

ANais	4º SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE TUBULAÇÕES E VASOS DE PRESSÃO	PROCEEDINGS
	SALVADOR, 28 - 30 de outubro de 1986	
TRABALHO Nº 36		PP 553-566

ANÁLISE DE ANÉIS DE REFORÇO EM VASOS DE
PRESSÃO DO TIPO ESFERAS INTERCEPTANTES

JOÃO ANDRADE DE CARVALHO JUNIOR

DENÉRIO BASTOS VETTO

INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE)

Rodovia Presidente Dutra, km 40

12630 - Cachoeira Paulista - SP

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta uma análise de minimização de massa de vasos de pressão do tipo esferas interceptantes de mesmo raio. Considera-se a necessidade de anéis de reforço nas junções entre as esferas, estudando-se o caso de anéis construídos com o mesmo material do vaso e com alguns tipos de materiais compostos. Observou-se que é possível obter-se vasos de pressão com massa inferior ao vaso constituído por uma esfera singular de mesmo volume interno e projetado para suportar a mesma pressão interna. Finalmente, compara-se o uso de anéis e flanges, chegando-se à conclusão que flanges devem ser evitados se o objetivo é minimizar a massa do vaso de pressão.

SUMMARY

This paper presents an analysis of mass minimization of intercepting spheres type pressure vessels whose spheres possess the same radii. It was considered the necessity of reinforcing rings in the intercepting region between the spheres and it was studied the case of rings constructed with the same material of the vessel and with some types of composite materials. It was observed that it is possible to obtain pressure vessels with mass lower than the mass of the single sphere vessel with same internal volume and designed to support the same internal pressure. Finally, a comparison between the use of rings and flanges was made, reaching to the conclusion that flanges should avoided if one intends to minimize the mass of the pressure vessel.

1. INTRODUÇÃO

Situações onde a massa do vaso de pressão é fator limitante no projeto, como em aplicações espaciais ou aeronáuticas, conduzem ao emprego de esferas interceptantes. Em trabalho anterior (1), foi estudado o uso de 1 e 2 esferas interceptantes de mesmo tipo material. Este trabalho produz uma variação na massa do vaso de pressão em função do número de esferas empregadas para obter o mesmo volume interno. Os resultados obtidos se encontram nas figuras 2 e 3.

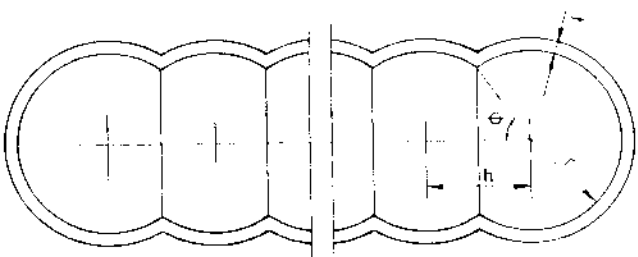


FIGURA 1 - ESQUEMA DE VASO DE PRESSÃO DO TIPO ESFERAS INTERCEPTANTES (N ESFERAS)

Neste trabalho, estuda-se a incorporação de anéis de reforço nas regiões de interseção dos vasos formados por esferas interceptantes. Em particular, apresenta-se resultados para associações de duas esferas reforçadas com anéis do mesmo material do vaso e anéis de material composto (com fibras de carbono e de vidro). Para finalizar, considera-se, também o uso de flanges em vez de anéis de reforço.

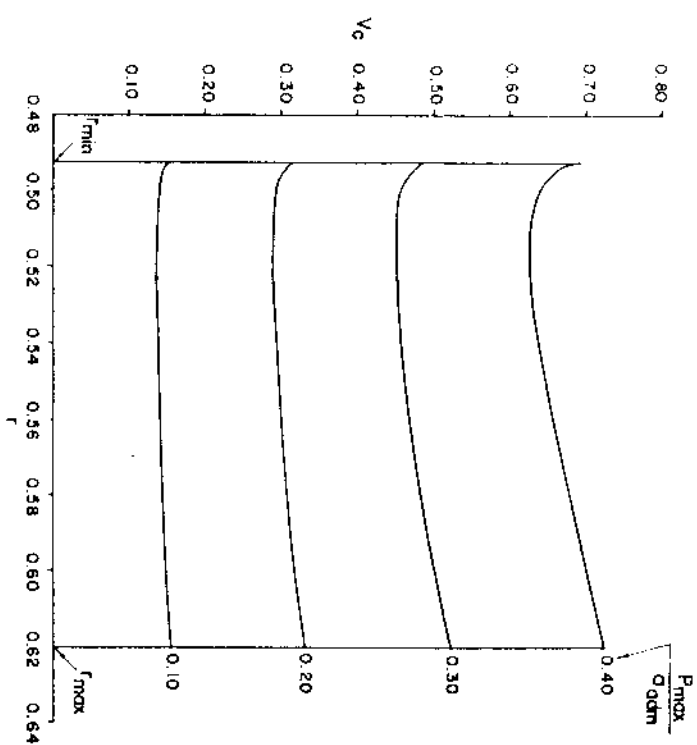


FIGURA 2 - VARIACÃO DO VOLUME DE CARÇAÇA COM O RAIO DO ELEMENTO ESFÉRICO PARA $N=2$.
 $(P_{max} = \text{PRESSÃO INTERNA DE PROJETO,}$
 $O_{adm} = \text{TENSÃO ADMISSÍVEL DO MATERIAL DA ESFERA}).$

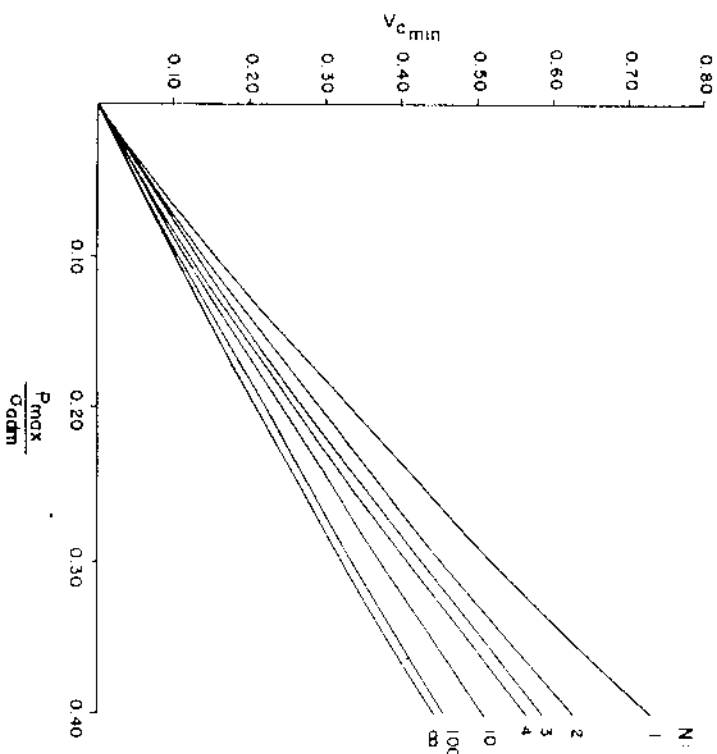


FIGURA 3 - VOLUME MÍNIMO DE CARGAÇÃO NECESSÁRIO PARA CONTER UM VOLUME UNITÁRIO PRESSURIZADO A UMA PRESSÃO P_{max} .

2. CÁLCULO DO ANEL DE REFORÇO

Consideremos um anel de reforço de seção reta A , como o esquematizado na Figura 4, colocado entre cada par de esferas. A dilatação δ na região de interseção do par de esferas sob ação da pressão interna p pode ser escrita [2]:

$$\delta = \frac{pr^2 (1-\nu)}{2Et} \sin \phi, \quad (1)$$

onde E e ν são, respectivamente, os módulos de elasticidade e de Poisson do material da parede esférica.

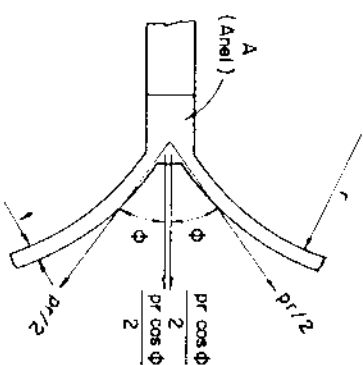


FIGURA 4 - ESQUEMA DO ANEL DE REFORÇO.

Por outro lado, o crescimento radial δ_a do anel de reforço (de raio r sen ϕ , seção reta A e módulos de elasticidade e de Poisson E_a e ν_a) pode, em geral, ser escrito [2]:

$$\delta_a = r \sin \phi \left\{ \frac{\nu_a}{E_a} - \frac{\mu_a \sigma_1}{E_a} \right\}, \quad (2)$$

onde σ_1 e σ_2 são as tensões meridional e circunferencial, respectivamente.

Este é o caso de um cilindro de parede fina submetido a um carregamento rotacionalmente simétrico (Figura 4). Cada parede esférica puxa o cilindro em um carregamento distribuído $pr/2$. Assim, a componente radial proveniente de cada esfera é $pr/2 \cos \phi$, ou seja, um total de $pr \cos \phi$. A tensão circunferencial no anel pode, então, ser escrita:

$$\sigma_2 = \frac{(pr \cos \phi)}{A} (r \sin \phi) = \frac{pr^2 \cos \phi \sin \phi}{A} \quad (3)$$

Para o cálculo de σ_1 , consideremos a Figura 5 que mostra o caso particular de um anel de reforço de seção retangular. Do eixo ϕ de forças em uma seção qualquer do anel perpendicular a seu

$$(2 \pi r \sin \phi) \sigma_1 = \left(\frac{pr \sin \phi}{2} \right) (2 \pi r \sin \phi),$$

de onde obtemos

$$\sigma_1 = \frac{pr}{2t_a} \sin \phi \quad (4)$$

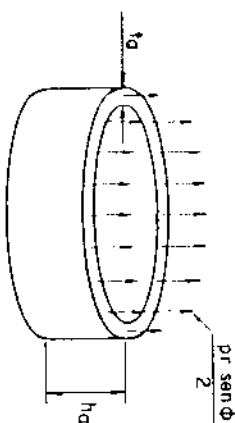


FIGURA 5 - ESQUEMA DE ANEL DE REFORÇO PARA CÁLCULO DE σ_1 .

Assim,

$$\delta_a = r \sin \phi \left\{ \frac{pr^2 \sin \phi \cos \phi}{E_a A} + \frac{\mu_a}{E_a} + \frac{h_a}{2 t_a} \frac{pr \sin \phi}{h_a} \right\}$$

ou seja

$$\delta_a = \frac{pr^2 \sin^2 \phi}{E_a A} \left[r \cos \phi + \frac{\mu_a h_a}{2} \right] = \frac{p t_a r^2 \sin^2 \phi}{E_a A} \left\{ \frac{r}{t_a} \cos \phi + \frac{\mu_a h_a}{2 t_a} \right\} \quad (5)$$

Como $r/t_a \sim 0 (10^2)$, $h_a/t_a \sim 0 (10^4)$ e $\mu_a \sim 0 (10^{-1})$, deveremos ter $\cos \phi \sim 0 (10^{-2})$ (ou seja, $\phi \approx 89,5$) para que o termo influencie no cálculo de δ_a . Desta maneira, pode-se tomar, como em [2]:

$$\delta_a \approx \frac{pr^2 \sin^2 \phi}{E_a A} \cos \phi. \quad (6)$$

Iguando (1) e (6), obtemos a seção reta do anel de reforço:

$$A = \frac{2 \pi t \sin \phi \cos \phi}{1 - \mu} \frac{E}{E_a} \quad (7)$$

O valor de $(N - 1)$ anéis de reforço (para reforçar um vaso formado por N esferas interceptantes) será:

$$V_a = (N - 1) \frac{4 \pi r^2 t \sin^2 \phi \cos \phi}{1 - \mu} \frac{E}{E_a} \quad (8)$$

Sabendo que $\phi = \arccos h/2r$ (ver Figura 1 para a definição de h) e que $t = p_{\max} r / 2 \sigma_{adm}$ para a esfera [1,2] ($p_{\max}$ = pressão interna de projeto, σ_{adm} = tensão admissível do material da esfera), tem-se:

$$V_a = (N - 1) \frac{\pi h (4r^2 - h^2)}{4 (1 - \mu)} \frac{p_{\max}}{\sigma_{adm}} \frac{E}{E_a} \quad (9)$$

Considerando que [1]

$$h = 4r \cos \left[\frac{\mu}{3} + \frac{d-r}{3} \right],$$

onde μ é o arco entre 3 e π dado por

$$\mu = \arccos \left[\frac{1}{N-1} \left(1 - \frac{3V}{4-r} \right) \right],$$

sendo V o volume interno do vaso, temos:

$$V_a = \frac{4}{3} \pi (N-1) r^3 \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \frac{E}{E_a}$$

$$x \left\{ 1 - 4 \cos^2 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{1 - \frac{3V}{4-r}}{N-1} + \frac{1}{3} \right) \right] \right\} x$$

$$x \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{1 - \frac{3V}{4-r}}{N-1} + \frac{1}{3} \right) \right] \quad (10)$$

A massa total do vaso de pressão será

$$m_t = \rho_c V_c + \rho_a V_a$$

onde ρ_c e ρ_a são as massas específicas dos materiais da carcaça do anel e V_c é o volume da carcaça, este último dado por [1]:

$$V_c = 2 \pi r^3 \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} + \frac{1}{12} \frac{P_{\max}^2}{\sigma_{adm}^2} \right) + (N-1) \left(2 + \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \right) \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{1 - \frac{3V}{4-r}}{N-1} + \frac{1}{3} \right) \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{4\pi}{3} \right\} \quad (12)$$

No caso de uma esfera singular o volume da carcaça é dado por:

$$V_c = \frac{3}{2} \pi r^3 \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} + \frac{1}{12} \frac{P_{\max}^2}{\sigma_{adm}^2} \right\} \quad (13)$$

A relação entre as massas do vaso com anéis de reforço e do vaso formado por uma esfera singular será:

$$\frac{m_t}{m_e} = \frac{V_c}{V_e} + \frac{\rho_a}{\rho_c} \frac{V_a}{V_c} \quad (14)$$

3. RESULTADOS

Vamos estudar a associação de duas esferas ($N=2$) com anéis de (a) mesmo material isotrópico da carcaça e (b) material composto. O volume interno V do vaso de pressão será tomado como unitário. Neste caso:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \frac{E}{E_a} x \left\{ 1 - 4 \cos^2 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(1 - \frac{3}{4\pi r^3} \right) + \frac{4\pi}{3} \right] \right\} x \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(1 - \frac{3}{4\pi r^3} \right) + \frac{4\pi}{3} \right] \quad (15)$$

$$V_c = 2 \pi r^3 \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{\sigma_{adm}} + \frac{1}{12} \frac{P_{\max}^2}{\sigma_{adm}^2} \right) + \right.$$

$$+ \left(2 + \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{J_{\text{adm}}} \right) \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(1 - \frac{3}{4\pi r^3} \right) + \frac{4\pi}{3} \right], \quad (16)$$

$$V_e = \frac{3}{2} \frac{P_{\max}}{J_{\text{adm}}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{P_{\max}}{J_{\text{adm}}} + \frac{1}{12} \frac{P_{\max}^2}{J_{\text{adm}}^2} \right) \quad (17)$$

Os materiais considerados nesse estudo foram aço INOX

para o vaso e materiais compostos em fibra de vidro (dois tipos) e fibra de carbono para os anéis de reforço. Os módulos de elasticidade e as massas específicas pertinentes foram obtidos da Referência 2 e são os seguintes:

- Aço INOX: $E = 30 \times 10^6$ psi, $\nu = 0.285$ lb/in³,
- Material composto com fibra de vidro do tipo "Type E Glass":
 $E_g = 5 \times 10^6$ psi, $\rho_g = 0.075$ lb/in³,
- Material composto com fibra de vidro tipo "High Modulus Glass":
 $E_g = 9 \times 10^6$ psi, $\rho_g = 0.081$ lb/in³,
- Material composto com fibra de carbono do tipo "Carbon Whiskers":
 $E_g = 35 \times 10^6$ psi, $\rho_g = 0.061$ lb/in³.

Os resultados obtidos se encontram ilustrados na Figura 6. Observa-se que, para redução da massa do vaso de pressão com relação ao vaso formado por uma esfera singular de mesmo volume interno projetado para suportar a mesma pressão $P_{\max}$, é necessário o uso de anéis de reforço de material diferente do corpo do vaso. Observa-se, também, que é necessário um cuidado especial na especificação do material ao anel principalmente se, apesar de possuir baixa massa específica, esta material for caracterizado por um baixo módulo de elasticidade. No caso de anéis de reforço construídos com material composto em fibra de vidro não haverá redução de massa com o emprego de esferas inteiriças. Para o caso da fibra de vidro "Type E Glass" é inclusive uma perda com relação ao uso de anéis construídos com aço INOX.

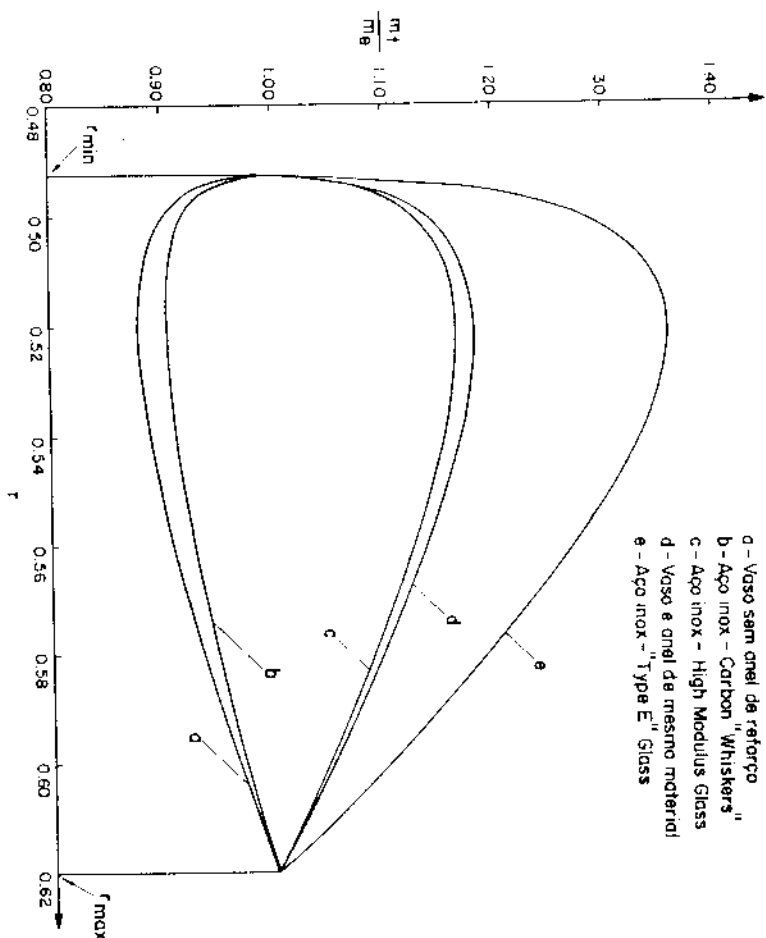


FIGURA 6 - VARIAÇÃO DA RELAÇÃO m_t/m_e (m_t : MASSA DO VASO DE PRESSÃO, m_e : MASSA DO VASO DE PRESSÃO ESFÉRICO DE MESMO VOLUME INTERNO) COM O RAIO DO ELEMENTO ESFÉRICO PARA $N=2$.

4. O EMPREGO DE FLANGES

Uma outra opção na interligação das esferas interceptantes é o emprego de flanges (logicamente construídos com o mesmo material das esferas). As deformações e as tensões podem ser calculadas considerando-se o flange como um anel circular de seção reta uniforme ligado às esferas e se comportando como uma viga sobre uma fundação

elástica [2]. O flange é torcido por "couples" M_t uniformemente distribuídos ao longo de sua linha de centro (Figura 7).

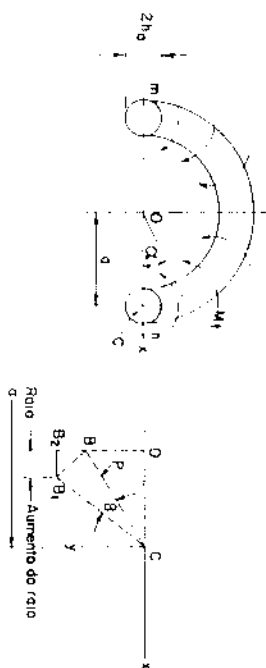


FIGURA 7 - ROTAÇÃO DO ANEL CIRCULAR POR "COUPLES" APLICADOS UNIFORMEMENTE (REPRODUZIDO DA REFERÊNCIA 2)

Se as dimensões da seção reta são pequenas em comparação com a , o raio de qualquer fibra perpendicular à seção min poderá ser tomado como sendo a . Assim, a elongação unitária da fibra B devido ao deslocamento total $\bar{e}$ [2]

$$\bar{e} = \frac{\partial y}{a} \quad (18)$$

e a tensão na fibra $\bar{\epsilon}$ [2]

$$\bar{\epsilon} = \frac{E \partial y}{a} = \frac{M_t a y}{I_x} \quad (19)$$

Da Equação (18), observamos que a elongação máxima de qualquer fibra $\bar{\epsilon}$ menor que $\bar{\epsilon}_a$ onde:

$$\bar{\epsilon}_a = \beta h_a \quad (20)$$

Considerando que, no caso,

$$M_t = \frac{\partial r}{2} h_a,$$

$$I_x = \frac{\pi h_a^3}{4} = \frac{A h_a^3}{4}$$

$$a = r \sin \phi,$$

e, para as esferas, ϕ é dado pela Equação (1), temos, igualando os deslocamentos $\bar{\epsilon}_a$ e $\bar{\epsilon}$:

$$A = \frac{1}{1 - \nu} \frac{r t \sin \phi}{E a} \quad (21)$$

Comparando os resultados das Equações (7) e (21), observamos que a massa do flange será menor que a massa do anel de reforço correspondente quando $\phi > 2$ (i.e., nunca). Portanto, sempre que possível, deve-se usar anéis de reforço e não flanges para reforçar a junção entre as esferas.

Os passos para o cálculo de γ_a são similares àqueles do item 2.

5. CONCLUSÃO

Apresentou-se o cálculo e resultados de massa de anéis de reforço para vasos de pressão tipo esferas interceptantes. Espera-se que, de posse das fórmulas e das considerações apresentadas, o engenheiro tenha mais uma ferramenta útil para minimizar a massa de vasos em aplicações onde essa minimização é crítica.

6. REFERÊNCIAS

1. Carvalho, J.A., Jr. e Bastos-Netto, D.: "Otimização de Vasos de Pressão do Tipo Esferas Interceptantes", Anais do 39 Simposio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão, pp. 549-558, 1984.
2. Harvey, J.F.: "Pressure Component Construction - Design and Materials Application", cap. 2, cap. 4, cap. 7, Van Nostrand Reinhold Company, 1980.

ANALIS



**4º SIMPÓSIO BRASILEIRO
SOBRE TUBULAÇÕES E VASOS DE PRESSÃO**

SALVADOR, 28 - 30 de outubro de 1986

TRABALHO Nº 37

R\$ 567-580

PROCEEDINGS



UM NOTA SOBRE A GEOMETRIA DE BOCAIS DE VASOS ESFERICOS

LUIZ BEVILACQUA

Programa de Engenharia Mecânica
COPPE/UFRJ

SUMÁRIO

Neste trabalho apresenta-se a formulação completa do problema da forma de transição entre um tubo de seção circular e uma esfera que preserva o estado de membrana sob a atuação de uma pressão uniforme. Mostra-se a não unicidade da solução e resolve-se o problema para dois tipos particulares de geometria. Com estas duas geometrias comenta-se sobre a viabilidade de aplicações práticas.

SUMMARY

This paper presents the theoretical formulation of the problem of the transition between a circular cylinder and a sphere. It is imposed that the shape and thickness of this transition vary in such way that the membrane state is preserved. It is shown the non-uniqueness of the solution and the problem is solved for two particular cases. Some remarks about the practical applications in pressure vessels are stated.