CÁLCULO DA FORMA NORMAL PARA SISTEMAS BIDIMENSIONAIS

Guilherme dos Santos Soares[1] (UFRJ, Bolsista PIBIC/CNPq)
Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado[2] (DEM/INPE, Orientador)
Alexandre L. Machuy Francisco[3] (Bolsista de Doutorado do curso ETE/CMC/INPE, Co-Orientador)

RESUMO

Este projeto de iniciação cientifica foi, iniciado em maio de 2006, a primeira parte deste trabalho é destinado à teoria das formas normais. O teorema de Poincaré, por exemplo, mostra que, sob certas hipóteses, na vizinhança de um ponto de equilíbrio um sistema de equações diferenciais ordinárias pode ser transformado em um sistema linear. O método para obter as formas normais é realizado por meio de séries de potências em torno de pontos de equilíbrio. Estas séries nem sempre são convergentes. Entretanto, mesmo nos casos onde as séries são divergentes, o método é útil para o estudo de equações diferenciais: os termos iniciais da série dão informações significativas sobre o comportamento das soluções do sistema. A segunda parte do projeto de iniciação cientifica é a construção de um programa computacional em MAPLE. Dado um sistema dinâmico bidimensional linear homogêneo com coeficientes Reais, isto é, $\dot{x} = ax + by$ e $\dot{y} = cx + dy$, onde a matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tem determinante não nulo. Será feito um programa computacional para o cálculo da forma normal para perturbações desse sistema linear, sendo $p_i(x, y)$ e $g_i(x, y)$ funções polinomiais homogêneas de grau i, os sistemas perturbados são $\dot{x} = ax + by + p_2(x, y) + p_3(x, y) + ...$, $\dot{y} = cx + dy + g_2(x, y) + g_3(x, y) + ...$ De fato são vários programas computacionais, consideraremos cada um dos pontos de equilíbrio do sistema linear: nó instável, nó atrator, sela, foco instável, foco estável e centro. Temos como objetivo linearizar formalmente o sistema perturbado, ou seja, obter um novo sistema da forma $\dot{x} = Ax$, através de uma mudança formal de variáveis. A possibilidade ou impossibilidade desta linearização está relacionada com uma certa propriedade dos autovalores da matriz A. Se aplicarmos uma mudança de variáveis em um sistema perturbado no caso em que existem ressonâncias, não obteremos, em geral, a linearização desejada. No caso ressonante, pelo teorema de Poincaré-Dulac formal podemos, através da mudança de variáveis, eliminar todos os monômios ressonantes do sistema perturbado.Como exemplo do caso ressoante temos o sistema bidimensional com coeficientes reais $\dot{x} = Ax$, os autovalores correspondentes a centros e a selas tipo $\lambda_2 = -\lambda_1$ são ressonantes de ordem três.

[1] Aluno do Curso de Física, UFRJ. **E-mail: guilherme77fisicaufrj@gmail.com**
[2] Pesquisador da Divisão de Mecânica Celeste. **E-mail:** prado@dem.inpe.br
[3] Bolsista de Doutorado do curso de Engenharia e Tecnologia Espacial do INPE, E-mail: machuy@dem.inpe.br