Uma Heurística para Resolução do Problema de Corte de Estoque Unidimensional com um Número Reduzido de Padrões Distintos

Gonçalo Renildo Lima Cerqueira[1], Horacio Hideki Yanasse[2]

[1]Departamento de Ciências Exatas – Univers. Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
Caixa Postal 95-45.083-900 – Vitória da Conquista– BA – Brasil

[2]LAC–Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)
Caixa Postal 515-12201-970 – São José dos Campos-SP-Brasil

`goncalo@uesb.br, horacio@lac.inpe.br`

Resumo. *Neste trabalho apresentamos uma heurística que busca resolver o problema de corte de estoque unidimensional, tendo como objetivo adicional, a redução do número de padrões distintos na solução. Na heurística proposta geram-se padrões se existir uma quantidade mínima de diferentes tipos de itens que podem ser incluídos nestes padrões e, se a combinação dos itens que podem ser incluídos nestes padrões supera, em comprimento, um percentual pré-fixado do tamanho do objeto. Diferentes freqüências para os padrões são testadas, em ordem decrescente, iniciando-se a partir da maior demanda. Resultados de testes computacionais realizados com a heurística são apresentados.*

1. Introdução

Neste trabalho estudamos o problema de corte de estoque que é um problema de Otimização Combinatória que consiste em cortar peças maiores (objetos) disponíveis em estoque para produzir e atender a demanda de peças menores (itens) tendo como objetivo otimizar uma determinada função, por exemplo, a minimização dos custos da produção ou da quantidade de objetos cortados, ou a maximização dos lucros. Uma solução para o problema consiste em estabelecer um conjunto de padrões e suas respectivas freqüências (número de vezes que cada padrão é processado a fim de suprir toda a demanda). Esta solução poderá conter uma grande quantidade de diferentes padrões o que pode, em alguns ambientes de corte, acarretar em um aumento do custo da produção, no caso de mudanças de padrões necessitarem de uma preparação do equipamento de corte e conseqüente aumento de custos. Neste trabalho considera-se esta situação em que uma quantidade maior de diferentes padrões na solução implica em maiores custos.

O problema de corte de estoques é NP-difícil o que tem motivado o uso de heurísticas que obtêm boas soluções para estes problemas em prazos aceitáveis uma vez que métodos exatos, dependendo do tamanho do problema, tendem a exigir grande esforço computacional que nem sempre são aceitáveis na prática.

Diversas abordagens para resolução do problema de corte de estoque podem ser encontradas na literatura, aos interessados no assunto sugerimos consultar os seguintes trabalhos: Carvalho (1999), Dyckhoff (1981), Scheithauer e Belov (2002), Lopes e

Arenales (2005). Quanto a trabalhos que focam a resolução do problema de corte de estoque unidimensional associado ao objetivo de reduzir o número de diferentes padrões sugerimos consultar: Haessler (1975), Farley e Richardson (1984), Foerster e Wascher (2000), Diegel *et.al* (1993), Umetami (2003), Yanasse e Limeira (2006).

Neste trabalho uma nova heurística para o problema de corte de estoque unidimensional com um número reduzido de padrões distintos é apresentada na seção 2. Resultados de testes computacionais realizados com a heurística são apresentados na seção 3 e considerações finais são apresentadas na seção 4.

2. A Heurística

Diferentes freqüências possíveis para os padrões são utilizadas, em ordem decrescente, iniciando-se com a maior demanda. Para cada uma destas freqüências, padrões são gerados se existir uma quantidade mínima de diferentes tipos de itens que podem ser incluídos nestes padrões e, se a combinação dos itens que podem ser incluídos nestes padrões supera, em comprimento, um percentual pré-fixado do tamanho do objeto.

Seja r_i a demanda residual do item i, inicialmente $r_i = d_i$ para $i = 1, 2, ..., n$, e d_{max} a maior das demandas. A partir de $H = d_{max}$, calcula-se a quantidade máxima permitida de cada item para o próximo padrão a compor a solução $\left(G_i = \lfloor r_i / H \rfloor\right)$. Seja n_G o número de diferentes itens com $G_i > 0$. Deve-se verificar se $Z = \sum_{i=1}^{n} G_i l_i \geq s_p L$ e $n_G \geq n_p$, em que $s_p \in R_+$ e $n_p \in Z_+$ são parâmetros de controle do percentual mínimo do tamanho do objeto que a combinação de itens deve atender e da quantidade mínima de diferentes tipos de itens para o próximo padrão, respectivamente. Caso isto não ocorra, o valor de H é diminuído de uma unidade e o procedimento é repetido. O mínimo valor de H a ser considerado é 1 e, neste caso, não há controle algum. Para gerar o padrão com os itens a serem considerados de acordo com o valor de H, o seguinte problema da mochila limitada é resolvido:

$$MAXIMIZE : \sum_{i=1}^{n} C_i y_i$$

$$SUJEITO \quad A \quad \sum_{i=1}^{n} l_i y_i \leq L$$

$$0 \leq y_i \leq G_i, \quad y_i \in Z_+, i = 1, \ldots, n$$

em que C_i=l_i se $l_i < L/2$ e $C_i = l_i^2$ caso contrário, e y_i é a quantidade produzida do item i, $i = 1, \ldots, n$. Os valores de C_i foram escolhidos desta forma para que os itens maiores tenham prioridade sobre os menores na geração dos padrões.

A freqüência (f_P) do padrão gerado P=[y_1,...,y_n] é determinada pela relação $f_P = \min \lfloor r_i / y_i \rfloor, r_i \geq y_i > 0; i = 1, \ldots, n.$ Toda vez que um padrão é gerado, a demanda residual é atualizada e o processo de geração de padrões é repetido até que não hajam mais demandas a serem atendidas. Diferentes valores de (n_p, s_p) tornam os níveis de aspiração para o desperdício, menos ou mais exigentes, e conduzem a diferentes soluções para o problema de corte, com quantidade de perda (β_{PC}) e quantidade de padrões (Π_{PC}) melhores ou piores. Utilizamos diferentes pares (n_p, s_p) e escolhemos como solução do problema o par que conduz ao plano de corte com menor perda (β_m) e menor número de padrões (Π_m).

A seguir apresentamos o pseudo-código da heurística proposta.

Heurística (HMNP)

Entrada: Dados do problema.

Saída : Solução para o problema.

Faça $\beta_m = 1,00$ d_{max} =1,0 e $\Pi_m = 3000$

Para $n_p = 1,..,4$

Para $s_p = 0,6;..;5,4$ (passo: 0,2)

Faça $r_i = d_i$

Enquanto ($r_i > 0$ para algum $i = 1,...,n.$)

Passo 1: Determinar $(d_{\max} = \max\{r_i\}; i = 1,...,n)$

Passo 2: Faça: OK = 0; $H = d_{max}$

Enquanto ((OK = 0) e (H > 1))

Faça $\left(G_i = \lfloor r_i / H \rfloor\right)$ e n_G=0; $i = 1,...,n.$

Se G_i >0 **então** (n_G=n_G + 1)

Se $Z = \sum_{i=1}^{n} G_i l_i \geq s_p L$ e $n_G \geq n_p$ **então** OK = 1

senão $H = d_{max}$-1;

Fim do Enquanto

Se (OK = 0) **então** Faça $G_i = r_i$, $i = 1,...,n.$

Passo3: Resolva o problema da mochila limitado e obtenha o padrão

corrente: $P_j = [y_1,..., y_n]$

Passo 4: Determine a freqüência do padrão: $f_P = \min\lfloor r_i / y_i \rfloor, r_i \geq y_i > 0$ e atualize a

demanda dos itens fazendo: $r_i = r_i - f_p y_i$ para $i = 1,...,n.$

Passo 5: Adicione o padrão gerado ao plano de corte, solução do problema e **Se** (OK = 1) **então** volte ao passo 1

Senão

se $r_i > 0$, para algum i, $i = 1,...,n$. **então** volte ao Passo 3

Fim do Enquanto

Se $(\beta_{PC} \leq \beta_m)$ e $(\Pi_{PC} < \Pi_m)$ **então** $(\beta_m = \beta_{PC})$ e $(\Pi_m = \Pi_{PC})$

e o par corrente (n_p, s_p) fornece o melhor plano de corte para o problema

Passo 6: Aplicar a técnica de redução de padrões à melhor solução

3. Testes Computacionais

As implementações foram desenvolvidas em C++ e os testes computacionais foram realizados em um computador Intel Core 2 Duo, 1.50GHz com 1GB de memória (RAM). Os problemas testes foram obtidos através do CUTGEN1 um gerador aleatório de problemas de corte de estoque unidimensional desenvolvido por Gau e Wascher (1995). Para os nossos testes, consideramos as mesmas 18 classes testadas por Foerster e Wascher(2000) e Umetami et al (2003), cada uma com 100 problemas, e adotamos no CUTGEN1 a mesma semente, 1994. As classes consideram valores diferentes de $v1, v2$ para determinar o comprimento dos itens, a quantidade de itens *n*, e a demanda média db como mostra a Tabela 1**.** O comprimento do objeto em estoque é $L = 1000$ para todos os exemplos.

Tabela 1 – Problemas Testes Utilizados

classe	*N*	*v1*	*v2*	*db*	Classe	*n*	*v1*	*v2*	*db*
1	10	0.01	0.2	10	10	20	0.01	0.8	100
2	10	0.01	0.2	100	11	40	0.01	0.8	10
3	20	0.01	0.2	10	12	40	0.01	0.8	100
4	20	0.01	0.2	100	13	10	0.2	0.8	10
5	40	0.01	0.2	10	14	10	0.2	0.8	100
6	40	0.01	0.2	100	15	20	0.2	0.8	10
7	10	0.01	0.8	10	16	20	0.2	0.8	100
8	10	0.01	0.8	100	17	40	0.2	0.8	10
9	20	0.01	0.8	10	18	40	0.2	0.8	100

Os resultados dos testes computacionais realizados com a heurística são mostrados na Tabela 2. Nas colunas HYL, HFW, e HMNP, aparecem o número médio de objetos e padrões obtidos por Yanasse e Limeira (2006), Foerster e Wascher (2000), e a heurística HMNP, respectivamente. O melhor desempenho de HMNP ocorre para as classes de 1 a 6, cujos itens e demandas são pequenos. Observe que em três destas classes (3, 4 e 6) HMNP domina os resultados obtidos pelos procedimentos sugeridos por Yanasse e Limeira (2006) e Foerster e Wascher (2000). Nas demais classes, algumas das soluções de HMNP são dominadas pelas soluções geradas por Foerster e Wascher (2000).

Tabela 2 – Resultado dos Testes Computacionais

classe	HYL		HFW		HMNP		Tempo		
	objetos	padrões	objetos	padrões	objetos	padrões	YL(t)	FW(t)	HMNP(t)
1	**11.56**	**3.31**	**11.49**	**3.40**	**11.48**	**3.42**	0.23	0.35	0.07
2	110.4	6.95	**110.25**	**7.81**	**110.26**	**5.76**	0.48	1.26	0.26
3	22.17	4.96	22.13	5.89	**22.13**	**4.95**	0.12	2.10	12.83
4	215.98	10.32	215.93	14.26	**215.93**	**8.49**	2.75	16.41	69.61
5	**42.99**	**7.63**	42.96	10.75	**42.95**	**8.18**	3.43	40.03	5.15
6	424.89	13.31	424.71	25.44	**424.68**	**13.28**	7.81	383.30	9.60
7	**51.69**	**7.66**	**50.21**	**7.90**	**50.26**	**7.82**	0.11	0.11	0.06
8	**502.23**	**9.62**	**499.52**	**9.96**	499.94	9.99	0.60	0.24	0.29
9	**99.49**	**13.64**	**93.67**	**15.03**	**93.89**	**14.25**	0.49	1.47	0.35
10	**948.41**	**18.21**	**932.32**	**19.28**	934.26	19.29	3.36	3.40	3.62
11	**195.67**	**24.60**	**176.97**	**28.74**	**177.62**	**25.92**	7.17	36.98	5.98
12	**1847.42**	**33.23**	**1766.20**	**37.31**	**1774.28**	**36.21**	44.62	77.41	77.32
13	**64.20**	**8.93**	**63.27**	**8.97**	**63.48**	**8.92**	0.13	0.13	0.07
14	633.26	10.51	**632.12**	**10.32**	632.39	10.54	0.25	0.18	0.29
15	**123.90**	**16.28**	**119.43**	**16.88**	**119.70**	**16.47**	0.97	1.92	0.47
16	**1197.66**	**19.89**	**1191.80**	**19.91**	1193.33	20.68	2.46	2.71	3.19
17	**244.02**	**29.76**	**224.68**	**31.46**	**225.44**	**29.89**	15.46	51.31	8.49
18	**2268.3**	**37.90**	**2242.4**	**38.28**	2252.33	39.05	50.61	71.34	76.90

4. Conclusões

Neste trabalho apresentamos uma heurística que busca determinar uma solução para o problema de corte de estoque unidimensional considerando dois objetivos: minimização de objetos e minimização da quantidade de diferentes padrões. Pelos resultados dos testes computacionais realizados, podemos concluir que as soluções fornecidas pela heurística HMNP proposta foram satisfatórios em parte, pois dominou, em 3 das 6 classes testadas com itens de tamanhos pequenos, as soluções geradas pelas heurísticas de Foerster e Wascher (2000) e Yanasse e Limeira (2006) e foram dominadas em 5 das 12 classes testadas com itens de tamanhos grandes, pelas soluções geradas por Foerster e Wascher (2000). Portanto, recomenda-se o uso de HMNP para resolver problemas com itens pequenos.

Agradecimentos

Este trabalho contou com recursos provenientes da CAPES, CNPq e FAPESP.

5. Referências

Arenales M.N;Lopes,M.A.L.Estabilização de Colunas Aplicadas no Problema de Corte Unidimensional de Tamanhos Variados. IX Oficina de Problemas de Corte e Empacotamento, INPE São José dos Campos, SP 2005

Belov.G, Scheithauer.G A Cutting Plane Algorithm For One-Dimensional Cutting Stock Problem With Multiple Stock Lengths. European Journal of Operational Research 141(2002) 274-294

Carvalho, J.M.V. Exact Solution of Cutting Stock Problems Using Column-Generation And Branch and Bound. Annals of Operations Research 86(1999)629-659.

Diegel, A.; **Chetty, M.; Van Schalkwyck, S.; Naidoo, S**. Setup combining in the trim loss problem - 3-to-2 & 2-to-1. Durban: *Business Administration, University of Natal*,1993.Working Paper. First Draft.

Dyckhhoff,H. A new linear programming approach to the cutting stock problem *Operations Research*, 1981, 29 n.6, 1092-1104

Farley, A.A e Richardson, K.V. Fixed charge problems with identical fixed charges. *European Journal of Operational Research*, 1984, 18, 245–249.

Foerster, H. e Wäscher ,G. Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problem. *International Journal of Production Research* , 2000, 38, 1657–1676.

Gilmore, P. e Gomory, R. A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research*, 1961, 9: 849-859.

Haessler, R.W. Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim problems, *Operations Research*, 1975, 23, 483–493.

Umetami, S., Yagiura M. e Ibaraki T. One-dimensional cutting stock problem to minimize the number of different patterns, *European Journal of Operational Research*, 2003, 146, 388–402.

Yanasse, H.H. e Limeira, M.S. A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems, *Computers & Operations Research*, 2006, 33, 2744-2756.