

TRATAMENTO QUANTITATIVO DE RELAÇÕES IMPRECISAS NO PROCESSO DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS A PROJETOS DE P & D

OSCAR PEREIRA DIAS JR.

Instituto de Pesquisas Espaciais
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
Caixa Postal 515
12200 São José dos Campos, SP

RESUMO

A relação *progresso do projeto vs. recursos alocados*, no processo de alocação de recursos a projetos de P & D, é conhecida numa forma lingüística (não-numérica) e imprecisa. O tratamento quantitativo deste tipo de relação é feito com o auxílio de uma linguagem que possibilita fazer inferências sobre o progresso de um projeto, ou grupo de projetos, resultante da alocação a ele de uma determinada quantidade de recursos. Este tratamento quantitativo torna-se possível pela associação de subconjuntos nebulosos de um conjunto universo numérico ao significado dos termos da linguagem utilizada.

ABSTRACT

The relationship between project progress and allocated resources, in the resource allocation process to R & D projects, is supposed to be known in a linguistic (non-numeric) and fuzzy format. In order to make a quantitative analysis of this relationship, a specific language was adapted. Departing from this particular language it becomes possible to infer about the progress of a project, or group of projects, when a given amount of resources is allocated. This quantitative analysis is made possible by the association of fuzzy subsets of a numeric universe of discourse to the meaning expressed by the language terms.

1. INTRODUÇÃO

O problema da alocação de recursos a projetos pode ser definido simplifadamente como: "distribuir uma quantidade disponível de recursos entre os projetos candidatos de forma a melhor satisfazer um critério de eficiência definido".

Os modelos de alocação de recursos necessitam, via de regra, informações sobre alternativas de execução dos vários projetos, com os respectivos custos e tempo de execução. Essas informações, entretanto, nem sempre estão disponíveis de forma precisa.

A situação ideal seria aquela em que se conhecesse, na forma de uma expressão matemática, a relação entre os recursos aplicados ao projeto e o seu tempo de execução ou, o que seria equivalente, a relação entre os recursos aplicados num dado período de tempo e a variável que mede o progresso (desempenho) do projeto naquele período. O conhecimento preciso dessa relação possibilitaria a construção de modelos quantitativos de grande potencialidade no tratamento do problema da alocação de recursos a projetos.

Na prática, quando se lida com P&D, está fora de cogitação pretender que tais informações estejam disponíveis nesse formato. Entretanto, é razoável supor que o responsável pela execução do projeto tenha conhecimento suficiente acerca do projeto para lhe permitir fazer alguma avaliação, ainda que apenas qualitativa, daquela relação. Essa informação, se transmitida ao decisor, pode contribuir para melhorar a qualidade da decisão a ser tomada, ainda que o decisor não disponha de nenhum modelo quantitativo que o auxilie nessa tarefa.

Este é o caso de relações descritas na forma linguística, como por exemplo: "x cresce com y se z não for muito alto", ou "x será alto se y não for baixo".

Supor-se-á que relações dessa natureza possam ser estabelecidas para vincular o andamento de um projeto com os níveis dos vários tipos de recursos (humanos, materiais, financeiros etc.) aplicados a ele. Por exemplo, se y representar o estado previsto de desenvolvimento de um projeto no final de um dado período de tempo, quando a ele forem aplicadas as quantidades x_1, x_2, \dots, x_n dos recursos do tipo 1, 2, ..., n, respectivamente, supor-se-á possível estabelecer a relação $y = R(x_1, x_2, \dots, x_n)$ através de relações linguísticas do tipo:

"y cresce lentamente com x_1, x_2, \dots, x_p e rapidamente com x_{p+1}, \dots, x_n ", ou

"y será alto se x_1, \dots, x_n forem altos, caso contrário y será baixo", ou

"y cresce com x_1, x_2, \dots, x_p se x_{p+1}, \dots, x_n forem altos" etc.

Uma vez estabelecidas tais relações é necessário dispor de um modelo capaz de tratá-las quantitativamente, determinando, ainda que de uma forma imprecisa, as conseqüências de uma dada aplicação de recursos no andamento do projeto. Se, adicionalmente, forem associadas prioridades aos projetos, esse procedimento poderá ser estendido para o agregado de projetos, determinando-se então o desempenho global de um conjunto de projetos para uma dada distribuição de recursos entre eles.

Um modelo dessa natureza, apesar de produzir resultados imprecisos — coerentemente com a imprecisão dos dados de entrada —, teria uma grande vantagem sobre os modelos quantitativos clássicos: a sua maior fidelidade à situação real que ele tenta representar. Essa sua qualidade, em muitos casos, pode compensar a menor quantidade de informação contida nos resultados por ele fornecidos.

O trabalho de Wenstop (1980) apresenta uma linguagem que foi criada para descrever sistemas definidos por variáveis de estado de natureza imprecisa ("fuzzy systems"). Com algumas adaptações essa linguagem também pode ser utilizada para descrever as relações imprecisas já citadas, como se verá a seguir.

2. DESCRIÇÃO DO MODELO

Sejam:

P_1, P_2, \dots, P_n os projetos em andamento;

R_1, R_2, \dots, R_m os diferentes tipos de recursos utilizados pelos projetos;

q_{ij} a quantidade do recurso R_i , necessária ao projeto P_j , para que este tenha o desenvolvimento previsto na sua programação original (planejamento ideal), no período de tempo considerado; $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$;

m_i a quantidade disponível do recurso R_i ; $i = 1, 2, \dots, m$;

- Y_j a variável lingüística que mede o grau previsto de progresso do projeto P_j no período considerado; seus valores são termos lingüísticos que variam numa escala de "baixo" a "alto", conforme as realizações previstas para o projeto fiquem aquêm ou se aproximem, respectivamente, do que foi planejado idealmente para o projeto;
- X_{ij} a variável lingüística que mede o grau de atendimento do projeto P_j , referente às suas necessidades do recurso R_i . Seus valores são termos lingüísticos que variam numa escala de "baixo" a "alto", conforme a quantidade do recurso R_i , alocada a P_j , se afaste ou se aproxime, respectivamente, de q_{ij} ;
- $T(Y_j)$ o conjunto dos termos lingüísticos possíveis para Y_j ; por exemplo: $T = \{\text{baixo, muito baixo, médio, ...}\}$;
- $T(X_{ij})$ o conjunto dos termos lingüísticos possíveis para X_{ij} ; ($T(Y_j) = T(X_{ij}) = T; \forall i, j$);
- L_j a declaração lingüística que relaciona o valor lingüístico de Y_j com os valores lingüísticos de X_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$); por exemplo:
- $L_1 : Y_1 = \text{"alto se } X_{11}, X_{21}, \dots, X_{m1} \text{ forem altos, ou baixo em caso contrário"}$.
- $L_2 : Y_2 = \text{"cresce com } X_{12}, \dots, X_{p2} \text{ se } X_{p+1,2}, \dots, X_{m2} \text{ forem altos, ou muito baixo em caso contrário"}$.
- (a forma de construção dessas declarações é dada pela regra sintática G que está descrita na Seção 3.);
- G uma regra sintática que permite a geração dos termos lingüísticos em T e das declarações lingüísticas; L_j ($j = 1, 2, \dots, n$); (G está definida na Seção 3);
- y_j a denominação genérica dos conjuntos nebulosos associados aos valores lingüísticos de Y_j ; são subconjuntos nebulosos do conjunto universo $V_j = \{v_j \in [0, 1]\}$; $j = 1, 2, \dots, n$;
- M uma regra semântica que atribui um significado (conjunto nebuloso) a cada termo em T e às declarações lingüísticas L_j ($j = 1, 2, \dots, n$);

- x_{ij} a denominação genérica dos conjuntos nebulosos associados aos valores lingüísticos de X_{ij} ; são subconjuntos nebulosos do conjunto universo $U_{ij} = \{u_{ij} \in [0,1]\}$; $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$;
- f_j o conjunto nebuloso definido em $U_{1j} \times U_{2j} \times \dots \times U_{mj} \times V_j$ que caracteriza uma relação nebulosa entre $x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}$ e y_j ; $j = 1, 2, \dots, n$.

Tem-se então:

$$\begin{aligned}
 L_1 : Y_1 &= F_1 (X_{11}, \dots, X_{m1}), \\
 L_2 : Y_2 &= F_2 (X_{12}, \dots, X_{m2}), \\
 &\vdots \\
 L_n : Y_n &= F_n (X_{1n}, \dots, X_{mn}),
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

onde F_1, \dots, F_n representam relações lingüísticas entre Y_j e X_{ij} .

Por consistência com as definições de Y_j e X_{ij} , as declarações lingüísticas F_j devem ser "monotônicas não decrescentes" com X_{ij} , o que significa que Y_j não "decrece" com o "aumento" de X_{ij} para $i = 1, 2, \dots, m$. Além disso, por consistência com o planejamento ideal do projeto, quando os X_{ij} assumirem conceitos altos Y_j necessariamente também deverá assumir um conceito alto, o que significa que, se os recursos forem providos ao projeto conforme o seu orçamento ideal requer, o progresso do projeto também ocorrerá conforme o que foi planejado idealmente.

Exemplos de relações lingüísticas (r e s fixados):

- a) $Y_s =$ cresce rapidamente com X_{rs} ;
- b) $Y_s =$ cresce lentamente com X_{rs} ;
- c) $Y_s =$ cresce linearmente com X_{rs} ;
- d) $Y_s =$ muito baixo se X_{rs} for abaixo de médio, ou cresce linearmente com X_{rs} se X_{rs} for acima de médio.

A regra sintática apresentada na Seção 3 estabelece a forma correta de construção das relações lingüísticas.

O passo seguinte é transformar as relações lingüísticas (2.1) em relações entre conjuntos nebulosos. Isso é feito através de uma regra semântica que associa a cada termo lingüístico de uma declaração L_j um conjunto nebuloso definido sobre uma escala numérica apropriada. Tal semântica está apresentada na Seção 3. As declarações lingüísticas em (2.1) passam a ser as relações entre conjuntos nebulosos em (2.2).

$$\begin{aligned}
 y_1 &= x_{11} \circ (x_{21} \circ \dots \circ (x_{m_1} \circ f_1)) \dots), \\
 y_2 &= x_{12} \circ (x_{22} \circ \dots \circ (x_{m_2} \circ f_2)) \dots), \\
 &\vdots \\
 y_n &= x_{1n} \circ (x_{2n} \circ \dots \circ (x_{m_n} \circ f_n)) \dots),
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

onde o operador "o" representa a operação de composição entre conjuntos nebulosos, como definida em Zadeh (1975b). (Quando os conjuntos nebulosos estiverem definidos sobre um conjunto discreto, a operação de composição será o produto max-min entre matrizes.)

Supondo que os projetos têm prioridades diferentes, representadas pelos valores numéricos λ_j ; $j = 1, 2, \dots, n$, o progresso global do conjunto de projetos, representado pelo conjunto nebuloso z , pode ser obtido pela aplicação do princípio da extensão, definido em Zadeh (1975a), à expressão (2.3) abaixo:

$$z = \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \dots + \lambda_n y_n. \tag{2.3}$$

Finalmente, o conjunto nebuloso z pode ser transformado num conceito lingüístico por uma operação denominada *aproximação lingüística*, que corresponde à operação inversa àquela de atribuir um significado semântico a um conceito lingüístico. Essa operação, denominada "rótulo", também é discutida na Seção 3. Assim,

$$Z = \text{rótulo}(z). \tag{2.4}$$

Resumindo, as expressões (2.1) a (2.4) permitem que, dados os níveis de recursos, X_{ij} , aplicados a cada um dos projetos em um dado período orçamentário, se deduza um progresso global para o conjunto de projetos naquele período, representado pelo conceito lingüístico Z . Este resultado oferece ao decisor uma avaliação

ção (lingüística) de uma dada política de alocação de recursos, a qual permite que comparações entre diferentes políticas possam ser feitas no sentido de levar à solução final do problema.

3. LINGUAGEM AUXILIAR PARA O PROCESSAMENTO DE RELAÇÕES LINGÜÍSTICAS

A linguagem aqui apresentada originou-se do trabalho de Wenstop (1980), tendo sofrido algumas alterações, no trabalho de Dias Jr. (1983), para se adaptar à sintaxe da língua portuguesa e às características particulares do problema aqui tratado.

Os elementos dessa linguagem são:

a) Um vocabulário constituído por:

<u>Categoria</u>	<u>Símbolo</u>	<u>Constituintes</u>
Termo primário	T	alto, baixo, médio, nãodefinido, desconhecido, L_1, L_2, \dots, L_n , acima de, abaixo de, em torno de, superior, inferior, um tanto, maisou menos, muito, não, nem, possivelmente, verdadeiramente, de fato, imprecisamente, igual-a, maior do que, menor do que, maior-ou-igual-a, menor-ou-igual-a;
Conectivo	C	e, ou, mas, a, exceto, mais;
Modo de variação	M	rapidamente, lentamente, linearmen te;
Tendência	D	cresce, decresce;
Limitante	L	atê;
Conectivo de relação	RC	então;
Ponteiro	W	com;
Valor verdade	IS	for;
Condicionante	IF	se;
Variável	X	# , # 2 , # 3 , Y.

b) Uma sintaxe (G):

Sejam:

S uma atribuição de valor ("statement"),

V um valor lingüístico,

R uma relação lingüística,

N um valor verdade.

As seguintes regras definem a sintaxe:

1) S : X + V;

2) V : X, T, H(V), V C (V), V IF (N), R W (X), R W (X) L (V);

3) N : X IS (V), N C (N);

4) R : DM, R RC (R);

onde cada símbolo à esquerda dos dois pontos pode ser substituído por qualquer um dos símbolos entre vírgulas, à direita dos dois pontos, e os parênteses são utilizados para alterar a prioridade na interpretação de uma declaração, como o fazem numa expressão aritmética em relação à seqüência das operações. Na ausência de parênteses, uma declaração é interpretada da esquerda para a direita.

Exemplos de declarações:

(S₁) Y = cresce linearmente com # 1 se (# 2 for alto);

(S₂) Y = abaixo de médio se (# 1 for baixo);

(S₃) Y = baixo mas não muito baixo;

(S₄) Y = cresce rapidamente com # 1 até inferior médio se (# 2 for alto e # 3 for baixo).

c) Uma semântica (M) e um procedimento de aproximação lingüística:

Estes dois elementos da linguagem consistem, respectivamente, em: a) associar conjuntos nebulosos e operadores matemáticos aos termos constituintes do vocabulário; b) após a execução das operações, transformar o conjunto nebuloso resultante em um no

vo termo do mesmo vocabulário. Como essas operações são internas ao processamento, não serão feitos comentários mais detalhados a seu respeito. Entretanto, informações adicionais podem ser obtidas em Dias Jr. (1983). Apenas à guisa de ilustração deve-se mencionar que, para efeito de processamento, os conjuntos nebulosos são definidos sobre um conjunto universo (escala) discreto e, portanto, podem ser representados por vetores (termos primários) e matrizes (tendências e modos de variação) cujos componentes representam o grau de pertinência do valor da escala representado pela posição do componente no vetor. Por exemplo, utilizando-se de um conjunto universo discretizado em 11 pontos, têm-se:

alto ≡ (0 0 0 0 0 0 0 0 0,10 0,66 1)
médio ≡ (0 0 0 0 0,37 1 0,37 0 0 0 0)
baixo ≡ (1 0,66 0,10 0 0 0 0 0 0 0 0)
desconhecido ≡ (1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1)
nãodefinido ≡ (0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0)

crece
linearmente ≡

[1	0,25	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0	0
	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0	0	0	0	0	0
	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0	0	0	0	0
	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0	0	0	0
	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0	0	0
	0	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0	0
	0	0	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01	0
	0	0	0	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04	0,01
	0	0	0	0	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25	0,04
	0	0	0	0	0	0	0,01	0,04	0,25	1	0,25
	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,04	0,25	1

Os demais termos do vocabulário correspondem, então, a operações com vetores e matrizes. Por exemplo, os conectivos *e*, *mas*, *exceto* correspondem à operação de *mínimo* entre dois vetores, isto é, o vetor resultante tem seus componentes determinados pela operação de *mínimo* entre os termos correspondentes dos vetores-operandos. O conectivo *ou*, por sua vez, corresponde à operação de *máximo*; o ponteiro *com*, ao operador composição (produto max-min) entre uma matriz e um vetor, e assim por diante. Por exemplo, o conjunto nebuloso resultante da expressão *crece linearmente com alto* é dado por:

(0 0 0 0 0 0,01 0,04 0,10 0,25 0,66 1),

que pode ser aproximado pelo conceito lingüístico *alto*. Essa aproximação é feita por uma rotina denominada RÓTULO, que se encontra descrita em Dias Jr. (1983).

4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

ENTRE COM O VALOR DE D(ÍMPAR ENTRE 11 E 21,FORMATO 12)
15

ENTRE COM OPCAO:OP=1 UNICO PROJETO,RECURSOS NA FORMA LINGUISTICA
=2 VARIOS PROJETOS,RECURSOS NA FORMA LINGUISTICA
=3 UNICO PROJETO,RECURSOS NA FORMA NUMERICA
=4 VARIOS PROJETOS,RECURSOS NA FORMA NUMERICA

2

ENTRE COM O NUMERO DE PROJETOS (INTEIRO ENTRE 2 E 20,FORMATO 12)
3

ENTRE COM AS PRIORIDADES (INTEIROS POSITIVOS,FORMATO LIVRE)
1 1 1

ENTRE COM RELACAO "FUZZY" Y=R(#1,#2,#3) PARA CADA PROJETO
FORMATO (1645)

PROJETO 1:

Y1= ALTO SE (#1 FOR ACIMA DE SUPERIOR MEDIO) OU (BAIXO SE(#1 FOR BAIXO));

PROJETO 2:

Y2= CRESCE LINEARMENTE COM #1 MAIS (CRESCE LINEARMENTE COM #2);

PROJETO 3:

Y3= ALTO SE(#1 FOR(SUPERIOR MEDIO A ALTO)) OU(CRESCE LINEARMENTE COM #1
SE(#1 FOR ABAIXO DE SUPERIOR MEDIO E #2 FOR ALTO E #3 FOR ALTO)) OU
(MUITO BAIXO SE(#1 FOR ABAIXO DE SUPERIOR MEDIO E(#2 FOR NAO ALTO OU
(#3 FOR NAO ALTO))));

ENTRE COM OS NIVEIS DOS RECURSOS (FORMA LINGUISTICA)

PROJETO 1:

#1: ALTO;
#2:
#3:

PROJETO 2:

#1: BAIXO;
#2: BAIXO;
#3:

PROJETO 3:

#1: SUPERIOR MEDIO;
#2: BAIXO;
#3: BAIXO;

RESULTADOS:

Y1= ALTO

Y2= BAIXO

Y3= ALTO

Y= SUPERIOR SUPERIOR MEDIO

ENTRE COM OS NIVEIS DOS RECURSOS (FORMA LINGUISTICA)

PROJETO 1:
#1: INFERIOR MEDIO A MEDIO;
#2:
#3:

PROJETO 2:
#1: MEDIO;
#2: BAIXO;
#3:

PROJETO 3:
#1: BAIXO;
#2: ALTO;
#3: ALTO;

RESULTADOS:

Y1= POSSIVELMENTE (MAIS OU MENOS ALTO),

Y2= ABAIXO DE INFERIOR MEDIO MAS NAO BAIXO

Y3= BAIXO

Y= POSSIVELMENTE (EM TORNO DE (SUPERIOR MEDIO A INFERIOR MEDIO))

ENTRE COM OS NIVEIS DOS RECURSOS (FORMA LINGUISTICA)

PROJETO 1:
#1: OU TANTO BAIXO;
#2:
#3:

PROJETO 2:
#1: ALTO;
#2: BAIXO;
#3:

PROJETO 3:
#1: INFERIOR INFERIOR MEDIO;
#2: ALTO;
#3: ALTO;

RESULTADOS:

Y1= BAIXO

Y2= MEDIO

Y3= IMPRECISAMENTE(INFERIOR INFERIOR MEDIO)

Y= IMPRECISAMENTE(INFERIOR INFERIOR MEDIO)

ENTRE COM OS NIVEIS DOS RECURSOS (FORMA LINGUISTICA)

PROJETO 1:

#1: BAIXO;

#2:

#3:

PROJETO 2:

#1: ALTO;

#2: ALTO;

#3:

PROJETO 3:

#1: INFERIOR INFERIOR MEDIO;

#2: ALTO;

#3: BAIXO;

RESULTADOS:

Y1= BAIXO

Y2= ALTO

Y3= MUITO BAIXO

Y= INFERIOR INFERIOR MEDIO

ENTRE COM OS NIVEIS DOS RECURSOS (FORMA LINGUISTICA)

PROJETO 1:

5. COMENTÁRIOS FINAIS

A imprecisão que caracteriza as informações disponíveis no processo de tomada de decisão num ambiente de P & D é responsável pela grande dificuldade de desenvolver modelos quantitativos nessa área. Em particular, aquela que decorre da necessidade de lidar com variáveis não-mensuráveis objetivamente – e, por consequência, da impossibilidade de estabelecer relações matemáticas entre tais variáveis – é extremamente restritiva à utilização dos modelos matemáticos clássicos. Este é o caso da relação entre o progresso de um projeto e os recursos a ele alocados, aqui tratada.

Para tratar quantitativamente este problema, foi proposta a utilização de uma linguagem auxiliar que possibilita processar informações que estão disponíveis somente numa forma linguística. Essa linguagem proposta, entretanto, está longe de ser considerada um produto inteiramente acabado. Sua avaliação, feita junto a pesquisadores e gerentes de projeto do Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE, mostrou, por exemplo, que ela carece de um vocabulário mais abrangente para tratar das inúmeras formas possíveis que pode assumir a relação *progresso vs. recursos alocados*. Portanto, um aperfeiçoamento dessa linguagem é tarefa que se impõe a seguir.

Como ponto positivo, entretanto, foi observado que uma linguagem desse tipo pode ser facilmente assimilada e utilizada pelos gerentes de projeto e constitui uma alternativa de auxílio à tomada de decisões numa área em que os modelos quantitativos clássicos não têm se desempenhado a contento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DIAS JR., O.P. *Tratamento quantitativo de informações imprecisas no processo de seleção de projetos e alocação de recursos em P & D*. Tese de doutoramento apresentada na EPUSP em 1983.
- WENSTOP, F. Quantitative analysis with linguistic values. *Fuzzy Sets and Systems*, 4 (2): 99-115, Sep. 1980.
- ZADEH, L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - I. *Information Sciences*, 8 (3): 199-249, 1975a.

ZADEH, L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning - III. *Information Sciences*, 9 (1): 43-80, 1975b.