

ANÁLISE DE DESEMPENHO DE TOKAMAKS EM IGNIÇÃO

G.O. Ludwig e A. Montes

Laboratório Associado de Plasma
Instituto de Pesquisas Espaciais
12201 - São José dos Campos, SP

Neste trabalho faz-se uma análise global simplificada dos requisitos para operação de um tokamak em condições de ignição ôhmica, com especial atenção para configurações de pequena razão de aspecto (tokamaks esféricos). Mostra-se que o desempenho de diferentes tokamaks pode ser avaliado em termos de um parâmetro de mérito.

1 - INTRODUÇÃO

O objetivo principal da próxima geração de máquinas de fusão, que estão sendo planejadas em escala mundial, é a demonstração do processo de queima controlada em regime de ignição. Estas máquinas possibilitarão testar o princípio tokamak, bem como materiais e componentes, com parâmetros de plasma relevantes para reatores. Várias opções tem sido apresentadas, variando desde tokamaks compactos (raio maior $R_0 \sim 1-2m$), que operarão com alta densidade de potência, a tokamaks de grandes dimensões ($R_0 \sim 5-8m$), com baixa densidade de potência. Na classe de máquinas compactas as condições para ignição são atingidas através da utilização de valores elevados de densidade ($n \sim 5-10 \times 10^{20} m^{-3}$), campo magnético ($B_0 \sim 10-15T$) e corrente de plasma ($I_p \sim 10-13MA$), em lugar do escalonamento das dimensões. Por outro lado, estas condições também podem ser atingidas numa classe de máquinas de grande tamanho, com baixa densidade ($n \sim 0,5-2 \times 10^{20} m^{-3}$), baixo campo magnético ($B_0 \sim 4-6T$) e alta corrente ($I_p \sim 20-30 MA$).

Dentre os diversos métodos de aquecimento de plasma já utilizados, o aquecimento ôhmico permanece entre os mais bem compreendidos e econômicos, conduzindo, em geral, às melhores condições de confinamento do plasma. Assim, tem-se procurado, intensivamente, determinar os requisitos necessários para atingir o regime de ignição pela via ôhmica. Neste trabalho, estuda-se esta alternativa através de um modelo zero-dimensional, baseado na solução da equação global de balanço energético. As perdas por transporte são modeladas por meio de uma lei de escala generalizada, escrita na forma de um produto de potências, que reproduz as leis de escalas mais representativas. O modelo de plasma inclui efeitos neoclás-

sicos na resistividade e fatores geométricos que são particularmente relevantes para o estudo de tokamaks de pequena razão de aspecto. A temperatura e a densidade do plasma são normalizadas por parâmetros intrínsecos ao modelo, levando à definição de um parâmetro de mérito que permite avaliar o desempenho das diferentes opções para tokamaks de uma maneira bastante simplificada.

2 - BALANÇO GLOBAL DE POTÊNCIA

Modelos globais de análise constituem uma ferramenta valiosa no projeto de reatores a fusão, devido à facilidade de cálculo e de apresentação dos resultados em termos de parâmetros globais¹. O balanço global é descrito pela equação:

$$\partial Q / \partial t = -W_C - W_R + W_\alpha + W_Q + W_A,$$

onde Q é a energia do plasma e W_C , W_R , W_α , W_Q e W_A representam, respectivamente, as potências de condução, de radiação, de partículas alfa, ôhmica e auxiliar.

A energia do plasma é calculada por

$$Q = 4,81 \times 10^4 n_{20} T V_p \quad [J],$$

onde $n_{20} = \langle n_e + n_i \rangle_{20} / 2$ é a densidade média de partículas (em unidades de $10^{20} m^{-3}$), $T = \langle n_e T_e + n_i T_i \rangle / \langle n_e + n_i \rangle$ é a temperatura média (em keV) ponderada pelas densidades eletrônica e iônica, e V_p é o volume do plasma. A forma do plasma é descrita, em coordenadas cilíndricas R e Z , pelas equações paramétricas

$$R = R_0 + a \cos(\theta + \Delta \sin \theta)$$

e

$$Z = \kappa a \sin \theta,$$

onde o parâmetro θ é o ângulo poloidal, R_0 é o raio maior do toróide e a é o raio menor. A Fig. 1 mostra a forma do plasma e de fine as grandezas geométricas. A razão de aspecto A é calculada por R_0/a ($\epsilon = 1/A$), a elongação κ por b/a e a triangularidade δ por c/a . O parâmetro Δ é calculado por $\arcsen \delta$.

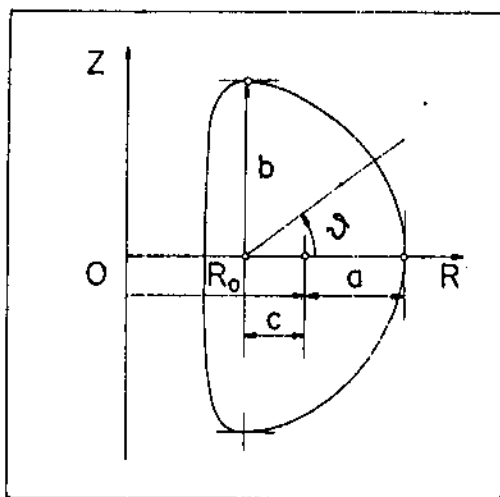


Fig. 1 Definições geométricas.

A partir das equações acima pode-se calcular a área A_p da seção poloidal e o volume V_p do plasma:

$$A_p = \pi \times a^2 (1 - \Delta^2/8),$$

$$V_p = 2 \pi R_0 (1 - a\Delta/(4R_0)) A_p.$$

A potência de condução é dada por

$$W_c = Q/\tau_E \quad [W],$$

onde τ_E é o tempo de confinamento de energia, dado pela expressão geral:

$$B_0 \tau_E = C_E n_0^p T^q B_0^r a^s.$$

Nesta expressão B_0 é o valor da indução no eixo magnético e tanto o coeficiente C_E como os expoentes p , q , r e s são determinados a partir de resultados experimentais. Para plasmas aquecidos ômicamente, o expoente q é nulo. O coeficiente C_E inclui características específicas da máquina, tais como razão de aspecto, triangularidade e fator de segurança. Esta lei generalizada permite representar as várias leis de escala usualmente empregadas, tais como a lei Neo-Alcator (NA)², para a qual se toma $p=1$, $q=0$, $r=1$, $s=3$ e $C_E=0,071 A^2 q_c$, e a lei de Kaye-Goldston (KG)³ para a qual $p=-0,762$, $q=-1,38$, $r=3,74$, $s=1,57$ e $C_E=0,126 A^{-0,465} \kappa^{2,26} ((1+\kappa^2)/(2\kappa))^{2,95} q_c^{-2,95}$, onde q_c é o fator de segurança cilíndrico equivalente. Ao escrever a lei de Kaye-Goldston, obtida originalmente a partir de descargas com forte aquecimento auxiliar, na forma indicada, está se supondo que as variações na lei de confinamento, introduzidas pelo aquecimento auxiliar, estão associadas às variações nos parâmetros globais do plasma, e não a efeitos específicos do método de aquecimento.

A potência de radiação, W_r , inclui somente o termo devido a bremsstrahlung, tendo sido desprezadas as contribuições de radiação cíclotron e por impurezas parciais

mente ionizadas. A expressão empregada é:

$$W_r = 5,35 \times 10^3 g_r Z_{ef} n_0^2 T^{1/2} V_p \quad [W],$$

onde o número de carga efetivo dos íons, definido por $Z_{ef} = \sum_i n_i Z_i^2 / n_e$, é uma medida do grau de impurezas no plasma (considera-se $Z_{ef} \approx 1,5$ neste trabalho). Deve-se lembrar que na determinação experimental das leis de escala já são incluídas as perdas por radiação. Entretanto, na presente análise estas perdas são adicionadas explicitamente de modo a evitar resultados fisicamente impossíveis no regime de alta densidade e baixa temperatura, já que as perdas por bremsstrahlung representam perdas mínimas irreduzíveis.

Na expressão acima para W_r surge o fator de perfil da radiação, g_r , definido por

$$g_r = 2\pi / A_p \int_0^{a*} n_0^2(r) T^{1/2}(r) / (n_0^2 T^{1/2}) r dr,$$

onde $a^* = (A_p/\pi)^{1/2}$ é o raio da seção circular equivalente do plasma. No cálculo dos fatores de perfil supõem-se perfis parabólicos para a densidade e a temperatura, com fatores de agudeza α_n e α_T convenientes¹.

A potência depositada no plasma pelas partículas α é calculada por

$$W_\alpha = 1,43 \times 10^{27} (4f(1-f)\gamma^2) f_\alpha q_\alpha n_0^2 \langle \sigma v \rangle V_p \quad [W],$$

onde $f = n_D/(n_D + n_T)$ é a fração de deutério na mistura D-T (normalmente $f = 0,5$) e $\gamma = (n_D + n_T)/n_e$ é o fator de diluição, calculado em termos de Z_{ef} , do número de carga médio das impurezas, $Z(\approx 7)$, e da fração de partículas α , $n_\alpha/n_e (\approx 0,05)$, pela fórmula

$$(Z-1)\gamma = Z - Z_{ef} - 2(Z-2) n_\alpha/n_e.$$

A seção de choque $\langle \sigma v \rangle$ para a reação D-T é dada (em m^3/s) por:

$$\langle \sigma v \rangle = 1,1 \times 10^{-25} T^3 \quad (4 \text{ keV} < T < 10 \text{ keV}),$$

$$\langle \sigma v \rangle = 1,1 \times 10^{-24} T^2 \quad (10 \text{ keV} < T < 20 \text{ keV}).$$

A expressão para W_α depende também da fração de aprisionamento das partículas α , f_α , que pode ser fixado em 0,9 para um fator de segurança na borda do plasma, q_a , da ordem de 3,⁴ e do fator de perfil para α , definido por

$$g_\alpha = 2\pi / (n_0^2 \langle \sigma v \rangle A_p) \int_0^{a*} n_0^2 f(r) \langle \sigma v \rangle(r) r dr.$$

Finalmente, desprezando-se contribuições de correntes devidas ao efeito "bootstrap" e induzidas por íons rápidos, a potência de aquecimento ôhmico é calculada a partir de

$$W_\Omega = \eta_S(T) g_\Omega g_{neo} j_p^2 V_p \quad [W],$$

onde $\eta_S(T)$ é a resistividade clássica de Spitzer calculada para o valor da temperatura média ponderada pela densidade e cor

rigida pela presença de impurezas⁵

$$\eta_S(T) = 3,26 \times 10^{-9} \ln \Lambda \quad (2,67 + Z_{ef}) / (1,13 + Z_{ef}) Z_{ef} / (3,40 T^{3/2}) \quad [\Omega m].$$

O logaritmo de Coulomb, $\ln \Lambda$, pode ser fixado no valor 17, o fator de perfil ôhmico é definido por

$$g_\Omega = 2\pi / (T^{-3/2} j_p^2 A_p) \int_0^{a*} T^{-3/2}(r) j_p^2(r) r dr,$$

e o fator neoclássico de correção da potência ôhmica por

$$g_{neo} = (\int_0^{a*} T^{-3/2}(r) j_p^2(r) r dr)^{-1} \times \int_0^{a*} \gamma_{neo}(r) T^{-3/2}(r) j_p^2(r) r dr,$$

onde γ_{neo} é o fator neoclássico de aumento da resistividade⁵. A densidade de corrente média no plasma, j_p , é calculada simplesmente pela razão I_p/A_p , sendo a corrente total de plasma dada por

$$I_p = 5 \times 10^6 \text{ a}^2 \kappa B_0 / (R_0 q_e) \quad [A],$$

onde q_e é o fator de segurança de engenharia ou de dobra ("kink"), relacionado com o fator de segurança cilíndrico equivalente, q_c , pela expressão:

$$q_c \approx q_e (1 + \kappa^2 (1 + 2\delta^2 - 1,2\delta^3)) / (2\kappa).$$

3 - PARÂMETRO DE MÉRITO

Define-se uma temperatura de normalização, T_∞ , pela solução da equação

$$W_r(T_\infty) = W_\alpha(T_\infty).$$

A partir das expressões para W_r e W_α , verifica-se que T_∞ é função, principalmente, dos fatores de agudeza dos perfis de densidade e de temperatura, α_n e α_T , e do número de carga efetivo, Z_{ef} . Definindo a temperatura normalizada $\hat{T} = T/T_\infty$, pode-se escrever a equação de balanço da potência na forma

$$V_p^{-1} \partial Q / \partial \hat{t} = R(S(T_\infty, \hat{T}) - \hat{T}^{1/2}) \hat{n}_2^2 - C \hat{T}^{1-p} \hat{n}_2^{1-p} + \Omega \hat{T}^{-3/2} + V_p^{-1} W_\alpha,$$

onde $S(T_\infty, \hat{T}) = g_\alpha \langle \alpha v \rangle / (g_\alpha \langle \alpha v \rangle)_\infty$ é uma função que corresponde ao termo de partículas α e que depende fracamente de T_∞ ($S(T_\infty, 1) = 1$). Os coeficientes R , C e Ω correspondem, respectivamente, aos termos de radiação, de condução e ôhmico, sendo dados por:

$$R = 5,35 \times 10^3 g_r Z_{ef} T_\infty^{-1/2},$$

$$C = 4,81 \times 10^4 T_\infty^{1-p} / (C_E a^5 B_0^{p-1}),$$

$$\Omega = 4,13 \times 10^4 (2,67 + Z_{ef}) / (1,13 + Z_{ef}) Z_{ef} \times g_\Omega g_{neo} (B_0 / (R_0 q_e (1 - \Delta^2/8)))^2 / T_\infty^{3/2}.$$

A seguir, define-se uma densidade de normalização, n_m , a partir da solução da equação

$$W_r(n_m, T_\infty) = W_\Omega(T_\infty).$$

A solução, dada simplesmente por $n_m = (\Omega/R)^{1/2}$, permite introduzirem-se as variáveis normalizadas $\hat{n} = n/n_m$, $\hat{W} = W/(R n_m^2 V_p)$ e $\hat{t} = R n_m t / (1,6 \times 10^4 T_\infty)$. Obtém-se, desta forma, a equação normalizada de balanço da potência

$$\partial \hat{Q} / \partial \hat{t} = (S(\hat{T}) - \hat{T}^{1/2}) \hat{n}^2 - X^{-1} \hat{T}^{1-p} \hat{n}^{1-p} + \hat{T}^{-3/2} + \hat{W}_\alpha,$$

onde $\hat{Q} = 3\hat{n}\hat{T}$ e aparece o parâmetro adimensional de mérito

$$X = R n_m^{1+p} / C = R^{1-p} \Omega^{(1+p)/2} / C.$$

Observe-se que a densidade de normalização pode ser escrita na forma

$$n_m = v_m (R_0 q_c / B_0)$$

em que o parâmetro de Murakami, v_m , depende, essencialmente, dos parâmetros geométricos (ϵ , κ , δ), dos fatores de agudeza dos perfis (α_n, α_T) e do grau de impurezas (Z_{ef}).

Em estado estacionário tem-se

$$\hat{W}_\alpha = -(S(\hat{T}) - \hat{T}^{1/2}) \hat{n}^2 + X^{-1} \hat{T}^{1-p} \hat{n}^{1-p} - \hat{T}^{-3/2}.$$

A Fig. 2 mostra, esquematicamente, a solução da equação acima no plano $(\hat{T}, \hat{n})$, para duas topologias distintas. As regiões hachuradas correspondem a valores positivos de $\hat{W}_\alpha$ sendo a solução particular $\hat{W}_\alpha = 0$ representada pelas linhas cheias.

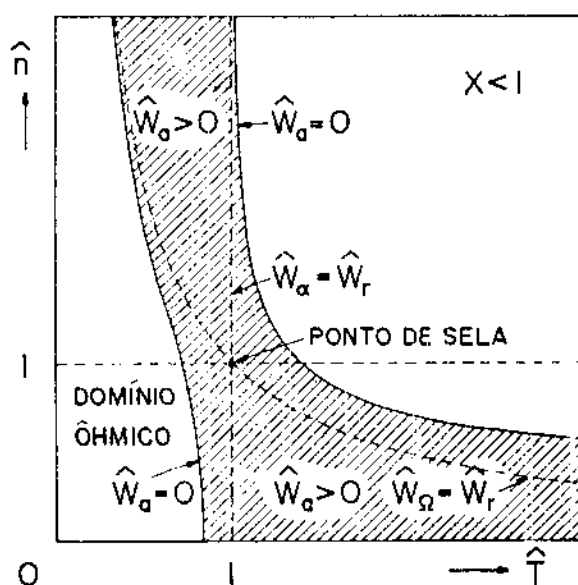


Fig. 2(a)

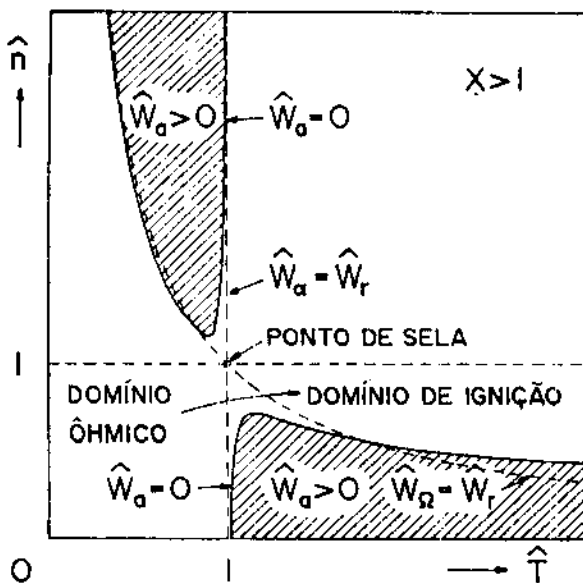


Fig. 2(b)

 Fig. 2 Isopletas de potência auxiliar no plano $(\hat{T}, \hat{n})$.

Na Fig. 2(a), a linha cheia à esquerda representa a curva de equilíbrio ôhmico, enquanto a linha cheia à direita indica o contorno da região de ignição. Para atingir a ignição é necessário vencer o intervalo entre a curva de equilíbrio ôhmico e a curva de ignição pela aplicação de potência auxiliar no plasma. A mínima potência auxiliar necessária corresponde ao valor $(\hat{W}_a)_s$ calculado no ponto de sela s indicado na figura. Aumentando-se o valor de X é possível operar na situação mostrada na Fig. 2(b). Verifica-se a partir desta figura, que existe uma faixa de valores da densidade e da temperatura, situada em torno do ponto de sela, em que o plasma pode realizar uma excursão térmica do regime ôhmico de baixa temperatura para a região de alta temperatura dominada pela fusão. Neste caso, diz-se que a ignição ôhmica é possível. O mínimo valor de X para que esta situação ocorra corresponde à condição em que as curvas de equilíbrio $\hat{W}_a = 0$ passam pelo ponto de sela, isto é, as coordenadas do ponto de sela $(\hat{T}_s, \hat{n}_s)$ satisfazem simultaneamente as equações de de

$$(\partial \hat{W}_a / \partial \hat{T})_s = 0, \quad (\partial \hat{W}_a / \partial \hat{n})_s = 0,$$

e a equação adicional $(\hat{W}_a)_s = 0$. No caso das leis de escala NA e KG obtém-se $X_{\min} = 1,00$ e $0,94$, respectivamente. Mesmo não sendo atingidos estes valores mínimos de X , o parâmetro de mérito permite ainda avaliar o desempenho de cada máquina, já que a potência auxiliar necessária para atingir a região de ignição será tanto menor quanto maior o valor de X (obviamente, é preciso levar em conta o valor da potência de normalização,

$W_n = \Omega V_p$, na determinação de valores absolutos). Para a lei NA, por exemplo, tem-se $T_s = 1$, $\hat{n}_s = ((3 + 2/X) / ((2S'(1) - 1)))^{1/2}$ e $(\hat{W}_a)_s = 1/X - 1$. Observe-se que, para $X \approx 1$, tem-se $\hat{n}_s \approx 1$ (pois $S'(1) \approx 3$) e $(\hat{n}_s)_s \approx n_m$, que corresponde aproximadamente ao limite de Murakami-Hugill para a densidade (cf. Tabela 1).

4 - APLICAÇÃO

Como exemplo de cálculo, considerem-se os parâmetros de projeto da máquina CIT (Compact Ignition Tokamak): $R_0 = 2,1$ m, $a = 0,65$ m, $\kappa = 2$, $\delta = 0,4$, $B_0 = 10$ T, $I_p = 11$ MA. A partir destes valores e supondo $Z_{\text{eff}} = 1,5$ e $\alpha_n = \alpha_T = 1,5$, obtém-se $q_a = 3,4$, $q_0 = 0,82$, $T_\infty = 4,6$ keV e $n_m = 2,9 \times 10^{20} \text{ m}^{-3}$. O parâmetro de mérito vale, segundo a lei Neo-Alcator, $X_{NA} = 0,59$ e, segundo a lei de Kaye-Goldston, $X_{KG} = 0,21$. A Tabela 1 mostra os principais parâmetros e o resultado de uma análise comparativa de vários tokamaks planejados para operar em condições de ignição, enfatizando-se o valor do parâmetro de mérito introduzido neste trabalho. A tabela apresenta também os valores da densidade de normalização, n_m , e do parâmetro de Murakami, v_m , obtidos através de cálculo. Os dados básicos de projeto do tokamak esférico ATR/ST⁸ foram também incluídos com a ressalva que se aumentou o valor da indução magnética, B_0 , de 2,3 para 7 T. É preciso lembrar que o presente modelo não leva em conta possíveis efeitos paramagnéticos, que produzem um aumento previsto do campo magnético da ordem de 79%, e que, além disso, a corrente no tokamak ATR/ST não é gerada por meios indutivos. Isto implica que a dependência com a temperatura do termo ôhmico, na equação de balanço da potência, é diferente da suposta neste trabalho e que é válida para as demais máquinas. A inclusão deste tokamak de pequena razão de aspecto ($A = 1,8$) na tabela foi feita apenas para fins de comparação.

Tabela 1 Principais parâmetros de projeto de vários tokamaks e seus parâmetros de mérito (adotou-se para todos o valor de triangularidade $\delta = 0,15$, exceto para o CIT, em que $\delta = 0,4$).

	R_0 (m)	a (m)	κ	B_0 (T)	I_p (MA)
Ignitor ⁹	1,16	0,43	1,8	14	12
CIT ⁷	2,1	0,65	2,0	10	11
ATR/ST ⁸	2,7	1,5	2,5	7,0	42
ITER ³	5,8	2,0	2,2	5,1	20
NET ⁹	6,0	2,2	2,2	5,4	27
JIT ⁹	7,5	3,0	2,0	4,5	30

(continua)

(continuação)

	$n_m (10^{20} m^{-3})$	v_m	X_{NA}	X_{KG}	A
Ignitor	8,2	1,4	0,73	0,60	2,7
CIT	2,9	1,6	0,59	0,21	3,2
ATR/ST	2,0	2,0	1,04	1,00	1,8
ITER	0,51	1,5	0,42	0,22	2,9
NET	0,50	1,6	0,59	0,40	2,7
JIT	0,39	1,5	0,55	0,29	2,5

REFERÊNCIAS

1. UCKAN, N.A.; SHEFFIELD, J. "A simple procedure for establishing ignition conditions in tokamaks". In: KNOEPFEL, H., ed. "Tokamak Startup". Plenum Press (1986), p. 45-72.
2. GOLDSTON, R.J. "Energy confinement scaling in tokamaks: some implications of recent experiments with ohmic and strong auxiliary heating". Plasma Phys. Cont. Fusion 26(1A):87-103, 1984.
3. KAYE, S.M.; GOLDSTON, R.J. "Global energy confinement scaling for neutral-beam-heated tokamaks". Nucl. Fusion 25(1):65-69, 1985.
4. WHITE, R.B.; MYNICK, H.E. "Alpha particle confinement in tokamaks". Phys. Fluids B 1(5):980-982, 1989.
5. HIRSHMAN, S.P.; HAWRYLUK, R.J.; BIRGE, B. "Neoclassical conductivity of a tokamak plasma". Nucl. Fusion 17(3):611-614, 1977.
6. WESSON, J. "Tokamaks". Oxford, Clarendon Press (1987), cap. 7, p. 179.
7. UCKAN, N.A. "Tokamak confinement projections and performance goals". Fusion Technol. 15:391-395, 1989.
8. LOS ALAMOS NATIONAL LABORATORY. "Advanced tokamak reactors based on the spherical torus (ATR/ST)". Los Alamos, NM, Jun 1986. (LA-10740-MS).
9. REBUT, P.H. "Implications of fusion results for a reactor: a proposed next-step device-JIT" In: 12th IAEA CONFERENCE ON PLASMA PHYSICS AND CONTROLLED NUCLEAR FUSION RESEARCH, Nice, France, 12-19 Oct., 1988. Proceedings to be published.