

ANÁLISE DA EXATIDÃO CARTOGRÁFICA DA CARTA IMAGEM "SÃO PAULO"

Antonio Maria Garcia Tommaselli
João Francisco Galera Monico
Paulo de Oliveira Camargo

Instituto de Planejamento e Estudos Ambientais
UNESP - Campus de Presidente Prudente
Departamento de Cartografia
Caixa Postal 957 - 19060 - Presidente Prudente, SP, Brasil

RESUMO

Todo produto cartográfico está sujeito a padrões de exatidão estabelecidos por lei. A carta imagem é um produto que deve atender a estas exigências no que diz respeito à exatidão planimétrica. Este trabalho tem por objetivo apresentar a metodologia para a realização do teste de exatidão cartográfica. A carta imagem "São Paulo" (folha SF-23-Y-C, escala 1:250.000), produzida através da cooperação entre o INPE e o ERIN, a partir de imagens digitais do sensor TM do satélite Landsat 5, foi testada a partir de pontos de controle extraídos das cartas 1:50.000 do IBGE. São apresentados os métodos estatísticos visando testar a tendenciosidade, a precisão da Carta-Imagem e os resultados obtidos. Estes resultados são discutidos e analisados apresentando-se algumas conclusões.

ABSTRACT

The base maps must attend the accuracy standards. The image-maps also is a product wich must satisfy such requirements, with respect to planimetric accuracy. This paper aims to present a methodology in order to do the cartographic accuracy test. "São-Paulo" image-map (SF-23-Y-C sheet, 1:250.000 scale), produced from TM digital data - Landsat 5 - by means of cooperation between INPE and ERIN, was tested using control points obtnaied from IBGE topographic maps in 1:50.000 scale. The statistical methods used to test image-map bias and precision were presented. The results are analised and discussed showing some conclusions.

1. INTRODUÇÃO

As imagens de satélite tem sido utilizadas em mapeamento temático e sistemático, devendo portanto passar por um processo de avaliação da qualidade geométrica. Em d'Alge, (1987), avaliações de imagens TM do Landsat - 5 mostraram-se compatíveis com a planimetria de cartas topográficas em escalas iguais ou menores que 1:100.000 (classe B). Tais avaliações foram conduzidas sobre CCT's.

O INPE editou no ano de 1987, juntamente com o Research Institute of Michigan, a carta-imagem de São Paulo, na escala de 1:250.000. A obtenção da carta-imagem, passa pelo processo de mosaicagem e impressão, os quais podem proporcionar erros de natureza sistemática e aleatória. Neste trabalho pretende-se fazer uma avaliação de qualidade da carta-imagem citada, onde as observações serão conduzidas sobre a própria carta. Pretende-se com isso verificar em qual classificação ela se enquadra, tomando-se como base o padrão de exatidão cartográfica definido no Decreto 89.817.

2. METODOLOGIA

2.1 SELEÇÃO DOS PONTOS DE CONTROLE

Tomando-se como base o trabalho de Merchant (1982), onde se diz que os pontos

usados como controle devem apresentar desvios padrão de 1/3 da exatidão do mapa, pôde-se concluir que o uso de pontos extraídos de cartas 1:50.000 atende aos requisitos, uma vez que de acordo com os padrões de exatidão cartográfica esta razão é de 1/5.

Selecionaram-se então as cartas editadas pelo IBGE na escala citada, correspondentes à subdivisões da folha 1:250.000. Apenas duas cartas não foram utilizadas, por não estarem a disposição na época do trabalho. Em média selecionaram-se 05 (cinco) pontos por carta, os quais eram bem definidos em ambas cartas. O total de pontos usados foi 102.

2.2 COLETA DOS DADOS

As observações foram efetuados no coordenatógrafo de Precisão Zeiss Jena, adaptado para funcionar como digitalizador vetorial. O coordenatógrafo foi conectado a uma unidade digitalizadora que converte os sinais analógicos provenientes do coordenatógrafo e os envia à unidade registradora de coordenadas (coordimetro G) que por sua vez está ligada ao microcomputador EGO PC XT por meio de uma interface serial RS 232 C. Os dados transmitidos são o código do ponto com 08 dígitos e as coordenadas de máquina do ponto ocupado. O código do ponto é dado em função das coordenadas UTM do can

23°00'	LARANJAL PAULISTA	PORTO FELIZ	SALTO	INDAIATUBA	JUNDIAÍ	23°00'
	TATUI	BOITUVA	ITU	CABREÚVA	SANTANA DE PARNAÍBA	46°30'
	SARAPUI	SALTO DE PIRAPORA	SOROCABA	SÃO ROQUE	OSASCO	SÃO PAULO
24°00'	SÃO MIGUEL ARCANJO	PILAR DO SUL	JURAPÁ	JUQUITIBA	EMBU-GUAÇU	24°00'

Fig. 01 - Posição das folhas na imagem.

to inferior esquerdo da quadrícula em que este se encontra. O primeiro dígito representa o número do ponto dentro da quadrícula, o 2º, 3º e 4º dígitos a coordenada E do canto inferior esquerdo em Km e o 5º, 6º, 7º e 8º dígitos a coordenada N do canto inferior esquerdo, também em Km.

A resolução do coordenatógrafo é de 2 µm e a precisão é cerca de 10 µm. Neste estudo, as leituras para cada ponto, incluindo os cantos de quadrícula foram realizadas em 03 séries, adotando-se o critério de rejeição de 30 µm de desvio da média.

2.3 MODELO MATEMÁTICO - TRANSFORMAÇÕES PLANAS

A aplicação de transformações planas neste caso, visa transformar as coordenadas de máquina (coordenatógrafo) para coordenadas UTM, corrigindo simultaneamente o trabalho da folha impressa. Os parâmetros da transformação escolhida poderão ser calculados em função das coordenadas dos cantos de quadrícula, que possuem valores lidos do coordenatógrafo e valores reais (UTM).

Das transformações planas, as mais adequadas para o caso são a transformação isogonal (4 parâmetros) e a transformação afim (6 parâmetros). A transformação ortogonal não modelaria possíveis dilatações ou contrações da folha base e a transformação projetiva não teria solução pelo método dos mínimos quadrados (número de observações = número de parâmetros).

2.3.1 TRANSFORMAÇÃO AFIM

A transformação afim é definida por 06 parâmetros. O modelo funcional desta transformação é dado por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \quad (01)$$

Os parâmetros envolvidos não tem significado físico mas podem ser considerados como o

agrupamento de parâmetros que modelem alguns fenômenos. Estes parâmetros, são: Duas translações, uma rotação, dois fatores de escala distintos para cada eixo coordenado, e um fator de não ortogonalidade entre os eixos. Como as observações são efetuadas sobre os 04 pontos da quadrícula, restam 02 graus de liberdade.

2.3.2 TRANSFORMAÇÃO ISOGONAL

Esta transformação é definida por 04 parâmetros e nas mesmas circunstâncias que a anterior, apresenta 04 graus de liberdade. O modelo funcional é:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \quad (02)$$

Os parâmetros acima não tem significado físico, sendo definidos também como agrupamento de outros parâmetros. Os parâmetros da transformação isogonal supõem a existência de duas translações, uma rotação e um único fator de escala.

2.4 CÁLCULO DAS COORDENADAS UTM - APLICAÇÃO DO M.M.Q

Definidos os modelos matemáticos das transformações aplica-se o método dos mínimos quadrados com o objetivo de obter uma solução única para os parâmetros e sua respectiva precisão.

Para a transformação afim serão obtidos 04 pares de equações do tipo:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i & N_i & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_i & N_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ e \\ c \\ d \\ f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_m \quad (03)$$

Estas equações correspondem aos quatro cantos de quadrícula e são do tipo:

$$V = A \cdot X_a - L_b, \quad (04)$$

que correspondem às equações lineares do método paramétrico. A solução pelo método dos mínimos quadrados será:

$$X_a = (A^T A)^{-1} A^T L_b, \quad (05)$$

supondo-se as observações de igual precisão e portanto matriz peso identidade.

Considerando-se (03) e (05) as matrizes ATA e ATLb serão dadas por:

$$A^T A = \begin{bmatrix} \sum E_i^2 & \sum E_i N_i & \sum E_i & 0 & 0 & 0 \\ \sum E_i N_i & \sum N_i^2 & \sum N_i & 0 & 0 & 0 \\ \sum E_i & \sum N_i & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum E_i^2 & \sum E_i N_i & \sum E_i \\ 0 & 0 & 0 & \sum E_i N_i & \sum N_i^2 & \sum N_i \\ 0 & 0 & 0 & \sum E_i & \sum N_i & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^T L_b = \begin{bmatrix} \sum E_i x_i \\ \sum N_i x_i \\ \sum E_i \\ \sum E_i y_i \\ \sum E_i y_i \\ \sum Y_i \end{bmatrix} \quad X_a = \begin{bmatrix} a \\ b \\ e \\ c \\ d \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{a1} \\ \dots \\ X_{a2} \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} N & \cdot & \emptyset \\ \dots & \dots & \dots \\ \emptyset & \cdot & N \end{bmatrix} \quad A^T L_b = \begin{bmatrix} L_1 \\ \dots \\ L_2 \end{bmatrix}$$

O vetor dos parâmetros ajustados é dado por:

$$Xa_1 = N^{-1} L_1 \quad (06)$$

$$Xa_2 = N^{-1} L_2$$

Deste modo basta montar unicamente uma matriz $N(3 \times 3)$ e invertê-la. Este procedimento é importante considerando-se o uso de microcomputadores.

A avaliação da qualidade do ajustamento far-se-á comparando a variância da unidade de peso a posteriori com a variância das observações, uma vez que a matriz peso foi considerada unitária. A variância da unidade de peso a posteriori pode ser estimada por:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{-Xa^T U + L_b^T L_b}{n - u} \quad (07)$$

Obtidos os parâmetros, resta agora aplicar a transformação inversa aos pontos lidos, identificados na carta e na carta-imagem.

$$\begin{bmatrix} E_i \\ N_i \end{bmatrix} = \frac{1}{(ad - bc)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - e \\ y - f \end{bmatrix} \quad (08)$$

Para este trabalho não há necessidade de ser desenvolvida a propagação de covariâncias para os pontos em análise, o que forneceria a precisão interna dos pontos interpolados.

Os pontos serão comparados unicamente em termos de coordenadas, sem considerar o seu desvio padrão.

Para a transformação isogonal um procedimento análogo é desenvolvido. Não é possível particionar a matriz normal em submatrizes, o que não causa problemas pois são apenas 04 parâmetros a determinar.

No caso da transformação isogonal as matrizes são da forma:

$$A^T A = \begin{bmatrix} \sum (E_i^2 + N_i^2) & 0 & \sum E_i & \sum N_i \\ 0 & \sum (E_i^2 + N_i^2) & \sum N_i & -\sum E_i \\ \sum E_i & \sum N_i & 4 & 0 \\ \sum N_i & -\sum E_i & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^T L_b = \begin{bmatrix} \sum (E_i X_i + N_i Y_i) \\ \sum (N_i X_i - E_i Y_i) \\ \sum X_i \\ \sum Y_i \end{bmatrix}$$

$$Xa^T = \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix}$$

A transformação inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix}_i = \frac{1}{(a^2 + b^2)} \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - c \\ y - d \end{bmatrix} \quad (09)$$

A avaliação da qualidade dos parâmetros

ajustados foi efetuada como na transformação afim

2.5 IMPLEMENTAÇÃO

2.5.1 PROBLEMAS NUMÉRICOS

As transformações descritas foram implementadas no microcomputador acoplado ao coordenatógrafo. Deste modo cada ponto, ou grupo de pontos, pôde ser avaliado após sua leitura, re-fazendo-se as leituras com erros acima da tolerância.

Nas implementações dos programas as coordenadas UTM e as coordenadas de máquina foram reduzidos à origem, isto é, introduziram-se nestas coordenadas translações arbitrárias, para evitar problemas numéricos devido ao valor das coordenadas UTM. Foi aplicado, ainda, um fator de escala aproximado às coordenadas lidas, eliminando os erros devido às multiplicações dos erros de arredondamento pelas coordenadas UTM. Após a transformação, as coordenadas UTM são somadas às translações arbitrárias inicialmente.

2.5.2 ESCOLHA DA TRANSFORMAÇÃO

A escolha da melhor transformação gera discussões teóricas significantes, que estariam no desconhecimento do comportamento físico dos materiais base para a carta. Os testes conduzidos mostraram que, para efeitos práticos neste caso, as transformações isogonal e afim são equivalentes produzindo, ao nível de precisão envolvido, valores iguais para as coordenadas.

Verificando-se as coordenadas e calculando-se a distância entre os pontos lidos e comparando-se com as distâncias reais pôde-se perceber que os fatores de escala não são iguais em ambos os eixos coordenados. Isto já justificaria o uso da transformação afim. Contudo deve-se ter em mente que a informação contida na carta está sujeita aos erros inerentes ao seu processo de construção (Fotogrametria ou Sensoriamento Remoto) e ao processo de reprodução e que as pequenas variações de escalas são irrelevantes em comparação com estes erros.

2.6 TESTE DE EXATIDÃO DA CARTA-IMAGEM

Para a análise da exatidão da carta deve-se, primeiramente, obter as discrepâncias entre as coordenadas provenientes da carta e suas correspondentes na carta imagem, ou seja:

$$\Delta N_i = N_i^I - N_i^C \quad (10)$$

$$\Delta E_i = E_i^I - E_i^C$$

De posse das discrepâncias, calcula-se o erro planimétrico para todos os pontos, isto é,

$$Ep_i = (\Delta N_i^2 + \Delta E_i^2)^{1/2} \quad (11)$$

bem como a média amostral,

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n Ep_i}{n} \quad (12)$$

onde n é o número de pontos da amostra. Em seguida calcula-se o desvio-padrão amostral:

$$S_p = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (E_{p_i} - \bar{X})^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

O artigo 8º do Decreto nº 89.817 estabeleceu que: "Noventa por cento dos pontos bem de finidos numa carta, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao padrão de exatidão Cartográfico" (PEC). Em Silva Brito (1987), foi apresentada uma proposta para determinação de exatidão de uma carta com base no artigo transcrito acima, a qual será utilizada neste trabalho, exceto no que diz respeito à precisão.

Para o teste da exatidão, considerando - se que, em geral, o número de pontos a serem analisados são em pequena quantidade, obtém-se o intervalo de confiança para a média populacional com base na distribuição t de Student,

$$\mu = \bar{x} \pm t(\alpha, g.l.) \frac{S_p}{\sqrt{n}} \quad (14)$$

onde o nível de significância α é 5% e o número de graus de liberdade g.l. = n - 1. De posse do intervalo de confiança para a média populacional, deve-se verificar qual o PEC que não ultrapassa a extremidade superior do intervalo, para a escala correspondente.

Deve-se no entanto destacar que, para este trabalho, em razão de se possuir uma amostra de pontos razoavelmente grande, pode-se considerar a distribuição normal. O desvio padrão expresso pela (13) passa a representar a dispersão da população e t(α , g.l.) em (14) seria substituído pelo argumento z da distribuição normal. Como se trata com 90% de confiança, obtém-se z = 1,644.

Pode-se ainda fazer a análise baseada na proporção amostral. Isto equivale a verificar se 90% dos pontos testados são inferiores ao PEC. Face a quantidade de pontos disponíveis, tal critério também será testado.

Em Merchant (1982), o procedimento para análise da exatidão de uma carta é apresentado como sendo composto de duas componentes: tendência (erros sistemáticos) e precisão. Os testes de hipóteses são efetuados sobre a média e desvio padrão amostral em cada uma das coordenadas planimétricas.

O teste para detectar tendências significativas na coordenada E é efetuado comparando-se a estatística teórica ($t_{n-1, \alpha}$) com a estatística amostral.

$$t_E = \frac{1}{S_E} (\bar{\Delta E}) n^{1/2}, \quad (15)$$

onde:

$$\bar{\Delta E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta E_i \quad (16)$$

$$S_E = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta E_i - \bar{\Delta E})^2 \right]^{1/2} \quad (17)$$

Se $|t_E| < t_{n-1, \alpha}$, a carta é aceita como

livre de efeitos sistemáticos na direção da coordenada E. O mesmo procedimento é efetuado para a coordenada N.

O teste da precisão na direção da coordenada E é efetuado comparando-se a estatística teórica ($\chi^2_{n-1, \alpha}$) com a estatística amostral,

$$\chi^2_{E, n-1} = \frac{n-1}{\sigma_E^2} S_E^2, \quad (18)$$

onde σ_E refere-se ao erro padrão da coordenada E. Como o erro padrão é dado pelas resultantes em E e N, admitindo-se que ambas são iguais, obtém-se:

$$\sigma_E = \frac{E.P.P.}{\sqrt{2}}, \quad (19)$$

onde E.P.P. é o erro padrão planimétrico. Se $\chi^2_{E, n-1} \leq \chi^2_{n-1, \alpha}$ a carta é aceita, pois

atende ao padrão de exatidão na direção da coordenada E. O mesmo processo deve ser efetuado sobre a coordenada N. Estes dois testes serão também efetuados neste trabalho, com o objetivo de detectar efeitos sistemáticos e analisar a precisão das coordenadas.

3. RESULTADOS OBTIDOS

Tendo-se obtido as coordenadas E e N para as cartas e carta imagem, inicialmente calculou-se os erros planimétricos (E) para todos os pontos. Calculou-se a média amostral com o respectivo desvio-padrão, chegando-se ao seguinte resultado: $\bar{X} = 97,76 \pm 42,52m$.

O intervalo de confiança para a média populacional é então dado por $\mu = 97,76 \pm 6,92m$, donde pode-se concluir que atende ao PEC para classe A.

Analisando os erros planimétricos, observou-se que 25 pontos ultrapassam o PEC, concluindo-se que 24% dos pontos não atendem ao PEC; uma contradição com o resultado do parágrafo anterior.

As médias das discrepâncias das coordenadas E e N com os respectivos desvios-padrão foram: $\bar{\Delta}_E = 6,85 \pm 55,24 m$ e $\bar{\Delta}_N = -73,48 \pm 54,04m$. Para efetuar a análise de influências sistemáticas nestas coordenadas, obteve-se $t_E = 1,25$ e $t_N = -13,73$. A estatística teórica $t(101;5\%)$ é igual à 1,659, donde depreende-se que a coordenada N apresenta influências sistemáticas. Tal influência estaria contida no intervalo $|-82,36, -64,64 m|$.

No teste da precisão obteve-se $\chi^2_E = 109,58$ e $\chi^2_N = 104,87$. A estatística teórica $\chi^2_{101;5\%}$ é igual à 125,5. Tais valores mostram que a carta atende ao requisito de precisão.

Considerando-se que há influências sistemáticas na coordenada N, pode-se tomar o valor médio do intervalo da influência (73,0 m) e introduzi-lo em todas as coordenadas N da imagem, diminuindo-se as discrepâncias. Após tal procedimento, o número de pontos com erros planimétricos superiores ao PEC passou a ser 07, o que mostra que 93,1% dos pontos passam a atender ao PEC.

4. CONCLUSÕES

Face aos resultados obtidos, pode-se concluir que a carta-imagem São Paulo atende as prescrições de carta Classe A no que se diz respeito à exatidão planimétrica.

A influência sistemática na coordenada N, detectada pelo teste de hipótese apropriado, pode também ser visualizada na figura 02. No entanto, a justificativa para tal influência não é objeto de discussão neste trabalho. Deve-se, entretanto, ressaltar a importância em se aplicar este teste nos documentos cartográficos sujeitos a análise de exatidão cartográfica, uma vez que possibilita informar qual a dimensão da influência, e ao mesmo tempo corrigi-la. Deve-se no entanto aplicá-las discrepâncias referentes as coordenadas, e não nos erros planimétricos.

Em termos de testes de hipóteses visando analisar a exatidão de uma carta, pelo que se verificou deste trabalho, pode-se concluir que os testes visando detectar efeitos sistemáticos e a precisão do documento em termos de coordenadas, são os mais adequados.

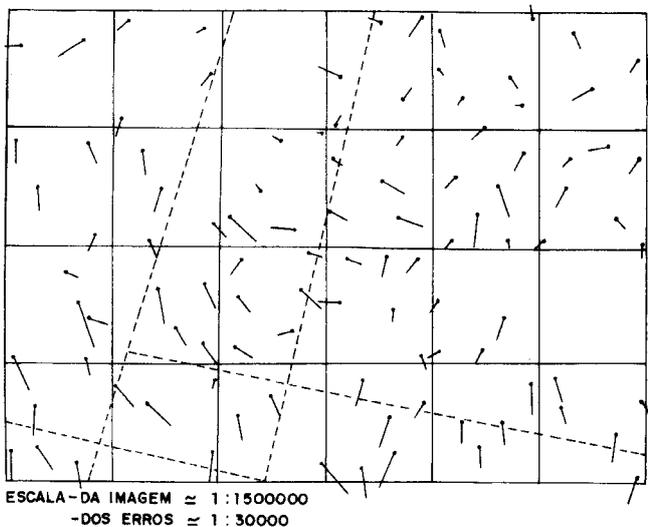


Fig. 02 - Distribuição dos Portos na imagem e respectivos erros planimétricos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Odair D. Coladelo e Cristina S. Okubo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Ciência e Tecnologia. Comissão de Cartografia - Cartografia e Aerolevantamento: Legislação. Brasília, 1986. cap. 2. p. 26-7.
- BRITO, J.L.N. e Silva, Proposta de metodologia para a classificação de documentos cartográficos, Revista Brasileira de Cartografia . nº 41, Jan/87. p. 27-42.
- D'ALGE, J.C.L. Qualidade Geométrica de imagem TM do Landsat-5 In: Anais do 13º Congresso Brasileiro de cartografia. Brasília, 1987 -

pp. 44-59.

MERCHANT, D.C., Spatial Accuracy Standards for large scale line maps In: Technical Papers of the American Congress on Surveying and Mapping, vol.1 p. 222-231, 1982.