

INPE-511/RI-217

CÁLCULO DO AZIMUTE E DA ELEVAÇÃO

A PARTIR DE UM CRUZAMENTO

COM O EQUADOR

C. J. Zamlutti

Agosto de 1974

S U M Á R I O

Este trabalho é complementar à publicação "Previsão de Passagem para Satélites em Órbitas Elípticas e Circulares sem Perturbações" de Carlos José Zamlutti, LAFE-89, CNAE, Julho de 1969. Seu objetivo é a completa determinação do posicionamento que se deve dar à antena para recepção de sinais de satélites. Assim os resultados dos programas aqui desenvolvidos serão azimuth e elevação que devem ter a antena, no decorrer de uma passagem, para a recepção dos sinais de um satélite.

ÍNDICE

1 - INTRODUÇÃO	1
2 - FUNDAMENTO TEÓRICO	2
2-1 - Cálculo do Raio Vetor e da Frequência Angular.	2
2-2 - Cálculo do Ângulo ϕ no Instante do Cruzamento com o Equador.	3
2-3 - Cálculo da Latitude e da Longitude do Ponto Sub-Satélite	6
2-4 - Cálculo do Azimute e da Elevação	9
3 - LISTAGEM E USO DOS PROGRAMAS	11
3-1 - Considerações Gerais	11
3-2 - Listagem para Passagem Norte-Sul	12
3-3 - Listagem para Passagem Sul-Norte	15
3-4 - Exemplo de Utilização.	18
4 - BIBLIOGRAFIA	21

1 - INTRODUÇÃO

Nesso problema básico é o cálculo do azimuth e elevação para o posicionamento de uma antena receptora localizada em determinado sitio identificado por sua latitude (ALATO) e sua longitude (ALONO). Este problema é tratado na seção 2 - 4. Para solução deste problema necessitamos calcular a latitude e longitude do ponto sub-satélite, o que é feito conforme desenvolvimento nas seções 2 - 1 a 2 - 3.

Para melhor clareza cumpre observar que os dois problemas são perfeitamente separados, por isso para calcular a latitude (ALATS) e longitude (ALONS) do ponto sub-satélite trabalhamos com o plano tangente à terra no ponto de cruzamento com o equador (latitude do ponto sub-satélite nula). Para calcular o azimuth e elevação usamos o plano tangente à terra no ponto em que se localiza a estação receptora.

2 - 1 - CÁLCULO DO RAIÃO VETOR E DA FREQUÊNCIA ANGULAR

Considere-se o problema no plano da órbita. Teremos o que é mostrado na figura 2-1-1.

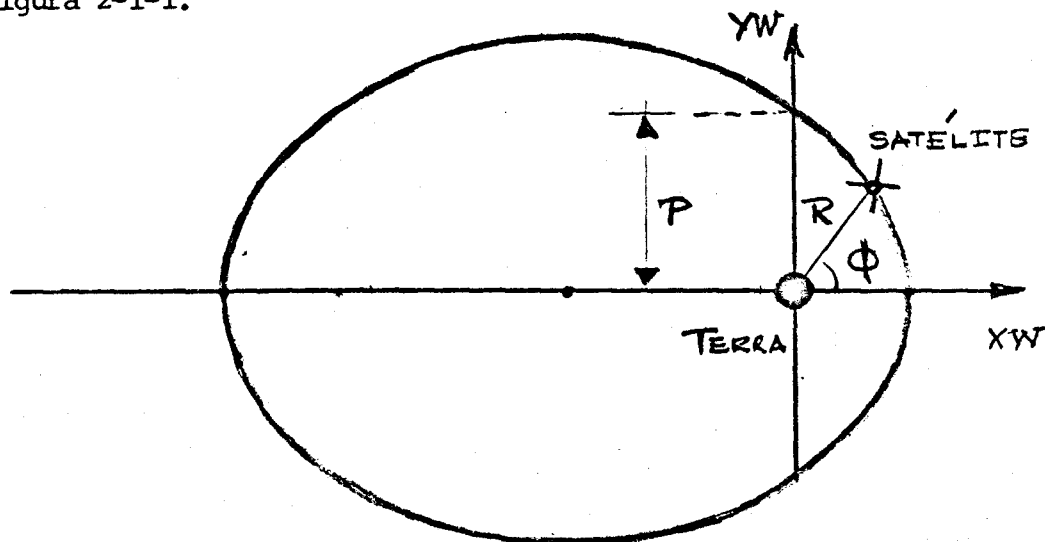


Figura 2-1-1 - Movimento no plano da órbita

Usando-se coordenadas polares temos que

$$\frac{P}{R} = 1 + \text{EXC} \cdot \cos(\phi)$$

onde EXC é a excentricidade da órbita.

Dessa forma o valor do raio vetor em cada ponto será dado por :

$$R = \frac{P}{1 + \text{EXC} \cdot \cos(\phi)} \quad (2-1-1)$$

Para encontrar o parâmetro p da equação (2-1-1) basta fazer

$$(\phi) = 0$$

e teremos

$$p = R_P (1 + \text{EXC})$$

onde R_P é o raio no perigeu.

Nas publicações periódicas, conhecidas como efemérides, são dados os valores de EXC e da altura HP do perigeu. Assim conhecemos

$$RP = ER + HP$$

onde ER é o raio da terra. Dessa forma é possível determinar-se o valor do raio vetor para qualquer ϕ dado.

Para o cálculo da velocidade angular devemos lembrar que o momento angular é uma constante no movimento central. Assim:

$$WA.R^2 = WAP.RP^2 = WM \text{ (CONSTANTE)}$$

onde:

WA = velocidade angular para o raio R

WAP = velocidade angular no perigeu

Para o cálculo da constante WM são fornecidos nas efemérides os valores da velocidade no perigeu e da altura do perigeu. Então:

$$WM = VP \cdot RP$$

onde VP é a velocidade no perigeu.

2 - 2 CÁLCULO DO ÂNGULO ϕ NO INSTANTE DO CRUZAMENTO COM O EQUADOR

Considere-se a figura 2-2-1. Dela podemos tirar o valor de ϕ

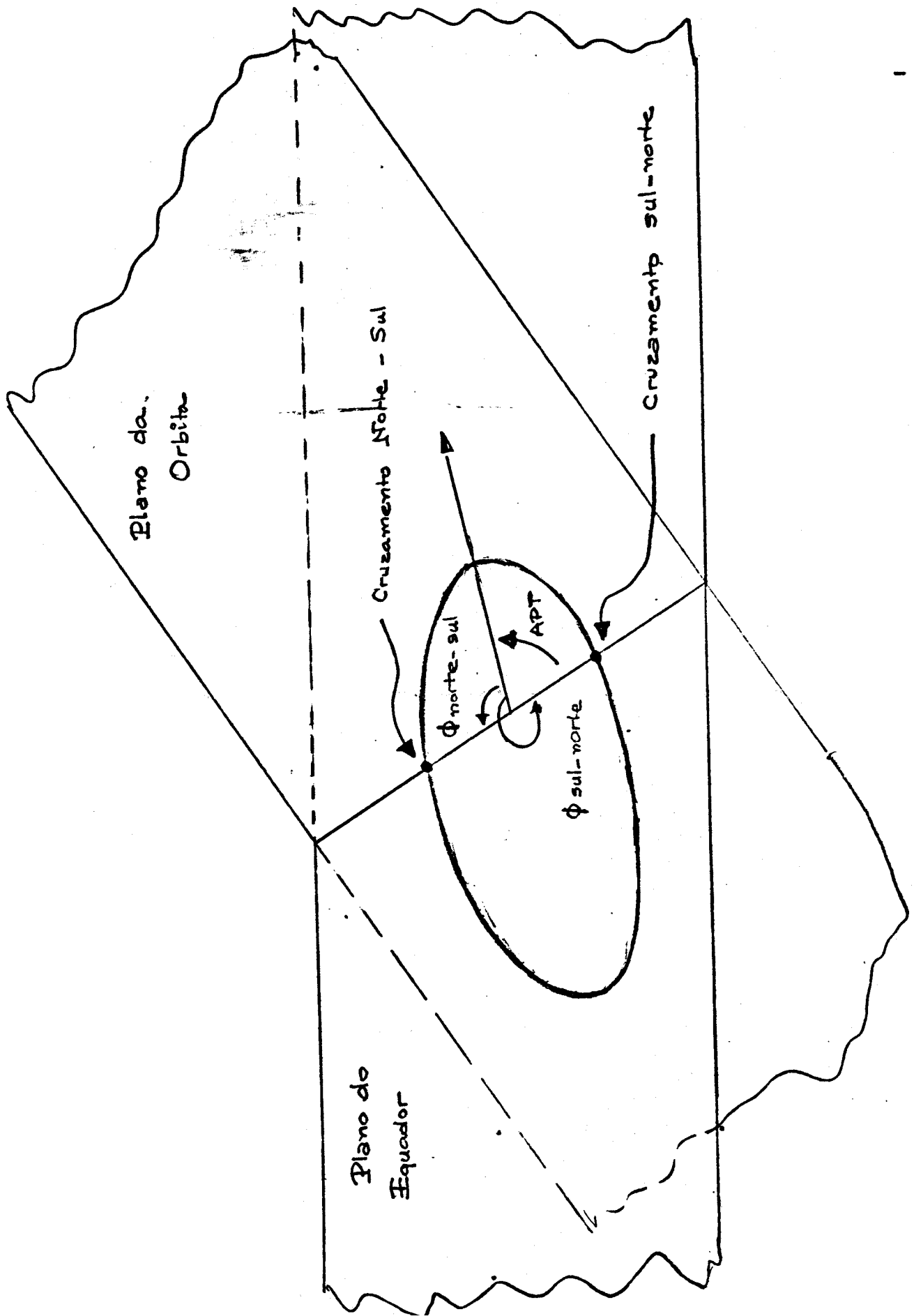


Figura 2-2-1 - Ângulo ϕ do cruzamento com o equador

para o cruzamento com o equador nos dois casos: cruzamento norte - sul e cruzamento sul - norte. Assim:

1º caso: Cruzamento Norte-Sul

$$\phi = 1 - \text{APT}$$

2º caso: Cruzamento Sul-Norte

$$\phi = 2\pi - \text{APT}$$

onde APT é o argumento do perigeu no instante do cruzamento com o equador.

Para calcular os outros pontos de passagem usaremos a velocidade angular no ponto considerado. Assim, para pequenos intervalos de tempo ΔT o valor do ângulo ϕ poderá ser calculado por:

1º caso - Passagem Norte-Sul

$$\phi = \phi_{\text{ant}} + \omega_A \cdot \Delta T$$

2º caso - Passagem Sul-Norte

$$\phi = \phi_{\text{ant}} - \omega_A \cdot \Delta T$$

onde ϕ é o valor do ângulo no ponto anterior ao que se deseja calcular, ϕ_{ant} é o valor do ângulo conhecido num ponto qualquer da órbita e ΔT é o intervalo de tempo (sempre positivo).

2 - 3 - CÁLCULOS DA LATITUDE E DA LONGITUDE DO PONTO SUB-SATÉLITE

Para o cálculo da latitude e da longitude do ponto sub-satélite re
ferir-nos-emos à figura 2-3-1. Nela teremos para uma passagem sul -norte

PO - Ponto da Órbita considerado

Q - Ângulo Central formado pelos raios veto
res do ponto de cruzamento com o equador e do ponto considerado.

PCE - Ponto de cruzamento com o equador.

POT - Ponto considerado projetado radialmente
no plano tangente à terra no ponto de cruzamento com o equador.

POLN - Ponto POT projetado no plano do equa
dor.

POLT - Ponto POT projetado no plano meridiano
ao plano do equador no ponto de cruzamento.

ALATT - Diferença de latitude entre o ponto
considerado e o cruzamento com o equador.

ALONN - Diferença de longitudes entre o ponto
considerado e o de cruzamento com o equador.

XIN - Inclinação do plano da órbita.

Olhando para a figura 2-3-1 vemos que :

$$HIP = POT - PCE = ER \cdot \tan (Q)$$

$$DDLAT = POLT - PCE = ER \cdot \tan (ALATT)$$

$$DDLON = POLN - PCE = LR \cdot \tan (ALONN)$$

$$DDLAT = HIP \cdot \sin (XIN)$$

$$DDLON = HIP \cdot \cos (XIN)$$

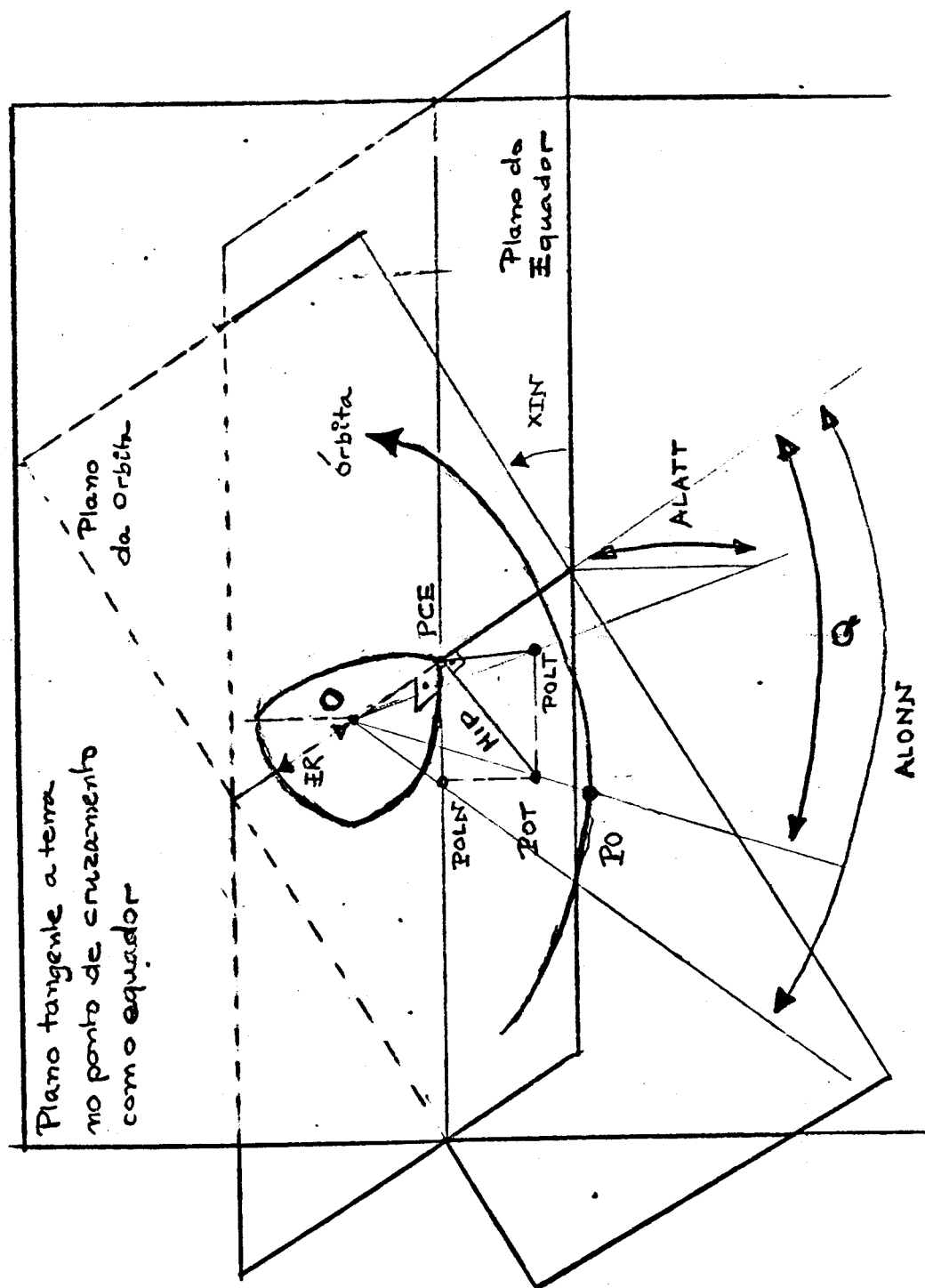


Figura 2-3-1 - Latitude e Ângulo Central

logo :

$$ALATT = ALATC - ALATS = ARCTG (DDLAT/ER)$$

$$ALONN = ALONC - ALONS = ARCTG (DDLON/ER)$$

e finalmente :

$$ALATS = ALATC - ARCTG (DDLAT/ER)$$

$$ALONS = ALONC - ARCTG (DDLON/ER)$$

onde ALATS é a latitude do ponto sub-satélite e ALONS a longitude desse ponto. ALATC, ALONC referem-se ao cruzamento com o equador.

Resta finalmente considerar para o caso da longitude o movimento da terra. Chamando de VE a velocidade da terra, no caso de uma passagem sul - norte, como mostrado acima, teremos de somar à longitude o valor . $VE.(TC-T)$ (com TC instante do cruzamento e T o instante do ponto considerado), decorrente da movimentação da terra. Assim :

$$ALATS = ALATC - ARCTG (DDPLAT/ER)$$

$$ALONS = ALONC - ARCTG (DDLON/ER) + VE.DLT \text{ com}$$

$$DLT = (TC - T)$$

2 -4 - CÁLCULO DO AZIMUTE E ELEVACÃO

Por definição o azimuth é o ângulo mostrado na figura 2 - 4 - 1

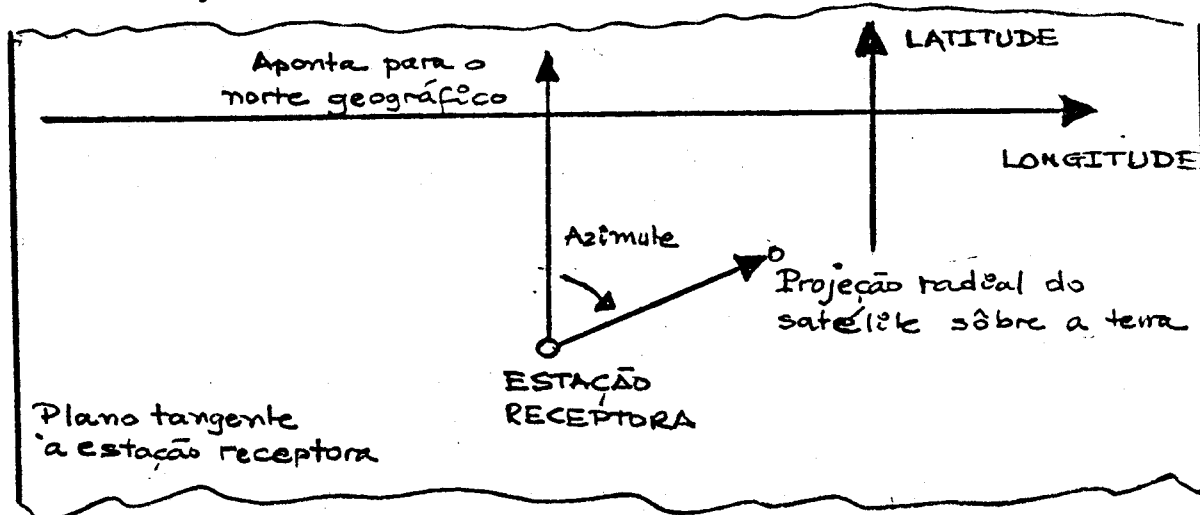


Figura 2-4-1 - Azimute

Para calculá-lo consideramos o plano tangente à terra no ponto onde está colocada a estação receptora. Nessas condições, conhecida a latitude e a longitude é possível calcular-se o azimuth, pois considerando-se o triângulo da figura 2-4-2 teremos :

$$\overline{PS - PSN} = DDALON$$

$$\overline{PSN - 0} = DDALAT$$

$$AZIMUTE = \text{ARCTG} (DDALON/DDALAT)$$

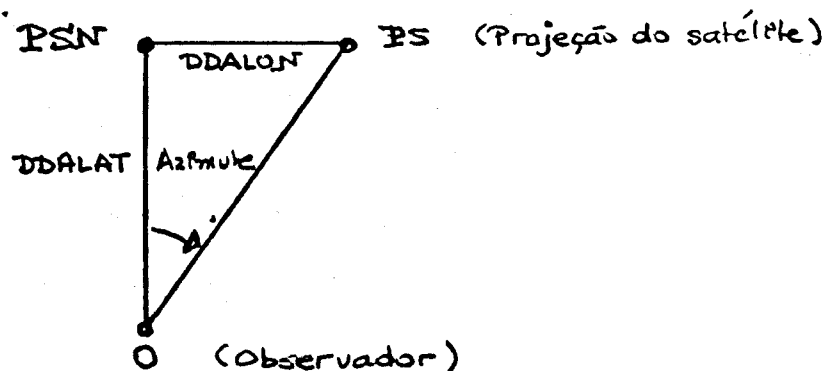


Figura 2-4-2

As projeções DDALAT e DDALON são calculadas baseando-se na figura 2-4-3 p. 2 :

$$DDALAT = ER \cdot \tan (DALAT)$$

$$DDALON = \frac{ER}{\cos (DALAT)} \tan (DALON)$$

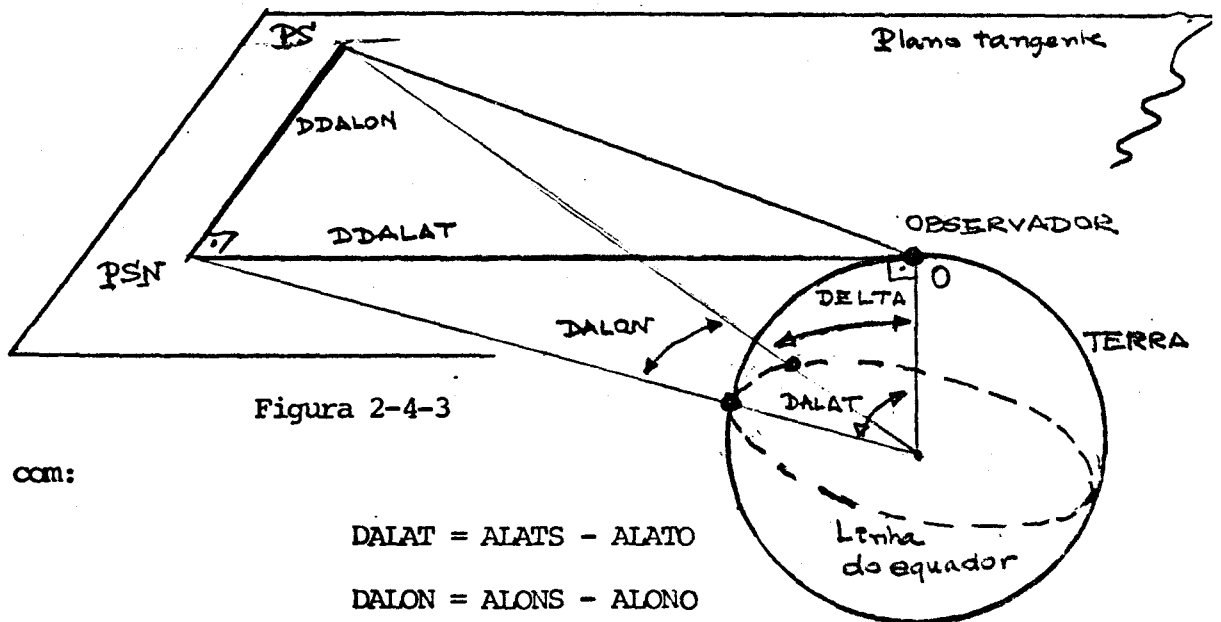


Figura 2-4-3

com:

$$DALAT = ALATS - ALATO$$

$$DALON = ALONS - ALONO$$

onde as coordenadas cartesianas : ALATO e ALONO referem-se ao observador (estação receptora).

Para o cálculo da elevação necessitamos do valor do ângulo central DELTA que é dado (ver figura 2-4-3) por:

$$DELTA = \arctg \sqrt{(DDALAT^2 + DDALON^2) / ER}$$

E a elevação é calculada pelas fórmulas abaixo, tiradas da publicação "Previsão de Passagem de Satélites em Órbitas Elípticas ou Circulares sem Perturbações" - Carlos José Zamlutti - Lafe-89 - CNAE, Julho de 1969.

$$D = \sqrt{(ER + H) (4ER \cdot \sin(\Delta/2) + H^2)}$$

$$\Psi = \arcsin(ER \cdot \sin(\Delta)/D)$$

$$\beta = \pi - \Delta$$

$$\alpha = \beta - \Psi$$

onde α é a elevação procurada e H a altura do satélite no ponto considerado.

3 - LISTAGEM USO DOS PROGRAMAS

3 - 1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Os programas feitos são para conexão direta com o programa de previsão de passagem de satélites do LAPE-89 já referidos, que gera um arquivo em disco para ser usado pelo programa aqui desenvolvido.

As constantes necessárias ao programa são definidas com um cartão DATA, as coordenadas da estação são definidas em outro cartão DATA e as constantes da órbita do satélite em outro cartão DATA. Isto permite maior facilidade por parte do usuário do programa.

3 - 2 - LISTAGEM PARA PASSAGEM NORTE-SUL

```

FILE 9=GAGUI,UNIT=DISK,RECORD=56,AREA=30,FIXED
C PROGRAMADOR ---- ZAMLUTTI
FILE 6=UTTI,UNIT=PRINTER
SIZE REAL=12
C CALCULO DE ELEVACAO AZIMUTE - PASSAGENS NORTE SUL
C CONSTANTES
DATA PI,ER,RAD,VE/3.1416,6378.16,57.296,4.375E-03/
C DADOS DA ESTACAO
DATA ALATO,ALONO/-23.,314./
C DADOS DO C. ELITE
DATA EXC,XIN,HP,VP/0.17476,88.426,574.18,29545./
C TRANSFORMACAO DE GRAUS EM RADIANS
ALATO=ALATO/RAD
ALONO=ALONO/RAD
XIN= XIN/RAD
C CALCULO DOS PARAMETROS E CONSTANTES
SXIN= SIN(XIN)
CXIN= COS(XIN)
RP= ER+HP
P= RP*(1.+EXC)
WM= VP*RP/60.
17 READ(9,END=18) APT,DIA,HR,AMIN,ALATC,ALONC,HC
WRITE(6,40)
40 FORMAT(2X,30HDIA HR MIN ELEVACAO AZIMUTE /)
Q= 0.
DT= 1.
ALATC= ALATC/RAD
ALONC= ALONC/RAD
ALATS= ALATC
ALONS= ALONC
APT= APT- 2.*PI*AIN(T(APT/(2.*PI)))
H=HC
O= PI-APT
C CALCULO DO AZIMUTE
26 DALON= ALONS-ALONO
DALAT= ALATS-ALATO
ELAT= ER/COS(DALAT)
DDALAT= SIN(DALAT)*ELAT
DDALON= ELAT*SIN(DALON)/COS(DALON)
TETA= ATAN2(DDALON,DDALAT)
IF (DALON.GT.0.)GO TO 12
AZIM= 2.*PI+TETA
GO TO 13
12 AZIM=TETA
13 AZIM= AZIM*RAD
C CALCULO DA ELEVACAO
DELTA= ATAN(SQRT(DDALAT*DDALAT+DDALON*DDALON)/ER)
D= SQRT((ER+H)*(4.*ER*SIN(DELTA/2.))**2)+H*H)
SFI=ER*SIN(DELTA)/D
CFI=SQRT(1.-SFI*SFI)
FI=ATAN(SFI/CFI)
ALFA=90.-(FI+DELTA)*RAD
IF(ALFA.LT.0..AND.ALATS.LT.-0.34) GO TO 17
11 WRITE(6,14) DIA,HR,AMIN,ALFA,AZIM
14 FORMAT(3(F3.0,1X),2X,2(F5.1,4X))
R= P/(1.+EXC*COS(O))
WA= WM/(R*R)
O= O+WA*DT
Q= Q+WA*DT
HIP= ER*SIN(Q)/COS(Q)
DDLON= HIP*CXIN

```



```
DDLAT= HIP+SXIN
ALATS= ALATC-ATAN(DDLAT/ER)
ALONS= ALONC+ATAN(DDLON/ER)-VE*DT
C  CALCULO DA HORA E MINUTO DO PONTO CONSIDERADO
    H= R-ER
    AMIN= AMIN+DT
    IF(AMIN.LT.60.) GO TO 26
    AMIN= AMIN-60.
    HR= HR+1.
    GO TO 26
18 STOP
END
```

```
09/09/70      3200 PM   ASR#4.2   70156   COMPILER
0 MIN 19 SEC FOR COMPILATION PASS
74 CARDS AT 223 CARDS PER MINUTE
1086 DIGITS DATA. 4158 DIGITS CODE.
```

3 - 3 - LISTAGEM PARA PASSAGEM SUL-NORTE

```

FILE 9=GAGUI,UNIT=DISK,RECORD=56,AREA=30,FIXED
C PROGRAMADOR ---- ZAMLUTTI
FILE 6=UTTI,UNIT=PRINTER
SIZE REAL=12
C CALCULO DE ELEVACAO AZIMUTE / PASSAGENS SUL NORTE
C CONSTANTES
DATA PI,ER,RAD,VE/3.1416,6378.16,57.296,4.375E-03/
C DADOS DA ESTACAO
DATA ALATO,ALONC,-23.,314./
C DADOS DO SATELITE
DATA EXC,XIN,HP,VP/0.17476,88.426,574.18,29545./
C TRANSFORMACAO DE GRAUS EM RADIANS
ALATO=ALATO/RAD
ALONC=ALONC/RAD
XIN= XIN/RAD
C CALCULO DOS PARAMETROS E CONSTANTES
SXIN= SIN(XIN)
CXIN= COS(XIN)
RP= ER+HP
P= RP*(1.+EXC)
WM= VP*RP/60.
17 READ(9,END=18) APT,DIA,HR,AMIN,ALATC,ALONC,HC
WRITE(6,40)
40 FORMAT(2X,30HDIA HR MIN ELEVACAO AZIMUTE /)
DLT= 0.
Q= 0.
DT= 1.
ALATC= ALATC/RAD
ALONC= ALONC/RAD
ALATS= ALATC
ALONS= ALONC
APT= APT- 2.*PI*INT(APT/(2.*PI))
H=HC
O= 2.*PI-APT
C CALCULO DO AZIMUTE
26 DALON= ALONS-ALONC
DALAT= ALATS-ALATO
ELAT= ER/COS(DALAT)
DDALAT= SIN(DALAT)*ELAT
DDALON= ELAT*SIN(DALON)/COS(DALON)
TETA= ATAN2(DDALON,DDALAT)
IF (DALON.GT.0.)GO TO 12
AZIM= 2.*PI+TETA
GO TO 13
12 AZIM=TETA
13 AZIM= AZIM*RAD
C CALCULO DA ELEVACAO
DELTA= ATAN(SQRT(DDALAT*DDALAT+DDALON*DDALON)/ER)
D= SQRT((ER+H)*(4.*ER*SIN(DELTA/2.))**2)+H*H)
SFI=ER*SIN(DELTA)/D
CFI=SQRT(1.-SFI*SFI)
FI=ATAN(SFI/CFI)
ALFA=90.-(FI+DELTA)*RAD
IF(ALFA.LT.0..AND.ALATS.LT.-0.34) GO TO 17
11 WRITE(6,14) DIA,HR,AMIN,ALFA,AZIM
14 FORMAT(3(F3.0,1X),2X,2(F5.1,4X))
R= P/(1.+EXC*COS(O))
WA= WM/(R*R)
DLT= DLT+DT
O=O-WA*DT
Q= Q+WA*DT

```

```
HIP= ER*SIN(Q)/COS(Q)
DDLON= HIP*CXIN
DDLAT= HIP*SXIN
ALATS= ALATC-ATAN(DDLAT/ER)
ALONS= ALONC-ATAN(DDLON/ER)+VE*DLT
C  CALCULO DA HORA E MINUTO DO PONTO CONSIDERADO
H= R-ER
AMIN=AMIN-DT
IF(AMIN.GT.0.) GO TO 26
AMIN= AMIN+60.
HR= HR-1.
GO TO 26
18 STOP
END
```

```
09/09/70      2245 PM   ASR#4.2   70156   COMPILER
1 MIN  3 SEC FOR COMPILATION PASS
76 CARDS AT 071 CARDS PER MINUTE
1102 DIGITS DATA.  4242 DIGITS CODE.
```

3 - 4 - EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO

Consideremos a necessidade de cálculo azimute-elevação para uma passagem sul-norte no dia 1/9/70 e 3/9/70 do satélite ISIS -A. Das efemérides tiramos que :

$$\text{EXC} = 0,17476$$

$$\text{XIN} = '88,426$$

$$\text{HP} = 574.18$$

$$\text{VP} = 29545$$

Para a estação da CNAE - São José dos Campos:

$$\text{ALATO} = 23^{\circ} \quad = \text{latitude}$$

$$\text{ALONO} = 314^{\circ} \quad = \text{longitude}$$

Com isso preenchemos os dois cartões DATA (ver listagem do programa). Usando primeiramente o programa de previsão de passagem vamos gerar os dados APT, DIA, HR, AMIN, ALATS, ALONS, HC que serão usados em nossos cálculos. Como resultado teremos a saída mostrada abaixo :

DIA	HR	MIN	ELEVACAO	AZIMUTE
1.	20.	10.	20.6	335.8
1.	20.	9.	24.7	333.3
1.	20.	8.	30.4	330.1
1.	20.	7.	36.4	326.1
1.	20.	6.	42.6	320.8
1.	20.	5.	48.8	313.7
1.	20.	4.	54.4	304.1
1.	20.	3.	59.1	291.3
1.	20.	2.	61.7	275.4
1.	20.	1.	62.5	258.2
1.	19.	60.	60.9	242.5
1.	19.	59.	57.9	229.9
1.	19.	58.	54.1	220.5
1.	19.	57.	50.0	213.5
1.	19.	56.	45.8	208.4
1.	19.	55.	41.9	204.4
1.	19.	54.	38.1	201.3
1.	19.	53.	34.5	198.8
1.	19.	52.	31.1	196.9
1.	19.	51.	28.0	195.2
1.	19.	50.	25.0	193.9
1.	19.	49.	22.1	192.8
1.	19.	48.	19.4	191.8
1.	19.	47.	16.9	191.0
1.	19.	46.	14.4	190.3
1.	19.	45.	12.1	189.8
1.	19.	44.	9.8	189.3
1.	19.	43.	7.6	189.0
1.	19.	42.	5.5	188.7
1.	19.	41.	3.5	188.6
1.	19.	40.	1.5	188.5
DIA	HR	MIN	ELEVACAO	AZIMUTE
3.	21.	22.	3.0	302.9
3.	21.	21.	4.6	299.7
3.	21.	20.	6.9	296.1
3.	21.	19.	9.2	292.4
3.	21.	18.	11.3	288.3
3.	21.	17.	13.1	284.1
3.	21.	16.	14.8	279.6
3.	21.	15.	16.1	275.0
3.	21.	14.	17.2	270.4
3.	21.	13.	17.9	265.8
3.	21.	12.	18.3	261.2
3.	21.	11.	18.4	256.7
3.	21.	10.	18.2	252.5
3.	21.	9.	17.8	248.4
3.	21.	8.	17.2	244.6
3.	21.	7.	16.3	241.1
3.	21.	6.	15.4	237.8
3.	21.	5.	14.2	234.8
3.	21.	4.	13.0	232.1
3.	21.	3.	11.7	229.6
3.	21.	2.	10.3	227.3
3.	21.	1.	8.9	225.2
3.	20.	60.	7.5	223.3
3.	20.	59.	6.0	221.6
3.	20.	58.	4.5	220.0
3.	20.	57.	3.0	218.7
3.	20.	56.	1.5	217.5

O programa pode ser transformado em sub-rotina, se êsse tipo de conexão melhor preencher as necessidades de previsão do usuário.

4 - BIBLIOGRAFIA

LANDAU, L. et E. Lifchitz, "Mécanique", Éditions MIR, Moscou, 1966.

ZAMLUTTI, C. J., "Previsão de Passagem para Satélites em Órbitas Elípticas e Circulares sem Perturbações" - LAFÉ-89, CNAE, 1969.