

Referência Completa

Tipo da Referência Conference Proceedings
Repositório sid.inpe.br/iris@1905/2005/07.26.21.22.47
Metadados sid.inpe.br/iris@1905/2005/07.26.21.22.50
Site mtc-m05.sid.inpe.br
Rótulo 2609
Chave Secundária INPE-3666-PRE/
Chave de Citação BatistaAbdu:1985:SiNuPr
Autor 1 Batista, Inez Staciarini
 2 Abdu, Mangalathayil Ali
Grupo 1 DAE-INPE-BR
Título Simulacao numerica dos processos eletrodinamicos das regioes "E" e "F" da ionosfera equatorial 
Nome do Evento Ermac, 2.
Ano 1985
Data 16-17 maio 1985
Localização do Evento Sao Jose dos Campos, BR
Palavras-Chave AERONOMIA, IONOSFERA.
Idioma Pt
Tipo Secundário PRE CN
Area CEA
Projeto IONO
Última Atualização dos Metadados 2015:03.18.16.18.16 sid.inpe.br/bibdigital@80/2006/04.07.15.50 administrator
Estágio do Documento concluido
e-Mail (login) marciana
Grupo de Usuários administrator
Visibilidade shown
Transferível 1
Tipo do Conteúdo External Contribution
Unidade Imediatamente Superior 8JMKD3MGPCW/3ETL868
Conteúdo da Pasta source não têm arquivos
Conteúdo da Pasta agreement não têm arquivos
Histórico 2015-03-18 16:18:16 :: administrator -> marciana :: 1985
Campos Vazios abstract accessionnumber affiliation archivingpolicy archivist booktitle callnumber copyholder copyright creatorhistory descriptionlevel dissemination documentstage doi e-mailaddress edition editor electronicmailaddress format isbn issn lineage mark mirrorrepository nextedition notes numberoffiles numberofvolumes organization pages parameterlist parentrepositories previousedition progress publisher publisheraddress readergroup readergroup readpermission resumeid rightsholder secondarydate secondarymark serieseditor session shorttitle size sponsor subject targetfile tertiarymark tertiarytype type url versiontype volume
Data de Acesso 29 jul. 2015
atualizar

1. Publicação nº <i>INPE-3666-PRE/823</i>	2. Versão	3. Data <i>Out., 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DGA/DIO</i>	Programa <i>IONOSFERA</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>EQUAÇÃO ELÍPTICA</i> <i>EQUAÇÃO PARABÓLICA</i> <i>MÉTODOS NUMÉRICOS</i>			
7. C.D.U.: <i>523.4-853</i>			
8. Título <i>SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS PROCESSOS ELETRODINÂMICOS DAS REGIÕES "E" E "F" DA IONOSFERA EQUATORIAL</i>		10. Páginas: <i>12</i>	
9. Autoria <i>Inez Staciairini Batista</i> <i>Mangalathayil Ali Abdu</i>		11. Última página: <i>10</i>	
		12. Revisada por <i>L. A. Vieira Dias</i>	
Assinatura responsável <i>Inez Staciairini Batista</i>		13. Autorizada por <i>Marco Antonio Raupp</i> Diretor Geral	
14. Resumo/Notas <i>Este trabalho descreve uma aplicação de métodos numéricos de solução de equações diferenciais parciais em Ciência Espacial ou, mais especificamente, no acoplamento eletrodinâmico das regiões E e F da ionosfera equatorial. Duas Equações diferenciais parciais acopladas, uma elíptica e uma parabólica não-linear, são resolvidas usando condições de contorno específicas para o problema em questão, e os resultados são úteis para a interpretação de medidas da dinâmica do plasma ionosférico equatorial.</i>			
15. Observações <i>Este trabalho foi parcialmente subvencionado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FNDCT), através do Contrato FINEP 537/CT. Trabalho apresentado no 2º Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional da SBMAC, 16-17 de maio de 1985, INPE, S.J. Campos.</i>			

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS PROCESSOS ELETRODINÂMICOS DAS
REGIÕES "E" E "F" DA IONOSFERA EQUATORIAL

Inez Staciariini Batista

M.A. Abdu

Instituto de Pesquisas Espaciais INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq
C.P. 515 - 12200 - São José dos Campos - SP - Brasil

RESUMO

Este trabalho descreve uma aplicação de métodos numéricos de solução de equações diferenciais parciais em Ciência Espacial ou, mais especificamente, no acoplamento eletrodinâmico das regiões E e F da ionosfera equatorial. Duas equações diferenciais parciais acopladas, uma elíptica e uma parabólica não-linear, são resolvidas usando condições de contorno específicas para o problema em questão, e os resultados são úteis para a interpretação de medidas da dinâmica do plasma ionosférico equatorial.

ABSTRACT

This work describes an application of the solution of partial differential equations by numerical techniques in Space Science or, more specifically in the electrodynamic coupling of E and F regions of the equatorial ionosphere. Two coupled partial differential equations, one elliptic and one parabolic and nonlinear, are solved for specific boundary conditions, and the results are useful for interpreting measurements of equatorial ionosphere plasma dynamics.

1 - INTRODUÇÃO

A descrição matemática de processos físicos em geral resulta, muitas vezes, em equações diferenciais parciais que só podem ser resolvidas por métodos numéricos. Este é o caso quando se quer descrever, por exemplo, os processos eletrodinâmicos que ocorrem na região F da ionosfera equatorial (situada aproximadamente a 350 km acima da superfície da Terra), a qual é acoplada às regiões E conjugadas ao norte e ao sul do equador, através de linhas do campo magnético terrestre. Este trabalho resolve numericamente as equações diferenciais parciais que surgem da descrição matemática do acoplamento eletrodinâmico das regiões E e F da ionosfera equatorial.

2 - EQUAÇÕES BÁSICAS

A equação do potencial eletrostático da região E, em coordenadas esféricas, é uma equação elíptica que pode ser escrita na forma:

$$A(\theta, \phi) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + C(\theta, \phi) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} + D(\theta, \phi) \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + E(\theta, \phi) \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = G(\theta, \phi) \quad (1)$$

$$0 \leq \theta \leq \pi/2; \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$$

e está sujeita às condições de contorno:

$$\Psi(\theta, 0) = \Psi(\theta, 2\pi), \quad (2)$$

$$\Psi(0, \phi) = 0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi(\theta, \phi)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\pi/2} = 0. \quad (4)$$

Os coeficientes A, C, D e E são todos conhecidos mediante o uso de modelos atmosféricos apropriados; porém, o termo forçante G da Equação 1 depende dos ventos de mares da região E, dados como parâmetros de entrada, e da corrente paralela à linha de campo j_{\parallel} , que deve ser calculada pelo modelo. O cálculo da corrente paralela envolve uma integração numérica, ao longo da linha de campo magnético, desde a base da região F até o equador

magnético. O integrando, por sua vez, depende dos campos elétricos e do vento termosférico zonal, calculados na região F. A solução da equação do vento termosférico zonal depende do conhecimento dos campos elétricos, logo, depende do potencial eletrostático da região E. Desta forma, as equações das regiões E e F estão acopladas mediante a corrente paralela à linha de campo (detalhes teóricos poderão ser encontrados em Batista (no prelo)).

A equação do vento termosférico zonal é uma equação parabólica, não-linear, que pode ser escrita na forma:

$$A(r,t,U) \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + B(r) \frac{\partial U}{\partial r} + C(r,t)U + D(r,t) \quad (5)$$

$$0 \leq t \leq T; \quad r_0 \leq r \leq r_J$$

e está sujeita às condições de contorno:

$$U(r,0) = U(r,T), \quad (6)$$

$$U(r_0,t) = 0, \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial U(r,t)}{\partial r} \right|_{r=r_J} = 0. \quad (8)$$

Devido ao acoplamento das equações através da corrente paralela, o sistema foi resolvido iterativamente. Supôs-se um valor inicial nulo para a corrente paralela à linha de campo magnético e resolveu-se a Equação 1. De posse do potencial eletrostático (de ordem zero) foram calculados os campos elétricos, e a seguir a Equação 5 foi resolvida. Os campos elétricos e o vento termosférico foram então usados nos cálculos das correntes elétricas e derivas do plasma ionosférico. A seguir, estas correntes foram usadas para o cálculo da corrente paralela à linha de campo magnético, cujo novo valor foi introduzido na Equação 1. O processo todo foi repetido até que se atingisse um regime permanente.

3 - MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

A Figura 1 mostra a grade usada para discretizar a Equação 1. O índice i varia desde 1 até I e corresponde à variável θ . O índice j varia

desde 1 até J e corresponde à variável ϕ , cujo incremento é $\Delta\phi$. Os coeficientes da Equação 1 sofrem grandes variações latitudinais em uma pequena região próxima ao equador. Nas demais regiões sua variação é bem menor. Por este motivo optou-se pelo uso de uma grade com incremento $\Delta\theta_i$ variável na direção θ , de forma que $\Delta\theta_i$ seja menor próximo ao equador ($\theta=\pi/2$), com valores crescentes à medida que se caminha para os pólos ($\theta=0$). Este processo diminui os erros introduzidos pela discretização da equação, sem aumentar desnecessariamente o número de pontos da grade.

Para discretizar a Equação 1 nas variáveis θ e ϕ , usaram-se diferenças finitas centrais. Pode-se observar da Figura 1 que a indexação da variável θ começou no equador ($\theta=\pi/2$), o que implica que $\theta_{i+1} = \theta_i - \Delta\theta_i$, para incrementos positivos. Assim, a Equação 1, sujeita às condições de contorno especificadas pelas Equações 2 a 4, fica (Batista, no prelo):

$$\Psi_{ij} = A'_{ij}\Psi_{i+1,j} + C'_{ij}\Psi_{i,j+1} + D'_{ij}\Psi_{i-1,j} + E'_{ij}\Psi_{i,j-1} - G'_{ij} \quad (9)$$

$$i=1,2,\dots,I-1; \quad j=2,3,\dots,J,$$

onde:

$$A'_{ij} = \begin{cases} \frac{2A_{ij}}{(\Delta\theta_i)^2} / B_{ij} & i=1 \\ \frac{2A_{ij} - \Delta\theta_{i-1} D_{ij}}{\Delta\theta_i (\Delta\theta_i + \Delta\theta_{i-1})} / B_{ij} & i=2,3,\dots,I-1 \end{cases} \quad (10)$$

$$D'_{ij} = \begin{cases} 0 & i=1 \\ \frac{2A_{ij} + \Delta\theta_i D_{ij}}{\Delta\theta_{i-1} (\Delta\theta_i + \Delta\theta_{i-1})} / B_{ij} & i=2,3,\dots,I-1 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} C'_{ij} \\ E'_{ij} \end{Bmatrix} = \left[\frac{C_{ij}}{(\Delta\phi)^2} \pm \frac{E_{ij}}{2\Delta\phi} \right] / B_{ij} \quad i=1,2,\dots,I-1 \quad (12)$$

$$G'_{ij} = G_{ij} / B_{ij} \quad i=1,2,\dots,I-1 \quad (13)$$

e

$$B_{ij} = \begin{cases} \frac{2A_{ij}}{(\Delta\theta_i)^2} + \frac{2C_{ij}}{(\Delta\phi)^2} & i=1 \\ \frac{2A_{ij} + (\Delta\theta_i - \Delta\theta_{i-1})D_{ij}}{\Delta\theta_i \Delta\theta_{i-1}} + \frac{2C_{ij}}{(\Delta\phi)^2} & i=2,3,\dots,I-1 \end{cases} \quad (14)$$

com $j=2,3,\dots,J$.

Tendo em mente a condição de contorno de periodicidade dada pela Equação 2, deve-se lembrar que, nas Equações 9, quando $j=J$, $\Psi_{i,j+1} \equiv \Psi_{i,2}$.

Para encontrar a solução do Sistema de Equações 9 nos pontos da grade mostrada na Figura 1, seguiu-se o procedimento iterativo descrito abaixo. Supôs-se uma solução inicial $\Psi^{(0)}=0$ em todos os pontos da grade. Logo após, a grade foi varrida variando primeiro o índice i e depois o j . Na n -ésima iteração, o valor de Ψ em cada ponto da grade pode ser calculado a partir de:

$$\Psi_{ij}^{(n)} = A'_{ij} \Psi_{i+1,j}^{(n-1)} + C'_{ij} \Psi_{i,j+1}^{(n-1)} + D'_{ij} \Psi_{i-1,j}^{(n)} + E'_{ij} \Psi_{i,j-1}^{(n)} - G'_{ij} \quad (15)$$

$$i=1,2,\dots,I-1; \quad j=2,3,\dots,J,$$

onde os valores com o índice $(n-1)$ correspondem àqueles calculados na iteração anterior.

Foi utilizado o algoritmo de relaxações sucessivas (SOR - "successive overrelaxation") para acelerar a convergência (Young, 1962; 1971; Young and Gregory, 1973). Este método consiste em melhorar o valor encontrado para $\Psi_{ij}^{(n)}$, na n-ésima iteração, dado pela Equação 14, da seguinte forma. Após cada passo, encontrado um valor provisório para $\Psi_{ij}^{(n)}$, aqui denotado por $\Psi_{ij}^{(n)*}$, e antes de incrementar os índices para prosseguir nos cálculos, este valor é melhorado mediante o uso de um fator de relaxação, w, através do algoritmo:

$$\Psi_{ij}^{(n)} = w\Psi_{ij}^{(n)*} + (1-w)\Psi_{ij}^{(n-1)}, \quad (16)$$

onde w deve estar no intervalo [1,2).

A Figura 2 mostra a grade usada para discretizar a Equação 5. Usaram-se diferenças finitas centrais para discretizar na variável r e o método de Crank - Nicolson (Ames, 1977) para discretizar na variável t. A equação discretizada ficou:

$$A_j^{n+1/2} U_{j+1}^{n+1} + B_j^{n+1/2} U_j^{n+1} + C_j^{n+1/2} U_{j-1}^{n+1} = D_j^{n+1}, \quad (17)$$

$$0 < j < J; \quad 0 \leq n < N,$$

onde:

$$A_j^{n+1/2} = \frac{1}{2(\Delta r)^2} + \frac{B_j^{n+1/2}}{4\Delta r}, \quad (18)$$

$$B_j^{n+1/2} = \frac{C_j^{n+1/2}}{2} - \frac{A_j^{n+1/2}}{\Delta t} - \frac{1}{(\Delta r)^2}, \quad (19)$$

$$C_j^{n+1/2} = \frac{1}{2(\Delta r)^2} - \frac{B_j^{n+1/2}}{4\Delta r}, \quad (20)$$

$$D_j^{n+1/2} = -A_j^{n+1/2} U_{j+1}^n - B_j^{n+1/2} U_j^n - C_j^{n+1/2} U_{j-1}^n - D_j^{n+1/2}. \quad (21)$$

Para cada valor de n o Sistema de Equações 17 transforma-se em um sistema tridiagonal com $J-1$ equações e $J-1$ incógnitas. Para resolver tais sistemas foi usado o método de eliminação de Gauss sem pivotamento (veja, por exemplo, Smith (1978)) que, além de simples, é extremamente rápido. Neste método, para cada passo em tempo, a grade da Figura 2 é varrida primeiro para a direita e depois para a esquerda, ao longo de uma mesma linha, e a seguir po de-se avançar Δt em tempo para calcular os valores da linha seguinte.

Embora o problema anteriormente descrito não apresente novida des em termos de cálculos numéricos, a sua solução não é trivial devido à complexidade dos coeficientes envolvidos os quais dependem, em sua maioria, de parâmetros ionosféricos medidos ou de modelos atmosféricos. Para testar a con vergência do método SOR, por exemplo, usou-se o erro relativo na maioria dos pontos da grade; porém, nos horários em que o potencial eletrostático mudava de sinal, houve a necessidade de mudar o critério e usar o erro absoluto para testar a convergência do método. As condições de contorno usadas para a equação do potencial eletrostático (Equações 1 a 4) impossibilitaram o uso de um algoritmo mais simples, como o de Gauss, e que não exigisse um processo itera tivo.

4 - RESULTADOS

A Figura 3 mostra o potencial eletrostático, em unidades de kV, que resultou da solução da Equação 1. Os coeficientes usados nos cálculos da equação estão descritos em Batista (no prelo). Este potencial foi usado para calcular campos elétricos e derivas da região F equatorial. Em particular, o pico pré-reversão da deriva vertical da região F equatorial pôde ser compara do com resultados experimentais obtidos em Fortaleza e Huancayo, e mostrou boa concordância.

O vento termosférico zonal foi obtido pela solução da Equação 5 cujos coeficientes são descritos por Batista (no prelo). Este resultado pôde ser comparado com medidas feitas por um espectrômetro de vento a bordo do sa télite Dynamics Explorer 2, publicadas por Wharton et alii (1984). Esta compa ração está mostrada na Figura 4. Os pontos na figura são os resultados das medidas feitas pelo satélite entre $\pm 10^\circ$ de latitude em torno do equador. A maioria dos pontos foi obtida entre 300 e 400 km de altura. A linha contínua

mostra o vento termosférico zonal obtido pela presente simulação para Fortaleza (3,3°S), a 350 km de altura. Pode-se ver que há uma boa concordância entre o vento simulado e o medido pelo satélite, o que mostra que o modelo utilizado para o seu cálculo é eficiente.

5 - CONCLUSÕES

O método iterativo (SOR), descrito na seção anterior, para resolver a equação elíptica para o potencial eletrostático mostrou-se bastante lento, porém com bons resultados. Já o método de eliminação de Gauss, usado para resolver os sistemas tridiagonais que resultaram da discretização da equação parabólica, foi bastante eficiente tanto em termos de tempo de processamento quanto de resultados.

Os resultados obtidos a partir da solução das equações diferenciais aqui descritas foram usados para calcular campos elétricos e derivas do plasma da região F equatorial, os quais puderam ser comparados com medidas experimentais, mostrando boa concordância. O vento neutro zonal, obtido através das Equações 5 a 8, pôde ser comparado com medidas feitas por satélites, mostrando bons resultados.

Apesar dos bons resultados obtidos, seria de muita utilidade um método mais rápido que o SOR para resolver as Equações 9 (ou Equação 1), método este que fosse igualmente eficiente em termos de resultados, porém com menos tempo de processamento.

6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMES, W.F. *Numerical methods for partial differential equations*. 2. ed. New York, Academic Press, 1977. (Computer Science and Applied Mathematics).

BATISTA, I.S. *Dinamo da região F equatorial: assimetrias sazonais e longitudinais no setor americano*. Tese de doutorado em Ciência Espacial. São José dos Campos, INPE, (no prelo).

SMITH, G.D. *Numerical solution of partial differential equations: finite difference methods*. 2. ed. Oxford, Oxford University Press, 1978. (Oxford Applied Mathematics and Computing Science Series).

WHARTON, L.E.; SPENCER, N.W.; MAYR, H.G. The earth's thermospheric superrotation from Dynamics Explorer 2. *Geophysical Research Letters*, 11(5):531-533, May 1984.

YOUNG, D.M. *Iterative solution of large systems*. New York, Academic Press, 1971.

——— The numerical solution of elliptic and parabolic partial differential equations. In: Todd, J., ed. *Survey of Numerical Analysis*. New York, McGraw-Hill, 1962. cap. 11, p. 380-435.

YOUNG, D.M.; GREGORY, R.T. *A survey of numerical mathematics*. Massachusetts, Addison - Wesley Publishing Company, 1973. v.2.

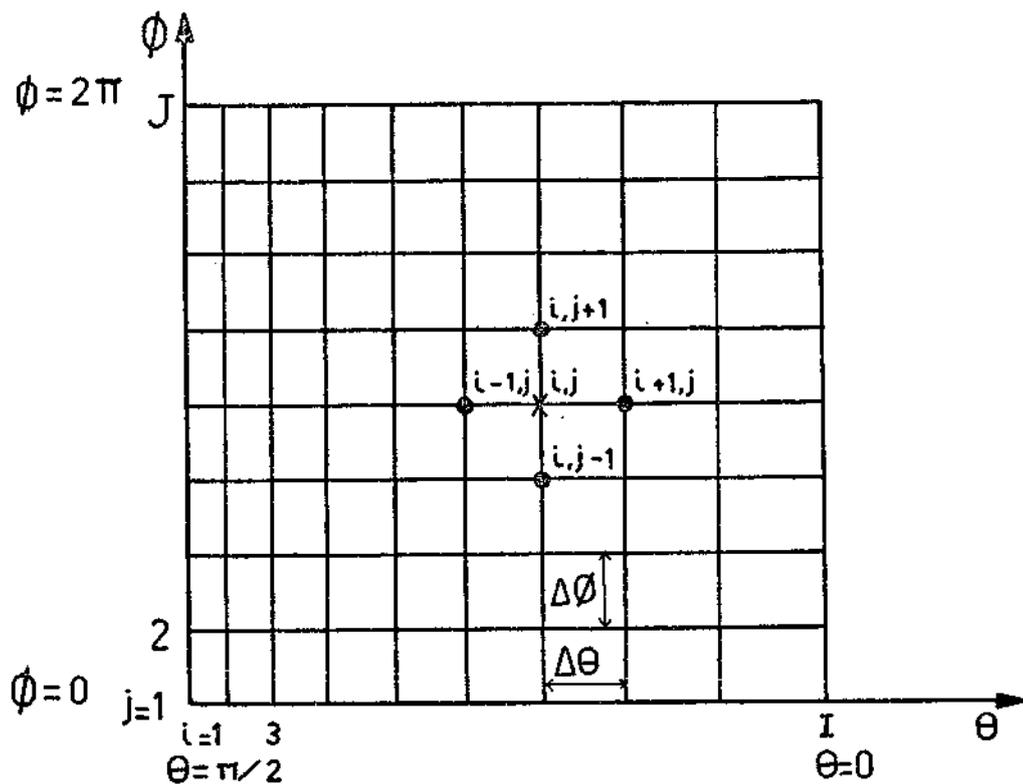


Fig. 1 - Grade usada para resolver a equação elíptica.

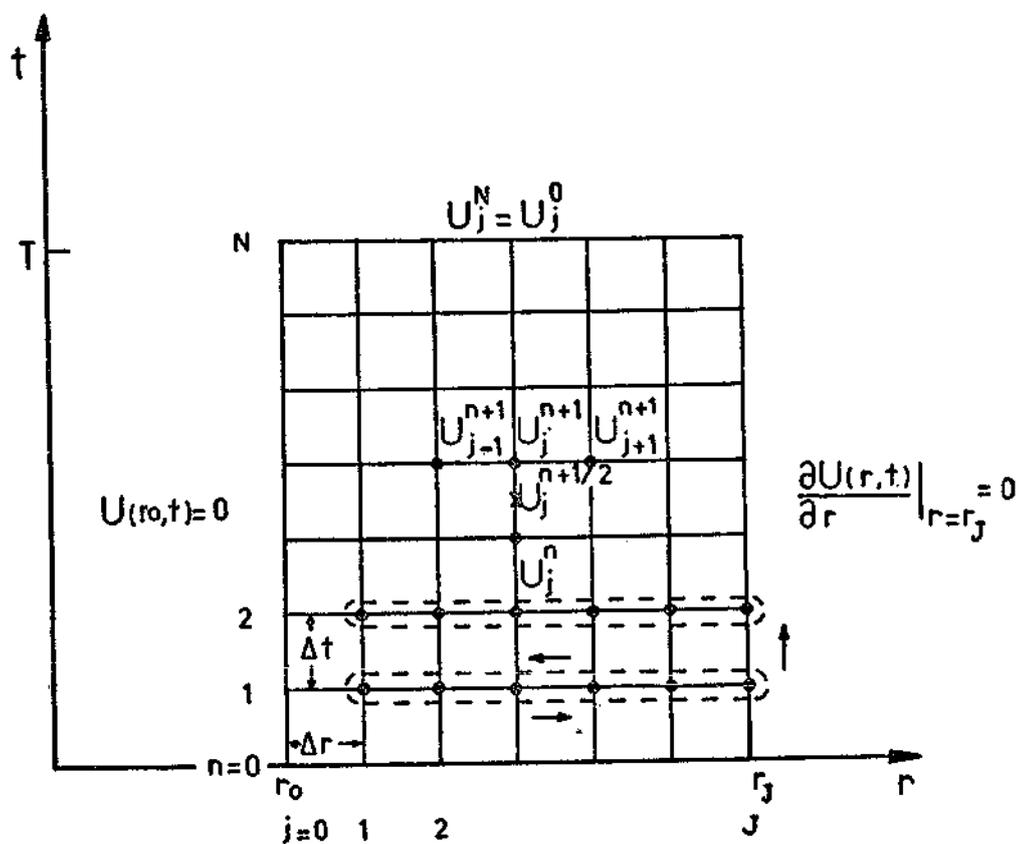


Fig. 2 - Grade usada para resolver a equação parabólica.

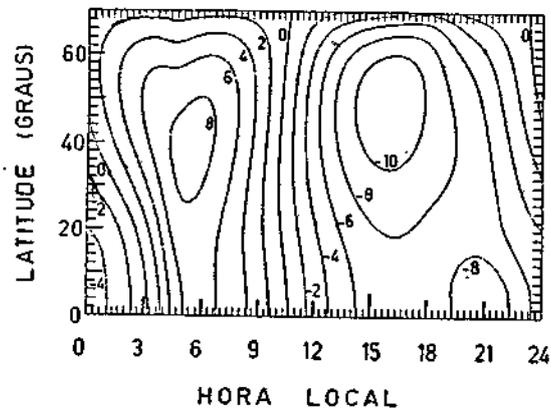


Fig. 3 - Isolinhas do potencial eletrostático em unidades de kV.

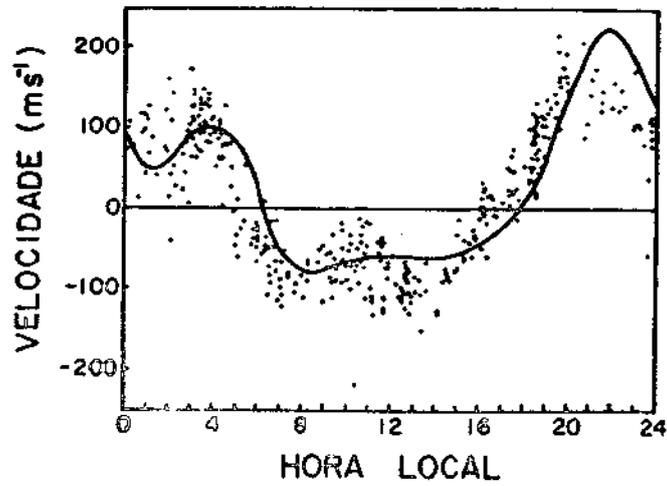


Fig. 4 - Variação diurna da velocidade zonal do vento termosférico medida por satélite (pontos) e simulada pelo modelo (curva contínua).