que sua variação no plano horizontal pode ser desprezada. As equações são para um fluido incompressível e adiabático, permitindo assim uma variável conservativa (temperatura potencial). Esta propriedade é bastante útil no tratamento analítico e numérico do problema.

A fim de facilitar uma possível inclusão dos efeitos da topografia na frontogênese é utilizada uma coordenada vertical que leva em conta a superfície da terra. Então é necessário encontrar uma solução que efetivamente represente a deformação neste novo sistema de coordenadas.



CAPÍTULO 3

FORMULAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo são apresentadas as equações utilizadas para a solução numérica da frontogênese. As equações estão na forma primitiva, em duas dimensões formando um sistema de equações que são integradas no tempo através de esquemas de diferenças finitas.

São apresentados dois campos básicos, um representando a deformação horizontal e, o outro representando o campo baroclínico inicialmente em equilíbrio geostrófico. A superposição desses dois campos, e posterior integração no tempo, implicará em correntes ageostróficas que acompanham a deformação horizontal.

3.1 - COORDENADA VERTICAL

Como coordenada vertical está sendo usado uma coordenada que depende da altura z . A dependência com a altura possibilita, de forma mais simples, a inclusão dos efeitos da topografia nos experimentos de frontogênese. A coordenada vertical é definida como sendo:

$$\sigma = \frac{z - z_t - A(x,y)}{Z^*} .$$

Onde:

$$Z^* = z_s - z_t ;$$

z_s = altura da superfície em relação ao nível do mar;

z_t = altura do topo do modelo em relação ao nível do mar;

z = altura de um nível qualquer em relação ao nível do mar;

$A(x,y)$ = altura devido a deformação horizontal.

A função $A(x,y)$ é introduzida de modo a manter um equilíbrio nas equações do movimento quando a deformação está atuando. Na seção 3.5 é descrito como se desenvolve este equilíbrio.

A definição mais usual para σ supõe uma dependência da pressão atmosférica e não da altura. Este fato está sendo evitado pois permite que a coordenada σ tenha deslocamentos cruzando diferentes alturas z o que, pode ocasionar algumas dificuldades quando da interpretação da frontogênese, como por exemplo a verificação se está havendo aquecimento ou resfriamento de uma determinada região devido a transportes advectivos e a liberação de calor latente, e não devido aos deslocamentos da coordenada σ para uma região mais fria ou mais quente.

3.2 - EQUAÇÕES BÁSICAS

As equações das componentes u e v do escoamento, da energia termodinâmica, continuidade de massa e hidrostática, estão escritas para o plano $x-\sigma$, retendo o termo de advecção na direção y para u e v , na seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} - fv = -\theta \frac{\partial \Pi}{\partial x} - g\sigma \frac{\partial Z^*}{\partial x} -$$

$$g \frac{\partial A}{\partial x} + F_u, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \dot{\sigma} \frac{\partial v}{\partial \sigma} + fu = -g \frac{\partial A}{\partial y} + F_v, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + \dot{\sigma} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = \dot{Q} + F_\theta, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial uZ^*}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\sigma}Z^*}{\partial \sigma} = 0 \quad , \quad (3.4)$$

$$\theta \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} = - gZ^* \quad . \quad (3.5)$$

O movimento vertical é calculado a partir da integração de (3.4) em σ :

$$\int_1^{\sigma} \frac{\partial \dot{\sigma}Z^*}{\partial \sigma'} d\sigma' = - \int_1^{\sigma} \frac{\partial uZ^*}{\partial x} d\sigma' \quad . \quad (3.6)$$

As relações entre θ , Π e T são dadas por:

$$\theta = T \left(\frac{p_r}{p} \right)^{R/c_p} e \quad (3.7)$$

$$\theta \Pi = c_p T \quad . \quad (3.8)$$

F_u , F_v , e F_σ são os termos de difusão.

Nas equações (3.1) e (3.2) é mantido a dependência de u e v com y . Isto é feito pois a deformação horizontal necessita desta dependência para manter a sua divergência horizontal nula.

Para o cálculo do movimento vertical é utilizada a equação (3.6). O procedimento é relativamente simples precisando apenas de uma condição de contorno para $\dot{\sigma}$. Entretanto, com a preocupação de manter as duas fronteiras de $\dot{\sigma}$ sob controle, é deduzida uma equação que permita o cálculo de Π no topo do modelo. A dedução é feita impondo que os movimentos verticais são nulos no topo e na superfície do modelo. Este tipo de problema não aparece para a coordenada σ dependente da pressão, sendo possível de uma

forma mais simples obter a condição desejada. Os demais valores para Π são obtidos através da equação (3.5).

Com as equações (3.1) - (3.6) juntamente com equação deduzida para cálculo de Π no topo do modelo, tem-se todas as equações necessárias para realização da integração. As equações são integradas numericamente do seguinte modo: primeiro integra-se (3.3) obtendo o campo de θ depois, através de (3.5) calcula-se os valores de Π . Utilizando-se a equação para cálculo de Π , juntamente com a equação (3.6) obtém-se o movimento vertical e por fim, integrando (3.1) e (3.2) calcula-se u e v .

A seguir serão apresentados dois tipos de procedimentos para obtenção de Π no topo do modelo, para movimento vertical nulo no topo e na superfície do modelo:

i) Escoamento incompressível

Este procedimento foi utilizado por Ross e Orlanski (1982). As equações utilizadas são (3.1), (3.3) e (3.4). Multiplicando-se (3.1), desprezando a variação em y , por Z^* e diferenciando o resultado em x :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u Z^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(Z^* \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \right) - \frac{\partial v Z^*}{\partial x} = \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{g \sigma}{2} \frac{\partial Z^{*2}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(Z^* g \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left(Z^* \theta \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) . \end{aligned} \quad (3.9)$$

Integrando (3.4) em σ da superfície até o topo e impondo-se como condição de contorno $\dot{\sigma}$ nulo no topo e na superfície tem-se :

$$\int_1^0 \frac{\partial u Z^*}{\partial x} d\sigma = 0 \quad (3.10)$$

Integrando (3.9) em σ e utilizando o resultado de (3.10) tem-se:

$$\begin{aligned} \int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta Z^* \frac{\partial \Pi_t}{\partial x} \right) d\sigma &= \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left(Z^* \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \dot{\sigma} \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right) \right) d\sigma + \\ \int_0^1 f \frac{\partial v Z^*}{\partial x} d\sigma - \frac{g}{4} \frac{\partial^2 Z^{*2}}{\partial x^2} - g \frac{\partial}{\partial x} \left(Z^* \frac{\partial A}{\partial x} \right) &+ \\ \int_0^1 \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta Z^* \frac{\partial \Pi_h}{\partial x} \right) d\sigma &. \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde:

$$\frac{\partial \Pi_h}{\partial \sigma} = -g \frac{Z^*}{\theta},$$

$$\Pi = \Pi_t + \Pi_h,$$

Π_h = função Π hidrostática;

Π_t = função Π no topo do modelo.

A partir de (3.11) é possível obter os valores de Π no topo do modelo. A solução analítica fecha o problema com todas as variáveis conectadas, entretanto, o procedimento numérico para integrar (3.11) é delicado e

merece uma atenção especial, principalmente na determinação do passo de tempo a ser utilizado. No apêndice A é apresentado o procedimento numérico utilizado para integrar (3.11) bem como a discussão quanto ao passo de tempo. A seguir, para ilustrar é apresentado o procedimento para um escoamento compressível.

ii) Escoamento compressível

Este procedimento a ser apresentado, foi utilizado por Ballentine (1982). As equações utilizadas para este procedimento são: hidrostática, continuidade e do estado, a saber:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} = -g \frac{z^*}{\theta} \quad , \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \underline{V} = 0 \quad , \quad (3.13)$$

$$p = \rho R T \quad . \quad (3.14)$$

Utilizando as equações (3.7), (3.8) e (3.14), tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{c_v}{R\Pi} \frac{d\Pi}{dt} - \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad , \quad (3.15)$$

substituindo (3.15) em (3.13) :

$$\frac{c_v}{R\Pi} \frac{d\Pi}{dt} - \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} + \nabla \cdot \underline{V} = 0 \quad . \quad (3.16)$$

Rearranjando os termos de (3.16), tem-se uma equação para o cálculo de $\dot{\sigma}$:

$$\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = - \frac{c_v}{R\Pi} \frac{d\Pi}{dt} + \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} + \nabla_H \cdot \underline{V} \quad , \quad (3.17)$$

onde : $\nabla_H = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j}$.

Diferenciando (3.12) no tempo, obtém-se uma equação para a tendência de Π :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} \right) = g \frac{z^*}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad , \quad (3.18)$$

integrando (3.18) em σ :

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{\partial \Pi_t}{\partial t} + \int_0^\sigma g \frac{z^*}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} d\sigma' \quad . \quad (3.19)$$

Definindo:

$$M = \frac{\partial \Pi}{\partial t} \quad ,$$

$$N = \int_0^\sigma g \frac{z^*}{\theta^2} \frac{\partial \theta}{\partial t} d\sigma' \quad .$$

Substituindo (3.15) em (3.17) :

$$\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{c_v}{R\Pi} \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} \dot{\sigma} = -\nabla_H \cdot \underline{V} - \frac{c_v}{R\Pi} (M + N) - \frac{c_v}{R\Pi} (\underline{V} \cdot \nabla_H \Pi) +$$

$$\frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad . \quad (3.20)$$

Definindo:

$$B(\sigma) = \frac{c_v}{R\Pi} \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} ,$$

$$F(\sigma) = - \nabla_H \cdot \underline{V} - \frac{c_v}{R\Pi} (M + N) - \frac{c_v}{R\Pi} (\underline{V} \cdot \nabla_H \Pi) + \frac{1d\theta}{\theta dt} .$$

Pode-se reescrever (3.20) :

$$\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} + B(\sigma) \dot{\sigma} = F(\sigma) . \quad (3.21)$$

A equação acima pode ser resolvida multiplicando-a por

$$\exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) :$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\sigma} \left(\dot{\sigma} \exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) \right) = \\ F(\sigma) \exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Finalmente é possível calcular M, impondo $\dot{\sigma} = 0$ no topo e na superfície do modelo:

$$\int_0^1 F(\sigma) \exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) d\sigma = 0 \quad (3.23)$$

Rearranjando os termos em (3.23) tem-se finalmente a equação para cálculo de Π no topo:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} \int_0^1 \frac{c_v}{R\Pi} \exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) d\sigma = \int_0^1 \left(\left[-\nabla_H \cdot \underline{V} - \frac{c_v}{R\Pi} N - \frac{c_v}{R\Pi} \underline{V} \cdot \nabla_H \Pi + \frac{1}{\theta} \frac{d\theta}{dt} \right] \exp \left(\int_0^\sigma B(\sigma') d\sigma' \right) \right) d\sigma . \quad (3.24)$$

A equação (3.24) permite o cálculo de Π no topo do modelo, mostrando também a importância dos termos de aquecimento diabático e do aquecimento numa coluna de ar (termo N) na determinação dos movimentos verticais, além é claro da convergência horizontal de massa.

3.3 - DEFORMAÇÃO HORIZONTAL

A forçante frontogenética utilizada é a deformação horizontal do escoamento. A formulação proposta para a deformação é semelhante a apresentada por Williams (1972), entretanto, uma modificação é feita para o sistema de coordenadas utilizado neste estudo. A forçante frontogenética apresenta algumas características físicas importantes que precisam ser mantidas nos experimentos numéricos: a estacionariedade, divergência horizontal nula, movimentos verticais nulos e a independência do campo de temperatura. Assim, o escoamento deformante pode ser definido da seguinte maneira:

$$u = - \frac{\partial \psi}{\partial y} , \quad (3.25a)$$

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial x} , \quad (3.25b)$$

$$\dot{\sigma} = 0 \quad , \quad (3.25c)$$

$$\theta = 0 \quad , \quad (3.25d)$$

$$\psi = - D x y \quad , \quad (3.26)$$

$$\text{onde: } D = 2,5 \times 10^{-5} \text{s}^{-1} \quad ,$$

$$Z^* = \text{constante.} \quad (3.27)$$

Ao substituir as definições (3.25) e (3.27) nas equações (3.1) e (3.2), pode ser constatada a estacionaridade da solução proposta. As variáveis do campo deformante têm componente na direção "y" para permitir que a divergência horizontal seja nula, garantindo movimentos verticais nulos no campo deformante. Desta forma, as equações (3.1) e (3.2) ficam :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -g \frac{\partial A}{\partial x} \quad , \quad (3.28)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -g \frac{\partial A}{\partial y} \quad . \quad (3.29)$$

Usando-se as definições (3.25), juntamente com (3.26) nas equações (3.28) e (3.29) :

$$D^2 x + fDy = -g \frac{\partial A}{\partial x} \quad , \quad (3.30)$$

$$D^2y + fDx = -g \frac{\partial A}{\partial y} . \quad (3.31)$$

Integrando (3.30) em x e diferenciando com relação a y obtem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{dB}{dy} - \frac{fDx}{g} . \quad (3.32)$$

Substituindo (3.32) em (3.31) e integrando tem-se:

$$B = B_0 - \frac{D^2y^2}{2g} . \quad (3.33)$$

Por conveniência, B_0 será assumido igual a zero. Finalmente, substituindo (3.33) em (3.32) tem-se:

$$A(x,y) = - \frac{D^2}{2g} \left(x^2 + y^2 \right) - \frac{fDxy}{g} . \quad (3.34)$$

A solução numérica encontrada para a deformação foi testada para se certificar de sua estacionaridade como mencionado no início desta seção. O modelo numérico foi iniciado com as variáveis da deformação e integrado durante vinte cinco horas, mostrando-se estacionário. No apêndice B é apresentado o procedimento numérico utilizado para obtenção da função $A(x,y)$, e das componentes horizontais do escoamento com deformação. As Fig. 3.1 e 3.2 mostram os campos de ψ e $A(x,y)$ obtidos das equações (3.26) e (3.34).

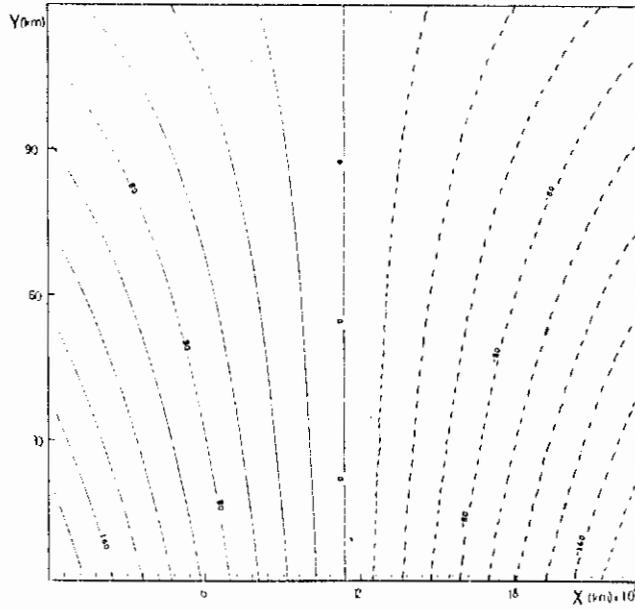


Fig. 3.1 - Função Linha de Corrente ψ (m^2s^{-1}) $\times 10^{-3}$

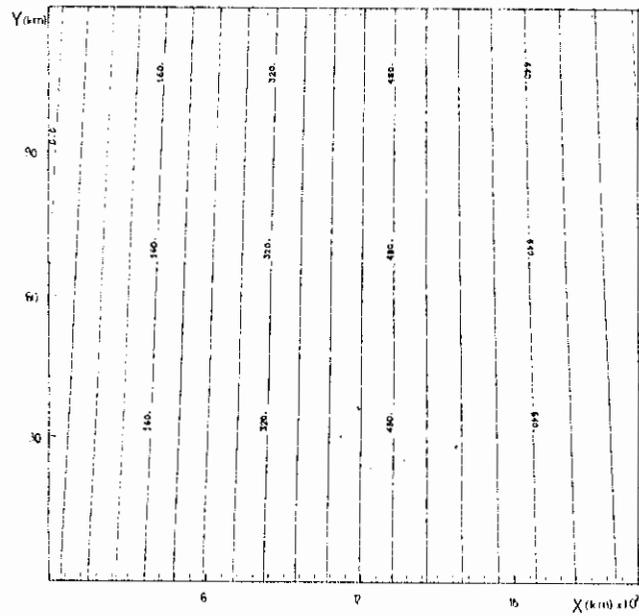


Fig. 3.2 - Função $A(x,y)$ (m)

3.4 - CAMPO BAROCLÍNICO

O campo baroclínico, ao qual será adicionado o escoamento com deformação horizontal, tem as seguintes características: i) divergência horizontal nula; ii) incompressibilidade; iii) movimentos verticais nulos. Estas condições implica que, caso não exista nenhuma perturbação no campo inicial, ele permanecerá estacionário. Apesar de ser um campo teórico, há uma preocupação em se manter as variáveis deste campo próximo aos valores climatológicos para as latitudes médias. Para satisfazer as condições acima, é imposto o balanço geostrófico. Nesta condição de equilíbrio a função $A(x,y)$ é nula. Consequentemente o campo baroclínico tem a seguinte forma:

$$-fv = -\theta \frac{\partial \Pi}{\partial x} - g\sigma \frac{\partial Z^*}{\partial x}, \quad (3.35)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = 0, \quad (3.36)$$

$$\nabla_H \cdot \left(Z^* \frac{V}{\sigma} \right) = 0, \quad (3.37)$$

$$\theta \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma} = -g Z^*. \quad (3.38)$$

Para integrar este conjunto de equações são necessárias algumas condições iniciais.

A função Π é mantida constante em toda superfície, enquanto que os campos de θ e Z^* são definidos pelas expressões:

$$\theta(x, \sigma) = \theta_0(\sigma) + \frac{32\sigma}{\pi} \operatorname{atan} \left(\frac{2(x-x_1)}{(x_f-x_1)} - 1 \right), \quad (3.39)$$

$$Z^* = \text{constante}, \quad (3.40)$$

onde:

$$x_1 \leq x \leq x_f \quad \text{e}$$

$$\theta_0(\sigma) = 288,0 + (2,5 \times 10^{-3}) (\sigma Z^* + zt) .$$

x_1 e x_f representam os limites inicial e final do intervalo utilizado no modelo numérico na direção x . Na seção 3.7 são dadas mais informações sobre o modelo numérico utilizado. Na Fig. 3.3 é apresentado a distribuição espacial do campo de temperatura potencial inicial, obtido a partir da equação (3.39).

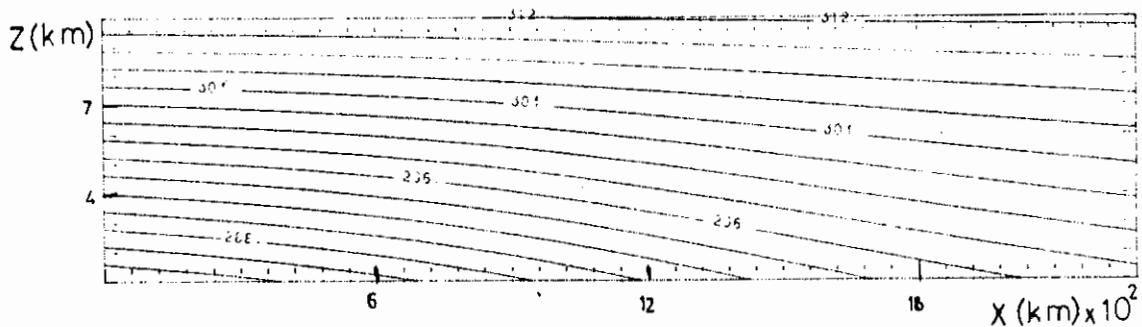


Fig. 3.3 - Temperatura Potencial (K)

As equações (3.35) - (3.38) são integradas juntamente com as condições iniciais (3.39) e (3.40). Usando-se esquemas de diferenças finitas centradas no espaço e no tempo calcula-se a variável Π utilizando-se a equação (3.38), e a velocidade v utilizando-se (3.35). Para

estes cálculos é feito um processo interativo, entre as equações (3.35) e (3.38), afim de minimizar o erro resultante do desequilíbrio que existe entre as forças do gradiente de pressão e a de Coriolis devido a grade alternada (C de Arakawa) utilizada no experimento. No apêndice C pode ser encontrado o procedimento numérico utilizado para obter a solução do campo baroclínico.

Como no caso do campo com deformação, a solução numérica encontrada para o campo inicial foi testada para ver sua estacionaridade. Desta feita, o modelo numérico foi iniciado com as variáveis do campo baroclínico e integrado durante vinte cinco horas, mostrando-se estacionário. Nas Figs. 3.4 e 3.5 estão os campos de v e Π , obtidos com o equilíbrio proposto.

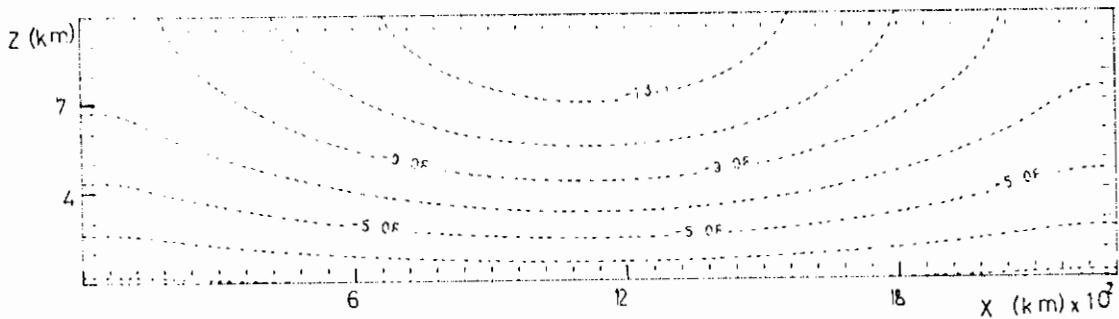


Fig. 3.4 - Velocidade Paralela (ms^{-1})

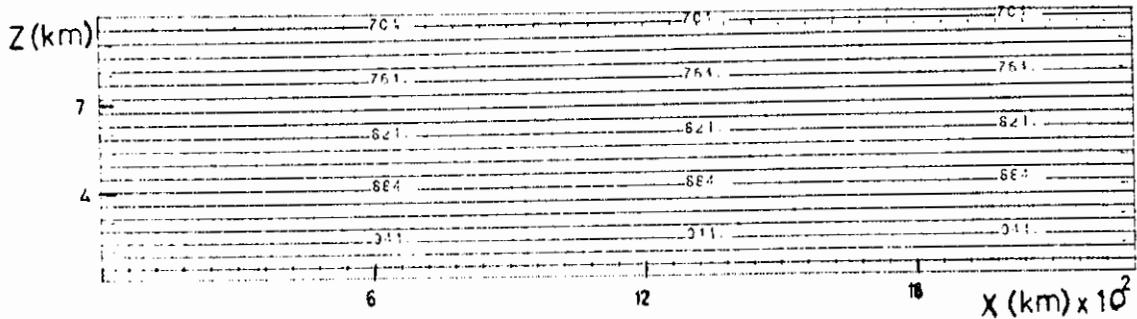


Fig. 3.5 - Função Π ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)

3.5 - CAMPO INICIAL TOTAL

Tendo-se obtido os campos com deformação e baroclínico é possível realizar os experimentos frontogenéticos. Os campos deformante e baroclínico somados ficam:

$$u(x, \sigma, t) = Dx + u'(x, \sigma, t), \quad (3.41a)$$

$$v(x, y, \sigma, t) = Dy + v'(x, \sigma, t), \quad (3.41b)$$

$$\sigma(x, \sigma, t) = \sigma'(x, \sigma, t), \quad (3.41c)$$

$$\Pi(x, \sigma, t) = \Pi'(x, \sigma, t), \quad (3.41d)$$

$$\theta(x, \sigma, t) = \theta'(x, \sigma, t), \quad (3.41e)$$

$$A(x, y) = A(x, y), \quad (3.41f)$$

$$Z^* = \text{constante}. \quad (3.41g)$$

As variáveis marcadas com "'" referem-se ao campo baroclínico. A inclusão da dependência temporal neste campo é devido a quebra da estacionaridade quando o campo com deformação também é considerado. Substituindo as equações (3.41) nas equações (3.1) - (3.6), e (3.11) tem-se:

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + Dx \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial (u' + Dx)}{\partial x} + \dot{\sigma}' \frac{\partial u'}{\partial \sigma} - fv' = -$$

$$\theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial x} + Fu, \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + Dx \frac{\partial v'}{\partial x} + u' \frac{\partial v'}{\partial x} + \dot{\sigma}' \frac{\partial v'}{\partial \sigma} + fu' = Fv, \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + (Dx + u') \frac{\partial \theta'}{\partial x} + \dot{\sigma}' \frac{\partial \theta'}{\partial \sigma} = F_\theta + \dot{Q}, \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial u' z^*}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\sigma}' z^*}{\partial \sigma} = 0 , \quad (3.45)$$

$$\theta' \frac{\partial \Pi'}{\partial \sigma} = - g z^* , \quad (3.46)$$

$$\int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(z^* \theta' \frac{\partial \Pi'_t}{\partial x} \right) d\sigma = - \int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(z^* \theta' \frac{\partial \Pi'_h}{\partial x} \right) d\sigma -$$

$$\int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(z^* D_x \frac{\partial u'}{\partial x} \right) d\sigma - \int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(z^* u' \frac{\partial}{\partial x} (u' + D_x) \right) d\sigma +$$

$$\int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} (f v' z^*) d\sigma - \int_1^0 \frac{\partial}{\partial x} \left(z^* \dot{\sigma} \frac{\partial u'}{\partial \sigma} \right) d\sigma . \quad (3.47)$$

As equações (3.42) - (3.47) estão na forma utilizada na integração do modelo numérico. O desequilíbrio, provocado pela deformação começa a ser sentido pelo campo de temperatura potencial através do segundo termo do lado esquerdo da equação (3.44). A partir daí começam a interagir os demais termos das outras equações.

Na seção 3.7 são apresentadas as características gerais do modelo numérico que está sendo empregado para integrar as equações (3.42) - (3.47).

3.6 - LIBERAÇÃO DE CALOR LATENTE

A umidade do ar muitas vezes tem um papel fundamental no desenvolvimento de fenômenos atmosféricos. Seu efeito pode ser sentido através da liberação de calor latente por diferentes processos físicos, como por exemplo: condensação do vapor d'água, evaporação de gotas de chuvas

e evaporação das nuvens. Existem diferentes métodos de parametrização de umidade a fim de se estudar seus efeitos na produção, evolução e desenvolvimento de fenômenos atmosféricos. Alguns destes procedimentos partem do princípio de que a atmosfera seja totalmente saturada, de tal forma que, havendo movimentos ascendentes as parcelas de ar úmido se condensarão liberando calor latente. No presente estudo utiliza-se um procedimento adaptado de Bennets e Hoskins (1979), cuja formulação matemática é:

$$\frac{d\theta}{dt} = \delta w F(z) \quad , \quad (3.48)$$

$$F(z) = \frac{\partial \theta}{\partial z} = \begin{cases} \frac{-3,0 \times 10^{-6} z}{3,2} + 3,0 \times 10^{-2} & \\ 0 & \text{se } z \geq 8 \text{ km} \end{cases} \quad (3.49)$$

onde:

$$\delta = \begin{cases} 1 & w > 0 \\ 0 & w < 0 \end{cases} \quad .$$

A função $F(z)$ é obtida a partir de uma atmosfera padrão.

Este esquema de parametrização de calor latente pode produzir regiões com forte aquecimento, gerando instabilidades convectivas, as quais se deseja evitar pois acarretam instabilidades numéricas. A fim de contornar este problema é utilizada uma função filtro do tipo Shuman (1957) que redistribui horizontalmente o aquecimento na função $F(z)$. Em diferenças finitas tem-se:

$$\hat{F}_{jk} = F_{jk} + 0.25 (F_{j+1k} - 2 F_{jk} + F_{j-1k}) \quad (3.50)$$

Onde:

\hat{F}_{jk} - valor filtrado da função F_{jk} .

O procedimento numérico utilizado foi calcular $F(z)$ em todos os pontos e, aplicando-se depois a equação (3.50) para filtrar os valores de $F(z)$. Este tipo de filtragem amortece as ondas curtas existentes.

Como pode ser visto pelas equações acima o efeito do aquecimento devido a condensação será assimilado pelo campo de temperatura potencial através da equação da energia termodinâmica.

Existem outros procedimentos para inclusão dos efeitos da umidade, tais como os utilizados por Hsie et al. (1984) e Innocentini (1986). O método utilizado depende do tipo de fenômeno a ser estudado e, também da precisão que se deseja para os resultados. Entretanto, muitas vezes o custo computacional tornam certos métodos inviáveis.

3.7 - MODELO NUMÉRICO

O modelo utiliza sistema de coordenadas cartesiano no plano horizontal e coordenada σ na direção vertical, onde as equações são integradas usando-se esquemas de diferenças finitas. As variáveis do modelo estão distribuídas em grades do tipo alternada (tipo C de Arakawa). As Figs. 3.6 e 3.7 mostram a distribuição horizontal e vertical das variáveis.

Como esquema de integração numérica é utilizado o esquema Euler-Backward (Haltiner e Williams, 1980). Este esquema, devido a sua composição, gera soluções amortecidas, principalmente para as ondas de alta

frequência (ondas de gravidade). Já as ondas de baixa frequência sofrem pouco amortecimento.

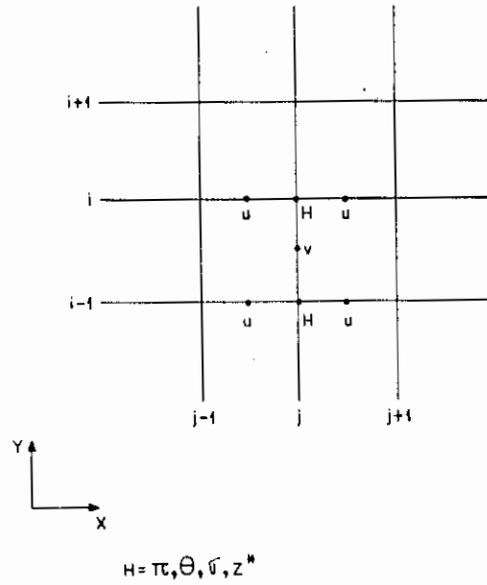


Fig. 3.6 - Grade Horizontal (tipo C de Arakawa).

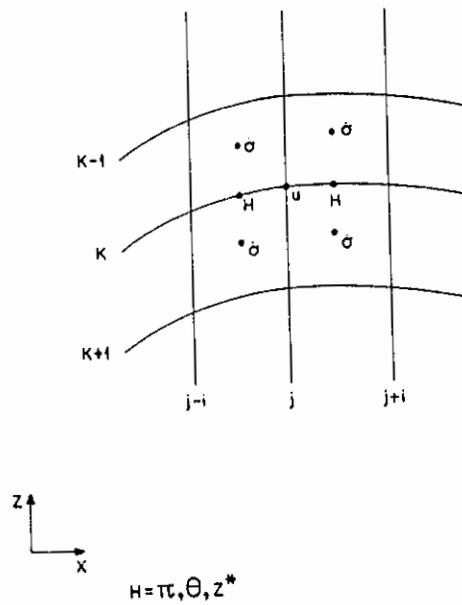


Fig. 3.7 - Grade Vertical

A fim de evitar instabilidades numéricas, inerentes aos esquemas de diferenças finitas, é acrescentado um termo extra às equações prognósticas do modelo. São os termos de difusão representados por: F_u , F_v e F_θ . Estes termos obedecem a seguinte relação:

$$F_\lambda = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(K_\lambda \frac{\partial \lambda}{\partial s} \right) \quad (3.51)$$

onde:

$$\lambda = \theta, u, v,$$

$$s = x, \sigma,$$

K_λ é o coeficiente de difusividade para variável λ em questão. K_λ é considerado como sendo constante, assim a equação (3.51) pode ser escrita:

$$F_\lambda = K_\lambda \frac{\partial^2 \lambda}{\partial s^2} . \quad (3.52)$$

Os valores de K_λ usados nos experimentos serão apresentados na discussão dos resultados. No entanto existe um limite para estes valores, que são obtidos a partir da análise de instabilidade da solução para a equação da difusividade (Haltiner e Williams, 1980). Os limites de K_λ (para o caso explícito) são:

$$K_\lambda \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \leq \frac{1}{2} . \quad (3.53)$$

Os campos (deformação e baroclínico), considerados básicos para o experimento, foram obtidos sem a inclusão dos termos de difusão.

O modelo numérico possui 10 níveis na vertical. Os valores JM e KM representam o número de pontos nas direções horizontal e vertical respectivamente. Com JM = 40, KM = 10, espaçamento na horizontal $\Delta x = 60$ km, espaçamento na vertical $\Delta \sigma = 0.1$, espaçamento no tempo $\Delta t = 300$ s, $z_t = 10$ km e $f = -1,03 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

Da desigualdade (3.53) foram obtidos os valores limites dos coeficientes de difusividade, a saber:

$$K_{\lambda} \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta s^2}{\Delta t} . \quad (3.54)$$

Substituindo os valores de Δx e $\Delta \sigma$ em Δs^2 na equação (3.53) tem-se:

$$K_{\lambda H} \leq 10^7 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \quad \text{e} \quad (3.55)$$

$$K_{\lambda V} \leq 10^{-5} \text{ s}^{-1} , \quad (3.56)$$

onde $K_{\lambda H}$ e $K_{\lambda V}$ representam respectivamente os coeficientes de difusividade para as direções horizontal e vertical respectivamente. O mesmo valor para os coeficientes de u , v e θ é usado nos experimentos:

$$K_{\lambda H} = 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} , \quad (3.57)$$

$$K_{\lambda V} = 10^{-5} \text{ s}^{-1} . \quad (3.58)$$

Comparando os valores dos coeficientes de difusividade acima, utilizados nos experimentos, com os valores limites impostos por (3.55) e (3.56), observa-se que, a difusividade vertical é o principal termo no processo de estabilização numérica do modelo.

As condições de contorno laterais representam uma grande dificuldade para os experimentos numéricos em modelos de área limitada. Os resultados podem ser totalmente comprometidos, caso não seja dada uma atenção especial a este problema. As condições de contorno precisam ser adequadas para que o problema matemático seja bem definido e para evitar a geração ou reflexão de ondas nas fronteiras. Neste experimento, as variáveis prognósticas (u,v,θ) têm fronteiras do tipo radiacional (Orlanski, 1976). A variável σ é mantida como zero no topo e na superfície; na direção horizontal é utilizada como condição de contorno derivada segunda nula. A variável Π é calculada a partir do equilíbrio hidrostático (3.6), no entanto, suas fronteiras horizontais são calculadas impondo também derivada segunda nula.



CAPÍTULO 4RESULTADOS

Neste capítulo são discutidos os experimentos de frontogênese realizados neste trabalho. A proposta inicial é a geração de frentes atmosféricas para escoamentos adiabático e quando os efeitos da parametrização da liberação de calor latente de condensação são incluídos.

Para auxiliar na compreensão dos processos frontogenéticos são traçadas isolinhas representando a circulação transversal à frente (circulação ageostrófica). Para obtenção dessas isolinhas é definida uma função linha de corrente obtida da equação (3.47). Assim, tem-se:

$$\frac{\partial u'Z^*}{\partial x} + \frac{\partial \dot{\sigma}'Z^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (4.1)$$

definindo:

$$u'Z^* = - \frac{\partial \psi_{ag}}{\partial \sigma}, \quad (4.2)$$

$$\dot{\sigma}'Z^* = \frac{\partial \psi_{ag}}{\partial x}. \quad (4.3)$$

Substituindo (4.2) e (4.3) em (4.1) verifica-se que a igualdade de (4.1) permanece válida. A função ψ_{ag} (circulação transversal) é obtida integrando (4.2) em σ :

$$\psi_{ag}(x, \sigma) = \psi_{ag}(x, 1) - \int_1^{\sigma} u'(x, \sigma') Z^* d\sigma', \quad (4.4)$$

por hipótese $\dot{\sigma} = 0$ em $\sigma = 1$ e $\sigma = 0$, assim tem-se:

$$\frac{\partial \psi_{ag}(x, l)}{\partial x} = 0 \quad \therefore \quad \psi_{ag}(x, l) = \text{constante.}$$

Na seção 4.1 são apresentados os resultados para o experimento seco (movimentos adiabáticos), na seção 4.2 são apresentados os resultados para a inclusão de um esquema de parametrização da liberação de calor latente.

4.1 - EXPERIMENTO SECO

O experimento seco é a integração das equações da seção 3.5, com a equação da energia termodinâmica para um escoamento adiabático ($\dot{Q} = 0$). Neste experimento só a deformação horizontal está atuando, os termos não lineares da equação da energia termodinâmica são os primeiros termos a atuarem na frontogênese.

O campo inicial de temperatura potencial segue a forma dada pela equação (3.39), o gradiente horizontal de temperatura potencial enfraquece com a altura tendo seu máximo próximo à superfície e seu mínimo próximo ao topo.

Na Fig. 4.1 é apresentado os desvios da temperatura potencial em relação ao campo inicial. Nesta figura pode se ver o desenvolvimento da frente e sua evolução temporal, as linhas tracejadas representam as regiões onde ocorreu resfriamento e, as linhas cheias representam as regiões onde ocorreu aquecimento, a interface destas duas regiões é o que se denomina de frente. Os valores máximos do gradiente horizontal de θ por nível ocorreram próximos à isolinha zero, inclusive acompanhando sua inclinação com a altura. Na Fig. 4.1b observa-se a formação de um segundo máximo no gradiente horizontal de θ , próximo a segunda isolinha zero nos níveis sobre a frontogênese próximo à superfície. A Fig. 4.1c

mostra que esta isolinha alcançou os níveis intermediários. Isto ocorreu devido aos movimentos ascendentes, sobre a frontogênese, serem mais efetivos no transporte dos campos de θ nesta região. Os valores máximos, tanto de aquecimento quanto de resfriamento, se desenvolveram nos baixos níveis próximos à superfície. Esta configuração ocorreu inicialmente devido a confluência ser mais efetiva nos baixos níveis (o gradiente horizontal de θ enfraquece com a altura). Com o decorrer do tempo, a circulação transversal passa a auxiliar no transporte horizontal e vertical de θ , redistribuindo o aquecimento ocorrido na região frontogenética. A Fig. 4.1 pode ser confrontada com a Fig. 4.2, possibilitando uma visualização mais clara da frontogênese. Na Fig. 4.2 são apresentados os valores de θ , nesta figura nota-se claramente a intensificação do gradiente de θ nos níveis inferiores com o decorrer do tempo. O máximo do gradiente horizontal de θ nas primeiras oito horas de integração foi de $1,62 \times 10^{-2}$ K/km, localizado em $x = 1.320$ km e na superfície. Nos estágios finais da integração do experimento (25 horas), o gradiente horizontal de θ chegou a $6,086 \times 10^{-2}$ K/km. A sua localização agora ocorreu em $x = 1.560$ km e na superfície.

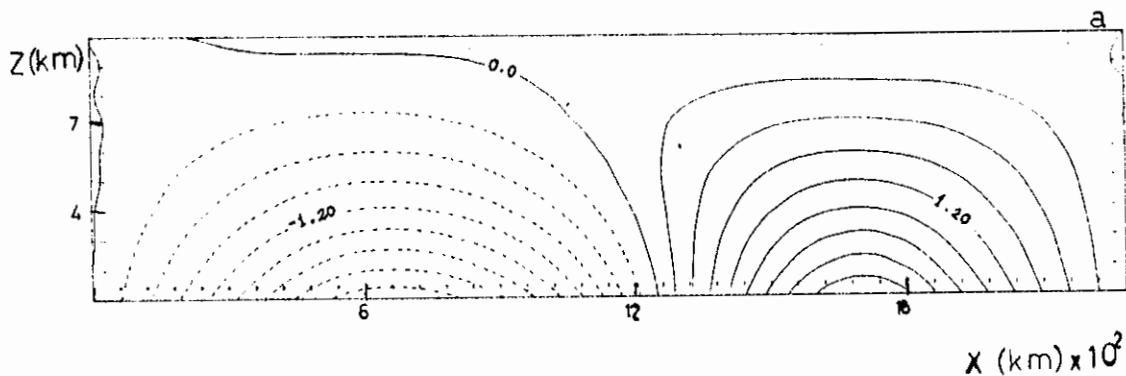


Fig. 4.1 - Desvio da temperatura potencial em relação ao instante inicial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h. (continua)

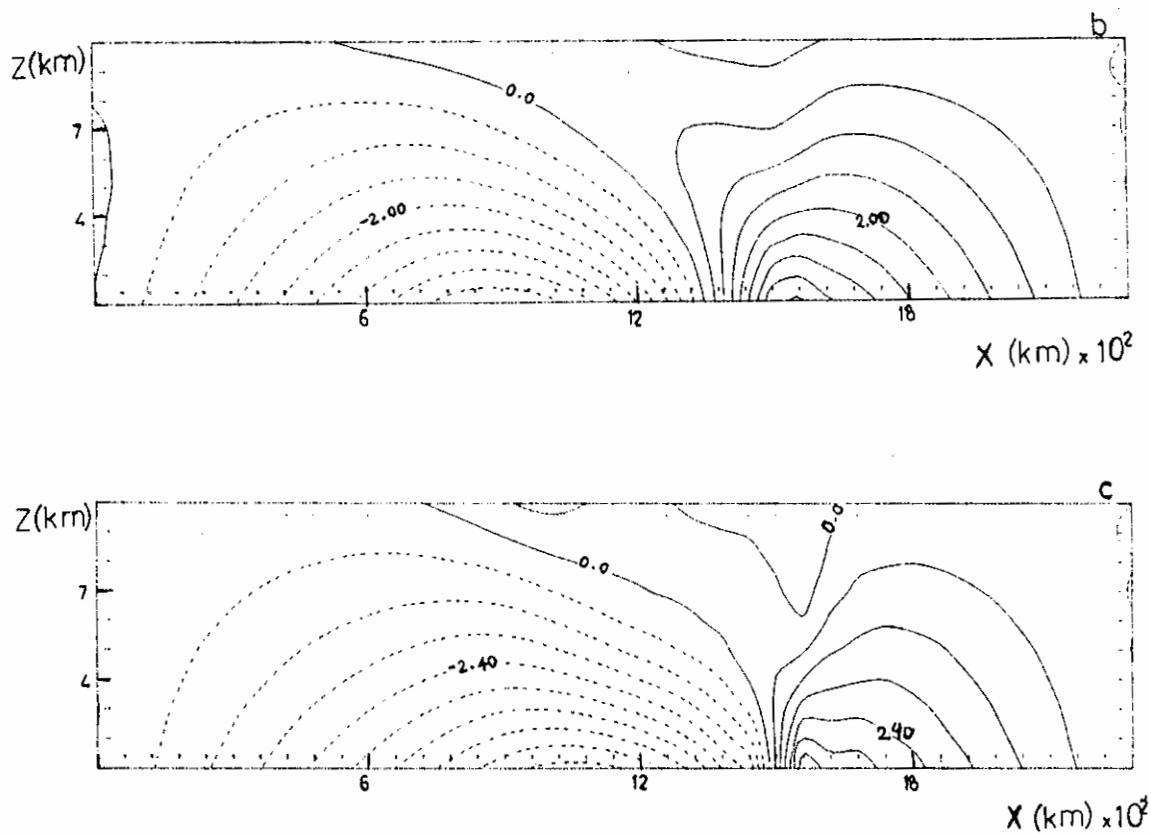


Fig. 4.1 - Conclusão.

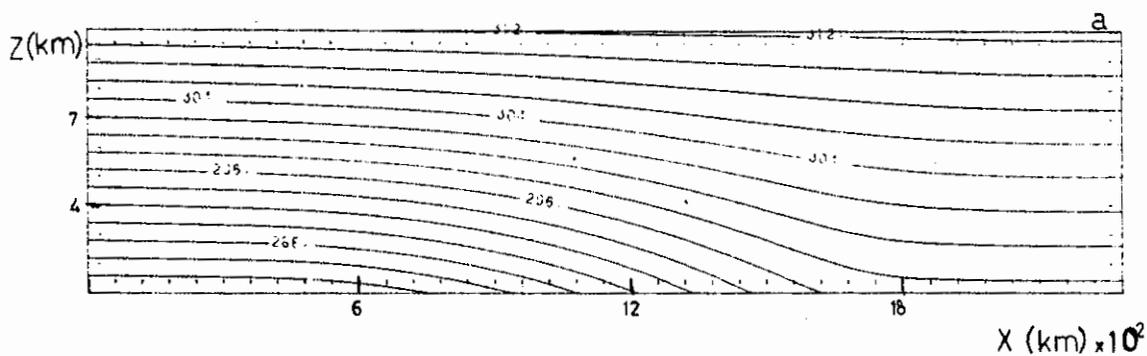


Fig. 4.2 - Temperatura Potencial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h.
c) 25 h. (continua)

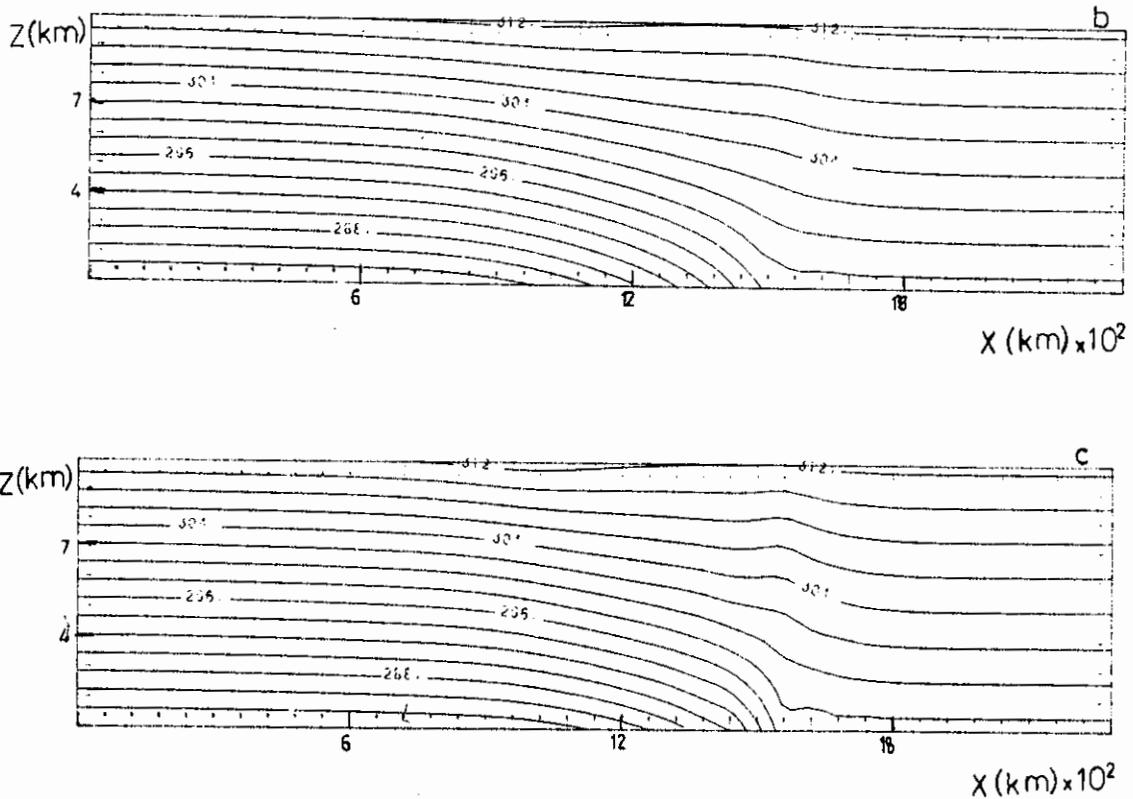


Fig. 4.2 - Conclusão.

Em resposta à confluência do escoamento deformante, cruzando as isoterms, desenvolve-se uma circulação transversal direta (ar ascendente no lado quente e ar subsidente no lado frio). O escoamento deformante tende a concentrar as isoterms numa determinada região próxima a superfície onde ocorre a maior taxa de variação de temperatura. A circulação transversal atua em sentido contrário, ou seja, recupera o estado inicial alterado pelo escoamento deformante. Na Fig. 4.3 é apresentada a configuração da circulação transversal e sua evolução temporal. Nota-se o desenvolvimento de movimentos ascendentes na região mais aquecida e movimentos subsidentes nas regiões mais frias. Os movimentos verticais foram mais intensos nos níveis intermediários, após 25 horas de integração os movimentos ascendentes chegaram a

23cm/s, localizado em $x = 1.620$ km e $z = 4$ km. Por outro lado, os movimentos subsidentes são mais distribuídos espacialmente enquanto os movimentos ascendentes são concentrados sobre a região frontogenética. No entanto, em módulo seus valores foram quase uma ordem de grandeza inferior aos movimentos ascendentes. Nos instantes finais os movimentos subsidentes alcançaram 5,8 cm/s, em $x = 1.320$ e $z = 5$ km.

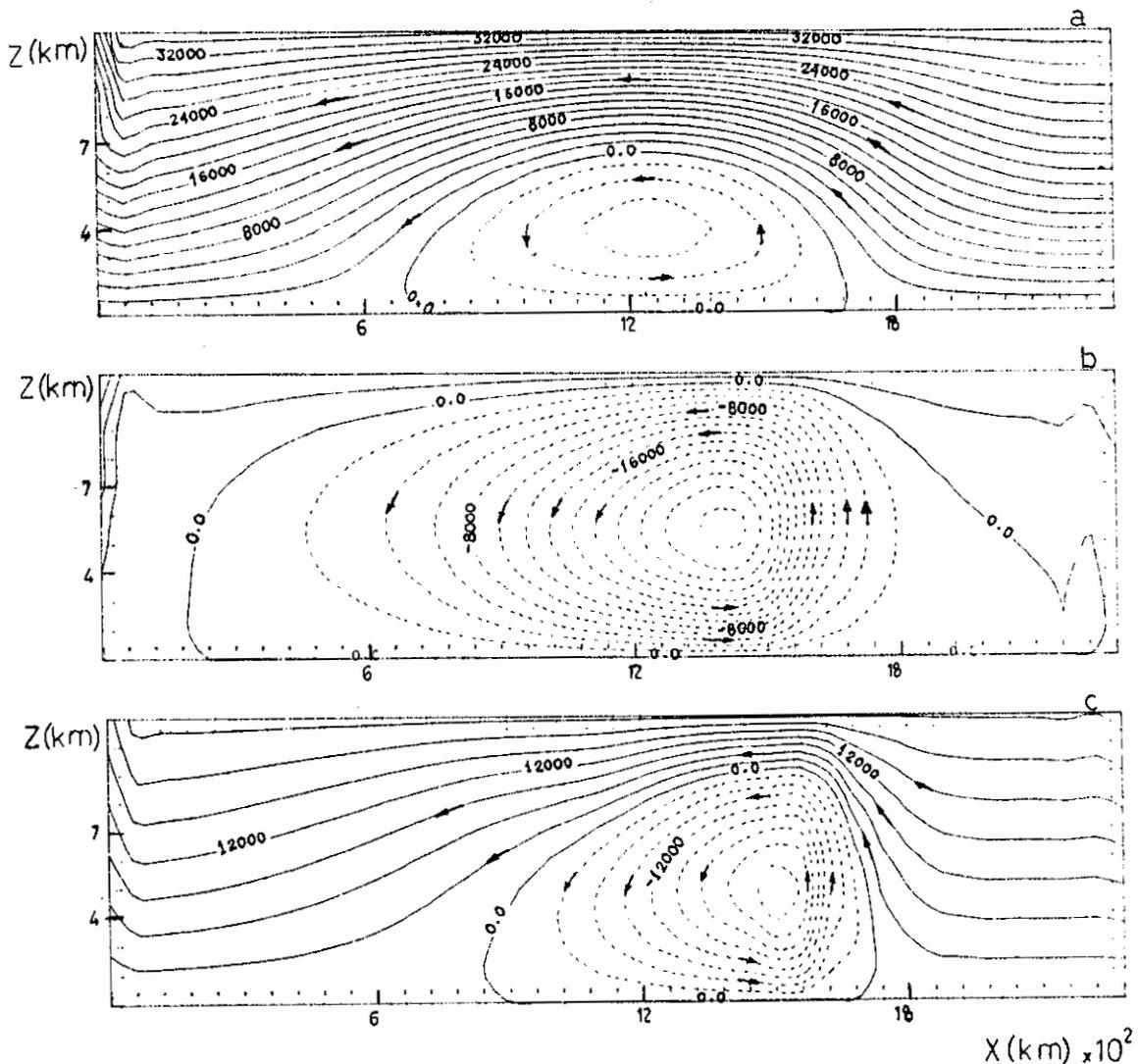


Fig. 4.3 - Circulação transversal ψ_{ag} (m^2s^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.

Por outro lado, desenvolveu-se um vento transversal à frente positivo nos níveis inferiores e negativo nos níveis superiores. O valor máximo desta componente ocorreu nos níveis inferiores sobre a região frontogenética. Na Fig. 4.4 é apresentada a configuração e a evolução temporal da componente transversal. A Fig. 4.4c mostra o desenvolvimento de uma divergência nos níveis inferiores, no lado mais frio em relação a região de máximos valores da componente transversal e uma região de convergência nos níveis inferiores no lado mais aquecido. Possivelmente isto seja devido aos movimentos verticais. Nestas regiões os movimentos verticais são mais eficientes no transporte de temperatura, gerando inversões no gradiente horizontal de temperatura potencial.

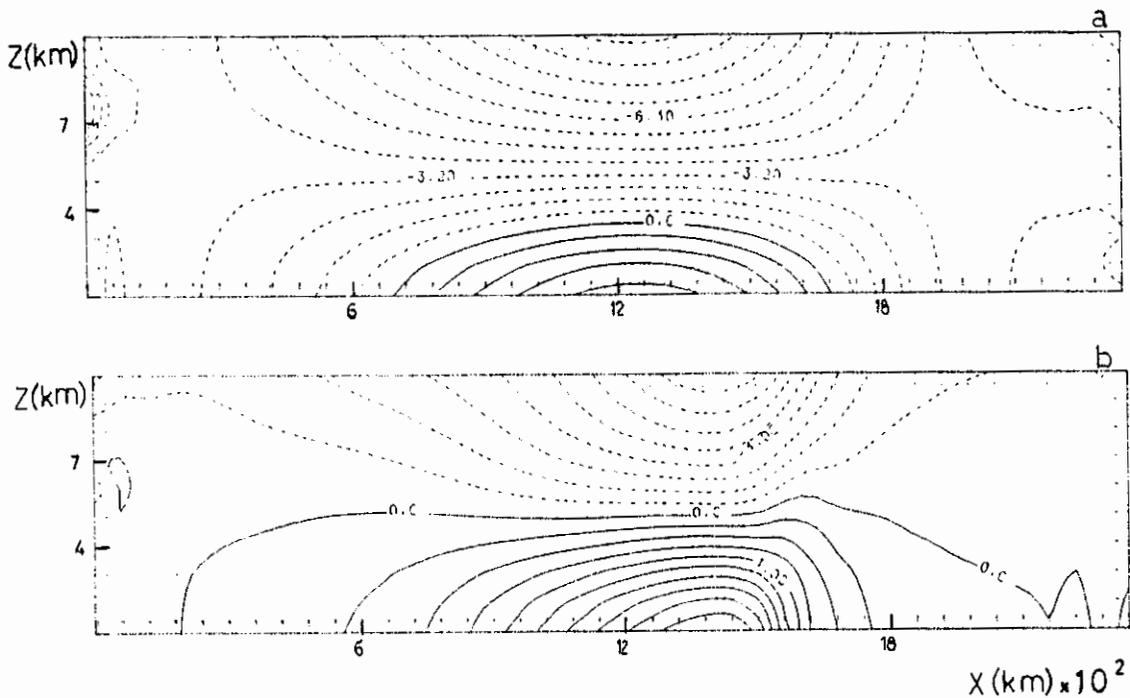


Fig. 4.4 - Componente transversal (ms^{-1}).
 b) 16,7 h. c) 25 h.

a) 8,3 h.
 (continua)

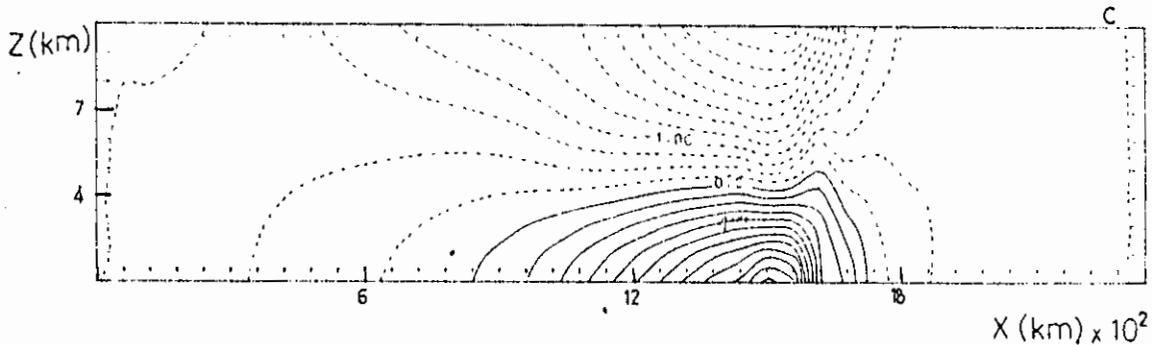


Fig. 4.4 - Conclusão.

A componente do vento paralela à frente sofreu algumas alterações, tanto em módulo quanto em direção. Na Fig. 4.5 é apresentada a sua configuração e evolução temporal. Nos níveis superiores houve uma intensificação nos valores desta variável, sem no entanto alterar sua localização. No decorrer do tempo nota-se a formação de um jato de níveis superiores. Comparando a Fig. 4.4 com a Fig. 4.1 observa-se que sua posição é mais a esquerda em relação a região frontogenética próximo à superfície. Nos níveis inferiores ocorreu um enfraquecimento desta componente, principalmente na região próxima à frontogênese, chegando a mudar de direção nos estágios finais. A força de Coriolis é o principal agente físico na determinação desta configuração da componente paralela. Uma forma simples de entender este raciocínio é reescrever a equação (3.43) na seguinte forma:

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = fu'. \quad (4.1)$$

Assim sendo, nos níveis inferiores u' é positivo e acelera com o tempo induzindo valores positivos para v' (Hemisfério Sul). Inicialmente v' é negativo em todos os níveis e com o passar do tempo tende a inverter seu sinal, tornando-se positivo. Nos níveis superiores ocorre o contrário, os

valores de u' são negativos e aceleram na direção negativa. Desta forma os valores de v' continuam negativos e mais fortes.

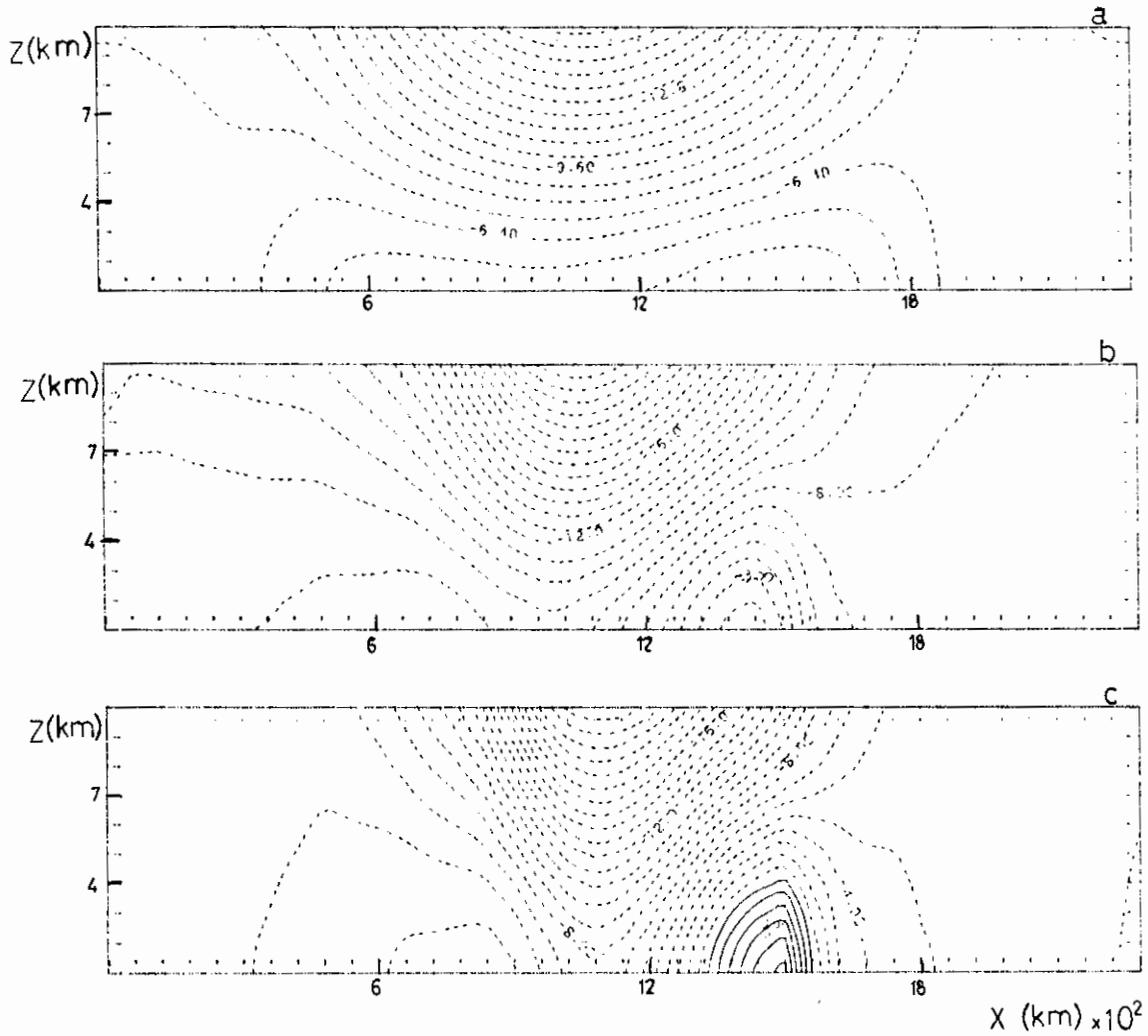


Fig. 4.5 - Componente paralela (ms^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h
c) 25 h.

A configuração e evolução temporal da vorticidade relativa é mostrada na Fig. 4.6. Uma região de vorticidade ciclônica próxima a região frontogenética é

gerada próximo à superfície no lado mais quente e nos níveis superiores prevaleceu uma região anticiclônica. No lado mais frio ocorreu algo semelhante porém de forma assimétrica. Com o decorrer do tempo a vorticidade ciclônica junto à frontogênese e as configurações anticiclônicas e ciclônicas no meio da grade tornaram-se mais intensas.

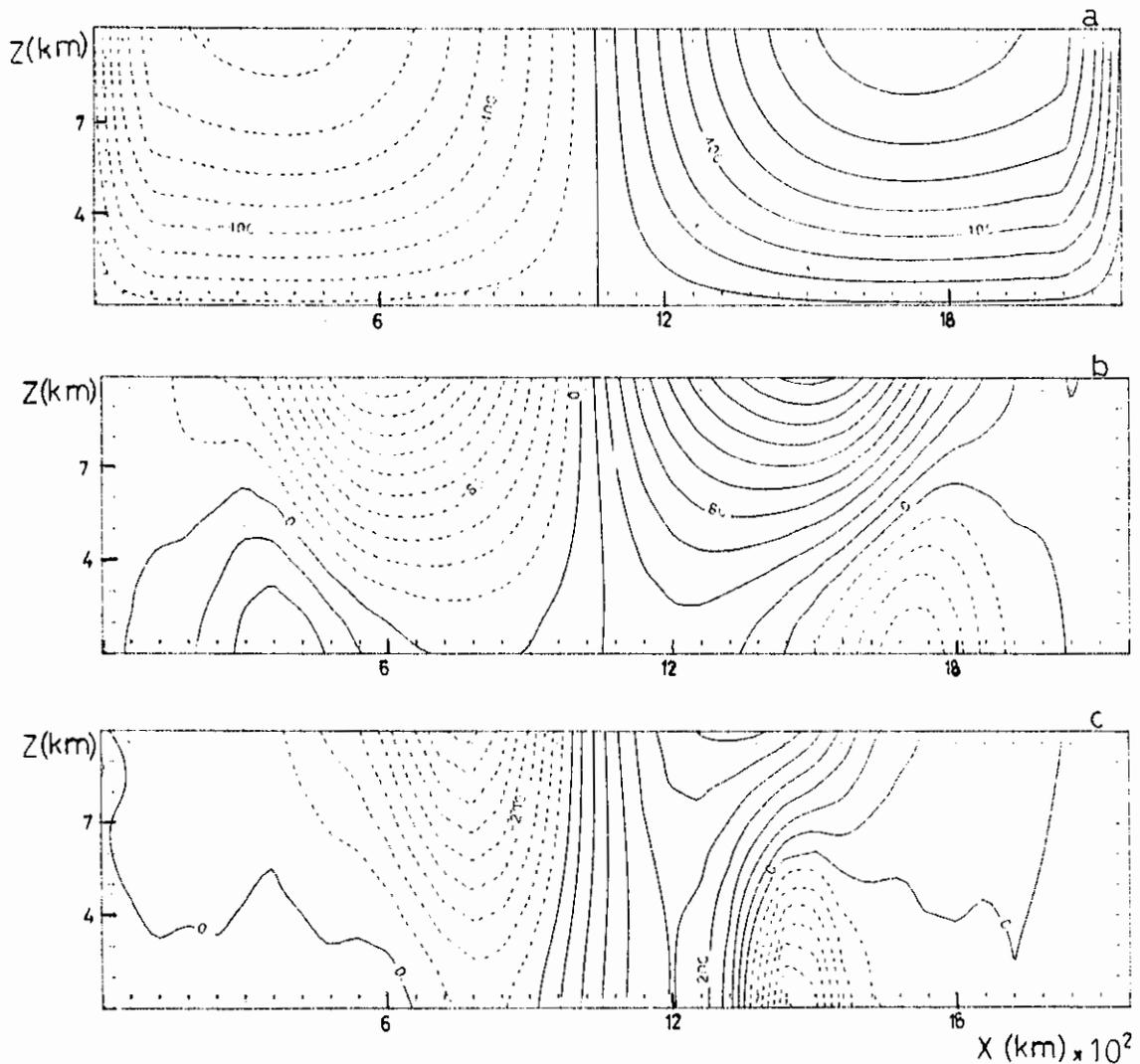


Fig. 4.6 - Vorticidade relativa (s^{-1}) $\times 10^{-8}$. a) 0,0 h. b) 8,3 h. c) 16,7 h. d) 25 h. (continua)

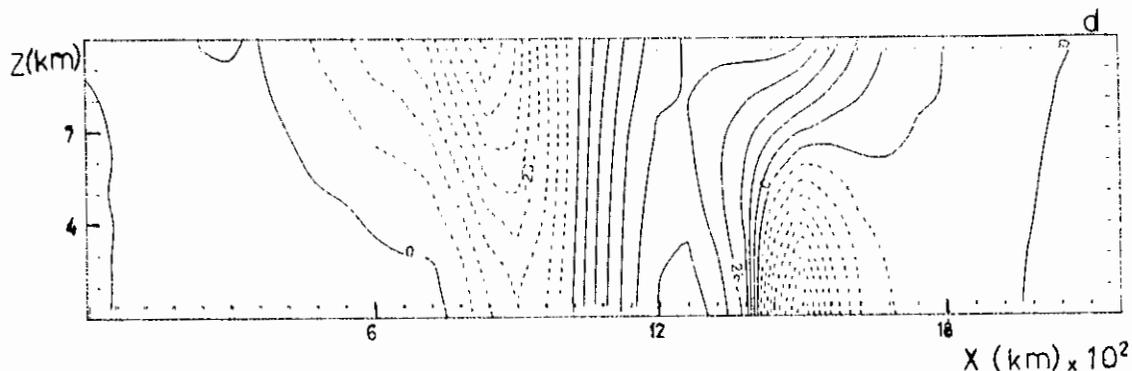


Fig. 4.6 - Conclusão.

4.2 - INCLUSÃO DO CALOR LATENTE

As condições iniciais deste experimento são as mesmas para o experimento anterior, acrescido da inclusão da parametrização da liberação de calor latente.

A inclusão dos efeitos da umidade através desta parametrização gerou uma região frontogenética mais intensa, se comparada com o experimento básico. Na Fig. 4.7 é apresentado os desvios de θ em relação aos valores iniciais, os quais devem ser comparados com os da Fig. 4.1. Com o decorrer do tempo a região frontogenética nos níveis inferiores, onde ocorreram os maiores valores do gradiente horizontal de θ , tornou-se mais evidente. Como na Fig. 4.1, os valores máximos do gradiente horizontal de θ por nível ocorreram próximos a isolinha zero. Para este experimento a inclinação com a altura foi mais significativa. No entanto devido a liberação de calor latente, ocorreu um aquecimento mais intenso sobre a região frontogenética e uma segunda isolinha zero, observada nas Figs. 4.1b e 4.1c não são tão evidentes para este experimento, sendo observadas somente nos níveis superiores.

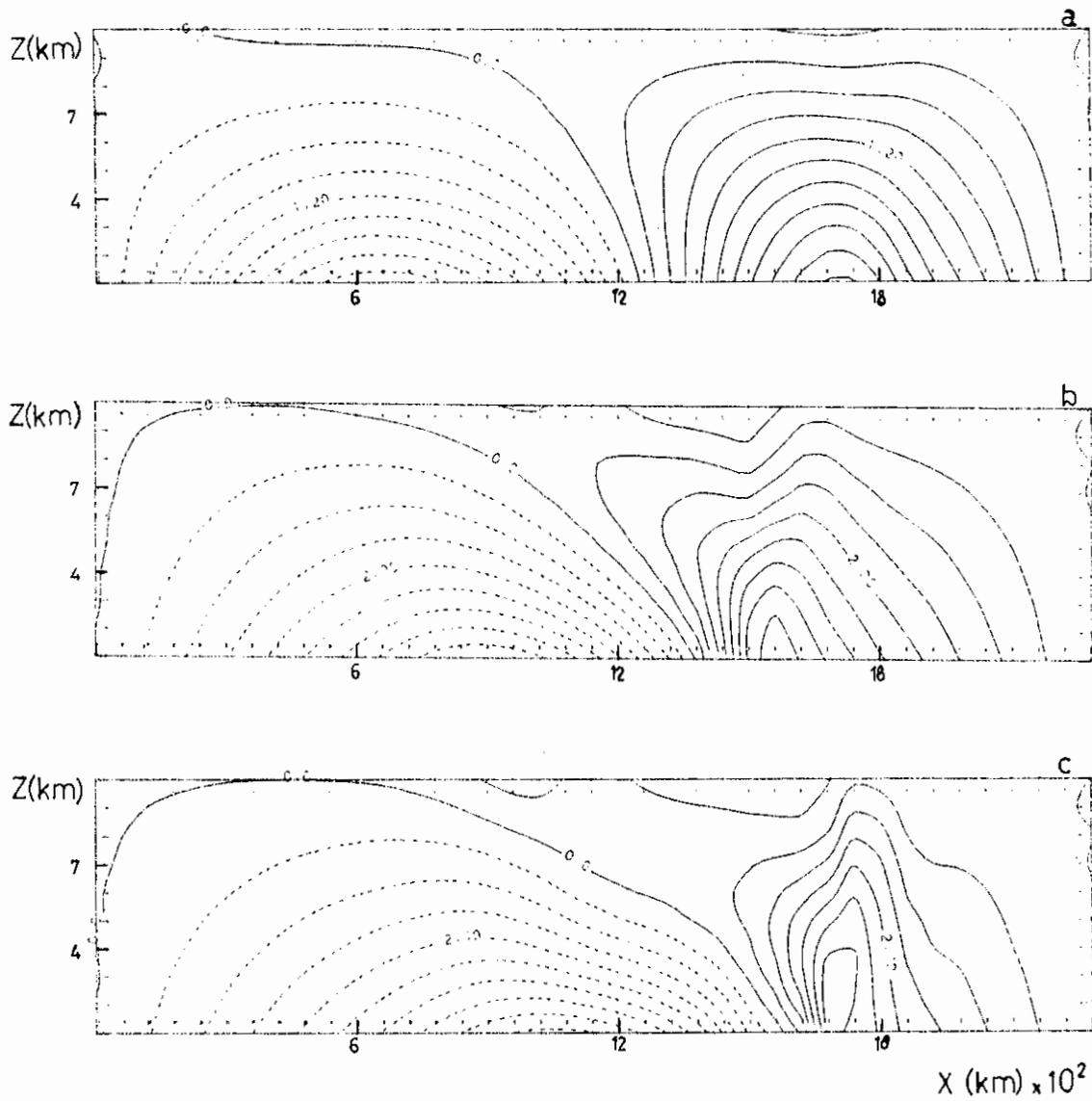


Fig. 4.7 - Desvio de temperatura potencial em relação ao instante inicial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.

Na Fig. 4.8 é mostrada as configurações, para 25 horas de integração, do gradiente horizontal zonal de θ para o experimento seco (Fig. 4.8a) e para o experimento com liberação de calor latente (Fig. 4.8b). O gradiente

horizontal de θ sofre modificações quando da inclusão dos efeitos da umidade. As principais alterações ocorreram nos níveis médios e superiores, e nos níveis inferiores as modificações são mínimas, sendo que nos estágios finais de integração do experimento (25 horas) o gradiente horizontal de θ foi mais intenso para o experimento seco no nível da superfície. O aquecimento devido a liberação de calor latente mais o transporte vertical de θ proporcionaram um aquecimento maior sobre a região frontogenética.

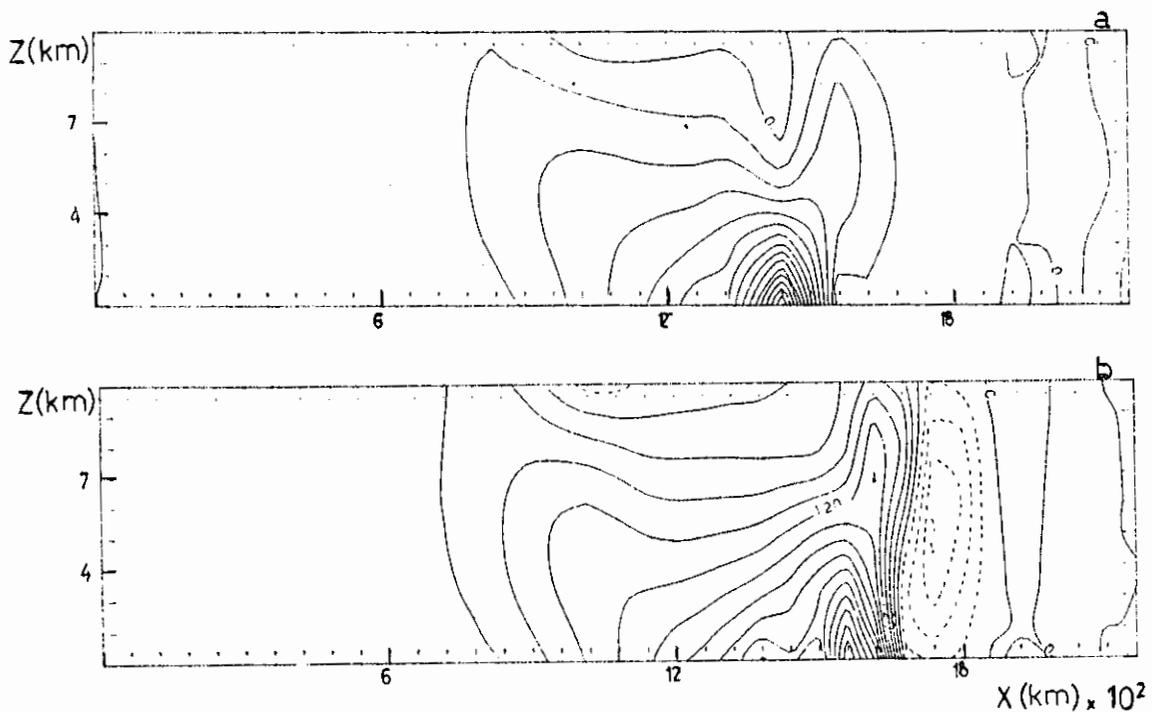


Fig. 4.8 - Gradiente horizontal de temperatura potencial $(K/m) \times 10^{-8}$. a) Experimento seco. b) Incluindo liberação de calor latente.

Na Fig. 4.9 é apresentado os campos de θ e sua evolução temporal. A região frontogenética fica mais evidente devido aos efeitos da parametrização do calor

latente, principalmente nas Fig. 4.9a e 4.9b. Na Fig. 4.9c as principais alterações são observadas nos níveis médios e superiores.

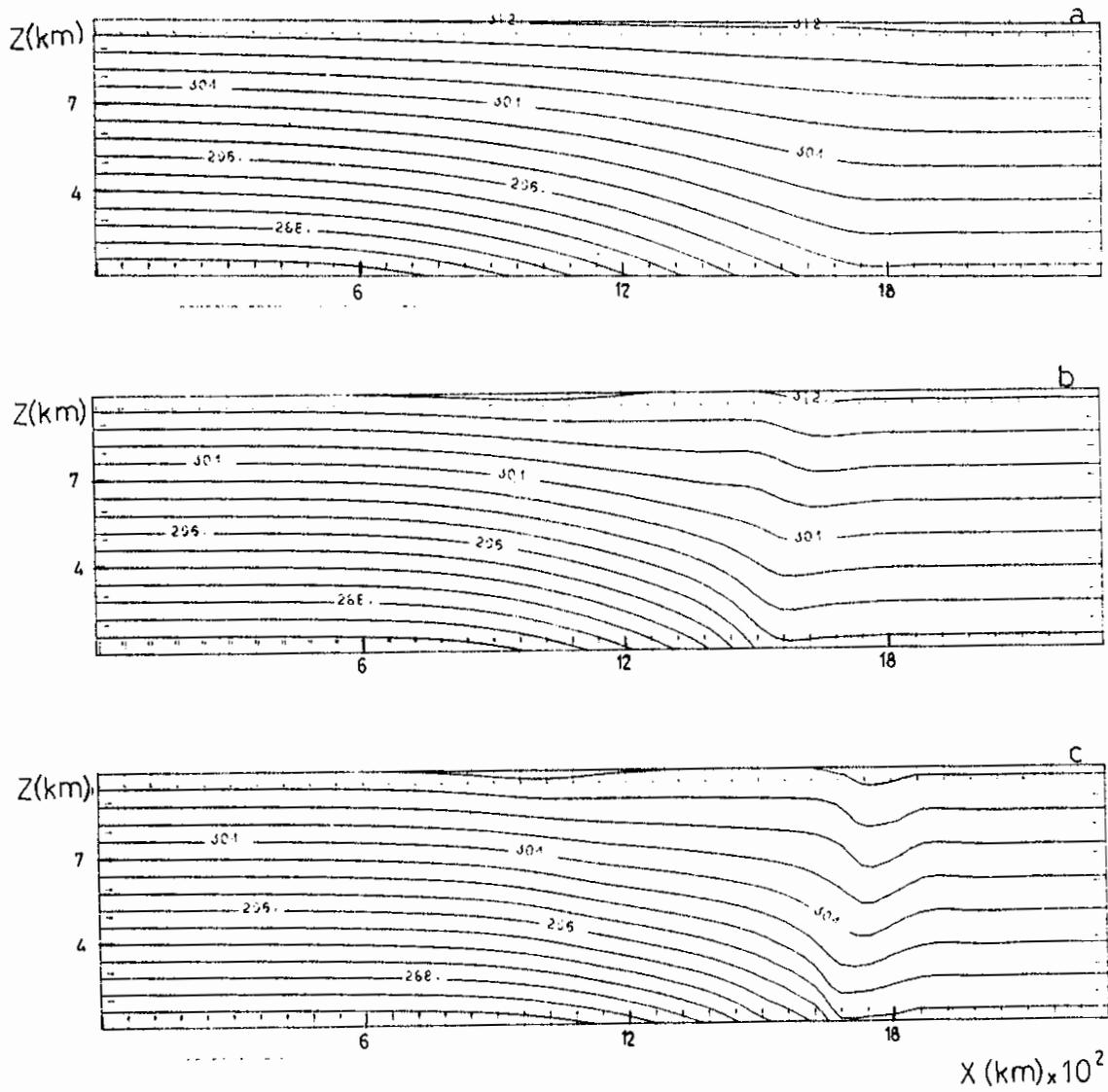


Fig. 4.9 - Temperatura potencial (K). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h.

A partir da parametrização utilizada, só há liberação de calor latente onde ocorre movimentos ascendentes. Por sua vez, este aquecimento extra acelera os movimentos ascendentes. Nos estágios finais de integração, os movimentos ascendentes alcançaram o valor de 59 cm/s contra os 23 cm/s obtido no primeiro experimento, sua localização se deu em $x = 1.740$ km e $z = 4$ km. Os movimentos subsidentes também foram intensificados, alcançando 22,9 cm/s contra 6 cm/s do primeiro experimento, desta vez sua posição foi em $x = 1.860$ km e $z = 6$ km. A Fig. 4.10 mostra a circulação transversal para este experimento. Comparando-a com a da Fig. 4.3 podem ser constatadas as principais diferenças nas configurações. O aquecimento devido a liberação de calor latente acaba gerando duas regiões de ar subsidentes, uma a esquerda da região frontogenética e outra a direita. Entre estas duas regiões se encontra a região com movimentos ascendentes, junto à região frontogenética, porém do lado mais quente. Ambas as circulações são diretamente dirigidas, o aquecimento devido a liberação de calor latente, na região frontogenética, torna-se mais eficiente em aquecer a atmosfera do que os transportes advectivo.

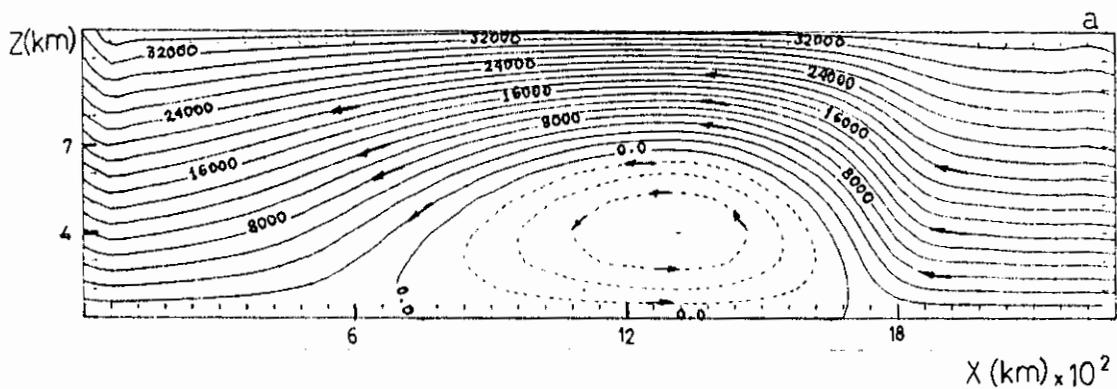


Fig. 4.10 - Circulação transversal ψ_{ag} ($m^2 s^{-1}$). a) 8,3 h. b) 16,7 h. c) 25 h. (continua)

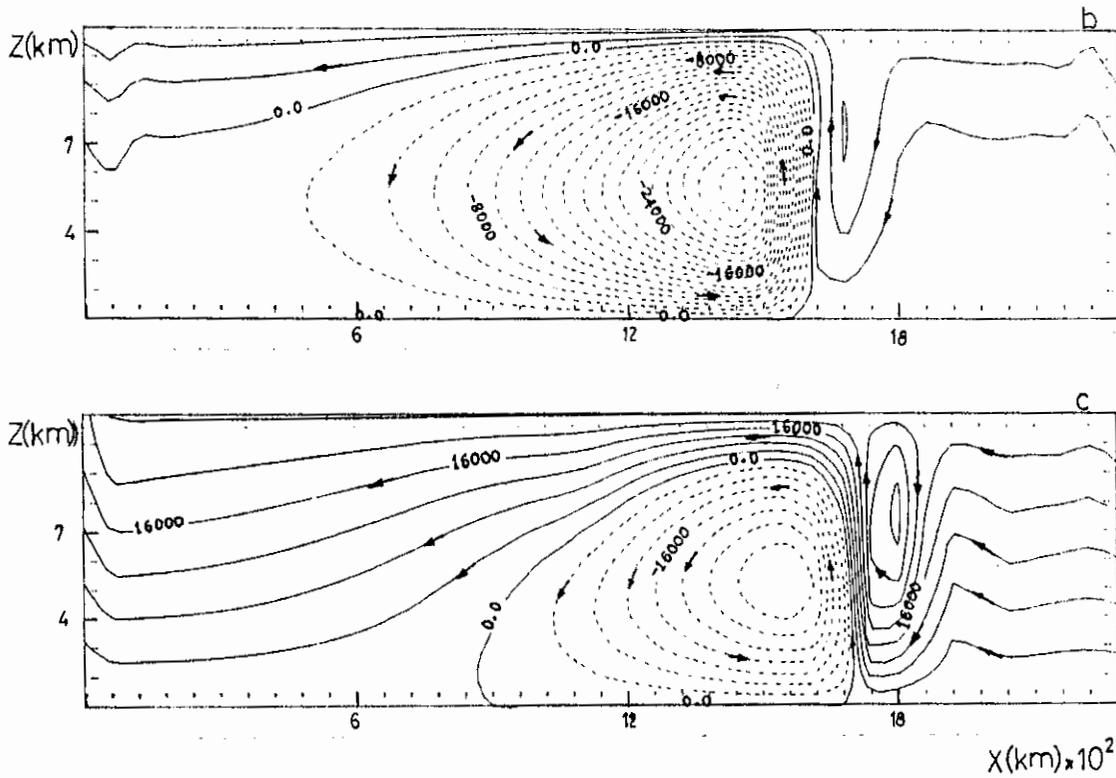


Fig. 4.10 - Conclusão.

A componente do vento paralela à frente é mais intensa para o experimento com liberação de calor latente. O jato dos níveis superiores é mais intenso, porém sua posição não muda em relação ao experimento seco. Na Fig. 4.11c pode ser observado a inversão do sinal na componente paralela. As Figs. 4.11a e 4.11b já pode ser percebido a tendência da inversão do sinal desta componente. No experimento básico também ocorreu este mecanismo. Uma comparação pode ser feita entre as Fig. 4.11 e Fig. 4.5, e ver as principais alterações ocorrida nesta variável. Na Fig. 4.12 é apresentada a componente transversal à frente. Esta configuração gera uma região de forte divergência do em baixos níveis no lado mais quente

da frontogênese, e em altos níveis uma região de convergência acima da região de divergência. Comparando com a Fig. 4.4, nota-se que esta formação não ocorre para o experimento seco, embora uma pequena convergência do escoamento ageostrófico tenha ocorrido nos baixos níveis, no lado mais quente da frontogênese.

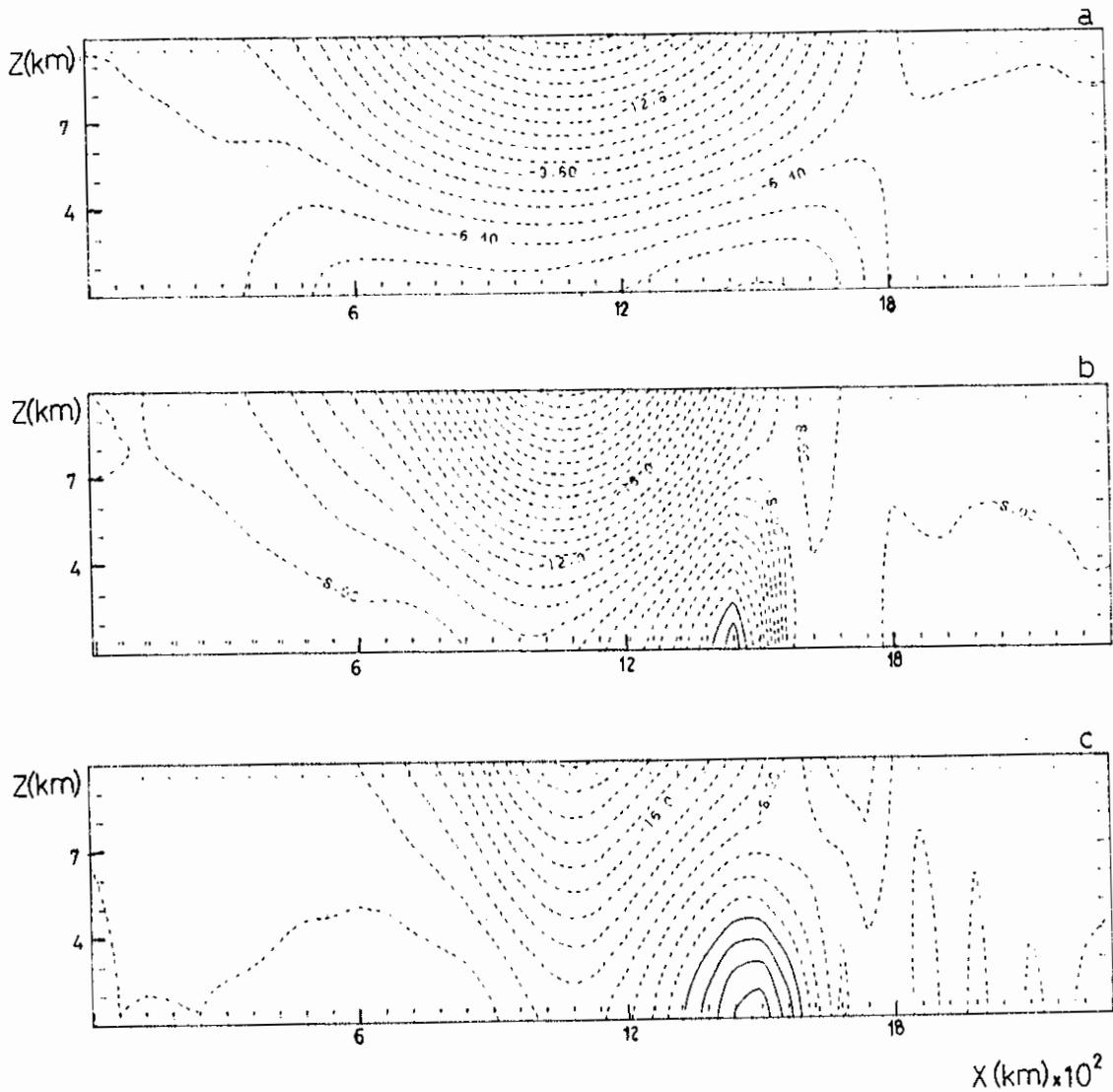


Fig. 4.11 - Componente paralela (ms^{-1}). a) 8,3 h. b) 16,7 h
c) 25 h.

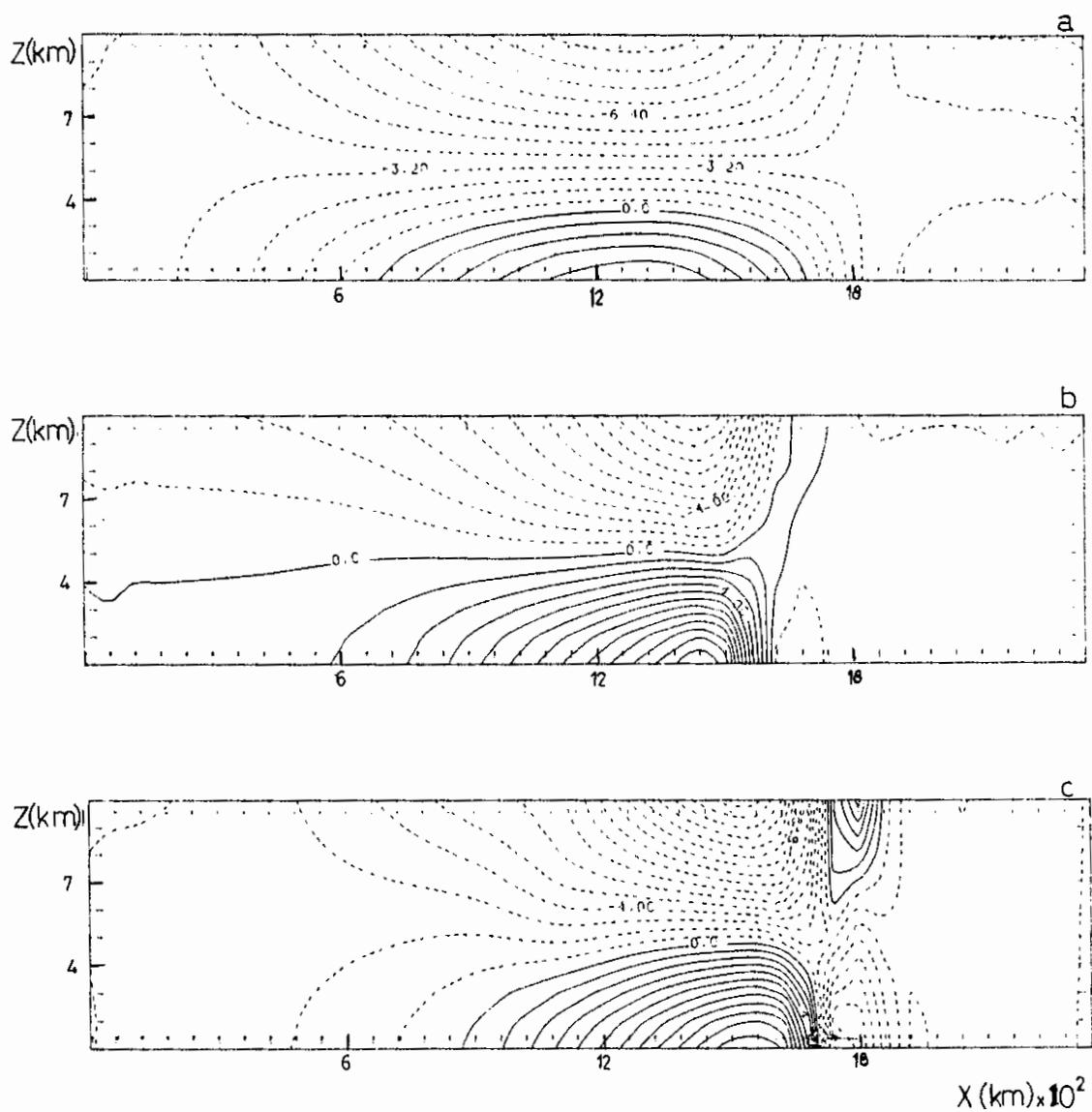


Fig. 4.12 - Componente transversal (ms^{-1}). a) 8,3 h.
b) 16,7 h. c) 25 h.

A Fig. 4.13 mostra uma intensificação da vorticidade ciclônica junto a região frontogenética, comparado com a do experimento seco. Uma região de

vorticidade anticiclônica no lado quente foi gerado, porém um pouco mais afastada da região frontogenética em baixos níveis, possivelmente devido a ocorrência de divergência sobre aquela região.

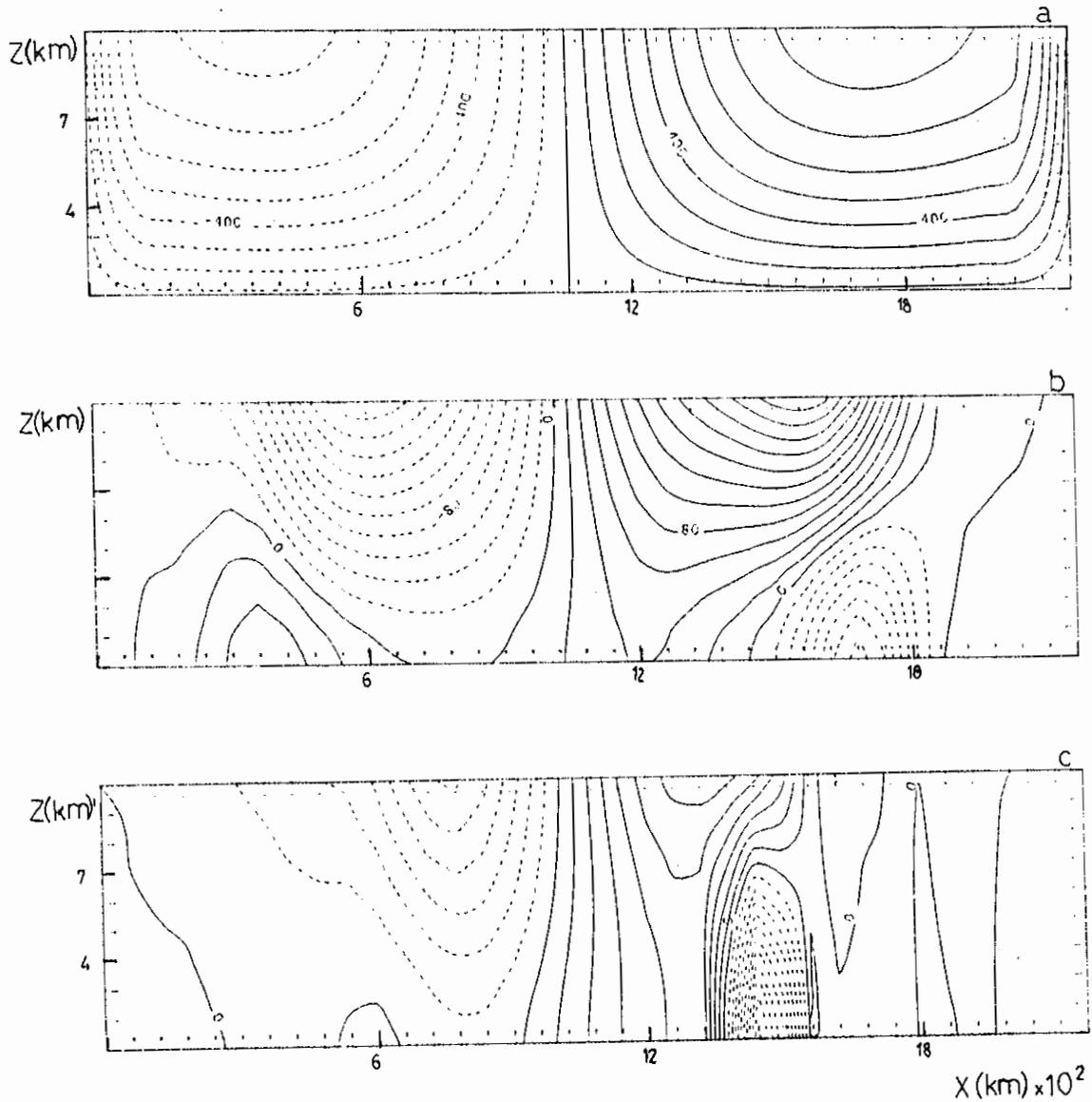


Fig. 4.13 - Vorticidade relativa (s^{-1}) $\times 10^{-8}$. a) 0 h. b) 8,3 h. c) 16,7 h. d) 25 h. (continua)

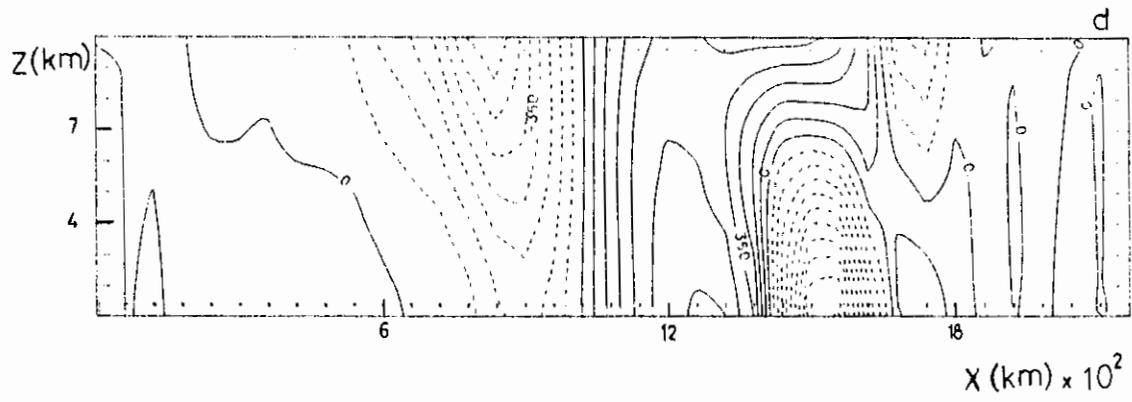


Fig. 4.13 - Conclusão.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Foram realizadas simulações numéricas de frontogênese usando um modelo numérico de área limitada. Como forçante frontogenética foi utilizada a deformação horizontal do escoamento.

As frentes foram geradas em duas situações distintas, onde se procura investigar as principais influências que uma parametrização de calor latente exerce sobre a geração e desenvolvimento das frontogêneses. O experimento realizado para um escoamento adiabático ($\dot{Q} = 0$) gerou frontogênese nos níveis inferiores, a qual deslocou-se com o decorrer do tempo. Juntamente à frontogênese desenvolveu-se em altos níveis um jato paralelo à frente localizado a esquerda da região frontogenética em superfície. Este jato foi produzido pela circulação ageostrófica transversal através do termo de Coriolis. Os movimentos ascendentes com a evolução do tempo tornaram-se mais intensos em resposta à confluência do escoamento ageostrófico próximo à superfície. Uma região de vorticidade ciclônica foi gerada sobre esta região no lado mais quente, auxiliando na convergência de massa.

Além do experimento com escoamento adiabático, foi realizado um experimento incluindo uma parametrização de liberação de calor latente de condensação. A influência do aquecimento diabático intensificou a frontogênese fortalecendo o gradiente horizontal de θ sobre a região frontogenética, exceto na superfície, acelerou os movimentos verticais, intensificou o jato nos níveis superiores e a convergência de massa nos níveis próximos a superfície. O aquecimento diabático gerou uma região de movimentos subsidentes mais à frente da

frontogênese, o que não ocorreu para o experimento seco, além da intensificação da circulação transversal. O aquecimento devido a liberação de calor foi mais eficiente no processo de aquecimento do que os transportes verticais na região da frontogênese. Este mecanismo gerou uma inversão no gradiente horizontal de θ em todos os níveis, justamente no lado mais quente da região frontogenética. De uma forma geral, a liberação de calor latente de condensação tem sua principal influência sobre os níveis médios e superiores, os níveis inferiores sofreram pouca influência deste tipo de aquecimento.

Como sugestão final, seria interessante realizar experimentos alterando a variação inicial do gradiente horizontal de temperatura potencial, como por exemplo: manter o gradiente horizontal de temperatura potencial constante com a altura e gerar um campo inicial onde o gradiente de temperatura potencial tivesse seu máximo próximo ao topo do modelo. Um outro experimento que poderia ser feito é a inclusão de uma tropopausa no experimento, a qual seria útil no auxílio de um melhor entendimento dos processos físicos envolvidos nas frontogênese bem como o mecanismo de frontogênese em níveis superiores. A inclusão da topografia também seria um experimento que auxiliaria no entendimento dos processos frontogenéticos, levando-se em conta que o modelo está preparado para simulações com topografia.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ballentine, J.R. Numerical simulation of land-breeze-induced snowbands along the western shore of Lake Michigan. *Monthly Weather Review*, 118:1544-1553, 1982.
- Bannon, P.R. Quasi-geostrophic frontogenesis over topography. *Journal of the Atmospheric Science*, 40(9): 2266-2277, 1983.
- Bannon, P.R.; Mak, M. Diabatic quasi-geostrophic surface frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Science*, 41(14):2189-2201, 1984.
- Bannon, P.R.; Mak, M. A diagnosis of moist frontogenesis with an analytic model. *Journal of the Atmospheric Science*, 43(19):2017-2022, 1986.
- Bennets, D.A.; Hoskins, B.J. Conditional symmetric instability a possible explanation for frontal rainbands. *Quarterly Journal of the Royal Meteorology Society*, 105:945-962, 1979.
- Davies, H.C.; Phillips, P.D. Frontal motions in mountainous terrain: analysis and implications for 0 - 12 hours forecasts. In: *Nowcasting-II Symposium, Norrkoping, Sweden, 1984. Proceedings.* p. 87-92
- Haltiner, G.J.; Williams, R.T. *Numerical prediction and dynamic meteorology.* New York, John Willey and Sons, 1980, p. 447.
- Hoskins, B.J. Atmospheric frontogenesis models: some solutions. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 47(412):139-153, 1971.

- Hoskins, B.J.; Bretherton, F.P. Atmospheric frontogenesis models: mathematical formulation and solutions. *Journal of the Atmospheric Science*, 29(1):11-37, 1972.
- Hoskins, B.J. The mathematical theory of frontogenesis. *Annual Review Fluid Mechanics*, 14: 131-151, 1982.
- Hsie, Y.E.; Anthes, R.A.; Keyser, D. Numerical simulations of frontogenesis in a moist atmosphere. *Journal of the Atmospheric Science*, 41(17):2581-2594, 1984.
- Innocentini, V. Numerical simulations of moist slantwise convection. (Ph. D. Dissertation)-*University of Reading*, Reading, 1986. 224p.
- Kayser, D.; Pecnick, M.J. A two-dimensional primitive equation model of frontogenesis forced by confluence and horizontal shear. *Journal of the Atmospheric Science*, 42(12):1259-1282, 1985.
- Kayser, D.; Pecnick, M.J. Diagnosis of ageostrophic circulation in a two-dimensional primitive equation model of frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Science*, 42(12):1283-1305, 1985.
- Mak, M.; Bannon, P.R. Frontogenesis in a moist semigeostrophic model. *Journal of the Atmospheric Science*, 41(24):3485-3500, 1984.
- Matos, L.F. O papel da deformação horizontal na frontogênese na região sul brasileira. *INPE-4469-TDL/322*, 1988.

- Ogura, Y.; Portis, D. Structure of the cold front observed in SESAME-AVE III and its comparison with the Hoskins-Bretherton Model. *Journal of the Atmospheric Science*, 39(19):2773-2792, 1982.
- Orlanski, I.A Simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *Journal of Computational Physics*, 21: 251-269, 1976.
- Orlanski, I; Ross, L.; Shanigaw, R. Advances in the teory of atmospheric fronts. *Advances in Geophysics*, 28B:223-251, 1985.
- Pedlosky, J. *Geophysical fluid dynamics*. New York, Springer, 1979, pp. 624.
- Satyamurty, P.; Matos L.F. Climatological lower tropospheric frontogenesis in the midlatitudes due to horizontal deformation and divegence. *Monthly Weather Review*, 117(6):1355-1364, June 1989.
- Shuman, F.G. Numerical methods in weather prediction, smoothing and filtering. *Monthly Weather Review*, 83(11): 357-361, 1957.
- Thorpe, J.A. Convective parametrization in a quasi-geostrophic diagnostic model of fronts. *Journal of the Atmospheric Science*, 41(4):691-694, 1984.
- Williams, R.T. Atmospheric frontogenesis: a numerical experiment. *Journal of the Atmospheric Science*, 24(5):627-641, 1967.
- Williams, R.T.; Plotkin, J. Quasi-geostrophic frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Science*, 25(1):201-206, 1968.

Williams, R.T. Quasi-geostrophic versus non-geostrophic frontogenesis. *Journal of the Atmospheric Science*, 29(1):3-10, 1972.

Zenhder, J.A.; Bannon, P.R. Frontogenesis over a mountain ridge. *Journal of the Atmospheric Science*, 45(4):628-644, 1988.

APÊNDICE A

Neste trabalho os índices utilizados têm os seguintes significados:

$i = 1, IM;$
 $j = 1, JM;$
 $k = 1, KM;$
 $n =$ passo de tempo;
 $i_1 = IM - 1;$
 $j_1 = JM - 1.$

O índice i refere-se a direção y ; o índice j refere-se a direção x ; o índice k refere-se a direção σ e o índice n refere-se ao passo de tempo. O índice M indica os valores máximos alcançados pelos índices. Δx , Δy e $\Delta \sigma$, representam respectivamente a distância entre dois j 's consecutivos, dois i 's consecutivos e dois k 's consecutivos.

CÁLCULO DE Π NO TOPO DO MODELO

Escrevendo as equações (3.1) e (3.4) em diferenças finitas:

$$\frac{u_{ijk}^{n+1} - u_{ijk}^n}{\Delta t} = F_{ijk}^n - \bar{\theta}_{ijk}^n \frac{\delta \Pi_{ijk}^n}{\Delta x}, \quad (\text{A.1})$$

onde:

$F_{ijk}^n =$ termos advectivos, difusivos e os termos restantes do gradiente de pressão.

$$\delta \Pi_{ijk}^n = \Pi_{ijk}^n - \Pi_{ij-1k}^n,$$

$$\bar{\theta}_{ijk}^n = (\theta_{ij+1k}^n - \theta_{ijk}^n)/2.$$

$$\left[\frac{Z_{ij+1}^* + Z_{ij}^*}{2} u_{ij+1k} - \frac{Z_{ij}^* + Z_{ij-1}^*}{2} u_{ijk} \right] \frac{1}{\Delta x} + \frac{Z_{ij}^* + Z_{ij+1}^*}{2} \left[\frac{\sigma_{ij+1k}^n - \sigma_{ijk}^n}{\Delta \sigma} \right] = 0. \quad (\text{A.2})$$

Reescrevendo (A.1) multiplicada por Z_{ij}^* :

$$Z_{ij}^* u_{ijk}^{n+1} = Z_{ij}^* u_{ijk}^n + Z_{ij}^* \Delta t F_{ijk}^n - Z_{ij}^* \Delta t \bar{\theta}_{ijk} \frac{\delta \Pi_{ijk}^n}{\Delta x}, \quad (\text{A.3})$$

Substituindo j por $j + 1$ em (A.3):

$$Z_{ij+1}^* u_{ij+1k}^{n+1} = Z_{ij+1}^* u_{ij+1k}^n + Z_{ij+1}^* \Delta t F_{ij+1k}^n - Z_{ij+1}^* \Delta t \bar{\theta}_{ij+1k} \frac{\delta \Pi_{ij+1k}^n}{\Delta x}, \quad (\text{A.4})$$

Subtraindo (A.3) de (A.4) :

$$Z_{ij+1}^* u_{ij+1k}^{n+1} - Z_{ij}^* u_{ijk}^{n+1} = Z_{ij+1}^* u_{ij+1k}^n - Z_{ij}^* u_{ijk}^n -$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left(Z_{ij+1}^* \bar{\theta}_{ij+1k}^n \delta \Pi_{ij+1k}^n - Z_{ij}^* \bar{\theta}_{ijk}^n \delta \Pi_{ijk}^n \right) +$$

$$\Delta t \left(Z_{ij+1}^* F_{ij+1k}^n - Z_{ij}^* F_{ijk}^n \right). \quad (\text{A.5})$$

Multiplicando (A.5) por $\Delta\sigma$, dividindo por Δx e, somando de $k = 1$ a $k = KM$, lembrando que $\dot{\sigma}_{ijk}$ é nulo no topo e na superfície :

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sum_{k=1}^{KM} Z_{ij+1}^* F_{ij+1k}^n \Delta\sigma - \sum_{k=1}^{KM} Z_{ij}^* F_{ijk}^n \Delta\sigma \right] -$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sum_{k=1}^{KM} \bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \Delta\sigma \frac{\delta \Pi_{ij+1k}^n}{\Delta x} - \right.$$

$$\left. \sum_{k=1}^{KM} \bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \Delta\sigma \frac{\delta \Pi_{ijk}^n}{\Delta x} \right] = 0. \quad (\text{A.6})$$

Reescrevendo (A.6) :

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sum_{k=1}^{KM} Z_{ij+1}^* F_{ij+1k}^n \Delta\sigma - \sum_{k=1}^{KM} Z_{ij}^* F_{ijk}^n \Delta\sigma \right] -$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sum_{k=1}^{KM} \left(\bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \Pi_{ij+1k}^n - \bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \Pi_{ijk}^n \right) - \right.$$

$$\left. \sum_{k=1}^{KM} \left(\bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \Pi_{ijk}^n - \bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \Pi_{ij-1k}^n \right) \right] = 0 \quad (\text{A.7})$$

Separando a parte hidrostática da função Π , tem-se:

$$\Pi_{ijk}^n = \Pi_{ijk}^{nh} + \Pi_{ijk}^{nt}, \quad (\text{A.8})$$

$$\Pi_{ijk}^{nh} = - \sum_{l=1}^{k-1} \frac{2gZ_{ij}^*}{(\theta_{ijl}^n + \theta_{ijl+1}^n)},$$

onde os índices h e t representam respectivamente hidrostático e topo do modelo.

Substituindo (A.8) em (A.7):

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\sum_{k=1}^{KM} Z_{ij+1}^* F_{ij+1k}^n \Delta \sigma - \sum_{k=1}^{KM} Z_{ij}^* F_{ijk}^n \Delta \sigma \right] - \\ & \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[\left(\sum_{k=1}^{KM} \bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \Delta \sigma \frac{\delta \Pi_{ij+1k}^{nh}}{\Delta x} + \right. \right. \\ & \left. \left. \bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \Pi_{ij+1k}^{nt} - \bar{\theta}_{ij+1k}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \Pi_{ijk}^n \right) - \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^{KM} \left(\bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \Delta \sigma \frac{\delta \Pi_{ijk}^{nh}}{\Delta x} + \bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \Pi_{ijk}^{nt} - \right. \right. \\ & \left. \left. \bar{\theta}_{ij-k}^n Z_{ij}^* \frac{\Delta \sigma}{\Delta x} \Pi_{ij-1k}^{nt} \right) \right], \end{aligned} \quad (A.9)$$

Definindo:

$$X_j = \sum_{k=1}^{KM} Z_{ij}^* F_{ijk}^n \Delta \sigma \quad (A.10)$$

$$Y_j = \sum_{k=1}^{KM} \bar{\theta}_{ijk}^n Z_{ij}^* \frac{\delta \Pi_{ij+1k}^{nh}}{\Delta x} \quad (A.11)$$

$$B_j = \sum_{k=1}^{KM} \bar{\theta}_{1jk}^n z_{1j}^* \frac{\Delta\sigma}{\Delta x} \quad (A.12)$$

A equação (A.9) fornece os valores para Π^{nt} . Desta forma, é formado um sistema de equações com j_{m1} incógnitas que podem ser disposta na forma de uma matriz tridiagonal.

No desenvolvimento desta equação foram utilizadas variáveis no tempo "n", entretanto ela poderá ser feita para o tempo "n + 1", ficando difícil avaliar qual seria o melhor procedimento. A partir deste ponto os índices "n" e "i" serão suprimidos pois todas as variáveis estarão no mesmo passo de tempo e a solução é para um problema em duas dimensões. Substituindo (A.10), (A.11) e (A.12) em (A.9):

$$X_{j+1} - X_j - Y_{j+1} + Y_j = B_{j+1} \Pi_{j+1k}^t - (B_{j+1} - B_j) \Pi_{jk}^t + B_j \Pi_{j-1k}^t \quad (A.13)$$

Assim tem-se finalmente um sistema de equações que pode ser resolvido para se obter os valores de função Π no topo do modelo.

APÊNDICE B

A partir das equações (3.16a) e (3.17), pode-se escrever:

$$u_{ij} = D (j - JM/2) \Delta x, \quad \begin{matrix} i = 1, & i_{m1} \\ j = 1, & j_m \end{matrix}, \quad (B.1)$$

obs. Os índices k e n serão omitidos pois estas soluções independem da altura e do tempo.

A equação (B.1) fornece todos os valores de u_{ij} . A deformação horizontal tem divergência horizontal nula assim, pode-se escrever:

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{ij}}{\Delta x} + \frac{v_{i+1,j} - v_{ij}}{\Delta y} = 0, \quad (B.2)$$

$$\therefore v_{ij} = \frac{u_{i,j+1} - u_{ij}}{\Delta x} \Delta y + v_{i+1,j}, \quad \begin{matrix} i = 1, & i_{m1} \\ j = 1, & j_{m1} \end{matrix}$$

Com os valores de u_{ij} calculados em (B.1), obtem-se os valores de v_{ij} , através de (B.2). Nesta equação é necessário um valor inicial para v_{ij} .

$$v_{imj} = u_{im1j}, \quad j = 1, j_{m1} \quad (B.3)$$

Escrevendo (3.20) e (3.21) na forma de diferenças finitas:

$$u_{ij} \left(\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2 \Delta x} \right) + (v_{i+1,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j-1} +$$

$$\begin{aligned}
 v_{1j} &= \frac{1}{4} \left(\frac{u_{ij+1} - u_{ij-1}}{2 \Delta x} \right) - \\
 & \frac{f}{4} (v_{i+1j} + v_{i+1j} + v_{i-1j} + v_{i-1j}) = \\
 & - g \frac{A_{ij} - A_{i-1j}}{\Delta x} , \tag{B.4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (u_{ij} + u_{ij+1} + u_{i-1j+1} + u_{i-1j}) / 4 \left(\frac{v_{ij+1} - v_{ij-1}}{2 \Delta x} \right) + \\
 & v_{ij} \left(\frac{v_{i+1j} - v_{i-1j}}{2 \Delta y} \right) + \\
 & \frac{f}{4} (u_{ij} + u_{ij+1} + u_{i-1j+1} + u_{i-1j}) = \\
 & - g \frac{A_{ij} - A_{i-1j}}{\Delta y} . \tag{B.5}
 \end{aligned}$$

Reescrevendo (B.4) e (B.5), consegue-se obter A_{ij} em todos os pontos de grade.

$$A_{ij} = A_{i-1j} - u_{ij} \left(\frac{u_{ij+1} - u_{ij-1}}{2 \Delta x} \right) \frac{\Delta x}{g} -$$

$$\begin{aligned}
 & (v_{i+1j} + v_{i+1j} + v_{ij-1} + v_{ij}) \left(\frac{u_{i+1j} - u_{i-1j}}{2 \Delta y} \right) \frac{\Delta x}{g} + \\
 & \frac{f}{4} (v_{i+1j} + v_{i+1j-1} + v_{ij-1} + v_{ij}) , \quad (B.6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= A_{i-1j} - (u_{ij} + u_{ij+1} + u_{i-1j+1} + u_{i-1j}) / 4 \\
 & \left(\frac{v_{ij+1} - v_{ij-1}}{2 \Delta x} \right) \frac{\Delta y}{g} - v_{ij} \left(\frac{v_{i+1j} - v_{i-1j}}{2 \Delta y} \right) \frac{\Delta y}{g} - \\
 & \frac{f}{4} (u_{ij} + u_{ij+1} + u_{i-1j+1} + u_{i-1j}) . \quad (B.7)
 \end{aligned}$$

Com a equação (B.6), calcula-se os valores de A_{ij} na linha intermediária da grade ($i = IM/2$). Para este cálculo, o valor de A_{11} é assumido como nulo. Os demais valores são calculados varrendo a grade na direção X.

A equação (B.7) é utilizada para obter os demais valores de A_{ij} . Desta feita, a direção Y é dividida em duas partes. A primeira parte vai de $i = 1$ a $i = IM / 2$, a segunda vai de $i = IM / 2$ a $i = IM$.

APÊNDICE C

Para gerar o campo inicial defini-se um perfil vertical de θ na primeira coluna da grade "x". Os valores deste perfil vertical segue os valores para atmosfera padrão nas latitudes médias (o índice "n" está sendo suprimido pois esta solução independe do tempo. Seja o perfil de θ :

$$\theta(1,\sigma) = \theta(1,1) + (2,5 \times 10^{-3}) (\sigma Z^* + Zt) . \quad (C.1)$$

Escrevendo (C.1) na forma discretizada:

$$\theta_{11k} = \theta_{111} + (2,5 \times 10^{-3}) (\sigma_k Z^* + zt) , \quad (C.2)$$

onde $k = 1, KM,$

O próximo passo é gerar θ nos demais pontos da grade, para isto usa-se a equação (3.45) escrita na forma discretizada:

$$\theta_{ijk} = \theta_{11k} + \frac{32 \sigma_k}{\pi} \operatorname{atan} \left(\frac{2(j-1)}{JM - 1} - 1 \right) , \quad (C.3)$$

para:

$$j = 2, j_{m1} ,$$

$$i = 1, i_{m1} ,$$

$$k = 1, KM .$$

O próximo passo é calcular os valores de Π , para isto utiliza-se a equação (3.43):

$$\Pi_{ijk} = \Pi_{11kmp1} - \sum_{l=1}^k \frac{2 g Z^*}{(\theta_{ijl} + \theta_{ijl+1})} (\sigma_l - \sigma_{l-1}) \quad (C.4)$$

onde:

$$i = 1, im1,$$

$$j = 1, jml,$$

$$k = 1, KM,$$

$$\Pi_{1jkm p1} = Cp.$$

Através da equação (3.41) calcula-se os valores de v_{ijk} , lembrando que $Z^* = \text{constante}$:

$$v_{ijk} = (\bar{\theta}_{ijk} \delta\Pi_{ijk} + \bar{\theta}_{ij+1k} \delta\Pi_{ij+1k} + \bar{\theta}_{i-1jk} \delta\Pi_{i-1jk} + \bar{\theta}_{i-1j+1k} \delta\Pi_{i-1j+1k}) \quad (C.5)$$

onde:

$$\bar{\theta}_{ijk} = \frac{\theta_{ijk} + \theta_{ij+1k}}{2},$$

$$\delta\Pi_{ijk} = \frac{\Pi_{ijk} - \Pi_{ij-1k}}{\Delta x},$$

f_i = parâmetro de Coriolis,

$$i = 1, im,$$

$$j = 1, jml,$$

$$k = 1, KM.$$

Devido ao desequilíbrio do gradiente de pressão com o termo de Coriolis, devido a grade C de Arakawa, é feito o cálculo para minimizar este erro. Desta forma é feito um

caminho inverso, ou seja, com os valores de v obtidos a partir de (C.5), recalcula-se Π :

$$\Pi_{ijk} = \Pi_{ij-1k} + \frac{\Delta x f_i}{4} \left(v_{ijk} + v_{ij+1k} + v_{i-1jk} + v_{i-1j+1k} \right) \quad (C.6)$$

É necessário ajustar θ ao novo campo de Π afim de manter o equilíbrio hidrostático.

$$\theta_{ijk} = - \frac{2 g Z^* \Delta \sigma}{\Pi_{ijk} + \Pi_{ijk+1}} - \theta_{ijk+1} \quad (C.7)$$

Assim, utilizando a equação (C.4) na equação (C.5) obtem-se os valores de v_{ijk} . Através da equação (C.6) calcula-se novos valores para Π_{ijk} , agora ajustado a v_{ijk} . Porém, o equilíbrio hidrostático é rompido. Para recupera-lo é calculado θ utilizando a equação (C.7). Este procedimento iterativo entre (C.4), (C.5), (C.6) e (C.7) é feito até se obter o menor erro possível entre o gradiente de pressão e a força de Coriolis.