

UMA METODOLOGIA PARA GERACAO DE MNT POR GRADES TRIANGULARES

SERGIO ROSIM
CARLOS ALBERTO FELGUEIRAS
LAERCIO MASSARU NAMIKAWA

INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Caixa postal 515
12201-970 - São José dos Campos, SP, Brasil
sergio@dpi.inpe.br
carlos@dpi.inpe.br
laercio@dpi.inpe.br

Abstract. This paper presents a methodology for digital terrain model generation based on irregular triangular grid. The process generates an initial triangulation that is modified to obtain a Delaunay Triangulation. The methodology is analyzed in terms of performance and accuracy.

Introdução

A Modelagem Numérica de Terreno (MNT), também conhecida como Modelagem Digital de Terrenos (MDT), possibilita obtenção de resultados qualitativos e quantitativos sobre a distribuição de um fenômeno no espaço tri-dimensional sem a necessidade de trabalhar com todos os dados originais. O processo de MNT é composto de 3 fases: aquisição dos dados, geração do modelo e aplicações sobre este modelo.

Na fase de aquisição são coletadas as informações (amostras) que representam a distribuição do fenômeno que se deseja modelar. Cada informação é constituída da posição de onde o dado foi coletado (coordenada X,Y) e o valor correspondente (cota-Z). Os fenômenos podem ser os mais variados: temperatura, pressão, elevação, poluição, concentração populacional, etc. Deve-se ressaltar que a aquisição das amostras precisa ser feita de maneira mais criteriosa possível, uma vez que, se mal feita, não poderá ser compensada no restante do processo.

A geração do modelo compreende o agrupamento dos dados em uma estrutura que maximize a obtenção de resultados aplicativos corretos. Há dois tipos de estruturas utilizadas, as grades regulares retangulares e as grades irregulares triangulares. No item seguinte estas grades são apresentadas com maiores detalhes.

A aplicação consiste na obtenção de algum resultado prático a partir do modelo gerado e pode

ser qualitativo ou quantitativo. Um exemplo de resultado qualitativo é a visualização de superfície através da projeção planar do modelo. Exemplos de resultados quantitativos são os cálculos de área e de volume e, as análises de visibilidade por perfis.

Neste trabalho, uma vez que apresenta-se uma metodologia para geração do modelo numérico, as informações amostradas são coletadas de uma função matemática conhecida, o que possibilita a verificação da acurácia da interpolação sobre o modelo.

Geração dos Modelos de Grades

Os dados amostrados representam o fenômeno em questão, portanto, podem estar irregularmente distribuídos no plano X,Y. Para tratar este tipo de dados, duas grades podem ser utilizadas, as grades regulares e as grades irregulares.

As grades regulares caracterizam-se por possuir todos os polígonos da grade iguais, ou seja, existe uma regularidade na distribuição dos pontos que formam a grade.

Nas grades irregulares todos os polígonos são do mesmo tipo (possuem o mesmo número de lados), mas não são, necessariamente, todos iguais. Maiores detalhes sobre as duas grades são apresentadas a seguir.

Grades Regulares

Uma grade regular pode ser definida como um modelo digital de terreno que aproxima superfícies através de um poliedro de faces regulares (PETTINATI., 1983). Os vértices destes poliedros podem ser os próprios pontos amostrados caso estes tenham sido obtidos nas mesmas posições X,Y que definem a grade desejada. Porém, isto ocorre raramente. Quando os pontos amostrados não estão localizados sobre os pontos da grade regular, uma interpolação é necessária para estimar os valores de cota nestes pontos. Sobre interpoladores pode-se encontrar informações detalhadas em (FELGUEIRAS, 1987).

Um dos aspectos mais importantes da grade regular é a determinação dos espaçamentos horizontal e vertical de seus elementos. Caso a grade apresente grandes espaçamentos, pode-se refinar a grade aplicando algum interpolador a esta grade, gerando uma mais densa.

A grade regular mais usada é a retangular por ser de simples manipulação pelos algoritmos de aplicações e por apresentar resultados qualitativos interessantes, por exemplo em aplicações de visualização em perspectiva do modelo (FELGUEIRAS,1987).

Grades Irregulares

As grades irregulares são geradas a partir dos próprios pontos amostrados sem a necessidade de qualquer tipo de interpolação sobre os mesmos. A grade irregular mais utilizada é aquela cujos polígonos são triângulos e o processo de modelagem através de poliedros de faces irregulares é conhecido por triangulação. Portanto, os vértices dos triângulos de uma grade irregular são os pontos amostrados na fase de aquisição de dados.

A união dos pontos amostrados para gerar a triangulação não é única e nem todas as triangulações são boas para se obter a modelagem. Como o comportamento de uma superfície, por exemplo, em um ponto depende do comportamento dos pontos vizinhos, deve-se escolher uma triangulação na qual os segmentos unindo os diversos pontos amostrados não sejam excessivamente longos e onde os triângulos não sejam muito finos. A triangulação de Delaunay é a

única que satisfaz esta exigência (PETTINATI, 1983).

Um dos métodos para obter a triangulação de Delaunay utiliza a propriedade do circuncírculo. Esta propriedade garante que dado um círculo que passa pelos três pontos que formam um triângulo, se não existe nenhum outro ponto amostrado dentro deste círculo, o triângulo em questão é de Delaunay. Caso contrário, os vértices do triângulo devem ser alterados até que a esta propriedade seja satisfeita. A figura 1 mostra um exemplo de propriedade do circuncírculo e a figura 2 um exemplo de triangulação de Delaunay.

As grades irregulares triangulares, por utilizarem os próprios pontos amostrados, apresentam resultados quantitativos melhores que os das grades regulares. Além disto, pode-se interpolar os dados de uma grade irregular para criar uma grade regular.

A seguir mostra-se a metodologia utilizada para geração de uma grade irregular triangular.

Metodologia para Geração do Modelo

A geração do modelo por uma grade irregular triangular apresenta um grau razoável de complexidade. Além da própria triangulação de Delaunay de um conjunto de pontos amostrados, deve-se ter a preocupação de utilizar uma estrutura de dados que permita encontrar de forma rápida um triângulo e conseqüentemente seus pontos, assim como facilite a inserção de novos pontos, a deleção de pontos, a inserção de linhas características, a utilização de memória auxiliar (para um número de pontos muito grande), etc.

Neste trabalho, aborda-se, para a geração do modelo, a triangulação de Delaunay e a estrutura de dados utilizada para o armazenamento das informações dos triângulos.

A triangulação aqui proposta divide-se em três partes: geração da triangulação inicial, geração da triangulação de Delaunay a partir da anterior e verificação da acurácia da triangulação de Delaunay gerada.

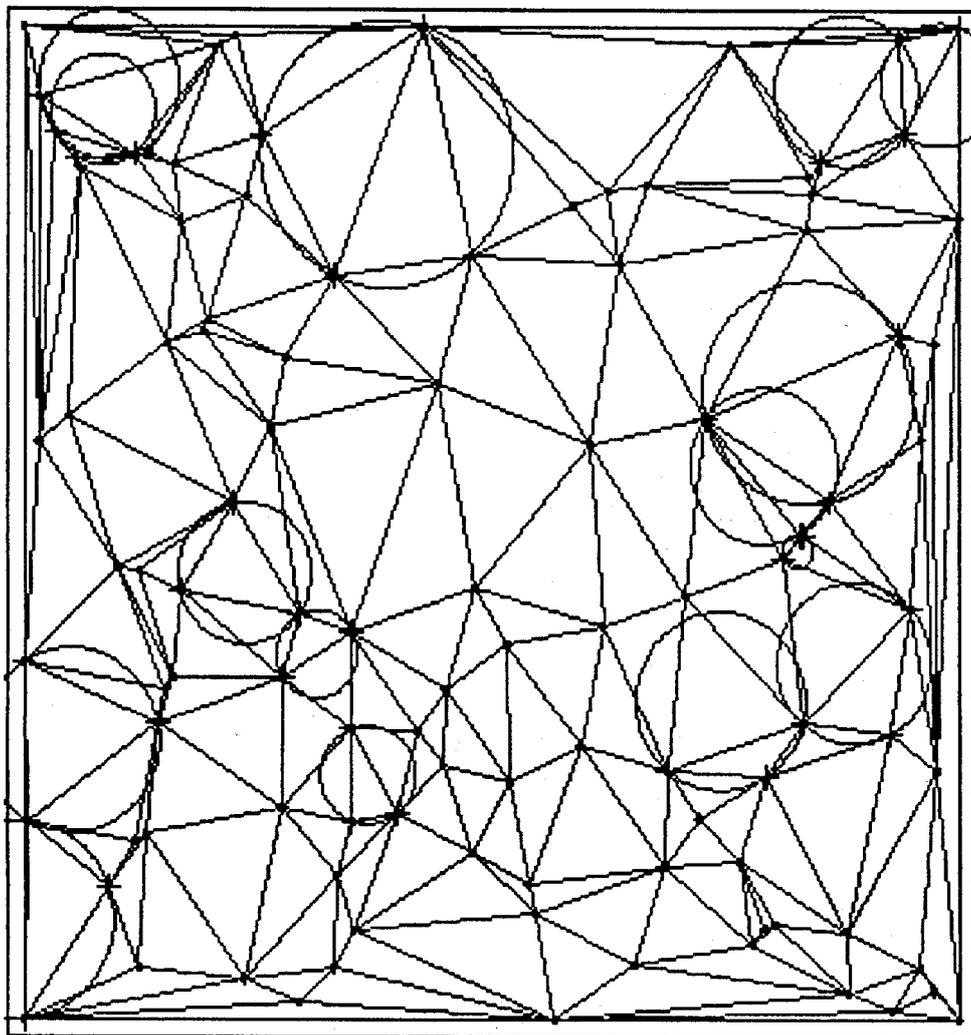


Figura 1 - Exemplos de Propriedade do Circuncírculo para 100 pontos

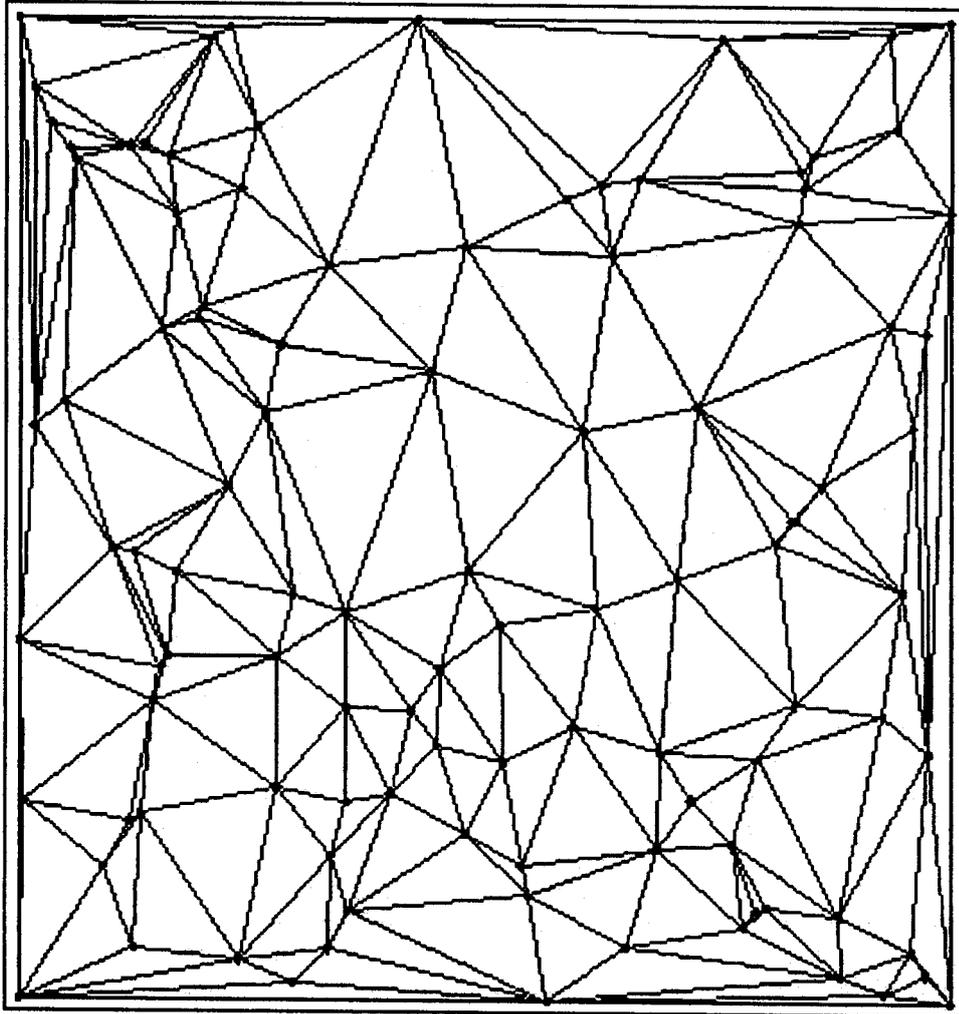


Figura 2 - Triangulação de Delaunay para um conjunto de 100 pontos

Geração da Triangulação Inicial

A literatura sobre triangulação apresenta várias formas de se obter uma triangulação de Delaunay. Algoritmos a partir de construção de diagramas de Voronoi, de divisão e conquista, algoritmos "on_line" com inserção de pontos, algoritmos incrementais diversos e outros.

O algoritmo apresentado aqui parte de uma divisão dos pontos amostrados em triângulos da seguinte forma:

1^o-Encontra-se um retângulo que envolva todos os pontos amostrados;

2^o-Insere-se os quatro pontos extremos do retângulo no conjunto de pontos amostrados;

3^o-Traça-se uma diagonal entre dois pontos opostos do retângulo, criando dois triângulos iniciais;

4^o-Para cada ponto amostrado: encontra-se em qual triângulo existente o ponto está contido e; divide-se o triângulo em outros três, ligando o novo ponto a cada um dos vértices do triângulo inicial.

Ao final do processo obtém-se uma triangulação dos pontos amostrados que certamente não é ótima, ou seja, não é uma triangulação de Delaunay. A figura 3 ilustra este procedimento.

Na geração da triangulação inicial utiliza-se uma estrutura em árvore para armazenar e facilitar o acesso as informações a cerca de cada triângulo gerado. Esta estrutura é importante para uma busca eficiente do triângulo que contém o novo ponto (passo 4).

Cada nó da árvore contém um ponteiro para um vetor de estruturas com as informações referentes ao triângulo. O tamanho deste vetor de estruturas é igual ao número de triângulos gerados. Cada estrutura contém as seguintes informações:

- Vizinhos: Contém os ponteiros para os vizinhos no vetor de estruturas. O vizinho é uma estrutura do tipo triângulo e caracteriza-se por possuir uma aresta comum com o triângulo em questão. O número máximo de vizinhos de um triângulo é três. Quando uma das arestas do triângulo é parte do retângulo envolvente, um valor sem significado ("dummy") é atribuído a este(s) vizinho(s).

- Pontos: Os pontos amostrados encontram-se em um vetor com valores X,Y,Z e não precisam estar ordenados. Os três pontos que formam os vértices do triângulo são referenciados na estrutura de triângulos por três ponteiros para o vetor de pontos.

- Filhos : São ponteiros para estruturas do tipo triângulo referentes aos três triângulos gerados quando ocorreu a primeira inserção de um ponto interno ao triângulo em questão.

A sistemática para geração da árvore, de acordo com o algoritmo descrito anterior-mente é a seguinte:

1^o-Inicialmente, tem-se dois nós na árvore pela divisão do retângulo em dois triângulos. Cada triângulo contém como vizinhos o outro triângulo e dois valores "dummy" relativos as arestas do retângulo envolvente dos pontos. Contém ainda ponteiros para o vetor de pontos, que apontam para os três vértices do triângulo (que são três dos vértices do retângulo envolvente) e valores "dummy" para os filhos, uma vez que ainda não possuem filhos. Os filhos são criados a medida que os pontos amostrados são considerados.

2^o-Em seguida, para cada ponto amostrado considerado, tem-se os seguintes passos: busca-se um triângulo já existente que contém o ponto. A busca é realizada a partir do início da árvore até encontrar o triângulo desejado. Se este triângulo possui filhos, a busca do triângulo que contém o ponto é feita então nos seus três filhos e assim sucessivamente até que o triângulo que contém o ponto seja folha, ou seja, não tem filhos e; cria-se então três novos triângulos que tornam-se filhos do triângulo que contém o ponto. Define-se também os vizinhos e os vértices dos novos triângulos criados a partir da herança de vizinhos e vértices do triângulo que os originou. Os campos para filhos destes triângulos são preenchidos com valor "dummy" para indicar que são triângulos folhas.

A árvore assim criada permite percorrer rapidamente o caminho que leva ao triângulo que contém o ponto gerado, uma vez que a cada nível basta procurar em três triângulos no máximo. Ou seja, se existem 3^n triângulos, a árvore permite que se execute a busca em no máximo $3*n$ triângulos.

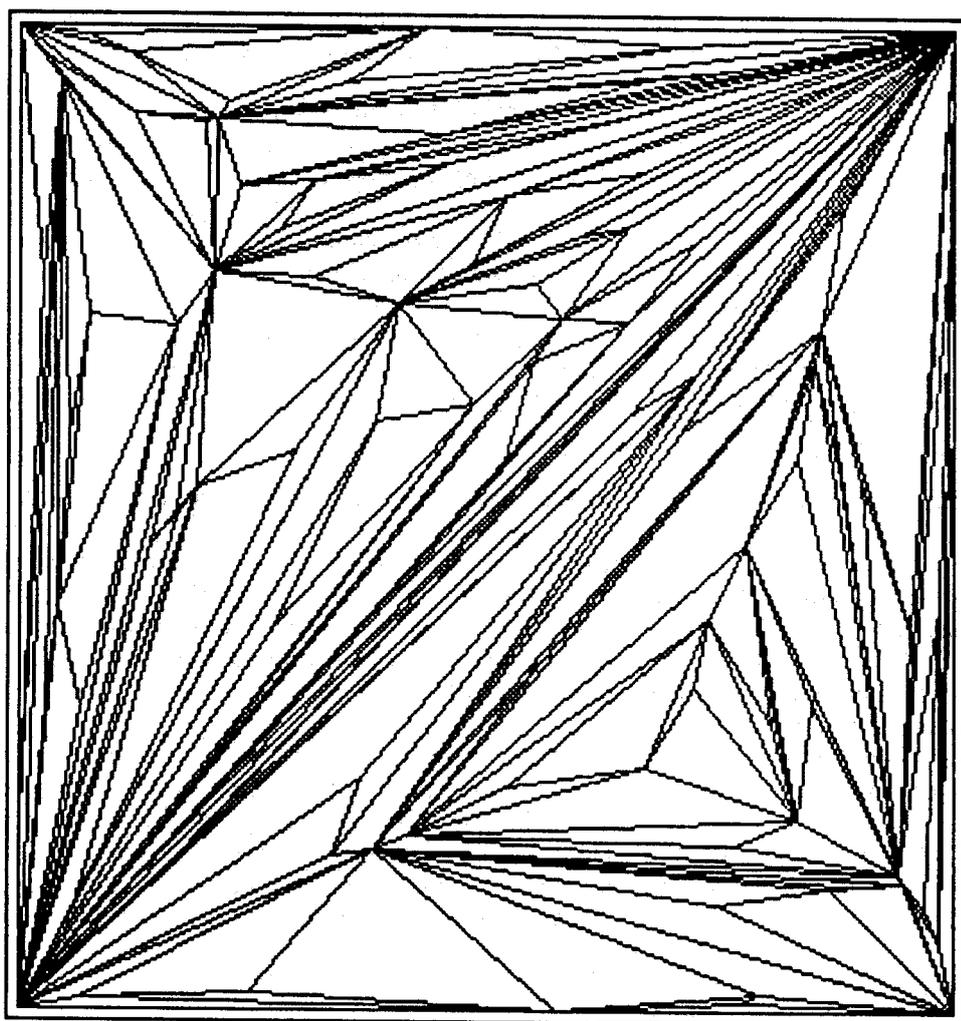


Figura 3 - Triangulação inicial para um conjunto de 100 pontos

Geração da Triangulação de Delaunay

A triangulação de Delaunay visa fornecer um modelo ótimo a partir da triangulação inicial. O algoritmo de geração da triangulação de Delaunay percorre a triangulação existente de forma recursiva até que todos os triângulos atendam a propriedade do circuncírculo. Verifica-se se esta propriedade foi respeitada da seguinte forma:

1º-Encontra-se o centro e o raio da circunferência que passa pelos três vértices do triângulo que está sendo analisado;

2º-Verifica-se entre os vértices não comuns dos três triângulos vizinhos ao triângulo em questão se ao menos um deles está a uma distância ao centro da circunferência menor que o raio obtido no item anterior e;

3º-Caso exista, o triângulo deve ser alterado de modo a incorporar este vértice para torná-lo um triângulo de Delaunay.

Para que todos os triângulos se tornem de Delaunay, há a necessidade de, exaustivamente, percorrer toda triangulação, uma vez que uma mudança local em dois triângulos pode afetar seus vizinhos. Para tanto, o seguinte procedimento foi utilizado:

1º-Para cada triângulo gerado, procura-se seus vizinhos;

2º-Para cada vizinho, é verificada se a relação de Delaunay é satisfeita;

3º-Caso sejam, passa-se ao próximo e volta ao ponto 2 se ainda existem vizinhos a serem testados. Se todos vizinhos foram testados passa-se ao próximo triângulo e retorna ao 1º passo;

4º-Caso contrário, o triângulo em questão, e seu vizinho, são alterados de modo a satisfazer as condições de triângulo de Delaunay;

5º-Verifica-se o triângulo vizinho alterado. Se este já foi analisado no item 1, retorna ao item 1 tomando-o como triângulo base de modo a propagar a alteração de maneira recursiva e;

6º-Caso ainda não tenha sido analisado no 1º passo, retorna-se ao 2º passo, analisando novamente todos os vizinhos do triângulo em questão.

No final do processo tem-se a triangulação de Delaunay. Deve-se notar que a recursão é ativada somente para os triângulos que já tenham sido uma vez pesquisados no 1º passo, uma vez que se este ainda não foi testado ele será quando a análise do 1º passo alcançá-lo.

Verificação da Acurácia da Metodologia Utilizada

Para testar o procedimento de geração da triangulação de Delaunay, ou seja, verificar se esta foi gerada corretamente, foi efetuado o seguinte teste para cada triângulo gerado:

1º-Para o triângulo em questão é calculado o centro e o raio do circuncírculo;

2º-Verifica-se para todos os pontos amostrados, menos os que são vértices do triângulo, a distância em relação ao centro do circuncírculo e;

3º-Testa-se então se a distância é maior do que o raio do circuncírculo.

Caso a triangulação obedeça aos critérios de triangulação de Delaunay, a distância será maior do que o raio para cada um dos pontos amostrados.

Interpolação sobre a Triangulação de Delaunay

Gerada a triangulação de Delaunay para pontos aleatórios de uma função conhecida, portanto com cota Z conhecida, faz-se uma verificação do comportamento da interpolação sobre outros pontos conhecidos da função.

Esta interpolação é feita baseando-se na fórmula do plano que passa pelos vértices do triângulo que contém o ponto a ser interpolado. Dado três vértices (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) e (x_3, y_3, z_3) do triângulo que contém o ponto (x, y) , calcula-se o valor da cota-Z de (x, y) de acordo com a solução da seguinte equação:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

A cota-Z encontrada é comparada com a cota-Z real do ponto na função em (x,y). O erro é acumulado até que todos os pontos que se deseja testar sejam considerados. O procedimento utilizado é o seguinte:

1 - Para cada ponto a ser interpolado encontra-se o triângulo de Delaunay que contém o ponto;

2 - Executa-se a interpolação em relação ao plano que passa pelos vértices do triângulo;

3 - Acumula-se o erro em relação a cota-Z real, extraída da função geradora dos pontos, somando-se os erros de forma absoluta e;

4 - Encontra-se o erro médio, calculado em relação ao número de pontos interpolados.

O resultado da interpolação para a função utilizada, considerando-se 2000 pontos na triangulação e 100 pontos interpolados foi:

- Z mínimo real: 2.766

- Z máximo real: 1219.994

- Erro médio : 4.175

Esse erro médio obtido corresponde a 0.34% da variação total de cota na superfície utilizada.

Conclusões

Em termos de acurácia os resultados obtidos na interpolação são considerados satisfatórios. Pretende-se em trabalhos futuros comparar o erro medido neste trabalho com outros modelos.

Em termos de performance o algoritmo de triangulação desenvolvido mostrou resultados satisfatórios uma vez que o tempo de processamento cresce de forma praticamente linear com o aumento do número de pontos considerados na triangulação.

Observou-se também que o tempo gasto na geração da triangulação inicial é consideravelmente maior que o da triangulação de Delaunay feita por recursão. Torna-se importante realizar pesquisas para otimizar esta fase do processamento.

Referências bibliográficas

Felgueiras, C. A. Desenvolvimento de um Sistema de Modelagem Digital de Terreno para Microcomputadores. Disserta de Mestrado, São José dos Campos, Instituto de Pesquisas Espaciais 1987.

Pettinati, F. Modelamento Digital de Terreno e Representa Grafica de Superficie. Disserta de Mestrado em Engenharia, Escola Politécnica de Universidade de São Paulo, São Paulo, 1983.

Bibliografia

Aurenhammer, F. Voronoi Diagrams. A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure. ACM Computing Surveys, Vol. 23, No. 3, 1991.

Floriani, L.; Falcidieno, B.; Pienovi, C. Delaunay-based Representation of Surfaces Defined over Arbitrarily Shaped Domains. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol. 32, 1985. pp.127-140.

Floriani, L. Surfaces Representations based on Triangular Grids. The Visual Computer, Vol. 3, 1987. pp.27-50.

Floriani, L. An On-Line Algorithm for Constrained Delaunay Triangulation. CVGIP: Graphical Models and Image Processing, Vol. 54, No. 3, July 1992. pp.290- 300.