MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS

AUTORES / AUTHORS

RADIAÇÃO SOLAR
CILINDRO
CIÊNCIA ESPACIAL

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY

Marco Antonio Raupp
Diretor Geral

AUTOR RESPONSAVEL / RESPONSIBLE AUTHOR

Álvaro M. de Souza Soares

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION

- [ ] INTERNA / INTERNAL
- [x] EXTERNA / EXTERNAL
- [ ] RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

Carlos A. C. Altemani

CDU/UDC

551.521.1/2

DATA / DATE

Novembro 1987

PUBLICAÇÃO Nº / PUBLICATION NO

INPE-4428-TDL/308

ORIGEM / ORIGIN

PG

PROJETO / PROJECT

FRH/CEA

Nº DE PAG. / NO OF PAGES

84

ULTIMA PAG. / LAST PAGE

A.11

VERSÃO / VERSION

Nº DE MAPAS / NO OF MAPS

TÍTULO/TITLE

INFLUÊNCIA DA RADIAÇÃO E DA CONDUÇÃO TÉRMICA NA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NUM CILINDRO OCO DE PAREDE DELGADA

AUTORES/AUTHORSHIP

Álvaro M. de Souza Soares

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

Um método numérico é utilizado para obter o perfil de temperaturas na parede delgada de um cilindro sujeito a radiação solar no espaço. A parede é condutiva e os resultados são obtidos em regime permanente. Os mecanismos de troca de calor são condução circunferencial e as trocas radiativas externas e interna. Os termos radiativos não são linearezados. Comparações satisfatórias são efetuadas com vários resultados analíticos aproximados da literatura.

OBSERVAÇÕES / REMARKS

Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial, aprovada em dezembro de 1987.

INPE - 149

Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento a requisito exigido
para a obtenção do Título de Mestre
em Ciência Espacial

Dr. Valcir Orlando _____ Presidente

Dr. Carlos Alberto Carrasco Altemani _____ Orientador

Dr. José Tomaz Vieira Pereira _____ Membro da Banca -convidado-

Candidato: Álvaro Manoel de Souza Soares

São José dos Campos, 05 de dezembro de 1986

Meus sinceros agradecimentos ao Dr. Carlos Alberto C. Altemani pela orientação e apoio durante o trabalho e ao Instituto de Pesquisas Espaciais pela oportunidade.

Este trabalho é dedicado a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, dele participaram e a todos os Bolsistas do País que, apesar de todas as dificuldades e discriminações impostas, conseguiram se pós-graduar.

The ability to analyze a problem involves a combination of inherent insight and experience. The former, unifortunately, cannot be learned, but depends on the individual. However, the latter is of equal importance, and can be gained with patient study.

ABSTRACT

A numerical method is employed to obtain the temperature profile in the thin wall of a cylinder under solar radiation in space. The wall is conductive and the results are obtained under steady state conditions. The heat exchange mechanisms include circunferencial conduction along the wall as well as thermal radiation from both inner and outer surfaces of the cylinder. The radiative terms are not linearized. Satisfactory comparisons are made with some approximate analytical results from the literature.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

Pág.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

a - Absortividade solar média do material

c - Calor específico a pressão constante, J/Kg K

k - Condutibilidade térmica, W/mK

Ks - Constante solar, 1382 W/m^2

r - Raio do Cilindro, mm

s - Espessura do cilindro, mm.

T - Temperatura, K

v - Velocidade, m/s

x - Coordenada linear, mm

ε - Emissividade média do material

ρ - Massa específica, Kg/m^3

α - Difusividade térmica, $k/\rho c$, m^2/s

σ - Constante de Stephan-Boltzmann, 5.67E-8 $W/m^2\ K^4$

θ - Variável angular independente, graus

ϕ - Coordenada angular genérica, graus

Subescritos:

e - externa

i - interna

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Este trabalho estudo os efeitos dos mecanismos de radiação interna e condução circunferencial de calor num cilindro oco, exposto externamente à radiação solar no ambiente espacial. Adota-se que a irradiação incide normalmente ao eixo do cilindro, que o cilindro é suficientemente longo para desprezar efeitos de ponta e que o regime é permanente.

O Capítulo 2 faz uma revisão da literatura. Nota-se que todos os autores usaram o procedimento da linearização da equação da energia, com o objetivo de conseguir uma solução analítica da equação simplificada. Nos casos em que somente o mecanismo de condução de calor foi considerado, podendo o cilindro ter ou não rotação em torno do seu eixo, uma resolução analítica foi obtida por Charnes e Raynor (1960) através das funções de Green. Outro trabalho (Frank e Gray (1962)) considera que as superfícies externa e interna do cilindro sejam negras em dois tratamentos: somente condução circunferencial sem rotação e a combinação dos efeitos de condução circunferencial e troca radiativa interna de calor, solucionando ambos por série de Fourier. Um trabalho de D.K. Edwards (1980), considera a condução anisotrópica e bi-dimensional nas direções radial e circunferencial, além de radiação interna, para um cilindro de superfícies cinzentas, sem rotação e sua solução também foi obtida através de séries de Fourier. Outros dois trabalhos de Eby e Karam (1970), combinam condução cricunferencial com uma descontinuidade no cilindro e condução circunferencial com uma sobreposição de áreas ("overlap") do cilindro, ambos resolvidos analiticamente por Transformada de Laplace.

O objetivo deste trabalho é utilizar um método de obtenção numérica de resultados para este problema, de forma a abranger os vários casos particulares que são tratados de formas distintas na literatura. Na solução numérica, não será adotado o procedimento simplificador de linearização da radiação térmica na equação da energia, devidos aos erros inerentes a este processo.

O Capítulo 3 apresenta a formulação matemática e descreve o método numérico adotado para a sua solução. Obteve-se a equação de conservação da energia para o problema proposto e depois resolveram-se vários casos que, baseados em hipóteses distintas, puderam ou não simplificar a equação. O método numérico adotado foi o de Runge-Kutta, quarta-ordem, passo fixo, conjugado com o Shooting Method que é um método corretivo. A solução da equação da energia para cada caso foi obtida sem linearização do termo radiativo.

O Capítulo 4, apresenta os resultados obtidos, que são mostrados em forma de gráficos da distribuição de temperatura em função da posição circunferencial e comentários à respeito dos mesmos.

Uma aplicação direta deste trabalho seria a obtenção da distribuição circunferencial de temperatura no mastro de um satélite, em órbita, com controle passivo de atitude por gradiente de gravidade.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - INTRODUÇÃO

Fez-se neste capítulo um resumo de todas as teorias encontradas que estivessem direta ou indiretamente, ligadas ao tema deste trabalho. São expostas aqui, ao todo, seis diferentes problemas, cada um deles com teoria para formulação e solução distintas.

Nas considerações feitas, assumiu-se um elemento cilíndrico, oco, com radiação solar incidente na sua superfície externa. A distribuição de temperatura é assumida constante ao longo de seu comprimento e a espessura de parede, tão fina que se possa desprezar a resistência radial a condução de calor.

2.2 - REVISÃO DA LITERATURA

Dentro das considerações anteriores, Charnes e Raynor (1960) resolveram o problema com rotação do cilindro em torno do seu eixo axial, desprezando a troca de calor por radiação na sua superfície interna. Através de uma mudança de variáveis, a dependência do tempo foi eliminada da equação de conservação de energia. Após esta mudança, foi definida uma temperatura média de referência com a finalidade de se adimensionalisar a equação. Com o intuído de simplificação, o termo de emissão radiativa de calor da equação foi linearizado. O método usado para se obter a solução foi a aplicação das funções de Green na equação diferencial. A solução apresentada, é composta de três funções referentes a três regiões distintas, mostradas na Figura 2.1.

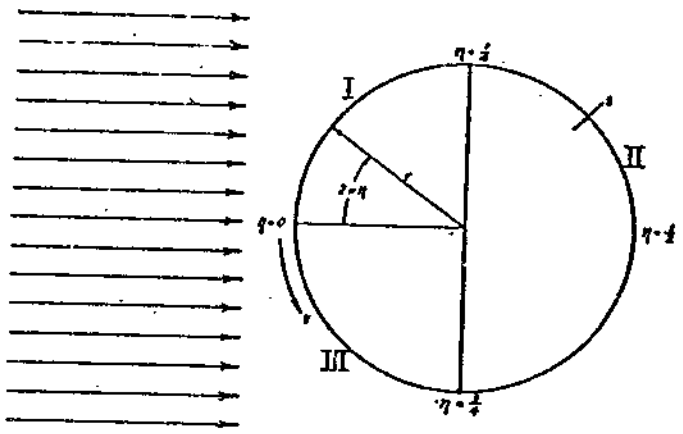

Fig. 2.1 - Cilindro exposto a irradiação solar.

Charnes e Raynor (1960) incluem ainda em seu trabalho duas outras soluções para casos particulares. Uma para o cilindro sem rotação e outra para o cilindro girando com altas velocidades (superiores a 0.2 RPM). Neste segundo caso, a tendência da distribuição de temperatura é de se tornar constante e igual a temperatura média de referência, ou seja, a temperatura do cilindro tende a se equalizar na medida que a rotação cresce.

Convém ressaltar que as maiores variações circunferenciais de temperatura ocorrem quando cilindro está sem rotação. Neste caso, o erro cometido devido a linearização da equação é máximo. São deduzidas também expressões analíticas para as temperaturas mínimas e máximas. Através de um balanço de energia, são estimados os efeitos devidos a linearização da equação nos valores obtidos da temperatura.

Frank e Gray (1962) estudam dois caos onde o cilindro é considerado sem rotação e composto por superfícies externa e interna negras.

No primeiro, somente troca radiativa de calor interna é considerada na superfície interna do cilindro desprezando-se a condução circunferencial na sua parede.

A equação obtida do balanço de energia é integral devido ao termo da radiação térmica no interior do cilindro. A solução é obtida assumindo-se que o calor trocado internamente no cilindro pode ser representado por uma série de Fourier.

No segundo caso, há uma superposição dos dois efeitos: troca interna de calor por radiação e condução circunferencial na parede do cilindro. Desse modo, a equação de conservação de energia é obtida na forma integro-diferencial. A solução é análoga ao primeiro caso, utilizando-se linearização da temperatura e expansão em série de Fourier.

Neste caso de efeitos combinados, é ressaltado pelos autores que a condução de calor pode ser desprezada em comparação com a radiação interna se a seguinte relação for satisfeita:

$$sk/4.C^{3/4} . \sigma^{3/4} . r^2 << 2$$

onde: C = constante igual a 3.14156 (número π).

D.K. Edwards (1980) estuda o caso sem rotação do cilindro no qual a condução é anistrópica bi-dimensional (radial e circunferencial). Seu efeito é combinado com a radiação interna que por sua vez é formulada usando-se equações de radiosidade para uma cavidade difusa e cinzenta (vide Figura 2.2).

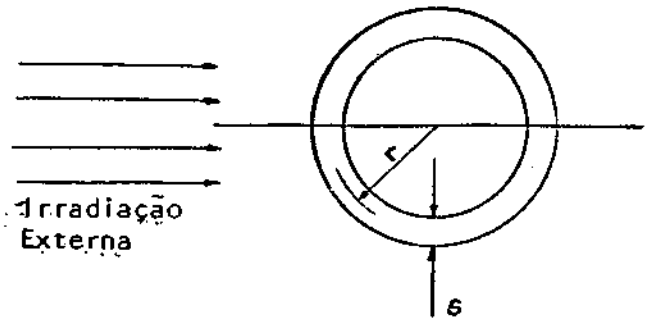

Fig. 2.2 - Configuração estudada por D.K. Edwards.

A obtenção da solução analítica é feita através de uma linearização da equação da energia seguida de uma mudança de variáveis para adimensionaliza-la.

A distribuição de temperatura é obtida através de séries de Fourier e sua convergência, segundo dados apresentados pelo autor, é excelente com apenas dois termos da série.

John D. Graham (1970) considera a superfície interna de um cilindro sem rotação como difusa e cinzenta. Partindo do fator de forma entre duas tiras infinitesimais e longitudinais no interior de um cilindro, obtém uma expressão para a taxa líquida de perda de calor em uma delas. A condução de calor não é considerada nesta análise. Este artigo trata apenas da formulação do problema térmico, sem continuidade para a sua solução.

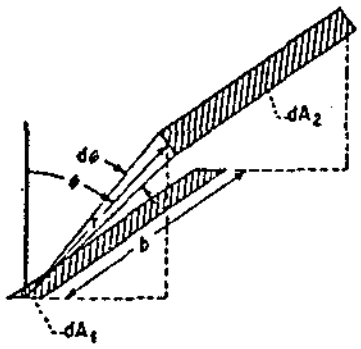

Fig. 2.3 - Tiras infinitesimais do cilindro.

Eby e Karam (1970) tratam de um cilindro que gira com velocidade angular constante em torno do seu eixo e contém uma descontinuidade (vide Figura 2.4) circunferencial de sua parede. Dessa forma, condições de contorno bem peculiares ocorrem no problema.

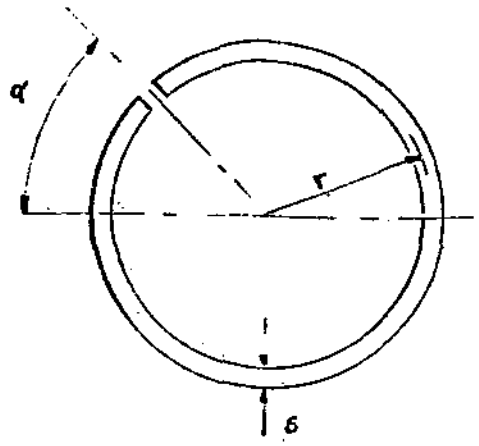

Fig. 2.4 - Cilindro descontínuo.

A equação do balanço de energia é submetida a uma mudança de variáveis análoga aquela de Charnes e Raynor (1960), de modo a transformar sua dependência do tempo em dependência de coordenadas espaciais transformadas.

As hípoteses deste trabalho incluem a radiação interna desprezível face a condução de calor na parede do cilindro e que a radiação e a troca de calor através da pequena abertura considerada sejam desprezíveis. Linearizando a equação e trabalhando com uma temperatura média de referência para adimensionalazá-la, os autores obtém a solução usando o método de Transformada de Laplace. Ainda neste trabalho, são deduzidas expressões para o perfil de temperaturas num cilindro contínuo, como caso especial do tratamento utilizado e são feitas comparações entre os dois tipos de geometria, através de gráficos que sobrepõem os dois tipos de perfil.

Um outro trabalho, também de Eby e Karam (1970), estuda um cilindro que, além de descontinuo, possui uma superposição de áreas ("overlap" - vide Figura 2.5), sem considerar o efeito de rotação.

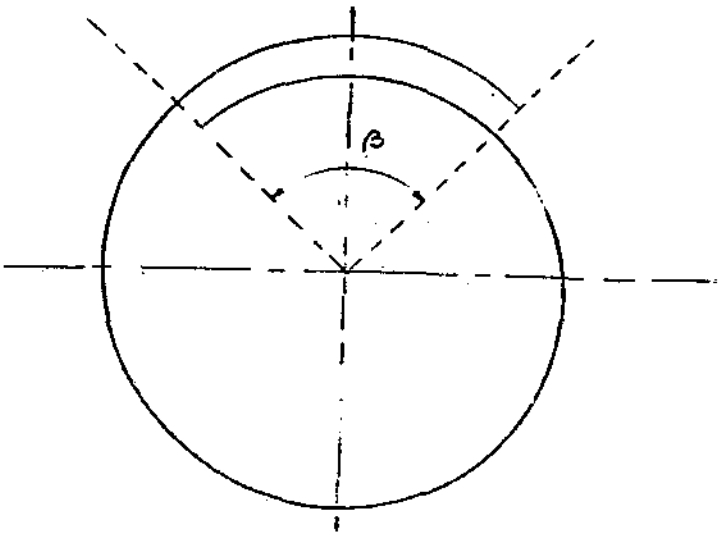

Fig. 2.5 - Cilindro com sobreposição de áreas.

Na região de superposição, considera-se que as superfícies externa e interna não trocam calor entre si e que suas extremidades sejam adiabáticas.

Como no artigo anterior, a solução é obtida através do método de Transformada de Laplace. A radiação interna ao cilindro não é considerada, implicando que a superfície interna superposta seja isotérmica devido as hipóteses já feitas. Ainda neste trabalho é feita uma análise nodal para verificação do efeito da linearização do termo de radiação térmica na equação da energia; esta análise é feita numericamente e seus resultados são mostrados no trabalho.

CAPÍTULO 3

DESCRIÇÃO DA FORMULAÇÃO E DO MÉTODO DE SOLUÇÃO ADOTADO

3.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta as considerações feitas para se formular o problema princial e casos particulares derivados do mesmo, assim como métodos e técnicas utilizados para sua solução.

Foi inicialmente obtida uma equação diferencial que expressa o balanço de energia, considerando condução circunferencial de calor e troca radiativa interna e externa, Resolveu-se o problema inicialmente só com condução circunferencial de calor e radiação externa. Posteriormente o efeito radiativo interno foi incluido. Finalmente o cilindro com uma descontinuidade circunferencial e o cilindro com um "overlap" ou superposição de áreas, foram considerados.

O método numérico usado nas soluções foi o de Runge-Kutta, devido a sua simples concepção e outras vantagens citadas adiante.

3.2 - APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A equação do balanço de energia foi obtida num elemento infinitesimal circunferencial (Figura 3.1),considerando-se um cilindro oco, com parede delgada, sujeito a radiação solar na sua superfície externa. O cilindro pode eventualmente ter rotação em torno do seu eixo de simetria. A resistência condutiva radial foi desprezada em função da espessura de parede do cilindro ser pequena. A temperatura no sentido

longitudinal, devido a um comprimento suficientemente longo, foi considerada uniforme

Fig. 3.1 - Balanço de energia num elemento infinitesimal e circunferencial.

O balanço inicialmente foi feito sem considerar troca interna de calor por radiação, o que facilitou o seu desenvolvimento. Assim, o calor absorvido pelo elemento da fonte externa ($q\ dx\ dt$), menos o calor emitido para o espaço ($\sigma T^4 \varepsilon_e\ dx\ dt$), menos o calor que deixa o elemento por condução ($\partial qc/\partial x\ dx\ dt$), deve ser igual ao calor armazenado no elemento ($\rho s\ c\ dx \partial T/\partial t\ dt$) ou:

$$q\ dx\ dt - \sigma T^4 \varepsilon_e\ dx\ dt - \frac{\partial q_c}{\partial x}\ dx\ dt = \rho\ sc\ dx \frac{\partial T}{\partial t} dt \quad (3.1)$$

onde $q_c = - sk\ \partial T/\partial x$.

Desse modo a Equação 3.1, considerando propriedades constantes, fica:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\rho c}{K} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\sigma \varepsilon_e T}{sk} = - \frac{q}{sk} \quad (3.2)$$

O calor irradiado pelo Sol pode ser considerado, no caso de rotação do cilindro, deslocando-se sem alteração do seu perfil, na superfície externa desenvolvida

do cilindro. No equilíbrio térmico a temperatura pode ser considerada da mesma maneira, de modo que:

$$q = q(x - vt) \quad , \quad T = T(x - vt).$$

Através de um procedimento análogo a Charnes e Raynor (1960), a dependência com o tempo da Equação 3.2 pode ser eliminada através da transformação

$$x - vt = \xi \qquad e \qquad t = t'$$

onde $\xi = \theta r$

definido um sistema móvel de coordenadas.

Desta forma,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial T}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \xi} \qquad e \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial t'}\frac{\partial t'}{\partial t} = -v\frac{\partial T}{\partial \xi} = -\frac{v}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}$$

onde $\partial T/\partial t' = 0$, já que no novo sistema (móvel) de coordenadas a distribuição de temperatura não depende explicitamente do tempo. Com isso, a Equação 3.2 fica na forma

$$\frac{d^2T}{d\theta^2} + \frac{rv}{\alpha}\frac{dt}{d\theta} - \frac{r^2\sigma\,\varepsilon_e T}{sk} = -\frac{r^2 q}{sk} \tag{3.3}$$

Assumindo que o calor irradiado pelo Sol siga a lei de Lambert na forma $q = a\,Ks\cos^{+}\theta$, a Equação 3.3 pode ser rearranjada na forma:

$$\frac{d^2T}{d\theta^2} + \frac{rv}{\alpha}\frac{dt}{d\theta} - \frac{r^2\sigma\ \varepsilon_e T^4}{sk} = -\frac{r^2\ aKs}{sk}\cos^+\theta \qquad (3.4)$$

A temperatura média do cilindro quando este estiver em equilíbrio térmico no espaço pode ser obtida através da igualdade dos calores absorvidos e emitido em toda a superfície cilindrica, considerando-a isotêrmica:

$$2.r.a.Ks = 2.\pi.r.\sigma.T_o^4.\varepsilon_e \longrightarrow T_o^4 = \frac{a.Ks}{\pi.\varepsilon_e.\sigma}$$

onde: $\overline{T}_o \longrightarrow$ temperatura média de equilíbrio.

É possível assim adimensionalizar a Equação 3.4 através de um mudança de variáveis da forma

$$\overline{T} = \frac{T}{T_o}$$

onde: $\overline{T} \longrightarrow$ temperatura adimensional.

Obtém-se então

$$\frac{d^2T}{d\theta^2} + \frac{rv}{\alpha}\frac{d\overline{T}}{d\theta} - \frac{r^2\sigma\varepsilon T_o^3}{sk}(\overline{T}^4 - \pi\cos^+\theta) = 0 \qquad (3.5)$$

O termo relativo a troca radiativa interna de calor será agora inserido na Equação 3.4. Uma expressão que representa este termo foi deduzida por Graham (1970) na forma

$$q_r = \sigma\varepsilon_i\left[\overline{T}^4 - \int_\theta^{\theta+2\pi} B(\theta')\ \overline{T}^4(\theta')\ d\theta'\right]$$

onde q_r representa o fluxo de calor que um determinado elemento circunferencial infinitesimal perde para a parte interna do cilindro por radiação. Inserindo este termo no balanço de energia em regime permanente, a equação resultante será:

$$\frac{d^2T}{d\theta^2} + \frac{rv}{\alpha}\frac{dt}{d\theta} - \frac{r^2\,\sigma\,T_o^3}{sk}\left[(\varepsilon_e + \varepsilon_i)\,\overline{T}^4 + \right.$$

$$\left. + \,\varepsilon_i\int_{\theta}^{\theta+2\pi} B(\theta')\,\overline{T}^4(\theta')d\theta' - \pi\varepsilon_e\cos^+\theta\right] = 0 \qquad (3.6)$$

onde

$$B(\theta) = \frac{\varepsilon^{1/2}}{4}\,\frac{\cos(\varepsilon^{1/2}(\theta-\pi)/2)}{\operatorname{sen}\,(\pi\varepsilon^{1/2}/2)}$$

Esta equação é integro-diferencial, não linear orientando então a tentativa de solução por métodos numéricos.

3.3 - O MÉTODO DE SOLUÇÃO ADOTADO

Para a solução numérica da equação da energia escolheu-se um Método de Runge-Kutta de quarta ordem, passo fixo. Sua escolha foi devida a sua simplicidade, facilidade de obter literatura a respeito, boa precisão numérica e pela existência de sub-rotinas de fácil acesso, implementadas na biblioteca do computador usado.

Apesar de toda a facilidade do método, é ainda necessário, para iniciar o processo de integração, que se utilizem valores de temperatura e de sua derivada pri

meira em relação a θ, numa determinada posição circunferencial arbitrária do cilindro. A partir desse par de valores, assumidos arbitrariamente numa posição θ do cilindro, o método de Runge-Kutta é utilizado para integrar a equação da energia até $(\theta + 2\pi)$. A solução procurada deve satisfazer a continuidade circunferencial de temperatura e de fluxo condutivo de calor, ou seja,

$$T(\theta) = T(\theta + 2\pi) \tag{3.7}$$

$$\frac{dT(\theta)}{d(\theta)} = \frac{dT(\theta - 2\pi)}{d(\theta)} \tag{3.8}$$

Foi adotado então um método iterativo de solução que será detalhado a seguir.

3.3.1 - PROBLEMA DESPREZANDO A TROCA RADIATIVA INTERNA DE CALOR

Este caso, o termo integral da Equação 3.6 não aparece e a equação a ser resolvida é a Equação 3.5.

Adotou-se a técnica do Shooting Method, que é um método corretivo que calcula qual será o próximo par de valores iniciais para o problema, quando o par de valores iniciais anterior não satisfaz as Equações 3.7 e 3.8. Pode-se dizer que o Shooting Method é uma extensão do método de Newton-Raphson quando se possui mais de uma variável.

A partir de um par de valores $T(\phi)$ e $T'(\phi)$ numa posição arbitrária ϕ da superfície cilíndrica, os valores nas posições finais $(\phi + 2\pi)$ de integração, são função direta dos valores nas posições iniciais (ϕ), ou seja:

$$T(\phi + 2\pi) = f(T(\phi), T'(\phi)) \tag{3.9}$$

$$T'(\phi + 2\pi) = g(T(\phi), T'(\phi)) \tag{3.10}$$

pois qualquer pertubação em um ou em ambos os valores iniciais, reflete diretamente nos valores finais. Assim pode-se expandir as funções (f) e (g) em série de Taylor, desprezando-se os termos de ordem superior, de modo a conseguir um novo par de valores iniciais, num processo análogo ao método de Newton-Raphson. Indicando como sub-índices (i) e (i - 1) os valores das variáveis dependentes em duas iterações sucessivas fica:

$$f(T(\phi), T(\phi)) = T_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\partial T_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T_{i-1}(\phi)}[(T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi))]$$

$$+ \frac{\partial T_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T'_{i-1}(\phi)}[(T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi))] \tag{3.11}$$

$$g(T(\phi), T'(\phi)) = T'_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\partial T'_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T_{i-1}(\phi)}[(T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi))]$$

$$+ \frac{\partial T'_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T'_{i-1}(\phi)}[(T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi))] \tag{3.12}$$

Impondo que na iteração (i) as condições (3.7) e (3.8) sejam satisfeitas, as duas equações anteriores pode ser expressas na seguinte forma:

$$T_i(\phi) = T_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\partial T_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T_{i-1}(\phi)} [(T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi))]$$

$$+ \frac{\partial T_{i-1}(\phi + 2\pi)}{T'_{i-1}(\phi)} (T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi)) \qquad (3.13)$$

$$T'_i(\phi) = T'_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\partial T'_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T_{i-1}(\phi)} [(T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi))]$$

$$+ \frac{\partial T'_{i-1}(\phi + 2\pi)}{\partial T'_{i-1}(\phi)} (T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi)) \qquad (3.14)$$

As derivadas parciais que aparecem nas Equações 3.13 e 3.14 foram obtidas numericamente da forma descrita a seguir. Inicialmente, a partir de $T(\phi)$ e $T'(\phi)$ arbitrários, integrou-se a Equação 3.5, obtendo-se o valor da temperatura e de sua derivada na posição final de integração:

$$\begin{matrix} T(\phi) & & T(\phi + 2\pi) \\ & \longrightarrow & \\ T'(\phi) & & T'(\phi + 2\pi) \end{matrix}$$

Através de um pequeno incremento (α_1) no valor inicial de integração da temperatura, integrou-se novamente a Equação 3.5, calculando-se novos valores de temperatura e de sua derivada na posição final de integração, que agora possuem também pequenos incrementos devido a perturbação no termo da temperatura:

$$\begin{matrix} T(\phi) + \alpha_1 \\ T'(\phi) \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} T(\phi + 2\pi) + \delta_1 \\ T'(\phi + 2\pi) + \delta_2 \end{matrix}$$

Da mesma forma, pertuba-se o valor da derivada da temperatura na posição incial através de um pequeno incremento (α_2) e torna-se a integrar a Equação 3.5, calculando-se os novos valores de temperatura e de sua derivada na posição final de integração. Estes possuem agora pequenos incrementos devidos a pertubação no termo da derivada da temperatura:

$$\begin{matrix} T(\phi) \\ T'(\phi) + \alpha_2 \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} T(\phi + 2\pi) + \gamma_1 \\ T'(\phi + 2\pi) + \gamma_2 \end{matrix}$$

Os valores dos incrementos α_1 e α_2 foram sempre iguais a 5% do valor original. Se $T'(\phi)$ fosse nulo, o valor de α adotado era igual a 0.00015 negativo.

Com esses resultados as seguintes aproximações foram utilizadas para as derivadas parciais mencionadas:

$$\frac{\partial T(\phi + 2\pi)}{\partial T(\phi)} \cong \frac{\delta_1}{\alpha_1} \qquad (3.15)$$

$$\frac{\partial T(\phi + 2\pi)}{\partial T'(\phi)} \cong \frac{\gamma_1}{\alpha_2} \tag{3.16}$$

$$\frac{\partial T'(\phi + 2\pi)}{\partial T(\phi)} \cong \frac{\delta_2}{\alpha_1} \tag{3.17}$$

$$\frac{\partial T'(\phi + 2\pi)}{\partial T'(\phi)} \cong \frac{\gamma_2}{\alpha_2} \tag{3.18}$$

Substituindo as Equações 3.15 e 3.18 nas Equações 3.13 e 3.14, obtém-se:

$$T_i(\phi) = T_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\delta_1}{\alpha_1}[T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi)] + \frac{\gamma_1}{\alpha_2}[T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi)] \tag{3.19}$$

$$T'_i(\phi) = T'_{i-1}(\phi + 2\pi) + \frac{\delta_2}{\alpha_1}[T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi)] + \frac{\delta_2}{\alpha_2}[T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi)] \tag{3.20}$$

As Equações 3.19 e 3.20 podem ser rearranjadas da seguinte forma:

$$\left[1 - \frac{\delta_1}{\alpha_1}\right]T_i(\phi) + \left[\frac{-\gamma_1}{\alpha_2}\right]T'_i(\phi) = T_{i-1}(\phi + 2\pi) - \left[\frac{\delta_1}{\alpha_1}\right]T_{i-1}(\phi) - \left[\frac{\gamma_1}{\alpha_2}\right]T'_{i-1}(\phi) \tag{3.21}$$

$$\left[\frac{-\delta_2}{\alpha_1}\right]T_i(\phi) + \left[1 - \frac{\gamma_1}{\alpha_2}\right]T_i'(\phi) = T_{i-1}'(\phi + 2\pi) - \left[\frac{\delta_1}{\alpha_1}\right]T_{i-1}(\phi)$$

$$-\left[\frac{\gamma_1}{\alpha_2}\right]T_{i-1}'(\phi) \qquad (3.22)$$

ou ainda,

$$A\ T_i(\phi) + B\ T_i'(\phi) = C \qquad (3.23)$$

onde

$$A = 1 - \frac{\delta_1}{\alpha_1}$$

$$B = - \frac{\gamma_1}{\alpha_2}$$

$$C = T_{i-1}(\phi + 2\pi) - \frac{\delta_1}{\alpha_1} T_{i-1}(\phi) - \frac{\gamma_1}{\alpha_2} T_{i-1}'(\phi)$$

$$D\ T_i(\phi) + E\ T_i'(\phi) = F \qquad (3.24)$$

onde:

$$D = - \frac{\delta_2}{\alpha_1}$$

$$E = 1 - \frac{\gamma_1}{\alpha_2}$$

$$F = T'_{i-1}(\phi + 2\pi) - \frac{\delta_1}{\alpha_1} T_{i-1}(\phi) - \frac{\gamma_1}{\alpha_2} T'_{i-1}(\phi)$$

Resolvendo o sistema composto pelas Equações 3.23 e 3.24 obtém-se

$$T(\phi) = \frac{CE - BF}{AE - BD} \tag{3.25}$$

$$T'(\phi) = \frac{AF - CD}{AE - BD} \tag{3.26}$$

Este novo par de valores era utilizado na iteração seguinte.

Uma vez montado esse processo iterativo, ele era repetido até alcançar uma certa tolerância pré-estabelecida para as continuidades circunferenciais expressas pelas Equações 3.7 e 3.8.

A rapidez da convergência desse tipo de método depende do par de valores iniciais. Para ajudar o processo, no caso do cilindro sem rotação, usou-se uma expressão deduzida por Charnes e Raynor (1960), que calcula os valores máximos de temperatura para a posição na qual o Sol está normal ao eixo do cilindro. Para o caso do cilindro com rotação, desenvolveu-se uma sub-rotina que interpola os valores da Tabela 3.1 também mostrada por Charnes e Raynor (1960). Baseada no valor da velocidade angular, a sub-rotina calcula os valores de temperatura e de sua derivada, necessária para o início dos cálculos do processo iterativo de solução. Na Tabela 3.1:

$$\eta = \frac{\theta}{2\pi} \tag{3.a}$$

e

$$v_\phi = \frac{v\pi\sqrt{skT/16\ \pi\ a\ Ks}}{\alpha} \qquad (3.b)$$

Vale a pena ressaltar que a análise de Charnes e Raynor (1960) não considera a troca radiativa na superfície interna do cilindro e lineariza o termo da perda radiativa externa do cilindro.

TABELA 3.1

DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA NA SUPERFÍCIE DE UMA CILINDRO PARA VÁRIAS VELOCIDADES ADIMENSIONAIS

	$\eta = 0$	$\eta = \frac{1}{16}$	$\eta = \frac{1}{8}$	$\eta = \frac{3}{16}$	$\eta = \frac{1}{4}$	$\eta = \frac{5}{16}$	$\eta = \frac{3}{8}$	$\eta = \frac{7}{16}$
$v_0 = 0$	705.48	687.05	636.83	567.43	500.81	458.49	435.63	424.30
$v_0 = 1$	625.55	579.29	524.37	475.64	445.35	440.54	447.27	458.28
$v_0 = \sqrt{10}$	551.62	527.52	505.38	490.51	487.30	494.16	502.73	512.12
$v_0 = \sqrt{30}$	540.45	520.03	513.51	506.08	506.14	511.50	517.35	523.52
$v_0 = 10$	537.46	529.44	523.30	519.29	519.83	521.43	526.77	530.51
	$\eta = \frac{1}{2}$	$\eta = \frac{9}{16}$	$\eta = \frac{5}{8}$	$\eta = \frac{11}{16}$	$\eta = \frac{3}{4}$	$\eta = \frac{13}{16}$	$\eta = \frac{7}{8}$	$\eta = \frac{15}{16}$
$v_0 = 0$	420.94	424.94	435.63	458.49	500.81	567.43	636.83	687.05
$v_0 = 1$	473.67	493.27	517.37	548.67	587.30	629.83	655.04	652.91
$v_0 = \sqrt{10}$	522.37	533.57	545.79	559.14	573.71	585.15	584.50	572.20
$v_0 = \sqrt{30}$	530.01	536.90	597.46	551.61	559.75	565.02	562.64	553.68
$v_0 = 10$	534.25	537.99	542.26	546.00	550.28	552.41	550.28	544.94

Outro fator que também influi é o passo adotado pelo integrador, pois afeta diretamente o tempo de processamento do computador e a precisão dos resultados. No presente estudo, adotou-se, após vários testes, uma divisão da superfície cilíndrica em 1000 pontos.

A convergência adotada para a solução, de forma que as Equações 3.7 e 3.8 fossem consideradas satisfeitas, foi de $|T_i(\phi) - T_{i-1}(\phi)| <= 0,3$ e $|T'_i(\phi) - T'_{i-1}(\phi)| <= 0,05$.

3.3.2 - INCLUSÃO DA TROCA INTERNA DE CALOR POR RADIAÇÃO TÉRMICA

Neste caso, o balanço de energia é expresso pela Equação 3.6 e sua solução em cada caso estudado, partiu da solução obtida para o caso anterior, ou seja, da solução da Equação 3.5.

Nota-se que a Equação 3.6 é uma equação transcedente sugerindo o uso do Método das Substituições Sucessivas, como exposto a seguir. Definindo:

$$I(\theta) = \int_{\theta}^{\theta + 2\pi} B(\theta') \; \overline{T}^4(\theta') d\theta'$$

a solução da Equação 3.5 - sem o termo radiativo - permite o cálculo numérico de $I(\theta)$. Tendo-se este valor, obtido numericamente com a distribuição anterior de temperatura, integra-se agora a Equação 3.6 obtendo-se numericamente a sua solução. A nova distribuição de temperatura, substituída na Equação 3.13, permite reavaliar o termo $I(\theta)$ e compará-lo com o valor anterior. Se a diferença fosse maior que um valor de tolerância adotado o novo valor era utilizado em uma nova iteração. O processo era repetido até que a tolerância desejada fosse alcançada, ou seja, até que se tivesse uma tolerância mínima (0.01) entre as distribuições de temperaturas encontradas em duas iterações sucessivas.

Os casos estudados permitem uma convergência relativamente rápida (cerca de 8 iterações), indicando uma influência pequena da radiação interna, como será observado na apresentação dos resultados. Este fato sugeriu que nos dois casos que ainda serão considerados, a equação do balanço de energia não contivesse o termo da radiação interna.

3.3.3 - PROBLEMA COM O CILINDRO DESCONTINUO

No caso de descontinuidade circungerencial da superfície cilíndrica, (Figura 3.2), considerou-se que devido aos tamanhos reduzidos da abertura e da espessura da parede do cilindro, a radiação solar externa não atinge a superficie interna do cilindro e que as duas seções expostas da parede são adiabáticas.

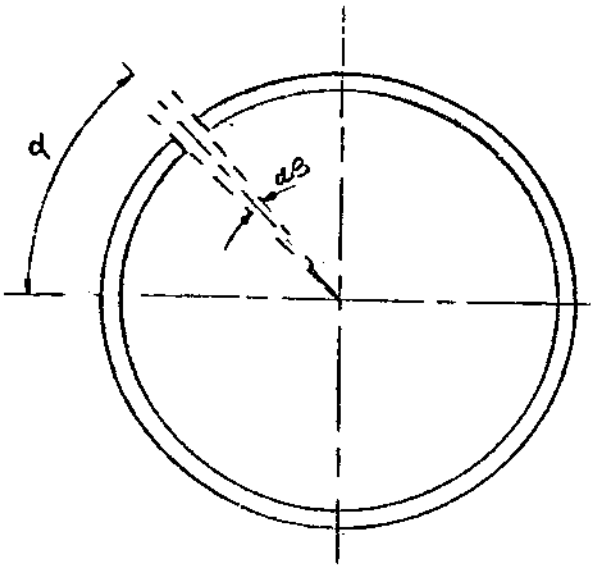

Fig. 3.2 - Cilindro descontínuo.

Dessa forma, a equação do balanço de energia é a mesma que no caso do cilindro contínuo - Equação 3.5.Na posição de descontinuidade, a seguinte relação deve ser satisfeita, para atender a condição mencionada de descontinuidade com seção adiabatica:

$$T'(\alpha) = T'(\alpha + 2\pi) = 0 \qquad (3.27)$$

Esta relação permite uma simplificação na técnica de solução empregada, pois agora o único valor necessário para iniciar a integração a partir da descontinuidade (α) é o da temperatura $T(\alpha)$. Além disso, no final da integração ($\alpha + 2\pi$), o valor da derivada $T'(\alpha + 2\pi)$ deve ser nulo. Utilizando-se o Shooting Method também neste caso (analogamente ao caso anterior):

$$T'(\alpha + 2\pi) = f(T(\alpha)) \tag{3.28}$$

Expandindo a função f em série de Taylor, de modo análogo ao que foi feito com as Equações 3.9 e 3.10, obtém-se

$$f(T(\alpha)) = T'_{i-1}(\alpha) + \frac{\partial T'_{i-1}(\alpha)}{\partial T_{i-1}(\alpha)} \left| T_i(\alpha) - T_{i-1}(\alpha) \right| \tag{3.29}$$

ou, utilizando as Equações 3.27 e 3.28,

$$T_i(\alpha) = T_{i-1}(\alpha) - T'_{i-1}(\alpha) \frac{1}{\dfrac{\left| \partial T'_{i-1}(\alpha) \right|}{\left| \partial T_{i-1}(\alpha) \right|}} \tag{3.30}$$

A derivada no denominador a direita desta equação foi obtida numericamente, de maneira semelhante àquela descrita anteriormente.

O valor inicial $T(\phi)$ foi obtido da mesma forma que no caso do cilindro contínuo e são válidas aqui as mesmas considerações feitas a respeito da convergência do método e da solução do mesmo..

Este caso é mais simples que o do cilindro contínuo, visto que, apenas a temperatura é alterada no processo iterativo. Convém ressaltar que o início do processo de integração foi considerado sempre no ponto onde se situa a descontinuidade do cilindro.

3.3.4 - CILINDRO COM ÁREAS SOBREPOSTAS

No caso de superposição de áreas, como indicado na Figura 3.3, considera-se novamente que as extremidades ($\theta = 0$ e $\theta = 2\pi + \alpha$) fossem adiabáticas devido a pequena espessura de parede do cilindro. Além disso desprezando-se a troca radiativa de calor na superfície interna do cilindro e a condutância do contato entre as duas áreas sobrepostas, a parte interna delas torna-se adiabáticas. Como a extremidade em $\theta = \alpha + 2\pi$ também é adiabática, então a região interna das áreas sobrepostas ($2\pi < \theta < 2\pi + \alpha$) será isotérmica, implicando que $T'(2\pi) = 0$.

Assim, a solução no caso de áreas sobrepostas torna-se idêntica aquela do caso de descontinuidade sem sobreposição, descrita anteriormente. Na região interna de sobreposição, é válida a relação:

$$T(\theta) = T(2\pi), \quad 2\pi < \theta < 2\pi + \alpha \tag{3.31}$$

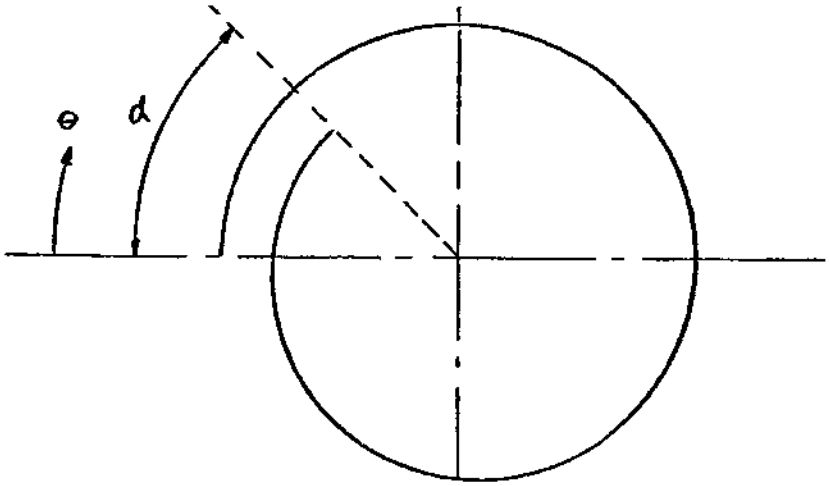

Fig. 3.3 - Cilindro com áreas sobrepostas.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS OBTIDOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos neste trabalho. Os resultados são mostrados em forma de gráficos do perfil de temperaturas variando com a posição circunferencial do cilindro.

Para uma visão mais clara, dividiram-se os resultados em três partes distintas, análogas às partes vistas no capítulo anterior. Na primeira, são mostrados os resultados obtidos levando-se em conta somente a condução circunferencial de calor; na segunda, os efeitos combinados de condução e troca radiativa interna de calor e na terceira parte são apresentados resultados com o cilindro contendo uma descontinuidade circunferencial na sua superfície. Para esta terceira parte, não se considera a troca radiativa interna de calor, devido a considerações que serão feitas no texto.

4.2 - RESULTADOS EM FUNÇÃO DE UMA ANÁLISE DOS PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

Neste item são mostrados alguns resultados obtidos através da análise da Equação 3.6 com os parâmetros adimensionais que a compõem.

$$A = \frac{r\ v}{\alpha}$$

e

$$B = \frac{r^2\ \sigma\ T_o^3}{s\ k}$$

O valor destes parâmetros influenciam a convergência do método de solução adotado. O parâmetro B acentua os gradientes de temperatura e para valores maiores que 4.0, o método utilizado poderá divergir ou necessitará de muito tempo de processamento para atingir a convergência. Com relação ao parâmetro A, ele atenua o efeito divergente do parâmetro B, através de uma maior uniformidade do perfil de temperatura, na faixa de valores estudada.

Os efeitos destes dois parâmetros adimensionais estão indicados brevemente nas Figuras 4.1 e 4.2, assim como na Tabela 4.1. As duas figuras indicam as tendências opostas causadas pelos dois parâmetros adimensionais nos perfis de temperatura. A Tabela 4.1 indica um tempo de processamento computacional crescente com o parâmetro B. No caso do parâmetro A não ser nulo, as condições iniciais de temperatura e de sua derivada circunferencial são inicializados através de interpolação, em sub-rotina separada, das soluções indicadas na Tabela 3.1, aumentando o tempo de computação.

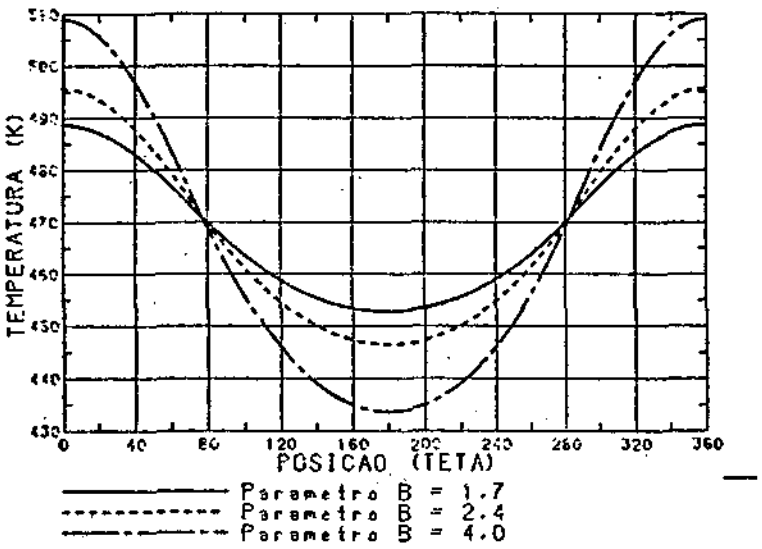

Fig. 4.1 - Parâmetro A = 0.0.

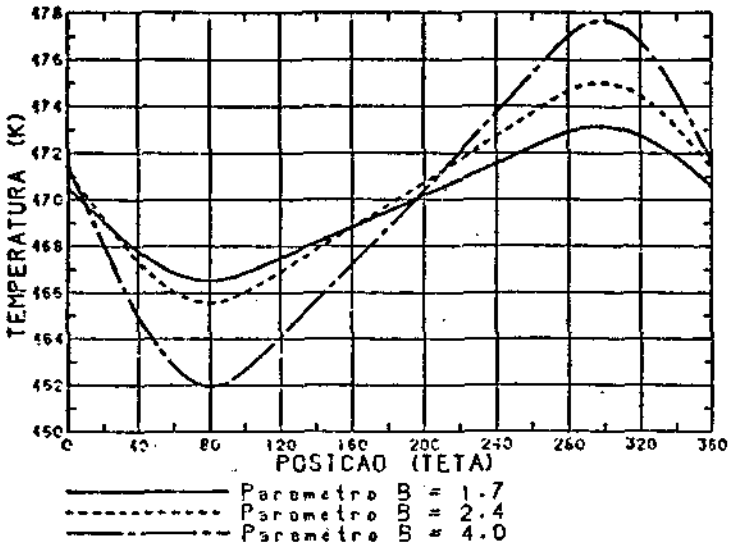

Fig. 4.2 - Parâmetro A = 6.5

TABELA 4.1

TEMPOS DE PROCESSAMENTO GASTOS NOS CASOS ESTUDADOS NAS FIGURAS 4.1 E 4.2

	TEMPO DE PROCESSAMENTO (Seg)	
B	A = 0.0	A = 6.5
1.7	17.3	31.2
2.4	33.0	32.2
4.0	169.0	37.0

O valor típico do parâmetro B para o mastro que seria utilizado no primeiro satélite brasileiro é igual a 0.046. Dessa forma, o valor limite (4.0) encontrado do parâmetro B para a convergência do método numérico utilizado foi considerado suficiente.

As apresentações a seguir tem o objetivo de comprovar o realismo físico dos resultados obtidos, assim como verificar a sensitividade das soluções com os parâmetros dimensionais envolvidos.

4.3 - RESULTADOS SEM CONSIDERAR A TROCA RADIATIVA INTERNA DE CALOR

4.3.1 - CILINDRO SEM ROTAÇÃO

O gráfico mostrado na Figura 4.3 é um perfil típico da distribuição de temperaturas num cilindro estacionário que se encontra exposto a radiação solar (á constante solar - Ks - usada é igual a 1382 W/m^2) no espaço.

Como era de se esperar, para este caso as posições de máxima e mínima temperaturas ocorrem respectivamente nas posições normal ao sol ($\theta = 0^o$) e no meio do lado que se encontra na sombra ($\theta = 180^o$).

Vários parâmetros contribuem na formação do perfil de temperaturas, de modo que a variação de alguns deles acarreta num perfil de maior ou menor amplitude. A condutividade térmica do material, o raio do cilindro, e sua espessura são características do material e de sua geometria que afetam o perfil. Além disso a emissividade e a absortividade externa da parede influem de modo considerável tanto no valor médio da temperatura do tubo quanto no perfil (emissividade).

Para a Figura 4.3 esses valores são os seguintes: r = 2E-2m; s = 5E-4m; k = 50 W/mk; a = 1 e ε_e = 1, ou seja, considerou-se a superfície externa da parede do cilindro como sendo negra. O valor da diferença entre as temperaturas máxima e mínima é igual a 20K, ficando a temperatura média do cilindro em torno de 298 K (25C).

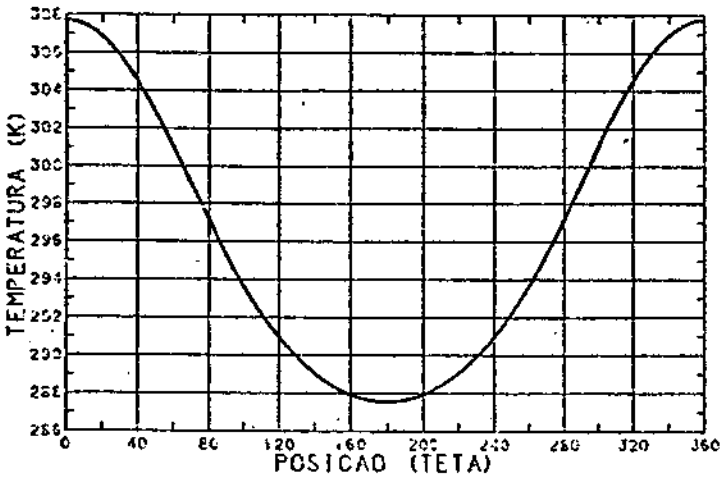

Fig. 4.3 - Perfil de temperaturas num cilindro estacionário considerando negra sua superfície externa.

Mudando-se o par de valores das propriedades ópticas absortividade e emissividade - para, respectivamente 0.1 e 0.016, obteve-se a Figura 4.4. Esta mudança mostra a forte influência desses parâmetros no valor médio e no perfil de temperaturas. Neste caso a temperatura média ficou em torno de 470 K (197C) com uma uniformidade maior, visto que, a diferença entre as temperaturas máxima e mínima se reduz a 2.2K. A uniformidade neste caso decorre exclusivamente do valor da emissividade externa do tubo.

A Figura 4.5 foi traçada com a finalidade de se ressaltar as comparações feitas entre as curvas das Figuras 4.3 e 4.4.

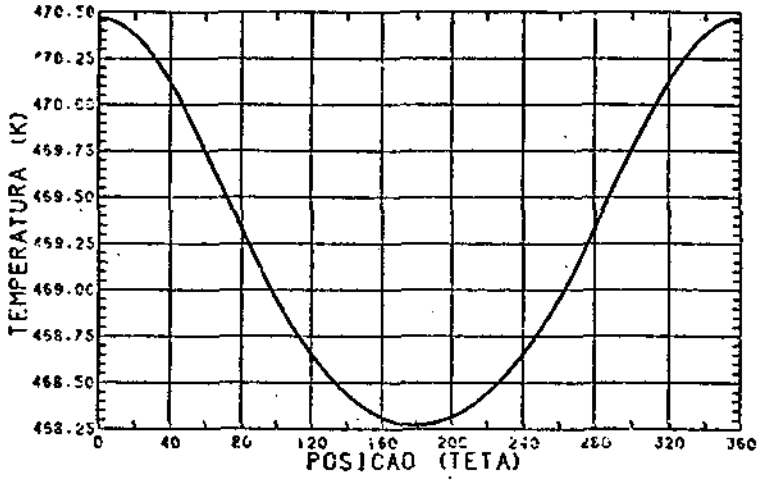

Fig. 4.4 - Perfil de temperaturas num cilindro estacionário (a = 0.1 e ε_e = 0.016).

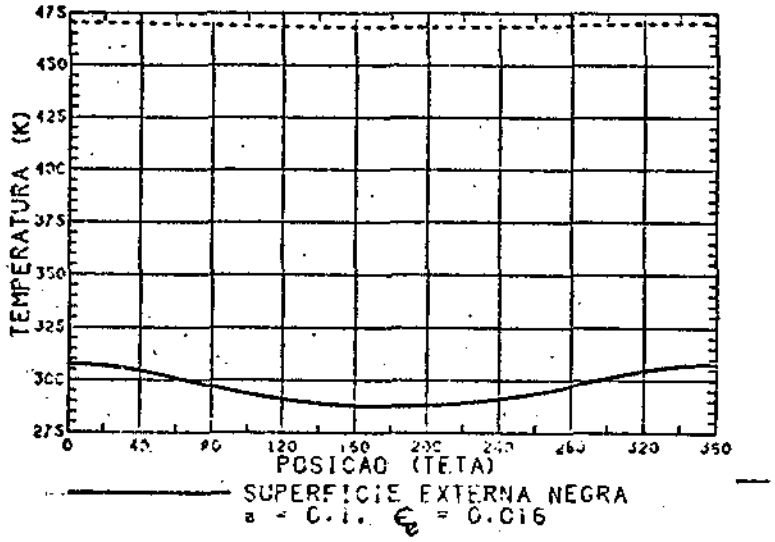

Fig. 4.5 - Efeito das propriedades ópticas no perfil.

Na Figura 4.6, mantiveram-se os valores de absorvidade, emissividade externa e condutibilidade térmica, utilizados na Figura 4.4, inalterados, mudando-se apenas os valores dos parâmetros ligados à geometria do cilindro. Neste caso, r = 6E-2m e s = 2.5E-5m, o que implica em ser maior resistência condutiva, ficando o perfil neste caso menos uniforme, com a diferença entre as temperaturas máxima e mínima em 36 K. A temperatura média do cilindro se mantêm em 470K (197C).

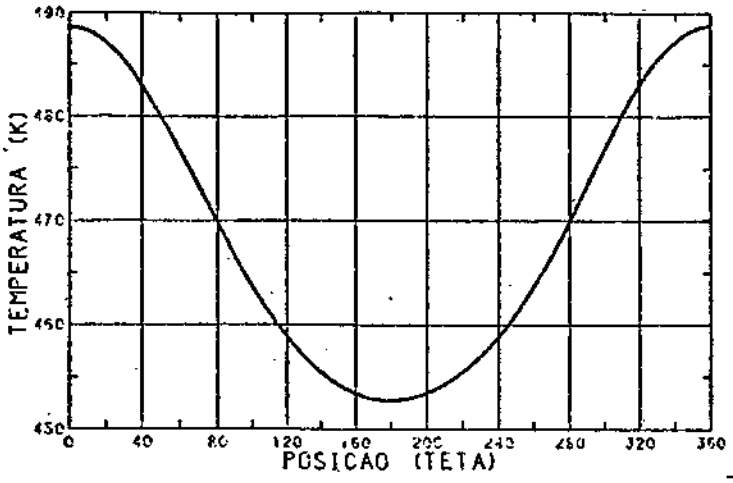

Fig. 4.6 - Perfil de temperaturas num cilindro estacionário (r = 6E-2m; S = 2.5E-5m).

A Figura 4.7 ilustra a sobreposição dos perfis das Figuras 4.4 e 4.6, com o objetivo de facilitar a visualização das comparações.

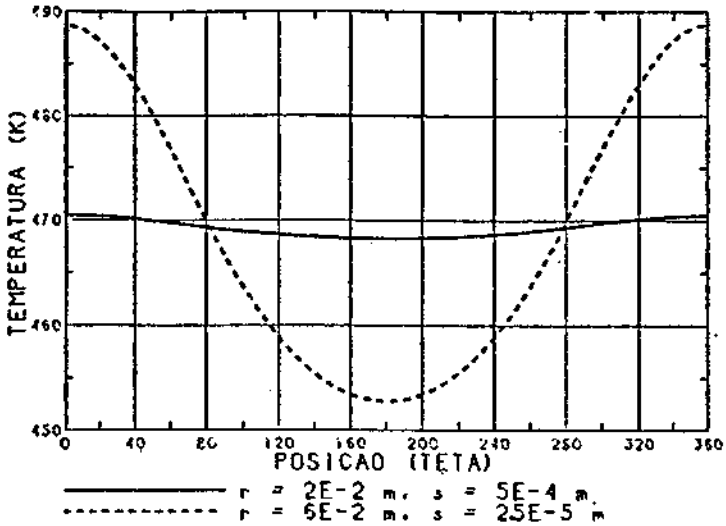

Fig. 4.7 - Efeitos dos parâmetros geométricos no perfil.

Os efeitos relacionados a condutividade térmica, são mostrados através da Figura 4.8. Numa das curvas, a condutibilidade tem o valor de 50 W/mK e na outra seu valor é de 150 W/mK; os demais parâmetros são mantidos constantes. O fato do aumento deste parâmetro facilitar a condução, acarreta numa igualdade maior de temperaturas. Desse modo, a diferença entre as temperaturas máxima e mínima se reduz de 36 K a 13 K enquanto que a temperatura média se mantém em torno de 470 K (197C) nos dois casos.

Através da Figura 4.9 fica mostrado o efeito causado pela diminuição na espessura da parede do cilindro. A diminuição, dificultando a condução de calor na parede, fornece um perfil de temperaturas de maior amplitude (curva pontilhada). A diferença entre as temperaturas máxima e mínima no caso de menor espessura é de 30 K e a temperatura média mantêm-se em 470K (197C).

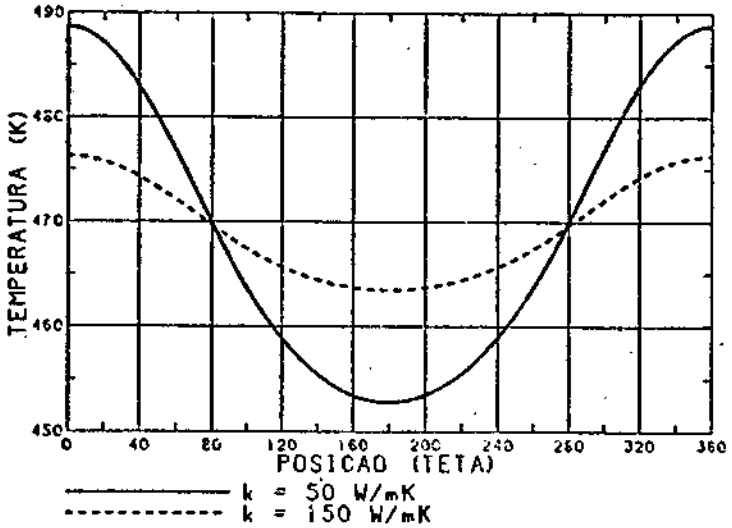

Fig. 4.8 - Efeitos da condutibilidade térmica no perfil.

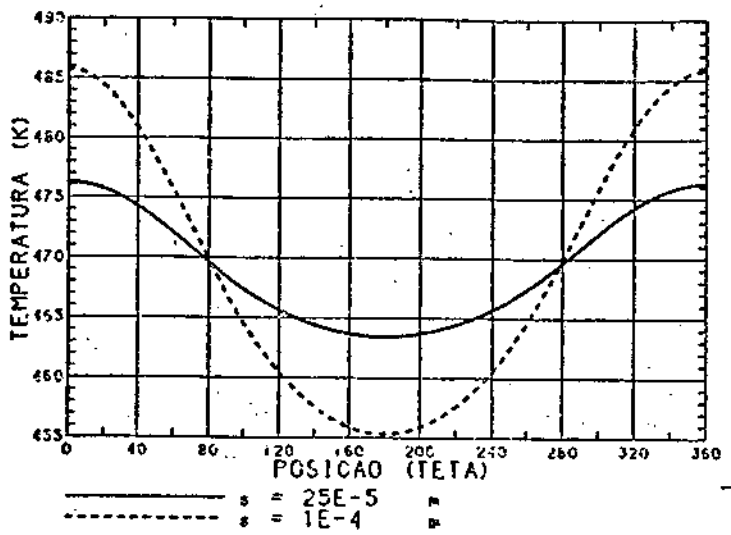

Fig. 4.9 - Efeitos da espessura de parede no perfil.

Ressalta-se neste ponto a importância das propriedades óticas - absortividade e emissividade - e também do raio, da espessura e da condutibilidade térmica que conjugados nos permitem uma atuação sobre o controle da temperatura média de equilíbrio do cilindro e no grau de uniformidade da distribuição de temperaturas. Nota-se também a coerencia física dos resultados obtidos com o método numérico adotado para a solução da equação não-linear que expressa o balanço de energia no cilindro.

A Figura 4.10, a seguir, mostra uma comparação feita entre os métodos analíticos (desenvolvidos por Charnes e Raynor, 1960) e numérico. Os valores usados para este caso foram um raio de 6E-2m, uma espessura de 3.5E-5m, condutibilidade térmica de 150 W/mK e absortividade e emissividade externa de respectivamente 0.1 e 0.03.

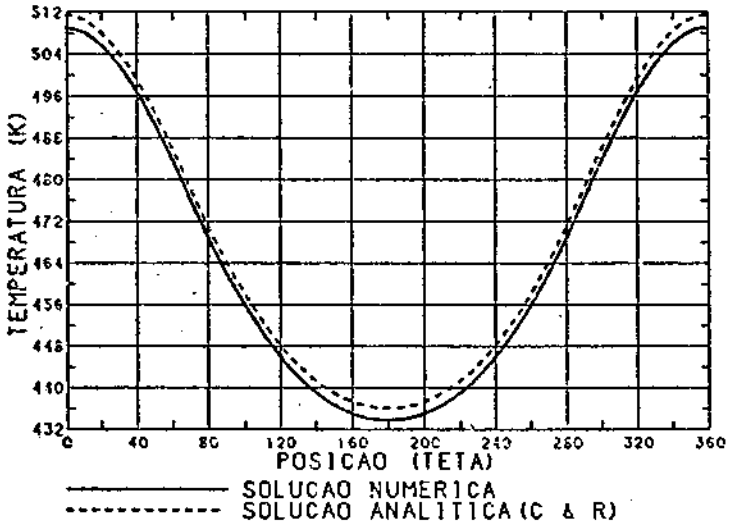

Fig. 4.10 - Comparação entre os métodos analítico e numérico (Charnes e Raynor).

O método analítico insere um êrro nos cálculos devido ao procedimento adotado de linearização da equação da energia. Os autores em seu trabalho desenvolve uma expressão que computa este êrro, que neste caso fica em torno de 0.5%, o que implica numa variação de 2K nos resultados. Para o método numérico o êrro estimado da mesma forma, ficou em torno de 0.018%. A estimativa do erro foi feita, igualando-se a energia absorbida pelo Sol (2.r.a.Ks) com a energia reirradia pelo cilindro

$$\left(\int_{\theta}^{2+2\pi} \sigma \, E_e \, . \, T^4 . r d\theta \right).$$

Admitindo-se que o erro no balanço de energia seja Eq, temos:

$$2 \; r \; a \; Ks = (1 - Eq) \int_{\theta}^{\theta+2\pi} \sigma \, \varepsilon_e \, T'^4 r d\theta \qquad (4.1)$$

onde: T' = solução numérica,

ou

$$Eq = 1 - \frac{2 \; a \; Ks}{\int_{\theta}^{\theta+2\pi} \sigma \, \varepsilon_e \, T'^4 \, d\theta} \qquad (4.2)$$

o êrro na distribuição de temperatura (Et), pode ser escrito como:

$$T' = T(1 + Et(\theta)) \qquad (4.3)$$

onde: T = solução exata da equação.

Assim podemos reescrever o balanço de energia na seguinte forma:

$$(1-Eq)\int_{\theta}^{\theta+2\pi} \sigma[1+4\ Et(\theta)]\,T'^{4}\ \varepsilon_e\ d\theta \sim 2\ a\ Ks = \int_{\theta}^{\theta+2\pi} T^4\ \sigma\ \varepsilon_e d\theta \qquad (4.4)$$

Fazendo-se $\overline{E}T$ como sendo um êrro médio,temos:

$$\overline{E}t\int_{\theta}^{\theta+2\pi} T'^{4}\ d\theta = \int_{\theta}^{\theta+2\pi} T^4\ Et(\theta)\ d\theta \sim \frac{1}{4}\ \frac{Eq}{1-Eq}\int_{\theta}^{\theta+2\pi} T'^{4}\ d\theta \qquad (4.5)$$

ou,

$$\overline{E}t = \frac{1}{4}\ \frac{Eq}{1-Eq}$$

O método analítico apresenta temperaturas máximas e mínima de respectivamente 511K (238C) e 436K (163C) enquanto que o numérico apresenta os valores de 509K e 434K.

4.3.2 - CILINDRO COM ROTAÇÃO

Neste caso, nota-se um perfil de temperaturas diferente dos anteriores, onde o efeito da rotação do cilindro causa uma distribuição de temperaturas em que as posições dos valores de máximo e mínimo não estão alinhados com a direção dos raios solares. Além disso, a rotação do cilindro contribui para unifromizar a distribuição circunferencial de temperaturas.

A Figura 4.11 mostra perfis típicos, que foram traçados usando-se um raio de 3.5E-2m, uma espessura de 5E-4m, uma condutibilidade de 50W/mK, abortividade e emissividade externa de respectivamente 0.94 e 0.90 e difusividade térmica de 7.5E-6m²/s. Obtém-se no caso de 4.4RPM, uma temperatura mínima de 290K (176C) localizada na posição 89.6° e uma temperatura máxima de 309.6K (36.6C) localizada na posição 306°. Para o caso da velocidade igual a 7.6 RPM, a temperatura mínima é de 294K (21C) na posição 82.4° e temperatura máxima é de 305.8K (32.8C) na posição de 300°. Nota-se que quanto maior a rotação, menor a amplitude da curva, ou seja, as temperaturas tornam-se mais uniformes, Para a curva traçada com 4.4RPM, tem-se uma amplitude de 97K e para a outra curva, 12K. Nota-se ainda que posições das temperaturas máxima e mínima deslocam-se no sentido da rotação do cilindro.

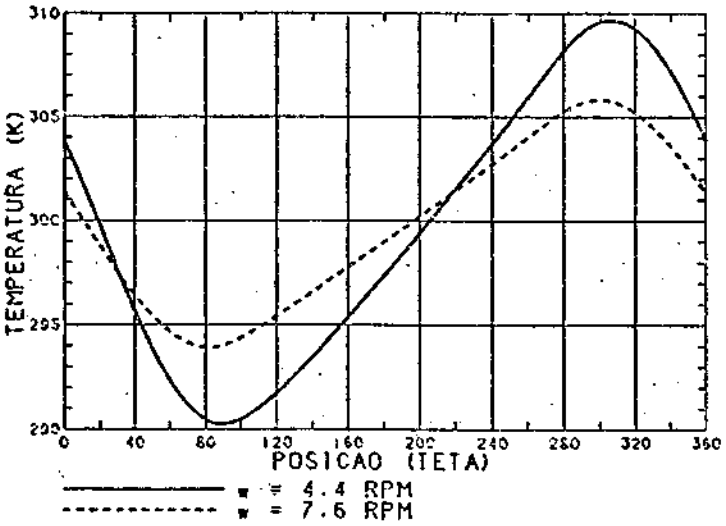

Fig. 4.11 - Cilindro com rotação.

4.4 - RESULTADOS CONSIDERANDO A TROCA RADIATIVA INTERNA DE CALOR

Os resultados apresentados neste item tomam como referência as figuras mostradas no item anterior, a fim de que se possam fazer algumas comparações.

A Figura 4.12 mostra dois perfis. Um deles é o perfil mostrado pela Figura 4.5. O outro contém as mesmas características do caso da Figura 4.5, estando a diferença somente no acréscimo do efeito da troca radiativa interna de calor, na qual a emissividade infravermelha da superfície interna do cilindro é de 0.03. Nota-se que a radiação interna tende a homgeneizar as temperaturas ficando a diferença entre as temperaturas máxima e mínima igual a 30K no caso com radiação, contra 36K no caso da Figura 4.5. Este efeito no entanto é menor nos casos em que se tenha originalmente uma pequena amplitude, como mostrado na Figura 4.13. Observa-se uma amplitude de 12K (ao se incluir a radiação interna (ϵ_i = 0.03), contra 13 da Figura 4.6, que trata do mesmo caso sem a radiação interna.

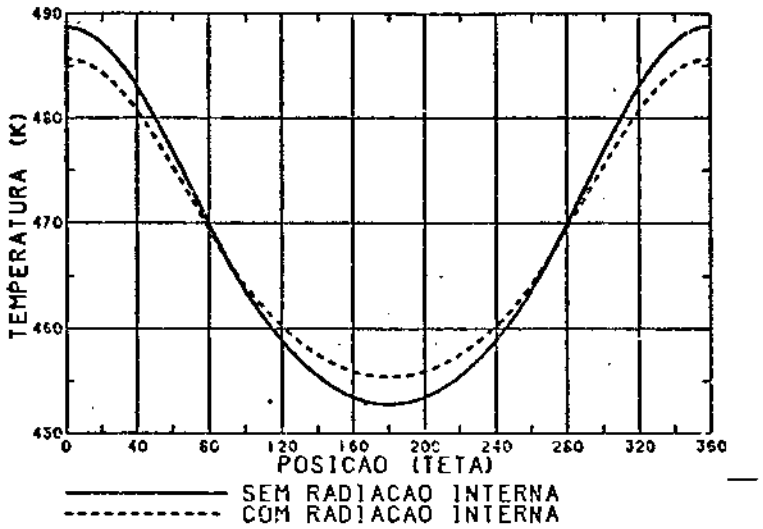

Fig. 4.12 - Efeitos da troca radiativa interna no perfil (Tmax - Tmin = 30K).

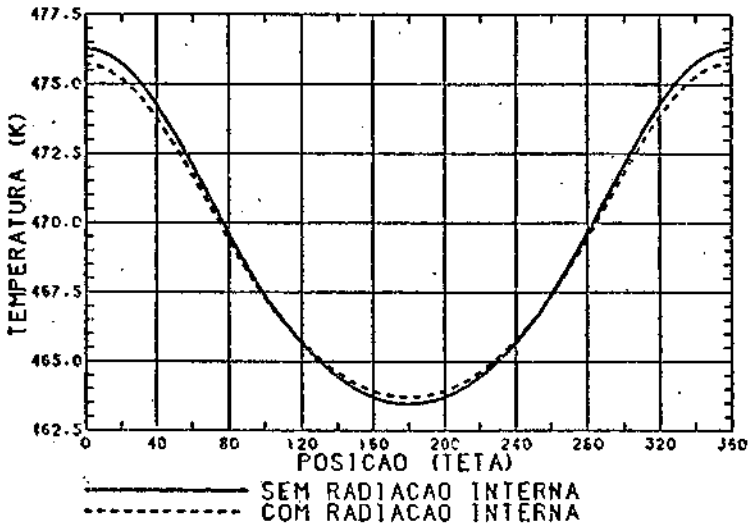

Fig. 4.13 - Efeitos da troca radiativa interna no perfil (Tmax - Tmin = 12K).

A Figura 4.14 mostrada a seguir, foi obtida a fim de se observar os efeitos da emissividade interna.Os dados usados foram r = 3.5E-2m, s = 2.5E-4m, a = 0.7, E_e = 0.7 e K = 150 W/mK. A diferença entre as curvas está no valor da emissividade interna do cilindro. Com isto,tem-se que para uma pequena emissividade interna (0.03), as temperaturas máxima e mínima ficam em torno de 311K (38C) e 283K (10C) respectivamente, com uma diferença entre as mesmas de 28K. Para a emissividade mais alta (0.9), tem-se respectivamente 309K (36C) e 286K (13C), com a diferença entre elas em torno de 23K. Nota-se com isso a coerência física dos resultados, pois quanto maior a emissividade interna, mais homogênea as temperaturas do cilindro.

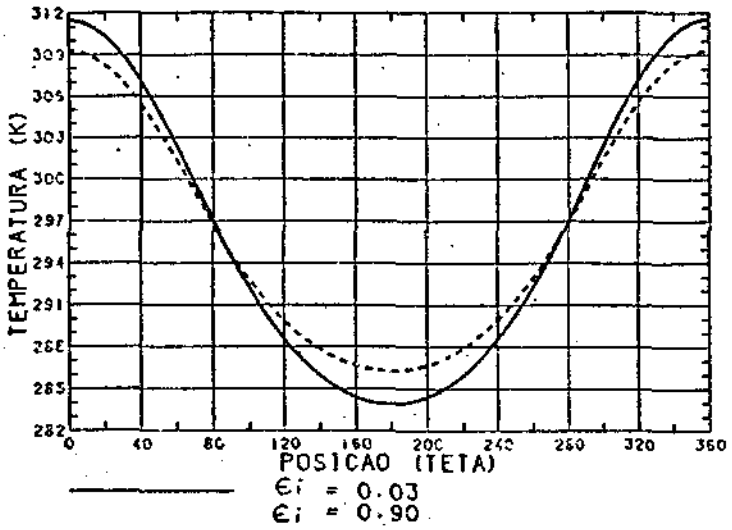

Fig. 4.14 - Efeitos da emissividade interna no perfil.

Os perfis da Figura 4.15 ilustram uma comparação com resultados obtidos através de uma análise de Edwards (1980). Aquele autor considera troca radiativa interna, sendo o interior do cilindro considerado difuso.Uma solução analítica é apresentada para a equação da energia

linearizada. Os dados usados foram r = 5E-2m, s = 2.5E-4m, ε_e = 0.7, a = 0.7, ε_i = 0.9 e k = 150 W/mk. A temperatura máxima foi obtida em torno de 310K (37C), a temperatura mínima em torno de 286K (13C) e a temperatura média em torno de 298K (25C). Edwards (1980) considera ainda a condução no sentido radial, sendo este efeito aqui desprezado em função da pequena espessura de parede do cilindro. A curva correspondente à solução analítica aproximada de Edwards (1980) corresponde à superfície externa do cilindro. As diferenças observadas devido a linearização das perdas térmicas radiativas e da resistência condutiva radial nas duas análise, não são maiores do que aquelas observadas nas comparações anteriores. Dessa forma, para paredes delgadas e condutivas, as duas análises fornecem resultados compatíveis.

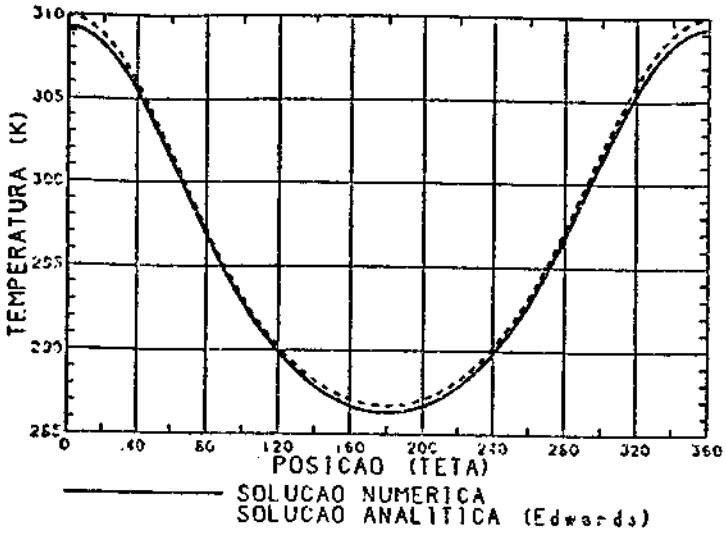

Fig. 4.15 - Comparação entre os métodos numérico e analítico (Edwards).

4.5 - RESULTADOS CONSIDERANDO O CILINDRO DESCONTÍNUO

Neste caso não foram considerados os efeitos de troca radiativa interna de calor e de rotação do cilindro. As posições $\theta = 0^{o}$ e $\theta = 360^{o}$ correspondem à descontinuidade.

O perfil de temperaturas do cilindro neste caso depende da orientação relativa entre o Sol e a descontinuidade. Por essa razão, os resultados apresentados envolverão um único exemplo físico e geométrico, variando-se apenas a orientação relativa mencionada. Nas Figuras 4.16 a 4.22, os valores adotados para os parâmetros foram um raio de 6.35E-2m, uma espessura de 0.5E-4m, uma condutibilidade térmica de 105 W/mK, emissividade infravermelha externa de 0.016 e uma absortividade solar de 0.01.

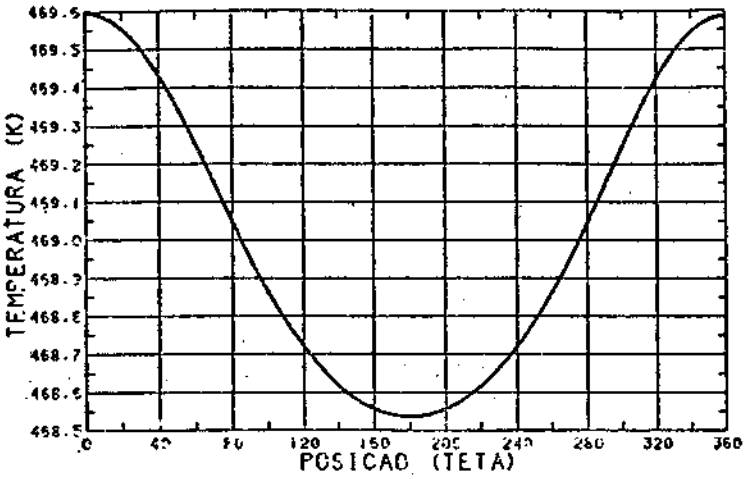

Fig. 4.16 - Sol a 0° com relação à descontinuidade.

Para o Sol a 0° com a descontinuidade (Figura 4.16), tem-se um perfil de forma semelhante àquele visto na Figura 4.3, sem a descontinuidade. Em todas as posi

ções do Sol, as temperaturas máxima e mínima oscilam em torno de respectivamente 470K (197C) e 468K(195C), como era de se esperar, uma vez que as características físicas e as propriedades óticas não se alteram. A temperatura média de equilíbrio se situa em 469K (196C).

Com o Sol à 30° (Figura 4.17), as temperaturas máxima e mínima ocorrem em respectivamente 0° e 270°. Com o Sol a 60° (Figura 4.18) tem-se 0° e 337° como pontos respectivos de ocorrência dessas temperaturas.

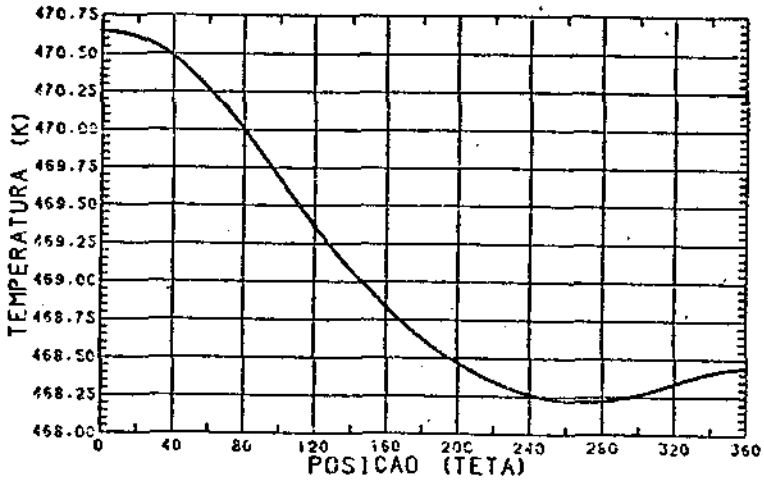

Fig. 4.17 - Sol a 30° com relação à descontinuidade.

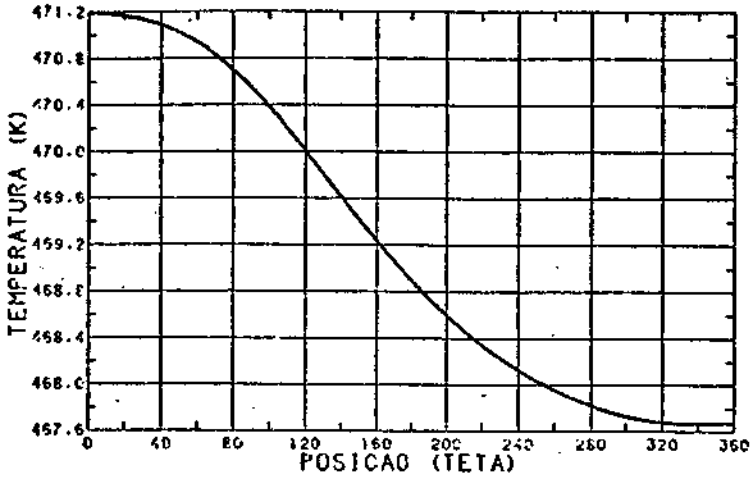

Fig. 4.18 - Sol a 60° com relação à descontinuidade.

Na Figura 4.19 onde o Sol se encontra a 90° com a descontinuidade, esses pontos se situam em 38.5° e 360° e nas Figuras seguintes (4.19 e 4.20) nas quais o Sol se encontra a 120° e 150° com a descontinuidade respectivamente, esses valores são 90.3° e 360°, 136° e 360°. A Figura 4.22 mostra uma posição interessante do sol com relação a descontinuidade, pois neste ponto (180°) este (o Sol) se encontra no lado oposto à descontinuidade, ficando o perfil simétrico em relação a posição $\theta = 180°$ e com formato oposto ao mostrado na Figura 4.16 na qual o Sol está a 0° com a descontinuidade.

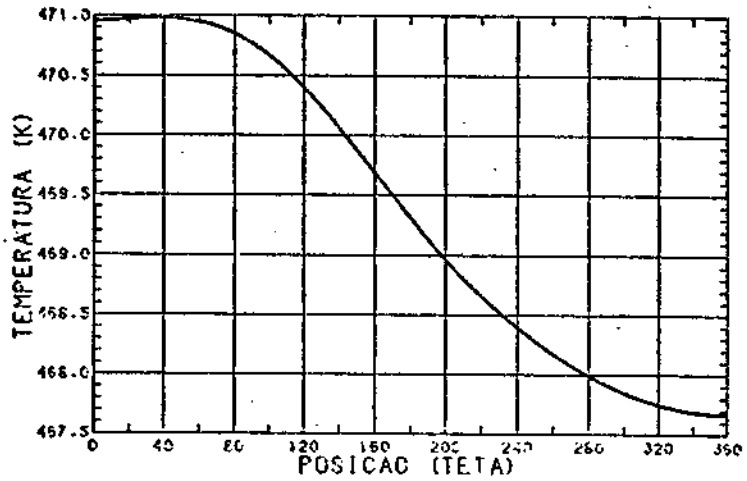

Fig. 4.19 - Sol a 90° com relação à descontinuidade.

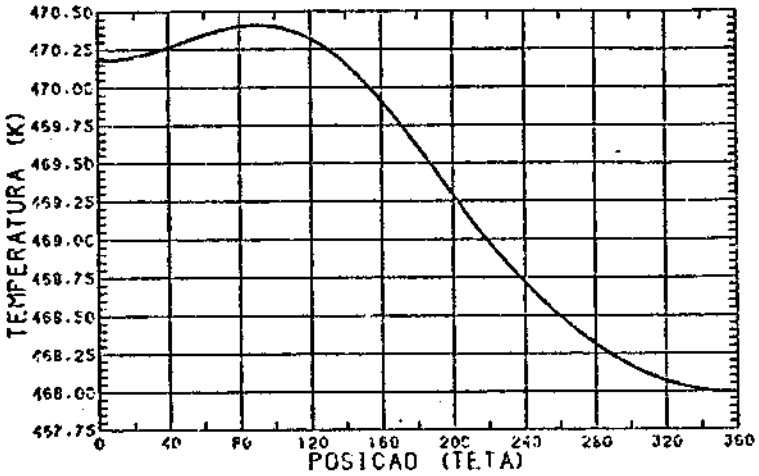

Fig. 4.20 - Sol a 120° com relação à descontinuidade.

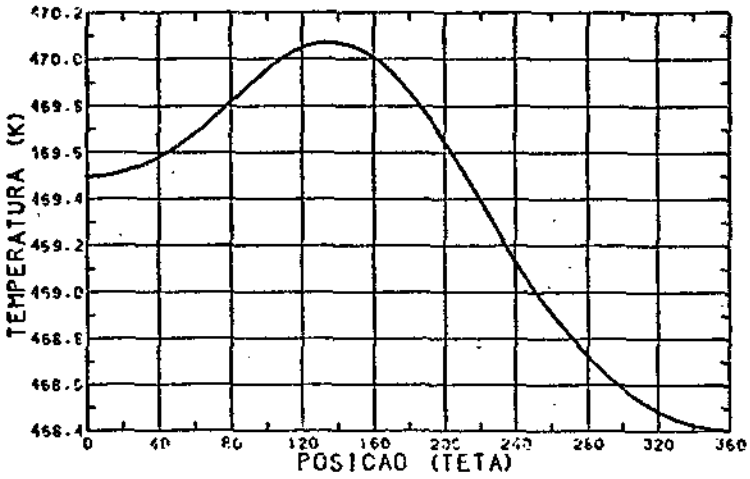

Fig. 4.21 - Sol a 150° com relação à descontinuidade.

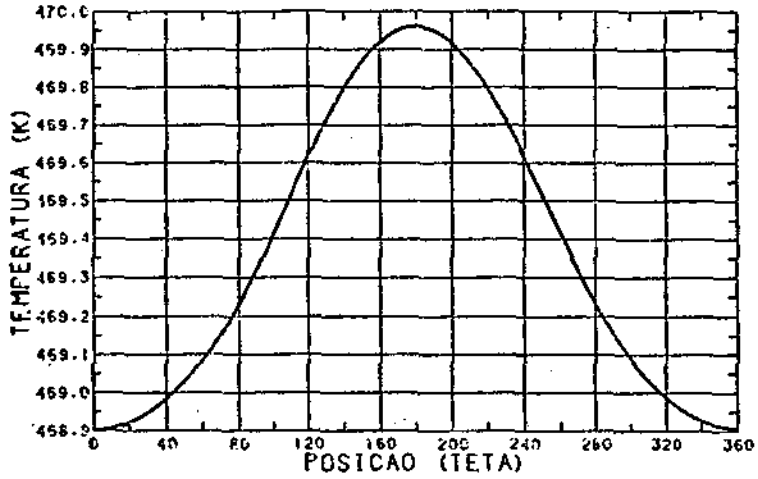

Fig. 4.22 - Sol a 180° com relação à descontinuidade.

4.5.1 - CILINDRO COM ÁREAS SOBREPOSTAS

A solução da equação neste caso é idêntica a do caso anterior, sendo que na região interna da superposição, a temperatura fica constante e igual à temperatura do ponto 2π, devido às considerações feitas no capítulo anterior.

Um exemplo é mostrado na Figura 4.23, onde os dados usados foram os mesmos da Figura 4.17 com posição do Sol com relação à descontinuidade da sobreposição de 30°. O ângulo de sobreposição é de 50°, ficando a parte entre 360° e 410° com a temperatura constante e igual a temperatura da posição $\theta = 2\pi$, como mostrado na figura.

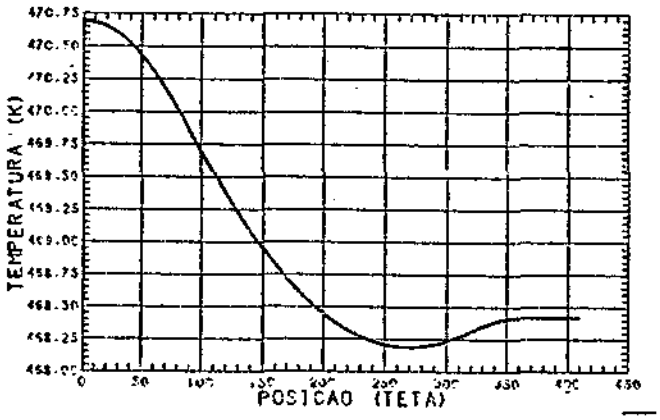

Fig. 4.23 - Cilindro com sobreposição de áreas.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

Este trabalho considera a distribuição de temperatura num cilindro oco, no espaço e sujeito externamente à irradiação solar, normal a seu eixo em regime permanente. Condução circunferencial de calor e trocas radiativas externa e interna forma consideradas como mecanismos de troca de calor. A resistência condutiva radial foi desprezada em face à pequena espessura de parede do cilindro.

Foram estudados casos separados para a condução circunferencial sem rotação, condução circunferencial com rotação do cilindro em torno do seu eixo, condução combinada com troca radiativa interna de calor, condução com descontinuidade do cilindro e condução com sobreposição de áreas da parede cilíndrica.

Para todos os casos, foi usada a mesma técnica de solução, que consistiu um método numérico de integração de Runge-Kutta de quarta ordem e passo fixo, conjugado com um método corretivo (Shooting Method) que avaliava os valores de partida do integrador, caso a iteração anterior não atingisse uma determinada convergência pré-estabelecida. Quando não atingida esta convergência o processo interativo era reiniciado em busca da solução. O critério adotado de convergência foi de uma diferença máxima de 0.3K para temperatura entre duas iterações sucessivas em qualquer ponto, assim como uma diferença máxima de 0.05K para a derivada circunferencial. O número de pontos na circunferência do cilindro foi sempre igual a mil. A comparação de alguns resultados numéricos, com resultados obtidos na literatura foi apresentada no Capítulo 4.

No caso de efeitos combinados de condução circunferencial e troca radiativa interna o Método das Substituições Sucessivas foi adotado na solução numérica da equação integro-diferencial resultante.

A técnica numérica de solução adotada no presente trabalho permitiu a solução do problema sob diversa formas: considerando condução circunferencial, rotação do cilindro, radiação interna, descontinuidade e sobreposição de áreas.

Os objetivos deste trabalho foram cumpridos a contento. Os resultados obtidos com o método numérico adotado são comparáveis satisfatoriamente com aqueles obtidos através de métodos analíticos aproximadas da literatura. Todos os resultados calculados apresentam realismo físico.

O método proposto de solução poderá ser utilizado dentro do estudo de efeitos de curvaturas térmicas de apêndices flexíveis como mastros e antenas de satélites artificiais no espaço.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHARNES, A.; RAYNOR, S. Radiation heat tranfer of a rotating cylindrical space vehicle. *ARS Journal*, 30(5):479-484, May, 1960.

EBY, R.J.; KARAM, R.D. Solar deflection of thin-walled cylindrical extendible structres. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Z(5):557-581, May, 1970.

Solar heating of a rotating cylinder with a conduction discontinuity. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Z(9):1140-1142, Sept., 1970.

EDWARDS, D.K. Anistropic conduction and surface radiation around a hollow cylinder. *Journal of Heat Tranfer*, 120(4):706-708, Nov. 1980.

FRANK, I; GRAY, E.I. Temperature distributions in long cylindrical shell. *Journal of Heat Tranfer*, 84C(2):190-191, May, 1962.

GRAHAM, J.D. Radiation heat tranfer around a hollow cylinder. *Journal of Spacecraft and Rockets*, Z(3):372-372, Mar., 1970.

APÊNDICE A

PROGRAMAS DE COMPUTADOR

Este apêndice contém o programa usados na obtenção dos resultados do trabalho, assim como as sub-rotinas usadas por este programa.

```
$SET FREE
$SET LINEINFO
FILE  5(KIND=REMOTE)
FILE  2(KIND=DISK,TITLE="DADOS/DO/MASTRO",FILETYPE=7)
FILE  6(KIND=REMOTE)
FILE  7(KIND=REMOTE)
$SET AUTOBIND
$BIND = FROM (ORBAT)GRAF,ROTINAS/PLOTTER1051/=
$BIND RKUTTA,INTER FROM BIBLIOTECA

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*    PROGRAMA QUE SOLUCIONA UMA EQUACAO DIFERENCIAL DE          *
C*   QUARTA ORDEM ACOPLADA COM RADIACAO PELO METHODO DE          *
C*   RUNGE-KUTTA, USANDO COMO CORRETOR O"SHOOTING METHOD".*
C*                                                               *
C*****************************************************************

      DIMENSION TEMP(3000),TEMPL(3000),TETA(3000),BB(3000)
      DIMENSION VX(3000),TX(4),TY(4),OT(3000),TEMPV(3000)
      EXTERNAL G
      COMMON/GRACO/RE(30)
      COMMON/AB/A,B,R,TAUO,EEIV,EIIV,K,S
      COMMON/RK/N
      COMMON/PI/PI
      COMMON/RR/RR(3000)
      REAL KS,K

C*****************************************************************
C*                                                               *
C* CONSTANTES DO PROGRAMA: IRRADIACAO SOLAR (KS EM W/M**2)*
C*                         CONSTANTE DE STEFAN - BOLTZMANN*
C*                         W/M**2 K**4)                          *
C*                         PI                                    *
C*                         GR (TRANSFORMACAO P/ GRAUS)           *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      SIGMA = 5.67E-8
      PI    = ARCOS(-1)
      KS    = 1382.
      GR    = 180./PI

C*****************************************************************
C*                                                               *
C* DADOS DE ENTRADA :ABSORTIVIDADE SOLAR (ABSO)                  *
C*                   EMISSIVIDADE EXTERNA (EEIV)                 *
C*                   EMISSIVIDADE INTERNA (EIIV)                 *
C*                   RAIO DO CILINDRO (R EM MM)                  *
```

```
C*                    ESPESSURA DO CILINDRO (S EM MM)        *
C*                    CONDUTIBILIDADE TERMICA (K EM W/MK)    *
C*                    DIFUSIVIDADE TERMICA (ALFA EM M**2/S)*
C*                    VELOCIDADE (VO ADIMENSIONAL)           *
C*                                                           *
C*     OBS.: ENTRADA DE DADOS VIA LEITURA DE CARTAO.         *
C*                                                           *
C*************************************************************

      READ(2,/)ABSO,R,S,ALFA,K,EIIV,EEIV,OMEGA

      WRITE(6,68)OMEGA,ABSO,EEIV,EIIV,R,S,K,ALFA
   68 FORMAT(///,10X,"ENTRADAS DO PROGRAMA:",////,
     $//,2X,"VELOCIDADE ANGULAR          =",F7.4,1X,"RPMS"
     $//,2X,"ABSORTIVIDADE SOLAR         =",F6.3,
     $//,2X,"EMISSIVIDADE EXTERNA        =",F6.3
     $//,2X,"EMISSIVIDADE INTERNA        =",F6.3
     $//,2X,"RAIO DO CILINDRO            =",E0.2,1X,"METROS",
     $//,2X,"ESPESSURA DO CILINDRO       =",E8.2,1X,"METROS",
     $//,2X,"CONDUTIBILIDADE TERMICA     =",F9.3,1X,"W/M K",
     $//,2X,"DIFUSIVIDADE TERMICA        =",E8.2,1X,"M2/S")

      SEM = (S*K*(PI**.75))/(4.*(SIGMA**.25)*(R**2.))

      ICONT = 0
      JCONT = 0
      IFG   = 1

C*************************************************************
C*                                                           *
C* CONSTANTES A SEREM CALCULADAS:TEMPERATURA INICIAL(TAUO)*
C*                               VELOCIDADE DO CILINDRO(V)*
C*                               RAIO TERMICO (RG)        *
C*                               RAIO ADIMENSIONAL (RO)   *
C*                               TEMPERATURA MAXIMA (TMAX,*
C*                               POSICAO TETA=ZERO GRAUS) *
C*                               VELOCIDADE ANGULAR(OMEGA)*
C*                                                           *
C*************************************************************

      TAUO  = ((ABSO*KS)/(SIGMA*PI*EEIV))**.25
      RG    = SQRT((S*K*TAUO)/(16.*PI*ABSO*KS))
      V     = (2.*PI*R*OMEGA)/60.
      VASTE = ALFA/(PI*RG)
      VO    = V/VASTE
      C     = (16.*PI*R*R*ABSO*KS)/(S*K*TAUO)
      RO    = R/RG
      R1    = 1./(EXP(RO/4.)-EXP(-RO/4.))
      R2    = RO/(2.*PI)
      R3    = R2**2
      TMAX  = (.75+((RO*(R1+R2))/(8.*(R3+1.))))*TAUO
```

```
      A      = R*V/ALFA
      B      = (R*R*SIGMA*(TAUO**3))/(S*K)

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*   INICIO DO PROCESSO ITERATIVO DO "SHOOTING METHOD" E         *
C*   VALORES INICIAIS PARA O RUNGE-KUTTA.                        *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      H = (2.*PI)/1000.

   70 CONTINUE

      ETAI  = 0.0
      ETAF  = 2*PI
      TAUI  = TMAX
      TAULI = 0.0

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*  CHAMADA DA SUBROTINA QUE CALCULA OA VALORES INICIAIS         *
C*  PARA O INTEGRADOR, CASO A VELOCIDADE ANGULAR    SEJA         *
C*  DIFERENTE DE ZERO.                                           *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      IF (VO .NE. 0.0) CALL INTER(VO,1,TAUI,TAULI)
      TAUI  = TAUI/TAUO
      TAULI = TAULI/TAUO

    CALL RKUTTA(G,ETAI,ETAF,TAUI,TAULI,H,VX,TEMP,TEMPL,IFG)

   20 CONTINUE

      IF(IFG .EQ. 2) JCONT = JCONT+1

      T1   = TEMP (1)
      T2   = TEMP (N)
      T3   = TEMPL(1)
      T4   = TEMPL(N)
      ETAI = 0.0
      TAU  = T1*1.05
      TAUL = T3

    CALL RKUTTA(G,ETAI,ETAF,TAU,TAUL,H,VX,TEMP,TEMPL,IFG)

      T5   = TEMP (1)
      T6   = TEMP (N)
      T7   = TEMPL(1)
      T8   = TEMPL(N)
      ETAI = 0.0
```

```
      TAUL = -.00015
      TAU  = T1
      IF(VO .NE. 0.0) TAUL = 1.05*T3

   CALL RKUTTA(G,ETAI,ETAF,TAU,TAUL,H,VX,TEMP,TEMPL,IFG)

      ETAI = 0.0
      T9   = TEMP (1)
      T10  = TEMP (N)
      T11  = TEMPL(1)
      T12  = TEMPL(N)

      D1 = T5 -T1
      D2 = T11-T3
      E1 = T6 -T2
      E2 = T8 -T4
      G1 = T10-T2
      G2 = T12-T4

      A1 = 1.-(E1/D1)
      A2 =-G1/D2
      A3 = T2-(E1/D1)*T1-(G1/D2)*T3
      B1 =-E2/D1
      B2 = 1.-(G2/D2)
      B3 = T4-(E2/D1)*T1-(G2/D2)*T3

      TN   = ((A2*B3)-(B2*A3))/((A2*B1)-(B2*A1))
      TNL  = (A3-(A1*TN))/A2
      TAU  = TN
      TAUL = TNL
      IF(IFG .EQ. 2) GO TO 66
      ICONT = ICONT+1

66 CALL RKUTTA(G,ETAI,ETAF,TAU,TAUL,H,VX,TEMP,TEMPL,IFG)

      TOL  = ABS(TEMP(1)*TAUO-TEMP(N)*TAUO)
      TOL1 = ABS(TEMPL(1)*TAUO-TEMPL(N)*TAUO)
      IF(TOL .LT. .3  .AND. TOL1 .LT. .05) GO TO 30
      GO TO 20

  30  CONTINUE

      IF(IFG .EQ. 1) GO TO 90
      TOLER = ABS(TEMPV(I) - TEMP(I))
      IF(TOLER .LT. .01) GO TO 100
      IF(IFG .EQ. 2) GO TO 95

  90  CONTINUE

      DO 80 I = 1,N
      TEMPV(I) = TEMP(I)
```

```
   80  CONTINUE

C*****************************************************
C*                                                   *
C*                CALCULO DO VETOR  BB(TETA)         *
C*                                                   *
C*****************************************************

       SE = SQRT(EIIV)

       DO 25 I = 1,N

       TETA(I) = (2.*PI*I)/N
       TTI     = TETA(I)
       TTI1    = SE*(TTI/2.)
       D       = SE/4.
       C       = (D*SIN(PI*SE))/(1-COS(PI*SE))
       BB(I)   = D*SIN(TTI1)+ C*COS(TTI1)

   25  CONTINUE

C*****************************************************
C*                                                   *
C*            CALCULO DO VETOR DELTA TETA            *
C*                                                   *
C*****************************************************

       DO 10 I = 1,N
       DT(I) = (1./N)*2*PI

   10  CONTINUE

C*****************************************************
C*                                                   *
C*     CALCULO DA INTEGRAL DA RADIACAO INTERNA (RR(TETA)) *
C*                                                   *
C*****************************************************

   95  CONTINUE

       DO 50 I = 1,N,20

       SOMA = 0.0

       DO 60 J = 1,N

       K = J+I
       IF(K .GT. N) K = K-N
       SOMA = SOMA+(TEMP(K)**4)*BB(J)*DT(J)

   60  CONTINUE
```

```
      RR(I) = SOMA

   50 CONTINUE

      DO 51 I = 1,N,20
      DO 52 J = I+1,20+I-1

      RR(J) = RR(I)

   52 CONTINUE
   51 CONTINUE

      IFG = 2
      GO TO 70

  100 CONTINUE

       DO 110 I = 1,N

       TEMP(I) = TEMP(I) * TAUO
       VX(I)   = VX(I) * GR

  110  CONTINUE

      TMAX = 0

      DO 85 I = 1,N
      IF(TMAX.GT.TEMP(I)) GO TO 85
      TMAX = TEMP(I) ; TETMAX = VX(I)

   85 CONTINUE

      TMIN = TMAX

      DO 86 I = 1,N
      IF(TEMP(I).GT.TMIN) GO TO 86
      TMIN = TEMP(I) ; TETMIN = VX(I)

   86 CONTINUE

      DELTA=TMAX-TMIN
      TMEDIA = TMIN+(DELTA/2.)

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*                    FORMATACAO DE SAIDA                        *
C*                                                               *
C*****************************************************************

   WRITE(6,67)VO,TMAX,TETMAX,TMIN,TETMIN,DELTA,TMEDIA,ICONT
     $,JCONT
   67 FORMAT(///,10X,"RESULTADOS OBTIDOS:",////,
```

```
      $//,2X,"VELOCIDADE ADIMENSIONAL = ",F7.3,
      $//,2X,"TEMPERATURA MAXIMA      = ",F9.4,1X,"GRAUS K",
      $//,2X,"POSICAO ONDE OCORRE     : ",F9.4,1X,"GRAUS",
      $//,2X,"TEMPERATURA MINIMA      = ",F9.4,1X,"GRAUS K",
      $//,2X,"POSICAO ONDE OCORRE     : ",F9.4,1X,"GRAUS",
      $//,2X,"DELTA DE TEMPERATURA    = ",F9.4,1X,"GRAUS K",
      $//,2X,"TEMPERATURA MEDIA       = ",F9.4,1X,"GRAUS K",
      $//,2X,"NUMERO DE ITERACOES1    : ",I3,
      $//,2X,"NUMERO DE ITERACOES2    : ",I3)

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*  DEFINICAO DE PARAMETROS PARA O USO DA SUBROTINA GRAFI        *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      WRITE(7,8)
   08 FORMAT(////,10X,"O GRAFICO SAIRA NO TERMINAL
    $ OU NA IMPRESSORA?")
      READ(5,15)A
   15 FORMAT(A6)
      IF(A .EQ. "TERMIN") RE(18)=1
      IF(A .EQ. "IMPRES") RE(18)=-1

      WRITE(7,9)
   09 FORMAT(////,10X,"COPIA VIA PLOTTER? (SIM OU NAO)")
      READ(5,16)A1
   16 FORMAT(A3)
      IF(A1 .EQ. "SIM") RE(5)= 1
      IF(A1 .EQ. "NAO") RE(5)= 0

      RE(1)=1 ; RE(2)=1 ; RE(10)=1 ; RE(11)=.7
      TX(1)="POSICA" ;TX(2)="O(TETA" ;TX(3)="")
      TY(1)="TEMPER" ;TY(2)="ATURA "
       TY(3)="(KELVI" ;TY(4)="N)    "

      CALL GRAFI(N,VX,TEMP,TX,TY)

      STOP
      END

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*        DEFINICAO DA FUNCAO "G" USADA NO METODO                *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      FUNCTION G(X,Y,Z,IFG)
      COMMON/AB/A,B,R,TAUO,EEIV,EIIV,K,S
      COMMON/PI/PI
      COMMON/RK/N
```

```
      COMMON/RR/RR(3000)
      IF(IFG .EQ. 2) GO TO 20
      G = -A*Z + B*(EEIV*(Y**4)-PI*EEIV*AMAX1(COS(X),0))
      IF(IFG .EQ. 1) GO TO 10
   20 G = -A*Z + B*((EEIV+EIIV)*(Y**4)
    $  -PI*EEIV*AMAX(COS(X),0)-EIIV*RR((N*X)/(2*PI)+1))
   10 RETURN
      END

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*  SUBROTINA QUE INTEGRA UMA EQUACAO DIFERENCIAL DE             *
C*  SEGUNDA ORDEM, PELO METODO DE RUNGE-KUTTA,    DE             *
C*  QUARTA ORDEM, PASSO FIXO.                                    *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      SUBROUTINE RKUTTA (G,XI,XN,YI,YLI,H,VX,VY,VZ,IFG)

      DIMENSION  VX(1000),VY(1000),VZ(1000)
      REAL K1,K2,K3,K4,L1,L2,L3,L4
      COMMON/RK/N

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*              "DO" QUE ENGLOBA O METODO DE RUNGE-KUTTA         *
C*                                                               *
C*****************************************************************

      N = ABS(XO-XN)/H

      XO = XI
      YO = YI
      ZO = YLI

      DO 10 I=1,N


      K1 = H*ZO
      L1 = H*G(XO,YO,ZO,IFG)

      X  = XO +(H/2.)
      Y  = YO +(K1/2.)
      Z  = ZO +(L1/2.)

      K2 = H*Z
      L2 = H*G(X,Y,Z,IFG)

      Y  = YO+(K2/2.)
      Z  = ZO+(L2/2.)

      K3 = H*Z
```

```
      L3 = H*G(X,Y,Z,IFG)

      X  = XO + H
      Y  = YO + K3
      Z  = ZO + L3

      K4 = H*Z
      L4 = H*G(X,Y,Z,IFG)

      VX(I) = XO
      VY(I) = YO
      VZ(I) = ZO

      YO = YO +(K1+2*K2+2*K3+K4)/6.
      ZO = ZO +(L1+2*L2+2*L3+L4)/6.
      XO = X

   10 CONTINUE
      RETURN
      END

C*****************************************************************
C*                                                               *
C*   SUBROTINA QUE, COM BASE NO VALOR DE "VO", INTERPOLA A*
C* TEMPERATURA E A SUA DERIVADA COM A FINALIDADE DE  GERAR*
C* VALORES PARAA INICIALIZACAO DO PROCESSO DE INTEGRACAO. *
C*   OS VALORES ADOTADOS PARA A INTERPOLACAO  FORAM  RETI-*
C* RADOS DA TABELA 1 DO ARTIGO "SOLAR HEATING  OF  A ROTA-*
C* TING CYLINDRICAL SPACE VEHICLE"(Charnes e Raynor(1960))*
C*                                                               *
C*****************************************************************

      SUBROUTINE INTER(VO,T,TAUI,TAULI)

      U = 1.
      IF (T .EQ. 1) U = 1./1.8
      IF (VO .GT.     10    ) GO TO 01
      IF (VO .GT. SQRT(30)) GO TO 02
      IF (VO .GT. SQRT(10)) GO TO 03
      IF (VO .GT.     1.0   ) GO TO 04
      IF (VO .GT.     0.0   ) GO TO 05

   01 WRITE(6,/) "   PARA VALORES MAIORES QUE 10 DE VO,
     $ ESTA SUBROTINA NAO POSSUI DADOS PARA A INTERPOLACAO"
      STOP

   02 A = SQRT(30);B = 10.000; C = 540.45
      D = 537.4609;E = -36.72; F =-20.420
      GO TO 06

   03 A = SQRT(10);B = SQRT(30);C = 551.62
      D = 540.4500;E =-61.37000;C =-36.720
```

```
      GO TO 06

04    A = 1.000000;B = SQRT(10);C = 625.55
      D = 551.6200;E =-117.8000;F =-61.370
      GO TO 06

05    A = 0.000000;B = 1.000000;C = 705.48
      D = 625.5500;E =-46.93000;F =-117.80

06    TAUI  = (((VO-A)*(C-D)*U)/(A-B)) + C*U
      TAULI = (((VO-A)*(E-F)*U)/(A-B)) + E*U

      RETURN
      END
```