

## EMPACOTAMENTOS DE CÍRCULOS

Ceila Galvão de Oliveira Torres (Bolsista PIBIC/CNPq)

Aluna da Universidade de Taubaté-UNITAU

Orientador: Dr. Horácio Hideki Yanasse, Pesquisador Titular, LAC - INPE

Nosso objetivo neste trabalho foi desenvolver um programa para inserir círculos de dimensões conhecidas e quantidades variadas dentro de um retângulo de dimensões também conhecidas, sem que haja sobreposições ou se ultrapasse a área total do retângulo. Percebam que o problema de empacotamento pode ser pensado como um problema de corte e vice-versa, pois a parte do material que será cortado para a produção de um item, pode ser identificada como o espaço ocupado por este.

O método desenvolvido tenta inserir os círculos no retângulo utilizando 2 operações básicas:

1 ) Selecionando qual o próximo círculo a inserir no retângulo e 2 ) definindo em que local no retângulo inserir este círculo.

Para a primeira operação optamos pelas seguintes possibilidades:

- escolha do círculo a inserir de forma aleatória
- escolha em ordem não-crescente (do maior para o menor), pois círculos de maior raio tendem a ocupar um espaço maior e portanto devemos tentar encaixá-los primeiro, quando os espaços vazios são maiores.

Para a segunda operação optamos pelas seguintes estratégias:

- preenchimento pelas bordas
- preencher de modo que o círculo fique o mais distante possível do centro do retângulo (em caso de empate: escolha aleatória)
- posicionar o círculo de modo que ele tenha no mínimo 2 pontos de apoio, para tentar aumentar as chances das peças se encaixarem o melhor possível.

Para melhor ilustrar a operação de inserção de círculos, considere a figura a seguir.

O método pesquisa a maior distância do centro do retângulo; no primeiro instante a distância encontrada é na diagonal, portanto os quatro primeiros círculos são inseridos nos cantos. Novamente a pesquisa da maior distância é feita (representada pelos círculos pontilhados) e o círculo inserido (representado pelo círculo em cinza). Este procedimento é repetido até que todos os círculos sejam inseridos no retângulo.

● Centro do retângulo

— Distâncias do retângulo

**Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**

## **Relatório Parcial**

*Ceila Galvão de Oliveira Torres*

Empacotamento de Círculos

Orientador: *Horacio Hideki Yanasse*

Período: 01/08/1999 a 29/02/2000

Iniciação Científica desenvolvida junto ao Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada  
(LAC)  
com bolsa do  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

Fevereiro de 2000

## **Sumário**

1. Introdução.....	2
2. Descrição das Atividades.....	3
2.1- Descrição dos Estudos.....	3
2.2- Algoritmo.....	5
3. Próximas Realizações.....	7
4. Conclusões.....	7
5. Referências Bibliográficas.....	7

## **Relatório Parcial de Atividades**

### **1. Introdução**

O problema focalizado é o empacotamento de círculos. Este problema, encontrado em alguns sistemas produtivos, consiste no seguinte: dados círculos de dimensões conhecidas e quantidades variadas, determinar como eles devem ser inseridos em retângulos de dimensões também conhecidas, de forma que não haja sobreposições e o número de retângulos utilizado seja o menor possível.

## **2. Descrição das Atividades**

Nos últimos 6 meses, continuamos os estudos e pesquisas sobre trabalhos relacionados ao tema e começamos a desenvolver algumas idéias para implementação de um método de solução para o problema proposto.

### **2.1 Descrição dos Estudos**

Vários artigos relacionados ao empacotamento de círculos foram estudados: Sarin (1983a, 1983b), Stoyan e Yaskov (1998), Correia, Oliveira e Ferreira (1999) e George, George e Lamar (1995).

Em Sarin (1983a, 1983b) é apresentado um método que constrói uma solução a partir da combinação de 2 ou 3 tipos de discos. O método pode ser aplicado também a objetos irregulares e apresentou bons resultados num tempo computacional razoável.

Stoyan e Yaskov (1998), utilizam idéia similar, considerando tanto retângulos quanto círculos numa região retangular. O método entretanto combina os objetos nas “fronteiras” da região retangular.

No trabalho de Correia, Oliveira e Ferreira (1999) são apresentados dois métodos. No primeiro, considera-se um número pré-definido de círculos que são randomicamente

posicionados e inseridos no retângulo e ajustados de forma a minimizar o espaço entre os círculos. No segundo, é permitido a variação do número de círculos, ou seja, o número de círculos não é fixo e o algoritmo tenta incluir um maior número possível de círculos, ajustando-os de modo a minimizar os espaços entre os círculos sem sobreposições. Os autores compararam os dois métodos e perceberam que o tempo para execução do primeiro algoritmo é maior do que o do segundo, mas seus resultados foram considerados mais robustos. O segundo algoritmo, apesar de mais rápido, apresenta algumas falhas de sobreposição dos círculos, necessitando de um processo de otimização para garantir bons resultados.

George, George e Lamar (1995) consideram restrições de estabilidade no empacotamento dos círculos. Uma solução é considerada estável se toca o fundo do retângulo ou se toca o lado esquerdo e/ou direito do retângulo e repousa sobre um outro círculo tão grande quanto ele, ou repousa sobre dois outros círculos. Diversas heurísticas são sugeridas que fornecem uma solução (aproximada) para o problema. Estas heurísticas são baseadas em algumas regras de construção das soluções. Resultados computacionais comparando as diversas heurísticas são apresentados.

No período também estudou-se a linguagem C++ e o paradigma da programação orientada a objetos, para fins de implementação do algoritmo sendo desenvolvido.

## 2.2 Algoritmo

Os trabalhos de Correia, Oliveira e Ferreira (1999) e George, George e Lamar (1995) despertaram o nosso interesse e a partir deles, estabelecemos as seguintes regras para a heurística que será implementada no próximo período:

a). ordenar os círculos do maior para o menor

Baseia-se no método padrão first-fit-decreasing (FFD), ou seja, os círculos de maior raio ocupam um espaço maior e, portanto, devemos tentar encaixá-los antes, pois deixando-os para depois perderíamos eficiência, uma vez que eles não caberiam nos espaços vazios disponíveis, necessitando de um novo retângulo para ser inserido e, com isso, utilizando uma quantidade maior de retângulos para que todos os círculos existentes no problema sejam empacotados.

b). empacotar os círculos de maior raio nos “cantos” do retângulo

Intuitivamente podemos perceber que ao colocarmos um círculo grande no meio do retângulo, este poderia fechar a passagem para os próximos círculos e os espaços vagos seriam ainda maiores, então, para um maior aproveitamento do espaço devemos inserí-los nos cantos e os círculos menores podem ser inseridos a sua volta.

c). começar a empacotar os círculos perto dos lados e “cantos” do retângulo

Os algoritmos de empacotamento que geralmente iniciam de algum canto, apresentaram melhores resultados. Esta regra complementa a anterior de encostar os círculos nas

“paredes”; temos uma maior flexibilidade na região central, e esta regra tende a deixar mais espaço para os próximos círculos.

d). empacotar círculos de mesmo diâmetro juntos

Sabe-se que esse é o padrão mais eficiente para empacotamento de círculos de mesmo tamanho. Círculos de mesmo tamanho tendem a se encaixar melhor deixando pouco espaço entre os mesmos.

e). Manter configurações estáveis dos círculos

Essa regra restringe-se a produções de soluções estáveis.

f). seleção da posição do círculo de forma randômica

Essa regra restringe-se a produções de soluções estáveis também. Fornece um mecanismo preventivo do algoritmo não convergir prematuramente para uma solução não muito boa (subótima).

Consideramos que estas regras fornecerão condições para a obtenção de boas soluções para o problema. Depois de inseridos todos os círculos pretendemos fazer ainda algumas perturbações, ou seja, mover os círculos inseridos de alguma forma tentando encaixá-los ainda melhor de modo a conseguir mais algum espaço para a inserção de mais círculos. Isso pode ser feito tentando juntar os círculos já inseridos ao centro do retângulo ou movê-los para os lados e para baixo.

Um esqueleto contendo as principais diretrizes a serem seguidas para implementação final em linguagem de programação já foi preparado.

### **3. Próximas Realizações**

Pretendemos nos próximos meses implementar um algoritmo baseado nas regras já definidas e realizar testes de eficiência e de tempo de execução. Outras regras poderão também ser introduzidas e testadas.

### **4. Conclusões**

O problema de inserir formas circulares em uma região retangular ter um nível de dificuldade de resolução bastante elevado. Com a implementação a ser realizada e os testes computacionais a serem efetuados pretendemos verificar a qualidade do método sendo proposto neste trabalho.

### **5. Referências Bibliográficas**

George, J.A.; George, J.M.; Lamar, B.W. “Packing Different – Sized Circles into a Rectangular Container”. European Journal of Operational Research, 84: 693-712 Aug 3 1995.

Correia, M.H.; Oliveira, J.F.; Ferreira, J.S. “Cylinder packing by simulated annealing”. Relatório de Pesquisa, submetido para publicação, 1999.

Sarin. S.C. “The Mixed Disc Packing Problem, Part I: Some Bounds on Density”. IEEE Trans. 15, 37-45 1983a.

Sarin. S.C. “The Mixed Disc Packing Problem, Part II: An Interactive Optimization Procedure”. IEEE Trans. 15, 91-98 1983b.

**Ceila Galvão de Oliveira Torres**  
**Aluna da Universidade de Taubaté – bolsista PIBIC/CNPq**  
**Orientador: Horácio Hideki Yanasse – pesquisador titular/LAC**  
**Período de agosto de 1999 à fevereiro de 2000**

Stoyan, Yu.; Yaskov, G.N. “Mathematical Model and Solution Method of Optimization Problem of Placement of Rectangles and Circles Taking into Account Special Constraints”. IFORS'1998. Elsevier.

Stroustrup, B. The C++ Programming Language, 2<sup>nd</sup> edition, Addison-Wesley, 1995

Rangel, R. Programação Orientada a Objetos com Borland C++ para Windows, 1998.