



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

UMA ANÁLISE DO MODELO DE KLOBUCHAR PARA AVALIAÇÃO DE ERROS IONOSFÉRICOS

Jeferson Rodrigues Silva

Relatório de Iniciação Científica do
programa PIBITI, orientado pelo Dr.
Adriano Petry.

INPE
Santa Maria
2020



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

UMA ANÁLISE DO MODELO DE KLOBUCHAR PARA AVALIAÇÃO DE ERROS IONOSFÉRICOS

Jeferson Rodrigues Silva

Relatório de Iniciação Científica do
programa PIBITI, orientado pelo Dr.
Adriano Petry.

INPE
Santa Maria
2020

RESUMO

Um dos principais fatores que limitam a precisão do posicionamento a partir de receptores GPS de frequência simples é o erro ocasionado pela camada ionosférica durante a transição do sinal. Esse erro é proporcional ao TEC (Conteúdo Total de Elétrons) presente na camada ionosférica e inversamente proporcional ao quadrado da frequência do sinal. No sentido de diminuir esses erros foram criados alguns modelos matemáticos, como por exemplo os modelos IGS, NeQuick e SUPIM-DAVS. O modelo mais conhecido e conseqüentemente o mais utilizado é o de Klobuchar que possui uma correção entre 50 a 60% do erro ionosférico. Nesse modelo é utilizado um conjunto de equações que a partir de oito coeficientes, que são obtidos no cabeçalho dos arquivos de navegação do sistema GPS, nos entregam os valores corrigidos para o tempo de atraso devido a camada ionosférica presente. Nas equações, calculamos os valores para o ângulo formado a partir do geocentro entre o receptor e o ponto ionosférico, latitude sub-ionosférica, longitude sub-ionosférica, latitude geomagnética, tempo local, fator slant e finalmente o atraso ionosférico na frequência L1. Embora esse seja um modelo criado para sinais de frequência simples, sua utilização é possível em sistemas com frequência dupla, a partir da multiplicação da resultante do atraso ionosférico pela constante 1,65 na segunda frequência do sinal (L2). A implementação do algoritmo se deu pela necessidade de obter um software próprio com código totalmente conhecido e com nível de precisão apurado para o cálculo das correções ionosféricas utilizando o modelo de Klobuchar. Para um trabalho futuro planeja-se otimizar o software a fim de torná-lo uma ferramenta de comparação com outros softwares de mesmo fim, garantindo assim maior acurácia dos dados obtidos nas simulações realizadas.

Palavras-chave: GNSS. GPS. Correção. Ionosférica. Klobuchar. INPE. Python.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 2.2 – Representação esquemática da atmosfera terrestre em condições ideais.....	3
Figura 2.2 – Representação da constelação de Satélites GPS.....	4
Figura 2.4 – Representação da ionosfera a partir das mensagens recebidas. ..	7
Figura 2.4 – Resultados obtidos pelo algoritmo implementado em Python.....	10

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
GNSS	Sistema Global de Navegação Por Satélite
GPS	Sistema de Posicionamento Global
SPS	Serviço de Posicionamento Padrão
PPS	Serviço de Posicionamento de Precisão
TEC	Conteúdo Total de Elétrons
IGS	Serviço Internacional de GNSS
TECU	Unidades de TEC
VTEC	TEC Vertical
NAVSTAR – GPS	Satélite de Navegação com Tempo e Variação - Sistema de Posicionamento Global

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS GERAIS	2
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
2 REFERENCIAL TEÓRICO	3
2.1 IONOSFERA.....	3
2.2 GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL	4
2.3 CORREÇÕES IONOSFÉRICAS.....	6
2.4 MODELO IONOSFÉRICO DE KLOBUCHAR.....	6
2.4.1 Algoritmo de Klobuchar	7
3 MATERIAIS E MÉTODOS	9
4 ANÁLISE E RESULTADOS	10
5 CONCLUSÃO	10
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	12
APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO EM PYTHON PARA AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE KLOBUCHAR.....	13

1 INTRODUÇÃO

O Sistema de Navegação Global por Satélite (GNSS) é o conjunto de sistemas que permite que equipamentos forneçam através da indicação de coordenadas, a localização de um determinado ponto na superfície terrestre. Dentro eles estão os satélites GPS (Global Positioning System) que são os mais conhecidos e mais utilizados dentre os satélites que compõem o conjunto. O GPS foi desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América no ano de 1985 e inicialmente era chamado de NAVSTAR Global Position System (NAVSTAR - GPS).

Atualmente existem dois tipos de serviços operantes de satélites GPS. O primeiro é o Standard Positioning Service (SPS) ou Serviço de Posicionamento Padrão, ele é oferecido de maneira gratuita para usuários do mundo inteiro e tem nível de confiança de 95%. O segundo é o Precise Positioning Service (PPS) ou Serviço de Posicionamento Preciso, esse sistema tem resultados ainda mais precisos que o SPS. A principal diferença entre os sistemas é a quantidade de frequências de sinal processada pelos receptores, no modelo padrão temos o processamento de apenas um sinal de frequência (L1), já no segundo modelo temos o processamento de um sinal de frequência a mais (L1 e L2), no entanto os receptores com dupla frequência são reservados para uso militar e cidadãos autorizados o que acarreta em um custo elevado de serviço, sendo assim o SPS é mais popular dentre a vasta quantia de utilizadores do serviço.

A maior fonte de erro em receptores GPS de frequência simples é o erro causado pela refração ionosférica (CAMARGO, 1999) que é proporcional ao conteúdo total de elétrons (TEC – Total Electron Content) que estão presentes nessa camada. O TEC é influenciado por diversos fatores como o ciclo solar, a época do ano, a hora, e localização geográfica, entre outros fatores. Os receptores GPS de dupla frequência utilizam a técnica de combinação linear livre (ion-free) de suas frequências L1 e L2 para corrigir o atraso de propagação em até 99% dos efeitos ionosféricos relacionados ao TEC. Os receptores de frequência simples precisam de diferentes modelos que simulem o comportamento da ionosfera para que essa correção seja feita (HOLLWEG et al.).

1.1 OBJETIVOS GERAIS

O projeto tem como objetivo a avaliação dos métodos já conhecidos que tratem da correção do erro ionosférico em receptores GPS de frequência simples e a comparação desses com o método desenvolvido pelo INPE. No entanto, para que seja realizada uma comparação completamente livre de erros é necessário que verificações sejam realizadas em cada modelo disponível para que o resultado final não seja afetado com eventuais erros de algoritmos.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

O objetivo deste trabalho é implementar um algoritmo capaz de comprovar a teoria de Klobuchar para a correção de erros ionosféricos. A partir desse estado, novas implementações e melhorias deverão ser feitas a fim de obter uma ferramenta com altos níveis de segurança e confiabilidade para a avaliação da eficácia de métodos de correções ionosféricas para usuários GPS de frequência simples.

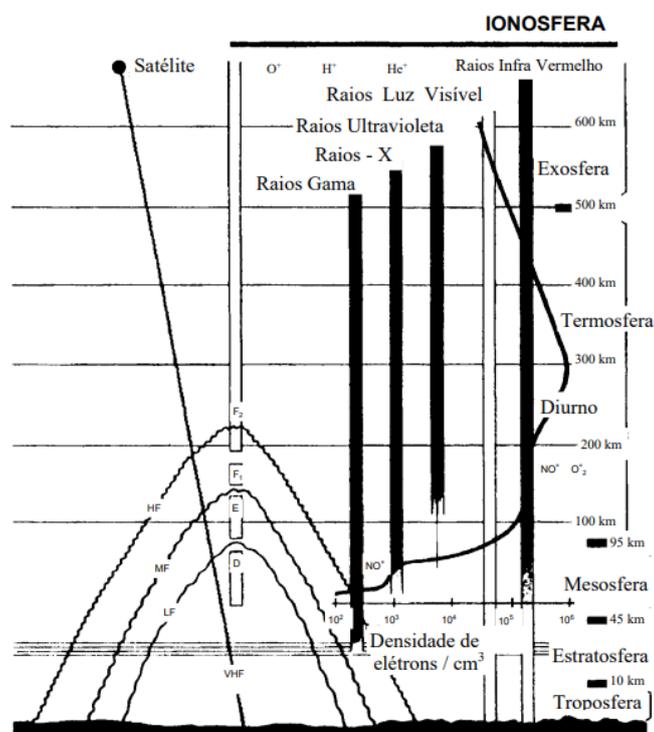
2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão apresentados os conceitos principais para a avaliação das correções ionosféricas a partir de receptores GPS de frequência simples, tais quais os métodos aplicados e o software implementado para o algoritmo de Klobuchar.

2.1 IONOSFERA

A atmosfera é uma camada de gases que tem sua estrutura e camadas subjacentes comumente divididas a partir das suas respectivas características de temperatura (Barry & Chorley, 1995). Dentre as muitas características térmicas, químicas e eletromagnéticas entre as camadas, há a separação em função da propagação de sinais, utilizada quando se trata do estudo de refração de ondas, nessa separação a camada atmosférica é dividida entre as regiões com presença de partículas ionizadas (Ionosfera) ou neutras (Troposfera + Estratosfera).

Figura 2.2 – Representação esquemática da atmosfera terrestre em condições ideais.



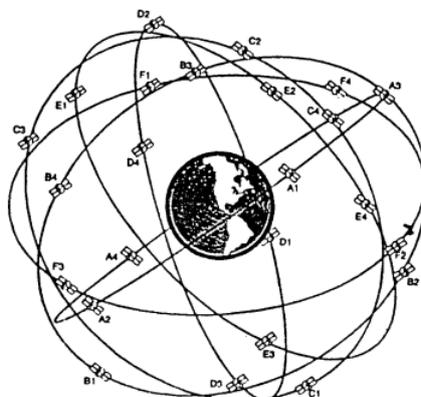
Fonte: MATSUOKA (2003).

A ionosfera é dividida internamente em camadas e subcamadas, essa divisão é dada pela altura e pela densidade de elétrons livres. A camada mais baixa D situa-se entre 65 e 90 km de altitude e tem formação junto ao nascer do sol, atinge seu ápice ao meio dia e desaparece pela durante a noite (BISPO, 2000). A camada seguinte E fica situada entre 90 e 140 km e sua intensidade varia de acordo com o ângulo zenital do sol, tem seu ápice também ao meio dia e diminui ao pôr do Sol. A camada F esta compreendida entre 140 e 1000 km e durante o dia se divide em duas subcamadas F1 e F2 (WEBSTER, 1993), essa camada apresenta maior estabilidade devido a recombinação lenta de elétrons nessa região, fazendo com que a mesma não seja tão suscetível a mudanças ocasionadas pela radiação solar no decorrer do dia e mantendo sua eficiência no período noturno.

2.2 GPS – SISTEMA DE POSICIONAMENTO GLOBAL

O GPS ou NAVigation Satellite with Time And Ranging (NAVSTAR-GPS), é um sistema de navegação por satélite desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América – DoD (Department of Defense), com o intuito de ser a principal ferramenta de navegação das forças armadas americanas, foi declarado oficialmente operacional no ano de 1995. Em sua composição há um total de 24 satélites orbitando a terra e estações espalhadas pelo globo terrestre (JUNIOR, 2019).

Figura 2.2 – Representação da constelação de Satélites GPS



Fonte: MIGUENS (2000).

O sistema permite que usuários, em qualquer lugar da superfície terrestre tenham disponíveis pelo menos quatro satélites para que suas informações posicionais sejam identificadas e sua utilização pode ser feita mediante a quaisquer condições climáticas. O princípio básico de funcionamento do GPS é dado pela medida da distância entre o usuário e os quatro satélites dentro de um sistema de referência adequado. A razão para o uso de quatro satélites é a falta de sincronismo entre os relógios dos satélites em si, e do usuário, caso contrário seriam necessárias apenas três coordenadas para a completa localização do usuário.

Cada satélite GPS transmite duas ondas portadoras: L1 com frequência igual a 1575,42 MHz e comprimento de onda (λ) de 19cm; e L2 com frequência de 1227,60 MHz e comprimento de onda de 24 cm. Essas frequências são geradas simultaneamente o que permite ao usuário corrigir grande parte dos efeitos causado em razão da refração ionosférica (AMENDOLA, 2003), ambos os sinais são modulados por mensagem de navegação de 30 segundos e transmitidas a 50 bits por segundo, contendo nos seus primeiros 18 segundos, informações da efemérides para o satélite que transmite o sinal, definindo sua posição em função do tempo. Os segundos restantes contêm informações de almanaque que definem as órbitas e as condições operacionais de todos os satélites do sistema. Os receptores GPS armazenam e usam os dados das efemérides para determinar a pseudo-distância ao satélite e aos dados de almanaque como subsídio para selecionar os quatro melhores satélites para emprego na obtenção da posição em qualquer hora ou local.

O serviço de GPS é oferecido em duas frentes: o Serviço de Posicionamento Padrão (SPS) e Serviço de Posicionamento Preciso (PPS). O SPS é um serviço gratuito de posicionamento e tempo padrão que está disponível gratuitamente para uso civil, comercial, científico, dentre outros usos ao redor do globo. As especificações de performance do SPS são de 95% de nível de confiança de acordo com o Performance Analysis Reports at its National Satellite Test Bed (NSTB). O PPS proporciona melhores resultados, no entanto, o sistema é restrito ao uso militar e a usuários autorizados.

Os sinais L1 e L2 são modulados ainda por duas sequências binárias adicionais, o código C/A (coarse / acquisition code), para aquisição e navegação, e o código P (precision code), para medições de precisão, após a obtenção e sincronização do sinal pelo receptor. A portadora L1 é modulada pelo código C/A e pelo código P, e a portadora L2 apenas pelo código P.

2.3 CORREÇÕES IONOSFÉRICAS

A principal fonte de erro que afetam o sistema GPS são os atrasos ionosféricos e atmosféricos, pois na passagem pela ionosfera, que é composta de partículas carregadas eletricamente, as ondas de rádio se refratam e com isso o sinal do satélite é atrasado, causando assim erros na obtenção dos dados por parte do receptor. Em receptores mais avançados com dupla frequência, a maior parte desses erros é removido, no entanto em sistemas mais simples com frequência única, existe a necessidade da aplicação de técnicas para correção desses erros.

Em sistema que empregam dupla frequência, a correção dos erros é mais simples e é feita através da técnica de combinação linear livre da atmosfera (ion-free) para estimar o conteúdo eletrônico total na camada ionosférica. Já em sistemas com apenas uma portadora de sinal, uma modelagem em duas dimensões do conteúdo total de elétrons vertical (VTEC) pode ser o suficiente para compensar a distorção sofrida pelo sinal. Muitos dispositivos GPS de frequência simples utilizam esse tipo de modelo baseada no TEC, como por exemplo o modelo de Klobuchar, NeQuick dentre outros.

2.4 MODELO IONOSFÉRICO DE KLOBUCHAR

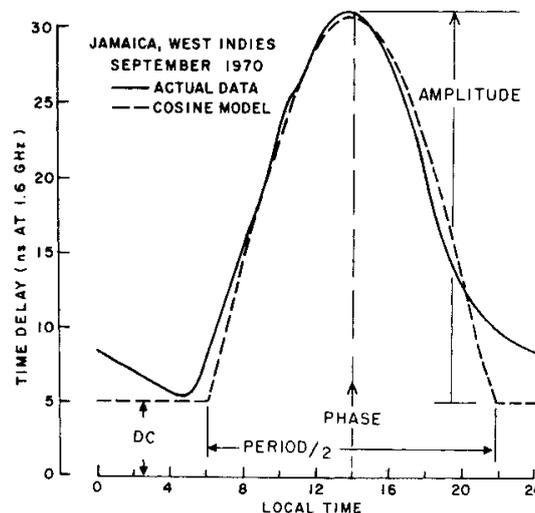
É sabido que os efeitos da ionosfera em sistemas de frequência simples podem ser modelados de acordo com o TEC. Existem vários modelos na literatura, no entanto o mais utilizado, por sua facilidade de implementação e sua eficiência dada a simplicidade algorítmica.

O modelo matemático desenvolvido por Klobuchar em 1987, também chamado de broadcast, consiste no cálculo do conteúdo total de elétrons (TEC) entre o satélite GPS e o receptor, na estimativa de erro ionosférico e na remoção de 50 a 60% do erro total causado pela ionosfera, dependendo da região de estudo. Utiliza-se para o cálculo ao todo 8 coeficientes que são transmitidos pelos satélites como parte dessas mensagens de navegação, são eles: α_n e β_n ($n = 1, 2, 3, 4$).

Para descrever a variação diurna da ionosfera o modelo utiliza-se da função cosseno com amplitude máxima as 14:00 horas locais. O cálculo da amplitude e período são feitos a partir dos dados de latitude geomagnética e dos coeficientes transmitidos pelo satélite. Para o período noturno o atraso em L1 é constante e definido como sendo igual a 5 nanossegundos, podendo assim ser convertido para unidades de TEC (TECU) ou metros (MATSUOKA; CAMARGO, 2002).

$$1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ eletrons}/m^2 \quad (2.1)$$

Figura 2.4 – Representação da ionosfera a partir das mensagens recebidas.



Fonte: Klobuchar (1987).

2.4.1 Algoritmo de Klobuchar

Para obter o atraso final na comunicação entre o satélite e receptor em L1 o usuário precisa conhecer os dados de latitude Φ_l , longitude λ_u , ângulo de

elevação E e o azimute A do satélite GPS para qual se deseja fazer os cálculos, também é necessário a obtenção dos valores de α_n e β_n que são transmitidos como parte da mensagem enviada pelo satélite (KLOBUCHAR, 1987). A sequência de cálculos é feita da seguinte maneira:

- Primeiro calcula-se o ângulo formado a partir do geocentro entre o receptor e o ponto ionosférico a partir da seguinte relação:

$$\psi = \frac{0,0137}{E + 0,11} - 0,02 \quad (2.2)$$

- A latitude do ponto ionosférico, onde esse valor está condicionado entre $-0,416 \leq \Phi_l \leq 0,416$:

$$\begin{aligned} \Phi_l &= \Phi_u + \psi \cos A \\ \Phi_l &= \begin{cases} 0,416, \text{ se } \Phi_l > 0,416 \\ -0,416, \text{ se } \Phi_l < -0,416 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.3)$$

- A longitude sub-ionosférica:

$$\lambda_l = \lambda_u + \frac{\psi \operatorname{sen} A}{\cos \Phi_l} \quad (2.4)$$

- Latitude geomagnética:

$$\Phi_m = \Phi_l + 0,064 \cos(\lambda_l - 1,617) \quad (2.5)$$

- Tempo local do ponto ionosférico para a época de observação:

$$t = 4,32 \times 10^4 \lambda_l + \text{GPS time (sec)} \quad (2.6)$$

- O fator de inclinação (slant):

$$F = 1,0 + 16 \times (0,53 - E)^3 \quad (2.7)$$

- E por fim, o atraso ionosférico para a frequência L1 do sinal então é obtido, através de:

$$T_{IONO} = F \times [5 \times 10^{-9} + \sum_{n=0}^3 \alpha_n \Phi_m^n \times \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}\right)] \quad (2.8)$$

Onde,

$$x = \frac{2\pi(t - 50400)}{\sum_{n=0}^3 \beta_n \Phi_m^n} \quad (2.9)$$

Embora o modelo tenha sido criado para calcular o erro na frequência L1 do sinal, pode-se obter o valor para frequência L2 a partir da multiplicação da resultante do atraso ionosférico pela constante 1,65 na segunda frequência do sinal L2 (KLOBUCHAR, 1987).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Inicialmente foi feito um estudo acerca do modelo de Klobuchar e do funcionamento do sistema de monitoramento GPS em geral, para obter uma base acerca dos conhecimentos necessários para se obter as correções do erro ionosférico.

A partir do conhecimento obtido do método foi feita uma implementação, na linguagem de programação Python, do algoritmo estudado e com esse foram feitos os cálculos dos valores de correção indicados por Klobuchar em seu artigo, como método de comparação acerca da eficácia do algoritmo desenvolvido.

Os cálculos foram feitos como exemplo de uma estação situada a 40° ao Norte, 100° a Oeste, visualizando um GPS a 20° de elevação e 210° de azimute. Os coeficientes recebidos nesse exemplo foram $\alpha_1 = 3,82 \times 10E-8$; $\alpha_2 = 1,49 \times 10E-8$; $\alpha_3 = -1,79 \times 10E-7$; $\alpha_4 = 0$; $\beta_1 = 1,43 \times 10E5$; $\beta_2 = 0$; $\beta_3 = -3,28 \times 10E5$; $\beta_4 = 1,13 \times 10E5$; e o tempo é 2045 UT. O código de implementação do algoritmo pode ser visualizado no apêndice A.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

Os resultados obtidos a partir do programa foram muito próximos aos encontrados por Klobuchar em seu artigo original, assim fica evidente o fato de que maiores poderes computacionais tornaram esse algoritmo ainda mais eficiente, dado que a precisão dos cálculos que foi empregada no ano de sua escrita não era a mais sofisticada em sistemas computacionais.

Figura 2.4 – Resultados obtidos pelo algoritmo implementado em Python.

```
psi_i = 0.039959798994974885 (semicircles)
phi_i = 0.21120672630163403 (semicircles)
Lambdal = -0.5759895254783216 (semicircles)
phi_m = 0.22794758867619178 (semicircles)
time = 49817.25249933651 (seconds)
F = 2.1760248669410154
x = -0.028763869514359084
Tiono in seconds = 8.112699754095713e-08
Tiono in meters = 24.321262002963493
```

Fonte: Autor.

5 CONCLUSÃO

A implementação do algoritmo de Klobuchar é algo computacionalmente simples, no entanto o entendimento das funções que englobam os cálculos das componentes do algoritmo exige um conhecimento matemático avançado e domínio da teoria de navegação e sistemas globais de posicionamento.

Analisando o resultado obtido pode se verificar que o algoritmo retornou os resultados esperados para o cálculo do atraso ionosférico. E analisando a complexidade computacional do mesmo pode se verificar que ela é mínima, conforme previa o autor do método em sua publicação oficial. O objetivo final do projeto a curto prazo era a validação completa do modelo de Klobuchar, através do entendimento e reprodução do mesmo em termos de softwares desenvolvidos e dados para comparação de eficácia frente a outros modelos existentes de mesmo fim. Neste trabalho tivemos apenas a reprodução do algoritmo de Klobuchar na sua forma mais básica, o que serve como base para

o desenvolvimento de ferramentas mais sofisticadas utilizando o conceito presente nessa primeira versão do algoritmo. Como continuidade do trabalho, deverá ser implementado um programa com base nesse algoritmo, que faça a geração dos mapas de atraso e Conteúdo Total de Elétrons para o globo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMENDOLA, G. V. Análise do comportamento da ionosfera a partir de medidas em hf. Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 2003.
- BARRY, R. G. & CHORLEY, R. J. - 1995 - Atmosphere, Weather and Climate. Routledge, London and New York, Sixth Edition.
- BISPO, M. N., Análise do Canal Ionosférico de Rádio-Propagação na Faixa de HF. Dissertação de Mestrado, IME, Rio de Janeiro, 2000.
- CAMARGO, P. d. O. Modelo regional da ionosfera para uso em posicionamento com receptores gps de uma frequência. 1999.
- HOLLWEG, G. V. et al. Preliminary evaluation of accuracy improvement in arduino-based single-frequency gps receiver using ionosphere simulation data.
- JÚNIOR, P.T.S. Posicionamento por pontos multi-gnss: Análise dos sistemas, sinais e modelos ionosféricos. Dissertação de Mestrado, UNESP, Presidente Prudente, 2019.
- KLOBUCHAR, J. A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency gps users. IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, IEEE, n. 3, p. 325–331, 1987.
- MATSUOKA, M. T. Avaliação de funções para modelagem do efeito da refração ionosférica na propagação dos sinais gps. Dissertação de Mestrado, UNESP, Presidente Prudente, 2003.
- MATSUOKA, M. T.; CAMARGO, P. D. O. Correção ionosférica utilizando o modelo de klobuchar e o modelo regional da ionosfera: Avaliação da performance no posicionamento por ponto. 2002.
- MATSUOKA, M. T.; COLLISCHONN, C.; CAMARGO, P. D. O. Análise do desempenho do modelo global da ionosfera do igs no posicionamento por ponto durante períodos de tempestades geomagnéticas: Estudo de caso para 29-30 de outubro de 2003 na região sul do brasil. 2010.
- MIGUENS, A. P. Navegação: A Ciência e a Arte. Vol. III. Navegação eletrônica e em condições especiais. Rio de Janeiro: DHN, 2000. 1222p.il. Disponível em: http://www.mar.mil.br/dhn/bhmn/publica_manualnav3.html
- WEBSTER, I.R. A Regional Model for Prediction of Ionospheric Delay for Single Frequency Users of the Global Positioning System. University of New Brunswick, 1993.

APÊNDICE A – IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO EM PYTHON PARA AVALIAÇÃO DO MÉTODO DE KLOBUCHAR

```

1  import numpy as np
2
3  # Klobuchar parameters
4  A = 210                #azimuth
5  E = 20                #elevation angle
6  Phi_u = 40           #geographic lat
7  Lambda_u = -100      #geographic longitude
8  Time_GPS = 74700     #GPS time
9  Alpha = [3.82E-08, 1.49E-08, -1.79E-07, 0]
10 Beta = [1.43E+05, 0, -3.28E+05, 1.13E+05]
11
12 # Earth-centered angle
13 psi_i = (0.0137/ ((E/180) + 0.11)) - 0.022    #in semicircles
14 print("psi_i =", psi_i, "(semicircles)")
15
16 # Subionosphere latitude
17 phi_i = Phi_u/180 + psi_i*np.cos (A*np.pi/180)/np.pi
18 if phi_i > 0.416:
19     phi_i = 0.416
20 elif phi_i < -0.416:
21     phi_i = -0.416
22 print("phi_i =", phi_i, "(semicircles)")
23
24 # Subionosphere longitude
25 lambdal = Lambda_u/180 + psi_i*np.sin(A*np.pi/180)/np.cos(phi_i)
26 print("Lambdal =", lambdal, "(semicircles)")
27
28 # Geomagnetic latitude
29 phi_m = phi_i + 0.064*np.cos((lambdal-1.617)*np.pi)/np.pi
30 print("phi_m =", phi_m, "(semicircles)")
31
32 # Local time
33 t = 4.32E+04*lambdal + Time_GPS
34 if t > 86400:
35     t = t - 86400
36 elif t < 0:
37     t = t + 86400
38
39 print("time =", t, "(seconds)")
40
41 # Slant factor
42 F = 1.0 + 16*((0.53-E/180)**3)
43 print("F =", F)
44
45 # Compute x
46 Ai = Alpha[0] + Alpha[1] * phi_m + Alpha[2] * phi_m**2 + Alpha[3] * phi_m**3
47 Bi = Beta[0] + Beta[1] * phi_m + Beta[2] * phi_m**2 + Beta[3] * phi_m**3
48

```

```
49 x = 2*np.pi*(t-50400)/Bi
50 print("x =", x)
51
52 # Compute Tiono for L1 frequency
53
54 Tiono = F*(5E-09+Ai*(1-((x*x)/2)+((x**4)/24)))
55 print("Tiono in seconds =", Tiono)
56 print("Tiono in meters =", Tiono*299792458)
```