



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

## **MODELO DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR PARA O SATÉLITE TOPEX/POSEIDON**

### **RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA (PIBIC/CNPq/INPE)**

Mateus Brizzotti Andrade (FEG/UNESP, Bolsista PIBIC/CNPq)  
E-mail: [mateusbrizzotti@ig.com.br](mailto:mateusbrizzotti@ig.com.br)

Dr. Hélio Koiti Kuga (DMC/INPE, Orientador)  
E-mail: [hkk@dem.inpe.br](mailto:hkk@dem.inpe.br)

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes (DMA/FEG/UNESP, Co-Orientador)  
E-mail: [rodolpho@feg.unesp.br](mailto:rodolpho@feg.unesp.br)

**Julho de 2006**

## Sumário

1 Introdução.....	2
2 Modelagem para obtenção das forças.....	2
3 Implementação Computacional.....	8
4 Simulações e Testes.....	10
4.1 Sol na Primavera.....	11
4.2 Sol no Verão.....	12
4.3 Sol no Outono.....	13
4.4 Sol no Inverno.....	14
4.5 Resultados das simulações.....	15
5 Conclusões Finais.....	16
6 Referências Bibliográficas.....	17

## **1 Introdução**

O satélite TOPEX/Poseidon (T/P) está em órbita desde 1992 e tem como foco de estudo as circulações oceânicas do planeta Terra. Esse satélite tem órbita circular congelada, e conclui o rastreamento terrestre num ciclo que se repete a cada 10 dias. Sua órbita não pode exceder 13 cm na direção radial num período de 10 dias. Essa condição é para atender aos requisitos da sua finalidade científica.

Para que a órbita fique dentro dos parâmetros necessários é importante saber as principais forças que atuam nesse satélite. Muitas forças tendem a desviar a órbita de um satélite tais como: a força devida ao campo gravitacional terrestre, considerando que a distribuição de massa da terra não é homogênea, o arrasto atmosférico, forças devido à pressão de radiação solar direta e indireta, forças devidas ao efeito de marés terrestre, atração do Sol e da Lua etc.

No T/P na sua órbita de altura de 1336 Km, a força de maior magnitude que não a da atração gravitacional terrestre, é a força devido à pressão de radiação solar. A partir disso surge o foco desse trabalho, que é obter as forças que agem no T/P devido à pressão de radiação solar. Foi feita uma modelagem computacional de modo a possibilitar a obtenção dessas forças. Após a modelagem foi implementado um algoritmo utilizando o programa MatLab. Não foram consideradas na modelagem as radiações albedos e infravermelho da Terra. Somente a pressão de radiação direta do sol foi considerada.

## **2 Modelagem para obtenção das forças**

O satélite TOPEX/Poseidon (Ocean Topography Experiment) está em uma circular congelada de 1336 km de altura e com uma inclinação de 66 graus. O T/P possui um sistema de controle de atitude devido ao eixo da placa solar. O satélite realiza uma guinada para que a placa solar receba as radiações solares num ângulo ideal. Para ser possível o cálculo da guinada do satélite foi criado um sistema de coordenadas fixa no satélite. O algoritmo é feito a partir desse sistema de coordenadas. Z aponta para o centro da Terra, Y tem direção positiva oposta ao eixo da placa solar e X completa o sistema. O sistema inercial da órbita do satélite tem origem no centro da Terra, com  $X_0$  normal ao plano da órbita do satélite,  $Z_0$  na direção da projeção do vetor incidente do Sol no plano da órbita do satélite e  $Y_0$  perpendicular aos dois.

As maiores forças não gravitacionais que atuam no satélite são as forças de pressão de radiação solar. O trabalho publicado (Marshall and Luthcke, 1994) descreve detalhadamente um modelo para pressão de radiação solar no satélite T/P. A figura (2.1) mostra um esquema do satélite.

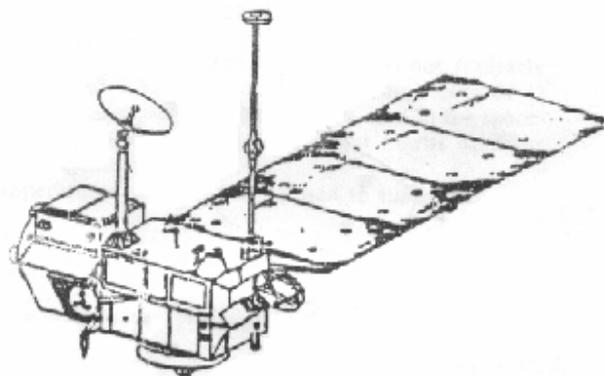


Figura (2.1) – Satélite TOPEX/Poseidon  
Fonte: Marshall and Luthcke

Neste trabalho foi desenvolvido um macromodelo, para facilitar a obtenção das forças devido a pressão de radiação. O macromodelo aproxima o satélite em uma combinação de placas planas. A figura (2.2) mostra como foi feita esta aproximação.

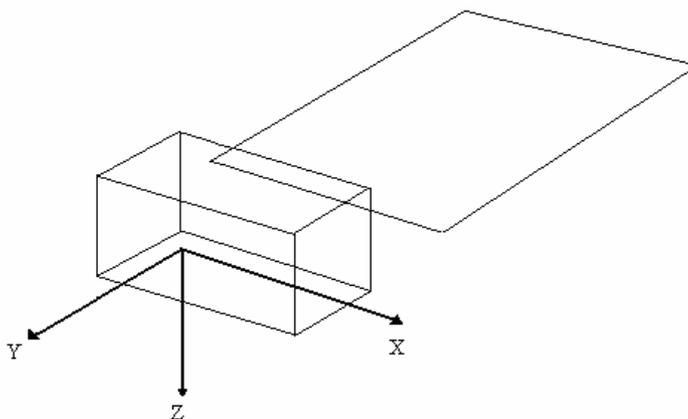


Figura (2.2) – Macromodelo  
Fonte: Marshall and Luthcke

As forças de radiações devido à incidência solar, emissões albedo e infravermelho da Terra, são computadas independentemente. Os efeitos de interação das placas como sombreamento, reflexão e condução são ignorados.

Utilizando o macromodelo, as forças são computadas independentemente para cada placa. Conhecendo a força atuante em cada placa é feito a soma para conhecer o efeito no centro de massa do satélite.

Este trabalho segue basicamente o modelo proposto por Marshall e Luthcke. Foram criadas rotinas para o calculo das forças causada pela incidência do Sol na superfície do satélite. A força atuante em cada placa é dada pela equação (2.1), uma vez que as forças são consideradas independentemente para cada placa.

$$\vec{F}^p = \frac{GA \cos \theta}{c} [2(\delta/3 + \rho \cos \theta) \vec{h}^p + (1 - \rho) \vec{s}^p] \quad (2.1)$$

$\vec{F}^p$ = Força resultante na placa (N);	$\vec{h}^p$ = versor normal à placa;
$G$ = Fluxo de radiação do Sol (W/m <sup>2</sup> );	$\vec{s}^p$ = versor incidente do sol na placa;
$A$ = Área superficial de cada placa (m <sup>2</sup> );	$\theta$ = ângulo formado entre $\vec{h}^p$ e $\vec{s}^p$ ;
$\delta$ = coeficiente de reflexão difusa;	$c$ = velocidade da luz(m/s).
$\rho$ = coeficiente de reflexão especular;	

Os dados referentes ao satélite, como posição e velocidade, estão no sistema de coordenadas inercial da Terra (X,Y,Z) e as forças de pressão de radiação são decompostas no sistema de coordenadas fixo da órbita do satélite (X<sub>0</sub>,Y<sub>0</sub>,Z<sub>0</sub>), por isso é necessário a conversão entre esses sistemas. Para relacionar esses sistemas é necessária a utilização de uma matriz de rotação. Essa matriz relaciona o sistema de coordenadas fixo do satélite com o sistema inercial da Terra. Isso é feito através da utilização dos elementos keplerianos.

$$\vec{F}_{in}^p = R(\Omega, \omega, i) \vec{F}_{orb}^p \quad (2.2)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i & -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i & \sin \Omega \sin i \\ \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i & -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i & -\cos \Omega \sin i \\ \sin \omega \sin i & \cos \omega \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

Onde,  $\Omega$  é o nódo ascendente,  $\omega$  é o argumento do pericentro e  $i$  é a inclinação.

A posição do Sol na órbita do satélite é dada em função do ângulo  $\beta'$  que é o ângulo entre o vetor incidente do Sol e o plano da órbita, e  $\alpha'$  que é o ângulo entre  $Z_0$  e a posição  $\Pi$ . A figura (2.3) mostra com detalhes esses ângulos.

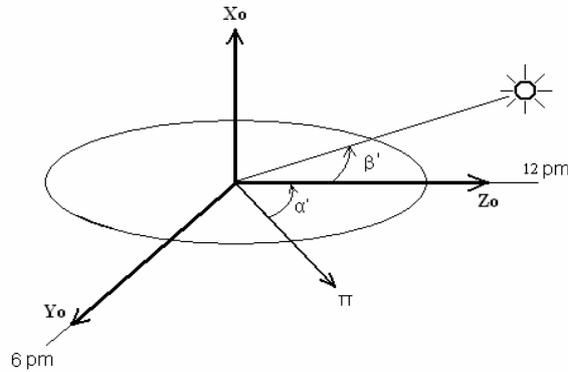


Figura (2.3) – Ângulos  $\beta'$  e  $\alpha'$ .

Da equação (2.2), podemos relacionar que,

$$\hat{P} = R(\Omega, \omega, i)^T \hat{P}_{in} \quad (2.3)$$

Sabendo a posição do Sol no sistema inercial ( $\hat{P}_{oin}$ ), e fazendo as devidas substituições temos que:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta' \cos \alpha' \\ \cos \beta' \text{sen} \alpha' \\ \text{sen} \beta' \end{bmatrix} = R(\Omega, \omega, i)^T \hat{P}_{oin} \quad (2.4)$$

O ângulo  $\Omega^*$ , que mostra a posição do satélite na órbita é calculado conhecendo o ângulo  $\alpha'$  e a anomalia verdadeira  $f$ . A figura (2.4) mostra como estão relacionados esses ângulos.

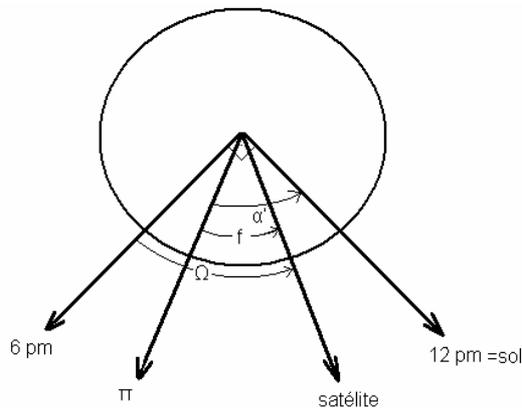


Figura (2.4) – Ângulo  $\Omega^*$ .

Da figura (2.4) temos que:

$$\Omega^* = (90 - \alpha') + f \quad (2.5)$$

Para obter o ângulo de incidência ideal do Sol na placa solar o satélite deve realizar uma guinada em torno do eixo Z, com ângulo  $\Psi$  que é o ângulo de guinada. O ângulo de incidência ideal do Sol na placa solar é calculado em função de  $\beta'$  e  $\Omega^*$ . A tabela 2.1 mostra como é calculado o ângulo  $\Psi$ .

Tabela (2.1) – Disposição do ângulo de guinada  
Fonte: Marshall, Artesian, Rosborough and Putney(1991).

Disposição da direção de guinada	Região $\beta'$	Região $\Omega^*$	$\Psi (\beta', \Omega^*)$
<b>Fixo</b>	$0,1 \leq \beta' < +15^\circ$	toda	$\Psi = 0^\circ$
	$-15^\circ < \beta' \leq -0,1^\circ$	toda	$\Psi = 180^\circ$
	$\beta' \geq +80^\circ$	toda	$\Psi = 90^\circ$
	$\beta' \leq -80^\circ$	toda	$\Psi = -90^\circ$
<b>Sinusoidal</b>	$\beta' > 15^\circ$	toda	$\Psi = 90^\circ + (90^\circ - \beta') \cos \Omega^*$
	$\beta' < -15^\circ$	toda	$\Psi = -90^\circ - (90^\circ + \beta') \cos \Omega^*$
<b>Subindo</b>	$\beta' = +15^\circ$	$90^\circ \leq \Omega^* \leq 180^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2 \Omega^*$
	$\beta' = -15^\circ$	$270^\circ \leq \Omega^* \leq 360^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2 \Omega^* - 180^\circ$
<b>Descendo</b>	$\beta' = +15^\circ$	$180^\circ \leq \Omega^* \leq 270^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2 \Omega^*$
	$\beta' = -15^\circ$	$0^\circ \leq \Omega^* \leq 90^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2 \Omega^* - 180^\circ$

A placa solar realiza arfagem (“pitch”) com ângulo  $\Phi$ , definido como ângulo de arfagem, para que possa ser obtido o ângulo de incidência ideal do Sol. O ângulo  $\Phi$  é obtido em função dos ângulos  $\Psi$ ,  $\beta'$  e  $\Omega^*$ . A equação (2.6) mostra como é obtido o ângulo  $\Phi$  (Artesian and Rosborough, 1992).

$$\Phi = 180^\circ + \tan^{-1} \left[ \frac{\sin \Omega^* \cos \beta'}{\cos \Psi \cos \Omega^* \cos \beta' - \sin \Psi \sin \beta'} \right] \quad (2.6)$$

Os versores normais de cada placa são dados na tabela (2.2).

Tabela (2.2) – Versores normais a cada placa no sistema de coordenadas fixo do satélite.

Fonte: Marshall and Luthcke(1994).

Placa	X	Y	Z
X+	1,0	0,0	0,0
X-	-1,0	0,0	0,0
Y+	0,0	1,0	0,0
Y-	0,0	-1,0	0,0
Z+	0,0	0,0	1,0
Z-	0,0	0,0	-1,0
SA+	1,0	0,0	0,0
SA-	-1,0	0,0	0,0

Na equação (2.1) temos que a força devido à pressão a radiação solar é dada em função dos vetores  $\hat{k}$  e  $\hat{h}$ . Portanto, para obter a força em cada placa devemos colocá-la no sistema inercial, ou seja, devemos decompor os vetores  $\hat{k}$  e  $\hat{h}$ .

O valor de  $\hat{h}$  é obtido pela equação:

$$\hat{h}_i = R(\Omega, \omega, i)R(\Psi)\hat{h}_p \quad (2.7)$$

Onde,

$$R(\Psi) = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\text{sen} \Psi & 0 \\ \text{sen} \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para a placa X+: 
$$\hat{h}_{X+} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como todos os valores são conhecidos, podemos obter o versor  $\hat{h}_1$  substituindo na equação (2.7). Portanto teremos:

$$\hat{h}_1 = R(\Omega, \omega, i)R(\Psi)\hat{h}_{X+}$$

Deve ser feito analogamente para as placas X-, Y+, Y-, Z+ e Z-.

Para a placa solar os versores  $\hat{h}_{SA+}$  e  $\hat{h}_{SA-}$ , são dados em função do ângulo de arfagem  $\Phi$ :

$$\hat{h}_{SA+} = \begin{bmatrix} \cos \Phi \\ 0 \\ -\text{sen} \Phi \end{bmatrix} \quad \hat{h}_{SA-} = \begin{bmatrix} -\cos \Phi \\ 0 \\ \text{sen} \Phi \end{bmatrix}$$

O versor  $\hat{k}$  é obtido segundo a equação (2.8):

$$\hat{s} = \frac{\vec{P}_{oin} - \vec{P}}{|\vec{P}_{oin} - \vec{P}|} \quad (2.8)$$

Sendo que os vetores posição do Sol ( $\vec{P}_{oin}$ ) e posição do satélite ( $\vec{P}$ ) são conhecidos.

As características ópticas e térmicas das placas são dadas segundo a tabela (2.3).

Tabela (2.3)-Características ópticas e térmicas das placas.  
Fonte: Marshall and Luthcke(1994)

	X+	X-	Y+	Y-	Z+	Z-	SA+	SA-
Área	3,74	3,77	8,27	8,07	8,67	8,44	21,4	21,44
Reflexão Especular	0,201	0,244	0,886	0,782	0,239	0,275	0,05	0,17
Reflexão Difusa	0,375	0,386	0,302	0,339	0,39	0,363	0,22	0,66

O termo  $\cos\theta$  da equação (2.1) é dado por:

$$\cos\theta_i = \vec{h}_i \cdot \hat{s} \quad (2.9)$$

A partir de tudo que foi mostrado, temos dados suficientes para calcular a força de pressão de radiação solar que atua no satélite TOPEX/Poseidon. Substituindo os valores para cada placa na equação (2.10) podemos obter as forças.

A força em cada placa é dada por:

$$\vec{F}_i = \frac{GA_i \cos\theta}{c} [2(\delta_i / 3 + \rho_i \cos\theta_i) \vec{h}_i + (1 - \rho_i) \hat{s}] \quad (2.10)$$

Utilizando essa equação para todas as placas, temos a força total atuando no centro de massa do satélite:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^8 \vec{F}_i \quad (2.11)$$

### 3 Implementação Computacional

A implementação computacional se deu por meio de 4 subrotinas para facilitar o trabalho. Cada uma delas fica responsável por calcular uma parte da modelagem. Há ainda uma outra subrotina onde é executado todo o programa. O implementação foi feita utilizando o programa MatLab.

### **1ª Rotina – Obtenção de $\mathcal{F}$ e $\mathcal{F}_{oin}$ .**

Atribuindo valores a  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $i$  e  $f$ , e fixando valores do vetor posição do sol  $\mathcal{F}_{oin}$  obtemos através da equação (2.2) e (2.3) o vetor posição do satélite  $\mathcal{F}$ .

### **2ª Rotina - Cálculo de $\alpha'$ , $\beta'$ e $\Omega^*$ .**

Substituindo os valores calculados na 1ª rotina em (2.4) encontramos os valores de  $\alpha'$  e  $\beta'$ . A partir disso é possível encontrar o valor de  $\Omega^*$  substituindo  $\alpha'$  em (2.5).

### **3ª Rotina – Cálculo de $\Psi$ e $\Phi$ .**

Utilizando o valor de  $\beta'$  e  $\Omega^*$ , encontrado na 1ª rotina, e a partir da tabela (2.1) encontramos o valor de  $\Psi$ .

Substituindo  $\beta'$ ,  $\Omega^*$  e  $\Psi$  na equação (2.6), encontramos o ângulo de arfagem  $\Phi$ .

### **4ª Rotina – Cálculo da força que age no satélite.**

Através da tabela (2.2) e da equação (2.7), encontramos o versor normal  $\mathcal{h}$  de cada placa do satélite.

Utilizando a equação (2.8), encontramos o versor de incidência do sol  $\mathcal{I}$ .

A partir da tabela (2.3) e da equação (2.9) substituindo em (2.10) para cada placa, temos a força atuante em cada placa. Usando (2.11) obtemos a força que age no centro de massa do satélite devido à pressão de radiação.

### **5º Programa principal**

Para reunir todos os cálculos das rotinas foi feito um programa. Esse programa é responsável por inserir em cada rotina o cálculo da rotina anterior, e por fim através da força obtida, obter a aceleração realizada pelo satélite.

## 4 Simulações e Testes

Os testes foram realizados seguindo os parâmetros adotados em Antreasian and Rosborough (1992), para que pudesse haver comparação de resultados.

Todos os resultados foram obtidos utilizando o *software* MatLab. O período considerado nos testes foi de somente uma órbita. Foi posicionado o Sol nas quatro estações do ano para verificar se a posição do Sol tem influência com os parâmetros adotados. Foram gerados gráficos para saber como varia a aceleração em um período orbital.

Parâmetros adotados para a órbita:

Tabela 4.1 – Parâmetros orbitais

Inclinação	i	66°
Excentricidade	e	0.0
Semi-eixo maior	a	7714 km
Altitude	h	1336000 km
Argumento do Perigeu	$\omega$	90°

Constantes adotadas nas simulações:

Tabela 4.2 – Constantes.

Velocidade da Luz	c	299.792.458m/s
Constante solar	G	1367,7 W/m <sup>2</sup>
Raio da Terra	R <sub>s</sub>	6.378.137 m
Massa do Satélite	m <sub>s</sub>	2.500 Kg

No trabalho publicado por Antreasian and Rosborough (1992), o ângulo entre o Sol e o plano da órbita  $\beta'$  foi considerado 40°. Para efeitos comparativos que se fixou  $\beta' = 40^\circ$ , uma vez que o artigo publicado em 1992 (Antreasian and Rosborough) utilizou esse mesmo parâmetro. Dessa forma é possível saber se é válido o algoritmo criado. O nodo ascendente ( $\Omega$ ) é um valor arbitrário e nos casos seguintes utilizou-se  $\Omega = 180^\circ$ .

## 4.1 Sol na Primavera

O gráfico 4.1.1 é obtido posicionando o Sol na Primavera. Comparando o gráfico 4.1.1 com o gráfico 4.1.2 vemos que a curva obtida por este modelo aproxima muito da curva do trabalho publicado por Antreasian and Rosborough (1992). O modelo de Antreasian and Rosborough (1992) considera o período em que a luz solar não incide no satélite. Esse período onde a aceleração do satélite devido à pressão de radiação é zero se deve ao fato de o satélite se encontrar “atrás” da Terra, ou seja, a luz que incidiria no satélite é interrompida por a Terra entrar na frente do satélite em relação ao Sol. No modelo deste trabalho esse período de incidência nula de luz é desconsiderado. O vetor de posição solar considerado para a primavera é igual a  $\vec{P}_{oin} = [149.6 \times 10^9; 0; 0]$  em [m].

Gráfico 4.1.1 – Aceleração x Ângulo da órbita – Simulação da Primavera.

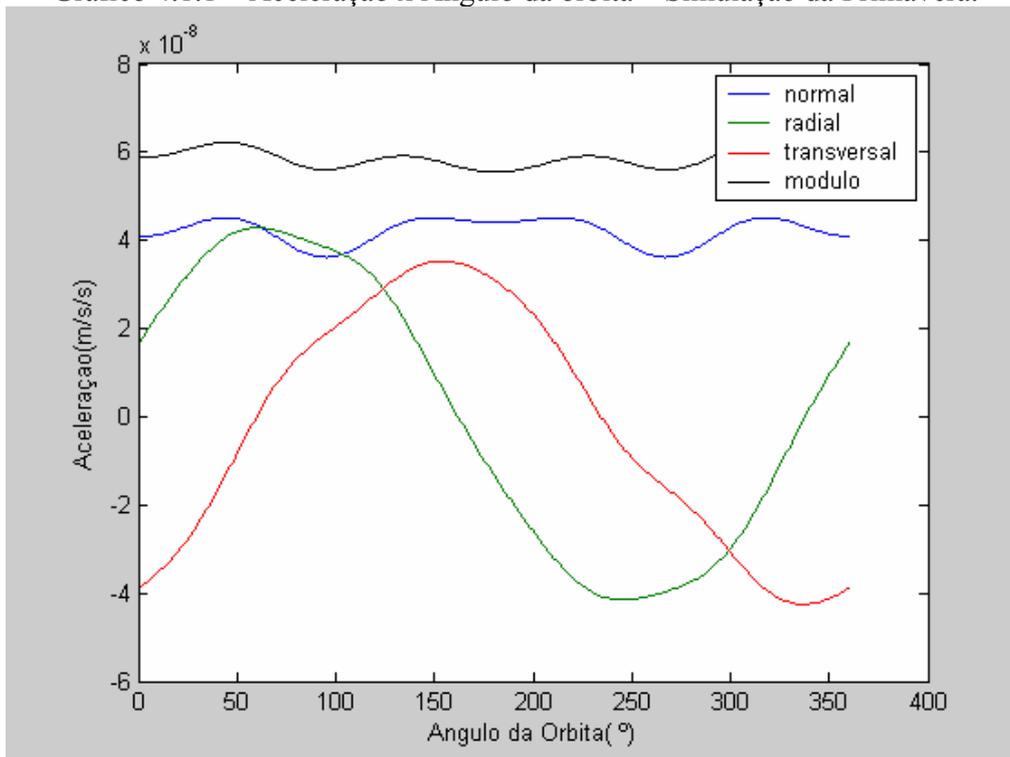
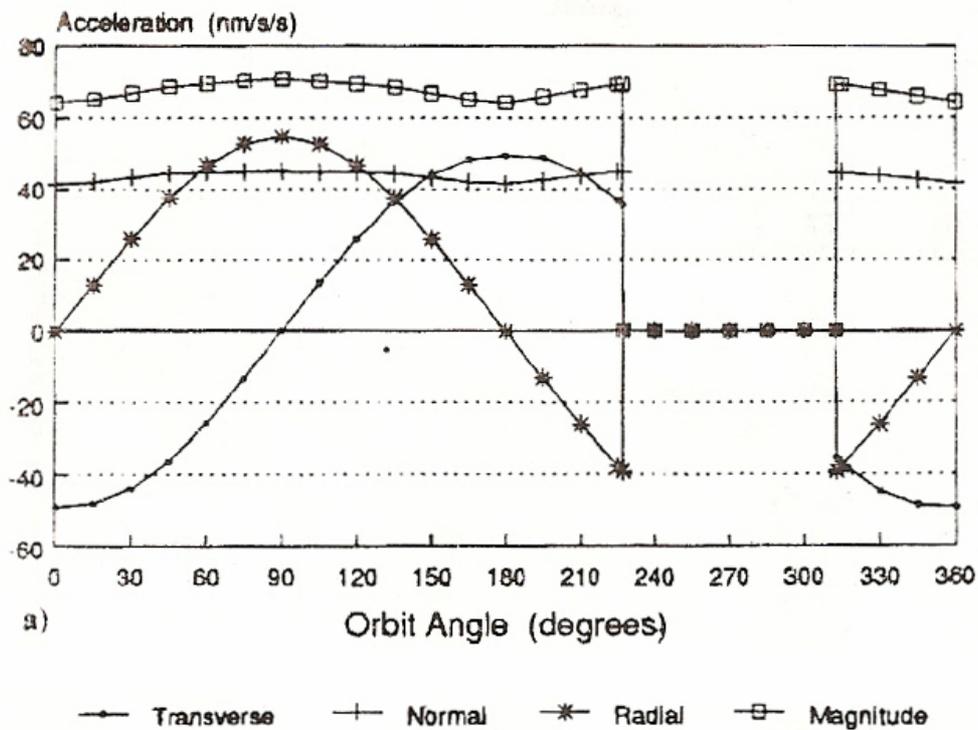


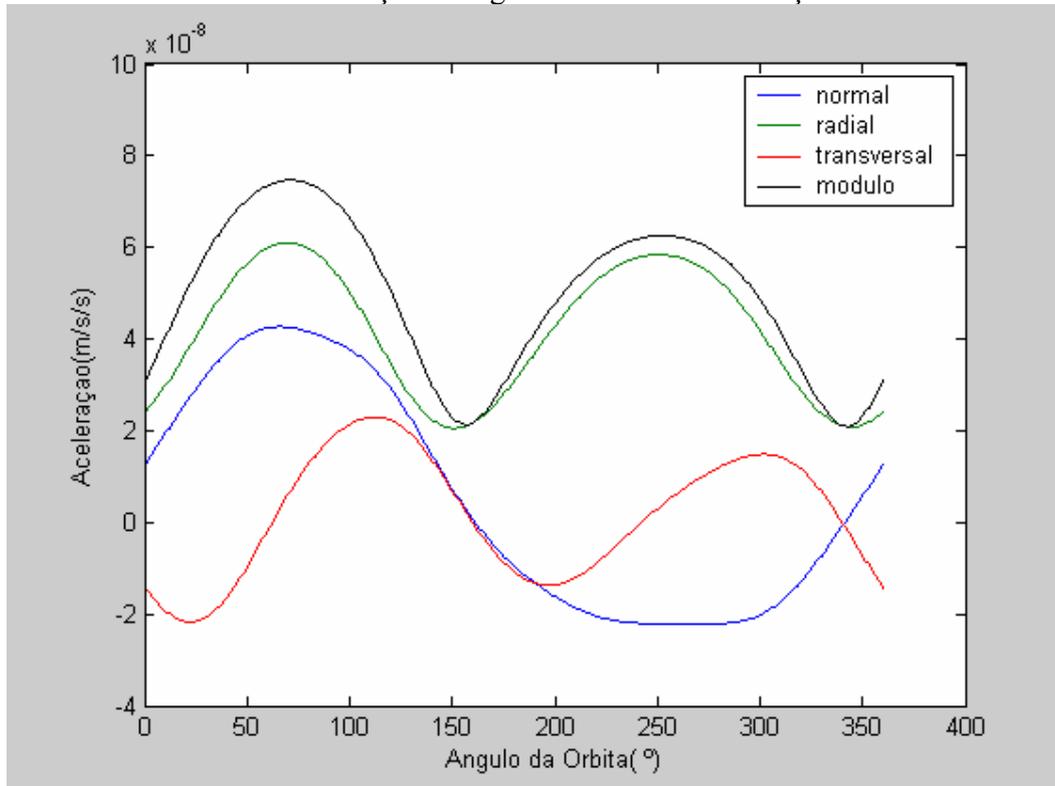
Gráfico 4.1.2 - Aceleração x Ângulo da órbita – Simulando o Sol na Primavera. Fonte Antreasian and Rosborough (1992).



#### 4.2 Sol no Verão.

O gráfico 4.2 mostra as componentes e o módulo da aceleração para a posição do Sol fixada no Verão. O vetor para a posição solar considerado para o verão é igual a  $\vec{F}_{oin}^p = [0; 149.6 \times 10^9 \cdot \cos(23^\circ); 0]$  em [m].

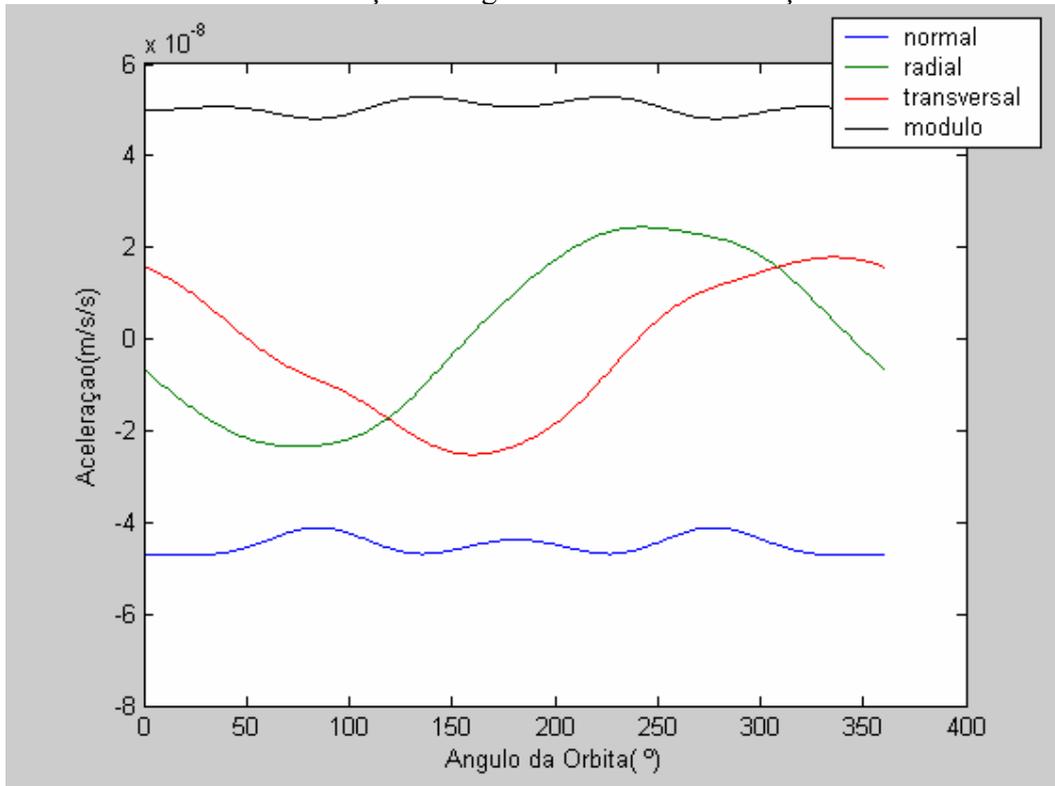
Gráfico 4.2 – Aceleração x Ângulo da Órbita – Simulação do Verão.



### 4.3 Sol no Outono

O gráfico 4.3 ilustra as componentes da aceleração para a posição do Sol no Outono. O vetor considerado para a posição solar fixada no Outono é igual  $\vec{r}_{oin}^p = [-149.6 \times 10^9; 0; 0]$  em [m].

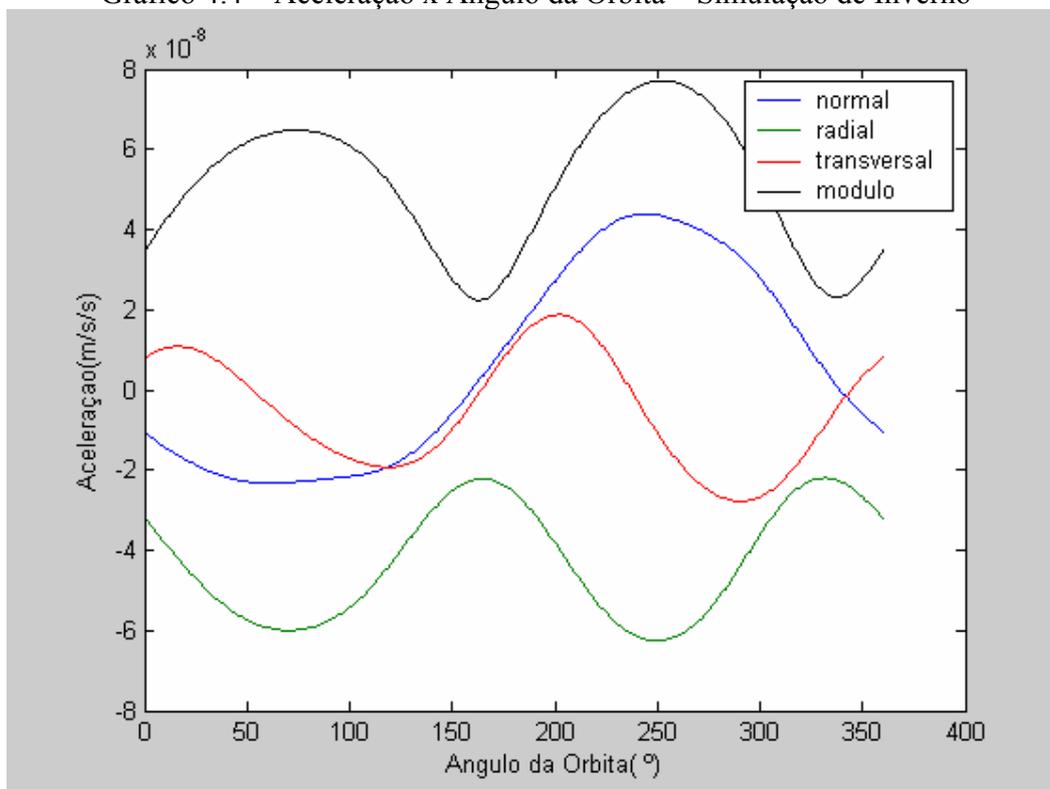
Gráfico 4.3 – Aceleração x Ângulo da Órbita – Simulação do Outono.



#### 4.4 Sol no Inverno

O gráfico 4.4 mostra as componentes da aceleração para a posição do Sol no Inverno. O vetor considerado foi o  $\vec{P}_{oin} = [0; -149.6 \times 10^9 \cdot \cos(-23^\circ); 149.6 \times 10^9 \cdot \sin(23^\circ)]$  em [m].

Gráfico 4.4 – Aceleração x Ângulo da Órbita – Simulação de Inverno



#### 4.5 Resultados das simulações

Os gráficos obtidos refletem a aceleração que o satélite realiza em cada época do ano. Essa aceleração pode fazer com que o satélite tenha de sofrer uma correção em sua órbita ao longo do tempo em que está operando. A tabela 4.5 mostra os valores de aceleração máximo e mínimo em cada simulação.

Tabela 4.5 – Acelerações máxima e mínima para as estações do ano.

<b>Estação do Ano</b>	<b>Aceleração Máxima (Módulo)[<math>nm/s^2</math>]</b>	<b>Aceleração Mínima (Módulo)[<math>nm/s^2</math>]</b>
Primavera	65	52
Verão	75	25
Outono	53	48
Inverno	78	23

No caso do TOPEX/Poseidon, é muito importante conhecer essas acelerações, uma vez que a maior força atuante, que não a gravitacional, é a força de pressão de radiação solar.

## **5 Conclusões Finais**

Este trabalho que tem como objetivo desenvolver um modelo computacional para calcular as forças devido à pressão de radiação solar atuando no satélite TOPEX/Poseidon. O modelo criado cumpriu com os objetivos e obteve-se a força no centro de massas do satélite e consequentemente a aceleração.

Como o satélite TOPEX/Poseidon não pode sofrer um desvio maior que 13 cm na direção radial sobre o período de 10 dias, é muito importante detalhar com precisão as forças atuantes. E como a força devido à pressão de radiação solar é a maior força atuante nesse satélite que não a gravitacional, esse estudo é de grande importância para esse satélite.

Embora o modelo criado seja específico para o satélite T/P, pode-se utilizar essa modelagem para outros satélites realizando-se pequenas modificações no presente modelo.

Foram consideradas somente as forças de pressão de radiação solar direta, não considerando radiações albedo e infravermelho. Não foi considerado o período em que a Terra interrompe a incidência de luz solar no satélite.

Para cada época do ano a aceleração que o satélite é submetido devido à pressão de radiação tem características diferentes.

## 6 Referências Bibliográficas

Marshall, J. A., Antreasian, P.G., Rosborough, Putney, B.H., “Modeling Radiation Forces Acting on Satellites for Precision Orbit Determination,” *Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, (Durango,CO), AAS Paper 91-357, Aug.1991.

Artesian, P.G., and Rosborough, G.W., ”Prediction of Radiant Energy Forces on the TOPEX/POSEIDON Spacecraft,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 29, No. 1,1992, pp. 81-90.

Marshall, J. A. and Luthcket, S. B., “Modelling Radiation Forces on TOPEX/Poseidon for Precision Orbit Determination,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol 31, No. 1, January-February, 1994.

El’y Asberg, P.E., “Introduction to the Theory of Flight of Artificial Earth Satellites”, *Mechanics of space Flight*. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem 1967.

Dian, G. H, Relatório Final, Modelo de Pressão de Radiação Solar Para o Satélite TOPEX/Poseidon, 2005.