# NOVAS HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE REDUÇÃO DE CICLOS DE SERRA

**Rodolfo Ranck Junior**
**José Carlos Becceneri**
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE
Caixa Postal 515 – 12.227-010 – São José dos Campos – SP – Brazil
rodolforanck@gmail.com, becce@lac.inpe.br

**RESUMO**

Neste trabalho, propomos novas heurísticas para resolver o Problema de Redução de Ciclos de Serra, desenvolvidas objetivando melhorar os resultados obtidos de uma heurística proposta anteriormente, em particular, para o caso em que existem itens de tamanho grande a serem cortados. Testes computacionais, baseados em exemplares sugeridos na literatura, são apresentados para avaliar o desempenho das heurísticas propostas. Os resultados computacionais mostram que as novas heurísticas são competitivas para a geração de boas soluções para esse problema.

**PALAVRAS CHAVE. Redução de ciclos de serra. Corte de estoque unidimensional. Geração de colunas. Otimização Combinatória.**

**ABSTRACT**

In this work, we propose new heuristics to solve the Saw Cycles Reduction Problem developed aiming to improve the results obtained using a previously proposed heuristic, in particular, for the case where there are large items required to be cut. Computational tests, based on instances suggested in the literature are presented to evaluate the performance of the proposed heuristics. The computational results show that the new heuristics are competitive in generating good solutions to this problem.

**KEYWORDS. Reduction of saw cycles. One-dimensional cutting stock. Column generation. Combinatorial Optimization.**

## 1. Introdução

Neste artigo, apresentam-se novas heurísticas para resolver o Problema de Redução de Ciclos de Serra, um problema particular de Corte de Estoque. O problema de corte de estoque consiste em cortar peças grandes, denominadas de objetos, em peças menores requeridas por clientes, denominadas de itens, segundo alguma função objetivo como, por exemplo, minimizar as perdas de material ou os custos de produção. Neste trabalho, concentra-se no caso unidimensional, mas os métodos aqui sugeridos podem ser estendidos sem dificuldades para solucionar problemas de maiores dimensões.

Seja uma máquina capaz de cortar de um até *Cap* objetos juntos (de uma vez). O fato de objetos serem cortados juntos, nesse caso, implica que todos serão cortados com o mesmo padrão de corte. O tempo gasto por essa máquina para cortar completamente um ou mais objetos juntos é denominado de ciclo de serra e, admitindo-se que um ciclo não varie consideravelmente com a quantidade de objetos sendo cortados juntos ou com o padrão sendo cortado, reduzir o número de ciclos equivale a reduzir o tempo total gasto por essa máquina para atender à demanda dos itens.

O Problema de Redução de Ciclos de Serra objetiva resolver um problema de corte minimizando ciclos e objetos cortados. Esses objetivos podem ser conflitantes e, portanto, desejam-se soluções que apresentem um melhor compromisso entre eles.

Uma maneira indireta de resolver o problema de redução de ciclos é reduzir o número de padrões distintos em um plano de corte atendendo a demanda. Dessa maneira, cada padrão passa a ser repetido mais vezes, possibilitando o corte de vários objetos de uma vez. Esse problema de redução de padrões foi estudado, por exemplo, por Haessler (1975), Foerster e Wäscher (2000), Vanderbeck (2000), Salles Neto (2005), Yanasse e Limeira (2006), entre outros. Outra proposta mais natural baseia-se em construir padrões em quantidades múltiplas da capacidade da serra (*Cap*), de modo a aproveitar melhor cada ciclo. De nosso conhecimento, essa foi a primeira proposta direcionada à resolução deste problema e foi estuda por Yanasse *et al* (1993), Mosquera (2007), Ranck Jr. et al.(2008), Yanasse (2008).

Yanasse et al. (1993) propôs uma heurística com um princípio de funcionamento similar à heurística de Haessler (1975). A heurística utiliza a ideia de que padrões gerados em quantidades múltiplas da capacidade da serra contribuem para uma menor quantidade de ciclos na solução. Portanto, nessa heurística, procura-se por padrões de corte que podem ser repetidos em múltiplos da capacidade da serra em uma grande quantidade de vezes. Um critério de aceitação é pré-definido para determinar se o padrão deve, ou não, fazer parte da solução final. A quantidade de vezes que um padrão deve ser repetido, bem como seu critério de aceitação, são relaxados em cada iteração para poder atender a demanda em um número finito de passos.

Em Mosquera (2007) são propostas duas heurísticas variantes da heurística de Yanasse et al. (1993) para o caso bidimensional. Na primeira heurística permite-se que padrões maximais de eficiência maior que 90% sejam repetidos o maior número de vezes antes que o procedimento original de Yanasse et al. (1993) seja aplicado. Na segunda heurística, objetivando gerar padrões mais eficientes, três modificações foram aplicadas: a geração dos padrões de corte passa a ser restrita às demandas restantes (residuais) do problema; os padrões aceitos são repetidos o maior número de vezes sem que a demanda original seja excedida; o procedimento de relaxação do parâmetro de aceitação dos padrões de corte é modificado. Mosquera (2007) também propõe um modelo de programação linear inteira para reduzir o número de ciclos de serra, porém impondo que padrões só possam ser cortados em quantidades múltiplas da capacidade da serra. Por esse motivo, a solução desse modelo apresenta, geralmente, muitos itens sendo produzidos em excesso. Embora a produção excedente possa ser tolerada, itens produzidos a mais incorrem em custos de armazenagem e, caso não possam ser aproveitados para atender demandas no futuro, tornam-se perdas.

Ranck Jr. et al. (2008), objetivando resolver esse problema sem o inconveniente de gerar excedentes, propõem um novo modelo de programação linear inteira. Em (1)-(3) apresenta-se uma extensão desse modelo incluindo na função objetivo os custos com ciclos e objetos sendo cortados (veja também Yanasse, 2008).

$$Min\ z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{Cap-1} \delta_{\alpha j} x_{\alpha j} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{Cap-1} \omega c_{\alpha j} x_{\alpha j} (Cap - \alpha) \qquad (1)$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{Cap-1} a_{ij} x_{\alpha j} (Cap - \alpha) = b_i, \quad i = 1, \dots, m \qquad (2)$$

$$x_{\alpha j} \in \mathbb{N}, \quad j = 1, \dots, n; \ \ \alpha = 0, \dots, Cap - 1 \qquad (3)$$

em que: $b_i$ é a demanda do item $i$; $Cap$ é a capacidade da serra; $a_{ij}$ é a quantidade de itens do tipo $i$ no padrão $j$; $\delta_{\alpha j}$ é o custo de um ciclo com $(Cap - \alpha)$ objetos cortados simultaneamente de acordo com o padrão $j$; $x_{\alpha j}$ é a quantidade de ciclos necessários para cortar $(Cap - \alpha)$ objetos simultaneamente de acordo com o padrão $j$; $c_{\alpha j}$ é o custo por unidade de um objeto quando se corta $(Cap - \alpha)$ objetos simultaneamente de acordo com o padrão $j$; $\omega$ é o peso para compatibilizar a grandeza dos dois objetivos de interesse.

Em (1)-(3) minimiza-se o número de ciclos permitindo que um número variável de objetos entre 1 e *Cap* seja cortado junto em um ciclo da serra, o que não era permitido no modelo de Mosquera (2007).

Observe que $\delta_{\alpha j}$ pode variar conforme o valor de $\alpha$, mas, neste trabalho, assim como em Ranck Jr. et al. (2008), admite-se que o custo de um ciclo e do corte de objetos independe do número deles sendo cortados juntos, ou do padrão sendo cortado.

O problema (1)-(3) é mais geral que o problema de corte de estoque que é NP-árduo. Portanto o problema (1)-(3) também é NP-árduo (mais detalhes sobre complexidade vide Garey e Johnson, 1979). Caso o problema (1)-(3) for resolvido pelo método simplex com geração de colunas conforme proposto por Gilmore e Gomory (1961, 1963) as colunas com o maior coeficiente $(Cap - \alpha)$, têm o menor custo reduzido dentre as outras que são submúltiplas suas e consequentemente elas estarão na base ótima do problema relaxado dificultando a obtenção de soluções inteiras.

Ranck Jr. et al (2008), devido às dificuldades em resolver de maneira exata o modelo proposto em seu trabalho, propõem uma heurística aqui denominada de HRC1. Nessa heurística, em cada iteração, um problema é resolvido para certa quantidade de objetos sendo cortados juntos, a começar pelo valor da capacidade da serra. Conforme a demanda é atendida em cada iteração, a demanda residual é atualizada e um novo problema é considerado. A cada novo problema, a quantidade de objetos sendo cortados juntos é reduzida de uma unidade. Cada um dos problemas é resolvido utilizando o método simplex com geração de colunas e utilizando uma heurística residual proposta por Poldi (2003) para gerar uma solução inteira para o problema. Desta solução, padrões que não atingem um determinado nível de eficiência pré-estabelecido são excluídos. Os itens dos padrões aceitos têm suas demandas atualizadas para a próxima iteração.

Em Ranck Jr et al. (2008) são pré-estabelecidos dois níveis de aspiração para a eficiência dos padrões de corte gerados por sua heurística: o valor máximo (*Pmax*) e o valor mínimo (*Pmin*). Valores maiores são utilizados para padrões que são repetidos mais vezes, valores menores para padrões que são repetidos menos vezes. O valor máximo para o nível de aspiração é utilizado para $M = Cap$. Para outros valores de $M$ utiliza-se uma redução linear do valor máximo para o valor mínimo de modo que o mínimo seja atingido para $M = 2$. Quando $M = 1$, aceita-se todos os padrões gerados visto que a demanda precisa ser satisfeita.

A heurística HRC1 mostrou bom desempenho para o caso em que itens pequenos (menores ou iguais a 50% do tamanho do objeto para o caso unidimensional) são considerados. Foram obtidos resultados próximos aos limitantes inferiores para o número de ciclos de serra e com poucos objetos sendo produzidos a mais em comparação com os resultados obtidos para o problema de corte de estoque usual. Entretanto, o desempenho não foi bom quando avaliamos essa heurística para problemas contendo itens grandes (maiores que 50% do tamanho do objeto para o caso unidimensional). Uma explicação é dada pelo seguinte fato: o número de padrões distintos que podem ser construídos quando um item grande está contido no padrão é bem mais limitado em comparação ao caso em que se têm apenas itens pequenos, portanto, as possibilidades de combinação de itens para formar padrões com baixo índice de desperdício são menores.

Em busca de melhores resultados na resolução do problema de redução de ciclos, particularmente para classe de problemas contendo itens grandes, propomos três novas heurísticas baseadas na heurística HRC1, denominadas de HRC2, HRC2a e HRC2b.

## 2. Novas heurísticas para resolver o Problema de Redução de Ciclos de Serra

Seja um problema de corte cuja demanda é composta unicamente de $m_g$ itens distintos de tamanho grande. Como apenas um item grande pode ser cortado de um padrão, a solução deste problema resulta em $m_g$ padrões de corte distintos. Seja $i = 1, \dots, m_g$ um item grande, define-se os valores inteiros não negativos $a_{ij}$ a seguir:

$$\sum_{i=1}^{m_g} a_{ij} = 1, \;\; a_{jj} = 1, \;\; j = 1, \dots, m_g \tag{4}$$

então, para que a demanda $b_i$ seja satisfeita sem excedentes, $x'_i = b_i$, $i = 1,\dots, m_g$, em que $x'_i$ é a quantidade de vezes que o padrão $i$ é repetido.

Observe que esta solução é única para este problema de corte especial e, portanto, ótima para os objetivos de minimizar o número de ciclos e/ou o número de objetos cortados. A partir deste resultado e sendo $\lceil x'_j/Cap \rceil$ o número mínimo de ciclos gasto para cortar um padrão $j$, o número mínimo de ciclos para cortar todos estes $m_g$ padrões é dado por $\gamma$:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{m_g} \left\lceil \frac{b_i}{cap} \right\rceil \tag{5}$$

e, portanto, resolvendo o problema de redução de ciclos atendendo apenas a demanda de itens grandes, inevitavelmente, serão gerados $m_g$ padrões distintos e gastos $\gamma$ ciclos. É interessante aproveitar o espaço vazio desses $m_g$ padrões anteriores preenchendo-os com itens pequenos, se houverem, reduzindo o desperdício total da solução e procurando manter inalterado o número mínimo de ciclos $\gamma$ e o número de objetos $\sum_{i=1}^{m_g} b_i$. Para isso formula-se o modelo (6)-(10) objetivando resolver o problema de redução de ciclos para a parcela dos itens grandes, tentando gastar $\gamma$ ciclos e minimizar o desperdício total na solução. Após isso, a demanda restante, se houver, será constituída de apenas itens pequenos, que podem ser resolvidos com a heurística HRC1, que apresentou bons resultados para esses casos (ver Seção 1). Seja $i = m_g + 1, \dots, m$ um item pequeno, o modelo (6)-(10) é apresentado a seguir:

$$Min\ z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{cap-1} \delta_{\alpha j} x_{\alpha j} + \beta \sum_{i=m_g+1}^{m} R_i Pref_i \tag{6}$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{cap-1} a_{ij} x_{\alpha j} (cap - \alpha) = b_i, \qquad i = 1, \dots, m_g \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{\alpha=0}^{cap-1} a_{ij} x_{\alpha j} (cap - \alpha) + R_i = b_i, \qquad i = m_g + 1, \dots, m \tag{8}$$

$$x_{\alpha j} \in \mathbb{N}, \;\; j = 1, \dots, n; \;\; \alpha = 0, \dots, cap - 1 \tag{9}$$

$$R_i \in \mathbb{N}, \;\; i = m_g + 1, \dots, m \tag{10}$$

em que: $R_i$ é a quantidade não atendida da demanda do item pequeno $i = m_g + 1, \dots, m$; $Pref_i$ é o custo de um item $i$ não ter uma unidade de sua demanda atendida; $\beta$ é um fator pequeno o suficiente para garantir que é mais caro aumentar o número de ciclos de uma unidade do que não atender a demanda de itens pequenos.

A função objetivo (6) minimiza o número de ciclos e penaliza valores positivos de $R_i$, ou seja, valores não atendidos da demanda dos itens pequenos. Com isso, procura-se reduzir o desperdício dos padrões de corte que contém itens grandes; a restrição (7) impõe que a demanda por itens grandes deve ser atendida; a restrição (8) impõe que o total de itens pequenos utilizados nos padrões de corte, mais o total daqueles que não são atendidos, deve ser igual à demanda dos itens pequenos.

O problema (6)-(10), assim como o problema (1)-(3), é computacionalmente difícil de ser resolvido e, frente a isso, propõe-se resolvê-lo de maneira aproximada.

A primeira heurística aqui proposta, denomina-se HRC2. Essa heurística pode ser dividida em duas etapas. Na primeira, (Passos 1 a7), de maneira similar à proposta de Ranck Jr. et al. (2008) resolve-se o problema (6)-(10) para uma certa quantidade de objetos sendo cortados juntos (a começar pelo valor da capacidade da serra), resolvendo de maneira aproximada e iterativa o problema (11)-(15). Ao fim dessa resolução, podem sobrar apenas itens de tamanho pequeno e, na segunda etapa (Passo 8), eles serão atendidos resolvendo-se o problema residual pela heurística HRC1 de Ranck Jr. et al. (2008).

Na heurística HRC2 o problema (6)-(10) é resolvido com $Pref_i = l_i, i = m_g + 1, \dots, m$, isto é, o custo de um item $i$ não atendido é proporcional ao seu tamanho, dado por $l_i$, o que minimiza o desperdício dos padrões de corte.

Seja $P2(b_i')$ o problema de programação linear inteira dado por:

$$Min\ z = \sum_{j=1}^{n} y_j + \beta \sum_{i=m_g+1}^{m} R_i\, Pref_i \tag{11}$$

$$s.a. \quad \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, y_j = b_i', \qquad i = 1, \dots, m_g \tag{12}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, y_j + R_i = b_i', \qquad i = m_g + 1, \dots, m \tag{13}$$

$$y_j \in \mathbb{N}, \qquad j = 1, \dots, n \tag{14}$$

$$R_i \in \mathbb{N}, \qquad i = m_g + 1, \dots, m \tag{15}$$

A descrição da heurística HRC2 é apresentada a seguir (Pseudocódigo da heurística HRC2):

1. Inicialização:
   1.1. $M = Cap$;
   1.2. $Pref_i = l_i,\ \ i = m_g + 1, \dots, m$;
   1.3. $d_i = b_i,\ i = 1, \dots, m$;
   1.4. Obtenha um valor de $\beta$ que satisfaça (18);

   Enquanto $d_i$di $\neq 0$, para algum $i = 1, \dots, m_g$, faça:
   1. $b_i' = \lfloor d_i / M \rfloor, i = 1, \dots, m$; (16)
   2. Resolva o problema $P2(b_i')$ relaxando a condição de integralidade das variáveis de decisão $y_j, j = 1, \dots, n$ e $R_i,\ i = m_g + 1, \dots, m$, e aplicando a técnica de geração de colunas;
   3. Obtenha uma solução inteira em $y_j$, $j = 1, \dots, n$ utilizando a heurística residual de Poldi (2003);
   4. Armazene os padrões obtidos e o valor de $M$ correspondente;
   5. Atualize as demandas remanescentes $d_i$, $i = 1, \dots, m$;
   6. Reduza o valor de $M$ em uma unidade;

   Fim_enquanto
7. Aplicar a heurística HRC1 para resolver o problema residual, se houver;
8. A solução é dada pelos padrões armazenados e suas frequências correspondentes.

Para que padrões contendo apenas itens pequenos não sejam considerados na resolução do modelo (11)-(15), o valor de $\beta$ em (11) pode ser definido observando que é suficiente que o custo em deixar de produzir um padrão que contenha apenas itens pequenos seja menor do que incrementar a função objetivo em mais um ciclo:

$$\beta \sum_{i \in S_j} R_i Pref_i < 1, \;\; \beta > 0, \qquad j = 1, \dots, n \tag{17}$$

em que $S_j$ é o conjunto de índices dos itens em um padrão $j$ viável (de apenas itens pequenos)

Um limitante superior para $\sum_{i \in S_j} R_i Pref_i$ é dado por $Max\,\{\frac{L}{l_i} * Pref_i\}$, $i = m_g + 1, \dots, m$, em que $L$ é o tamanho do objeto. Portanto, podemos escolher:

$$0 < \beta < \frac{1}{Max\,\{Pref_i * L/l_i\}}, \quad i = m_g + 1, \dots, m \tag{18}$$

### 2.1. A Heurística HRC2a

Em testes computacionais, comparando a demanda inicial e final da primeira etapa da heurística HRC2, observou-se que os menores itens pequenos são preferencialmente utilizados dentre os itens pequenos. Isto acontece porque as chances de um item combinar com outros para formar um bom padrão de corte diminuem com o aumento do seu tamanho. Esta "preferência" na utilização dos menores itens pequenos faz com que a demanda da segunda etapa seja constituída de itens pequenos, mas relativamente maiores.

Desta forma, propõe-se modificar o fator $Pref_i$, $i = m_g + 1, \dots, m$ visando fomentar o uso dos maiores itens pequenos durante a primeira etapa. Deseja-se um fator $Pref_i$, $i = m_g + 1, \dots, m$, de modo que os problemas resolvidos na primeira e segunda etapa totalizem um menor número de ciclos e objetos. Assim, propôs-se o fator dado em (19), cujos valores diminuem de acordo com o tamanho do item *i* correspondente:

$$Pref_i' = l_i * \left[1 - 0.5\left(\frac{L/2 - l_i}{L/2}\right)\right], \qquad i = m_g + 1, \dots, m \tag{19}$$

A heurística HRC2a é igual a HRC2 substituindo o Passo 1.2 por $Pref_i = Pref_i'$, $i = m_g + 1, \dots, m$..

### 2.2. A Heurística HRC2b

Esta heurística considera, na primeira etapa, aceitar também padrões de corte que não contenham itens grandes, mas que apresentem baixo desperdício.

Para isso, propõe-se utilizar um fator $\beta'$ conforme (20) para que padrões constituídos apenas de itens pequenos possam também ser aceitos na primeira etapa, de acordo com o parâmetro de ajuste *Effetapa1*, um valor real positivo.

$$\beta' = \frac{100}{Effetapa1 * Max\,\{Pref_i * L/l_i\}}, \quad i = 1, \dots, m \tag{20}$$

Observe que quando *Effetapa1*>100, de acordo com (18), padrões com apenas itens pequenos não são aceitos na primeira fase, mas conforme seu valor é diminuído, a partir de 100, aumentam as possibilidades desses padrões serem considerados na solução. A heurística HRC2b é igual a HRC2, substituindo o Passo 1.4 fazendo $\beta = \beta'$ e satisfazendo (20).

## 3. Testes computacionais

Os problemas teste foram gerados aleatoriamente utilizando-se, para cada Classe de Teste, o programa Cutgen1 de Gau e Wäscher (1995) com as características apresentadas na Tabela 1; em que *V1* e *V2* são, respectivamente, o limitante inferior e o limitante superior para o tamanho dos itens gerados e seus valores são dados em porcentagem do tamanho do objeto.

Tabela 1. Parâmetros utilizados nos testes computacionais

| Classes | *Número de Itens* | *Demanda Média* | *V1(%)* | *V2(%)* | *Cap* |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 | 100 | 1 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 2 | 10 | 1000 | 1 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 3 | 40 | 100 | 1 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 4 | 40 | 1000 | 1 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 5 | 60 | 5000 | 1 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 6 | 10 | 100 | 20 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 7 | 10 | 1000 | 20 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 8 | 40 | 100 | 20 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 9 | 40 | 1000 | 20 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |
| 10 | 60 | 5000 | 20 | 80 | 2,5,10, 20,30,50 |

Para todas as Classes de Teste utilizaram-se os seguintes parâmetros: $L$ (tamanho do objeto) = 1000; *SEED* (semente) = 1994; *ICPRB* (número de problemas gerados) = 20.

Os resultados dos testes computacionais para cada uma das 10 classes estão apresentados nas Tabelas 3 a 12. Nessas tabelas, CSP é o problema de corte de estoque considerando apenas a minimização de objetos e foi resolvido utilizando o método simplex com geração de colunas e utilizando a heurística residual proposta por Poldi (2003) para gerar uma solução inteira.

Um limitante inferior, $Lbound1$, para o número de ciclos pode ser dado observando que, na melhor das hipóteses, serão gastos $Nobj^*$ objetos, a solução relaxada do problema de corte de estoque, e todos eles serão cortados em múltiplos da capacidade da serra.

$$Lbound1 = \lceil Nobj^*/Cap \rceil \tag{21}$$

Outro limitante inferior, $Lbound2$, para o problema pode ser obtido a partir da observação de que, para cada padrão de corte distinto, faz-se necessário, no mínimo, um ciclo de serra, pois padrões de corte diferentes não podem ser cortados no mesmo ciclo.

$$Lbound2 = \left\lceil \sum_{i=1}^{m} l_i \big/ \mathrm{L} \right\rceil \tag{22}$$

O limitante inferior utilizado como referência nos resultados computacionais, $Lbound3$, é dado pelo maior valor entre $Lbound1$ (21) e $Lbound2$ (22).

Na heurística HRC1 os parâmetros $Pmax$ e $Pmin$ utilizados na definição do parâmetro de aspiração (ver Seção 1) foram gerados da seguinte forma:

$$Pmax = Nobj^*\_s - Fator\_Pmax \tag{23}$$

$$Pmin = Pmax - Fator\_Pmin \tag{24}$$

em que $Nobj^*\_s$ é uma medida de eficiência para a solução relaxada do problema de corte de estoque e dada por:

$$Nobj_s^* = 100 * \sum_{i=1}^{m} l_i b_i / L * Nobj^* \tag{25}$$

*Fator_Pmax* e *Fator_Pmin* são parâmetros definidos por testes empíricos e são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2. Fatores *Fator_Pmax* e *Fator_Pmin* utilizados na heurística HRC1

| Classes | *Fator_Pmax* | *Fator_Pmin* |
|---|---|---|
| 6 à 10 | 15 | 12 |
| 10 à 15 | 18 | 12 |

Para a heurística HRC2b, em todos os testes computacionais realizados os valores de *Effetapa*1 foram definidos de maneira empírica e variaram no intervalo 80≤*Effetapa*1≤93. O melhor valor encontrado é utilizado na classe. Cada problema das Classes 1 à 10, é resolvido por 4 métodos: CSP, HRC1, HRC2a e HRC2b. Observe que os testes computacionais da heurística HRC2 não são apresentados, apenas as suas variantes. O motivo é que essa heurística não fornece soluções competitivas em comparação com suas variantes HRC2a e HRC2b.

Os resultados apresentados nas Tabelas (3-12) são baseados na média de 20 execuções, em que cada execução é referente a cada um dos 20 problemas teste gerados para cada valor de *Cap*. Nessas tabelas os resultados para o número de objetos e número de ciclos de uma heurística são colocados em destaque quando fornecem os melhores resultados dentre todas heurísticas HRC comparadas (HRC1, HRC2a, HRC2b), isso é, quando um desses resultados é melhor, enquanto o outro não é pior em comparação a qualquer outra heurística HRC.

O código das implementações computacionais foi escrito em linguagem C e executado em um computador com processador Intel Centrino Duo T2400, 1,83 Ghz operando com 2,5 GB de memória RAM do tipo DDR2. Todos os problemas de programação linear foram resolvidos com a ajuda do programa CPLEX versão 11 da ILOG. O sistema operacional utilizado foi o Microsoft Windows XP.

### 3.1. Comentários para as Classes (1-5)

As heurísticas propostas HRC2a e HRC2b mostraram-se capazes de gerar resultados com um menor número de ciclos e mantendo compromisso com o número de objetos cortados. Entretanto, em comparação com os resultados obtidos em Ranck Jr. et al. (2008), em que apenas itens pequenos foram considerados, o número de ciclos é mais distante dos respectivos limitantes inferiores. O número de ciclos reduzidos em comparação com o CSP aumenta quando mais itens distintos são considerados. O número de objetos produzidos por todas as heurísticas HRC é próximo ao número de objetos obtido pelo CSP, entretanto, em comparação com os resultados obtidos em Ranck Jr. et al. (2008), essa diferença é maior e aumenta quando capacidades de serra maiores são consideradas.

Para a maioria dos casos, as heurísticas HRC2a e HRC2b obtém melhores resultados para o número de ciclos e número de objetos em comparação com a heurística HRC1, sendo que em alguns casos essa melhora foi significativa. Em nenhum dos casos avaliados a heurística HRC1 foi melhor que as heurísticas aqui propostas para o número de objetos e número de ciclos. Os tempos computacionais médios de execução das heurísticas avaliados não foram maiores que 5 segundos para nenhuma classe. Observou-se que esses tempos crescem com o aumento no número de itens distintos, por dificultar a resolução dos modelos de programação linear das heurísticas, e também crescem ligeiramente com o aumento da capacidade de serra, por exigir um maior número de iterações das heurísticas.

As soluções obtidas por todas as heurísticas apresentaram, em quase todos os casos, um maior número de padrões de corte distintos em comparação com as soluções obtidas pelo CSP. Entre as heurísticas HRC, o número de padrões de corte distintos das soluções dadas pelas heurísticas aqui propostas é, geralmente, menor.

Para as Classes 4 e 5 (Tabelas, 6 e 7) a heurística HRC2a apresentou um maior número de objetos cortados, em comparação à heurística HRC2b para todos os casos, mas, em comparação com o CSP, o número de objetos cortados a mais ainda manteve-se abaixo de 1%.

Para alguns casos (nas menores capacidades de serra da Tabela 7), a heurística HRC2a apresenta um desempenho ruim, pois fornece soluções com um maior número de ciclos em comparação às soluções dadas pelo CSP. Ao analisar esses casos, observou-se que entre os 20 problemas teste (exemplares) gerados para cada um deles, alguns (em média 8,7 problemas) fornecem soluções com muitos objetos, precisando de muitos ciclos para serem cortados. Essas soluções ruins fazem com que o desempenho médio para esses casos seja ruim. O número de itens grandes incluído nos problemas teste desses casos não explicaram esse baixo desempenho.

### 3.2. Comentários para as Classes (6-10)

Os resultados obtidos para as Classes (6-10) são similares aos anteriores (Classes 1-5).

Tabela 3. Resultados para a Classe 1

| *Cap* | *Nº OBJETOS* | | | | *Nº CICLOS* | | | | | *Nº PADRÕES* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | **483** | 483,05 | 483,1 | 483,1 | 241,65 | **243,1** | 243,1 | 243,35 | 244,7 | 11,65 | 12,05 | 12,55 | 11,4 |
| **5** | 483,8 | 483,7 | 483,95 | 483,1 | 97 | 99,85 | 99,95 | 99,8 | 101,7 | 12,95 | 13 | 13,45 | 11,4 |
| **10** | 484,9 | **484,9** | 485,55 | 483,1 | 48,8 | 52,3 | **52,25** | 52,7 | 54,55 | 13,45 | 13,05 | 13,75 | 11,4 |
| **20** | **487,5** | 487,75 | 488,4 | 483,1 | 24,65 | **28,95** | 28,95 | 29,15 | 30,9 | 12,95 | 12,45 | 12,95 | 11,4 |
| **30** | 488,3 | **488,15** | 490,25 | 483,1 | 16,6 | 21,45 | **21,4** | 21,95 | 23,05 | 12,3 | 12,65 | 12,75 | 11,4 |
| **50** | 494,05 | **493,6** | 496,1 | 483,1 | 10 | 15,4 | **15,35** | 15,75 | 16,95 | 11,6 | 11,75 | 11,7 | 11,4 |

Tabela 4. Resultados para a Classe 2

| *Cap* | *Nº OBJETOS* | | | | *Nº CICLOS* | | | | | *Nº PADRÕES* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 4824,05 | **4823,95** | 4824,2 | 4824,2 | 2412,15 | 2413,95 | **2413,95** | 2414,1 | 2415,5 | 12,4 | 12,45 | 13 | 12,1 |
| **5** | 4824,85 | **4824,55** | 4824,65 | 4824,2 | 965,15 | 968,45 | **967,9** | 968,25 | 970,35 | 13,95 | 13,6 | 14,9 | 12,1 |
| **10** | 4825,8 | 4826,2 | 4827,1 | 4824,2 | 482,85 | 486,25 | 486,2 | 486,95 | 488,2 | 14,25 | 14,6 | 15,75 | 12,1 |
| **20** | 4827,7 | 4829 | 4830,2 | 4824,2 | 241,7 | 246,1 | 245,9 | 246,4 | 247,5 | 14,85 | 15,25 | 16 | 12,1 |
| **30** | **4829,1** | 4830,55 | 4831,6 | 4824,2 | 161,3 | **165,55** | 165,95 | 166,1 | 167,25 | 14,55 | 15,45 | 15,65 | 12,1 |
| **50** | 4836,65 | 4835,85 | 4837,95 | 4824,2 | 97 | 101,95 | 102,05 | 102,35 | 103,15 | 15 | 15,55 | 15,85 | 12,1 |

Tabela 5. Resultados para a Classe 3

| *Cap* | *Nº OBJETOS* | | | | *Nº CICLOS* | | | | | *Nº PADRÕES* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 1717,1 | **1715,75** | 1716,15 | 1715,45 | 857,75 | 863,45 | **863** | 863,55 | 869,6 | 47,8 | 47,7 | 49,15 | 42,85 |
| **5** | 1717,95 | 1717 | 1718,15 | 1715,45 | 343,45 | 352,55 | 352,6 | 352,9 | 362,6 | 51,15 | 51,65 | 51,65 | 42,85 |
| **10** | 1721 | 1720,95 | 1722,25 | 1715,45 | 171,9 | 183,7 | 183,8 | 185,9 | 193,05 | 50,7 | 52,15 | 53,65 | 42,85 |
| **20** | **1729,4** | 1730,6 | 1731,25 | 1715,45 | 86,2 | **99,9** | 100,15 | 102,2 | 109,35 | 47,65 | 49,75 | 51,25 | 42,85 |
| **30** | 1735 | 1738,9 | 1737,25 | 1715,45 | 57,75 | 72,15 | 72,05 | 76,15 | 82,75 | 45,3 | 46,65 | 49,4 | 42,85 |
| | 1754,75 | 1763,7 | 1755,4 | 1715,45 | 34,75 | 51,15 | 50,95 | 55 | 61 | 40,45 | 41,65 | 45,95 | 42,85 |

Tabela 6. Resultados para a Classe 4

| *Cap* | *Nº OBJETOS* | | | | *Nº CICLOS* | | | | | *Nº PADRÕES* | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 17161,2 | **17147,25** | 17147,4 | 17147,1 | 8573,55 | 8585,45 | **8578,55** | 8579,1 | 8585,55 | 50,25 | 50 | 50 | 44,1 |
| **5** | 17162,25 | **17148,65** | 17149,9 | 17147,1 | 3429,7 | 3441,9 | **3438,85** | 3439,95 | 3449,55 | 53,75 | 54,95 | 56 | 44,1 |
| **10** | 17165,9 | **17153** | 17154,35 | 17147,1 | 1715,2 | 1728,6 | **1727,4** | 1728,8 | 1736,55 | 56 | 59,15 | 59,8 | 44,1 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **20** | 17171,9 | 17160,45 | 17162,1 | 17147,1 | 857,85 | 872,2 | 872,65 | 874,4 | 880,75 | 58,05 | 61,3 | 62,55 | 44,1 |
| **30** | 17177,65 | 17167,75 | 17170,15 | 17147,1 | 572,2 | 587,05 | 587,3 | 590,6 | 595,7 | 58,35 | 61,35 | 64,8 | 44,1 |
| **50** | 17193,45 | 17184,45 | 17187,05 | 17147,1 | 343,5 | 359,1 | 360,05 | 362,75 | 367,3 | 58,1 | 62 | 63,65 | 44,1 |

Tabela 7. Resultados para a Classe 5

| **Cap** | **Nº OBJETOS** | | | | **Nº CICLOS** | | | | | **Nº PADRÕES** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 126063 | **125868,9** | 125869,6 | 125869,0 | 62934,4 | 63039,5 | **62942,4** | 62942,7 | 62952,0 | 72,75 | 73,1 | 74,65 | 64,4 |
| **5** | 126064,55 | **125871,3** | 125872,6 | 125869,0 | 25174,1 | 25226,4 | **25187,8** | 25188,7 | 25202,2 | 79,4 | 82,5 | 82,7 | 64,4 |
| **10** | 126068,8 | **125877,6** | 125882,3 | 125869,0 | 12587,3 | 12623,1 | **12603,9** | 12608,1 | 12618,9 | 82,5 | 87,3 | 89,05 | 64,4 |
| **20** | 126076,75 | **125891,3** | 125898,3 | 125869,0 | 6293,7 | 6322,9 | **6313,8** | 6319,55 | 6327,45 | 85,95 | 92,05 | 96,35 | 64,4 |
| **30** | 126087,1 | **125906,8** | 125913,9 | 125869,0 | 4196,15 | 4223,65 | **4218,25** | 4225,9 | 4229,65 | 88,65 | 94,75 | 99,05 | 64,4 |
| **50** | 126104,25 | **125938,0** | 125944,8 | 125869,0 | 2517,85 | 2544,85 | **2541,85** | 2549,1 | 2553,2 | 89,3 | 95,8 | 100,4 | 64,4 |

Tabela 8. Resultados para a Classe 6

| ***Cap*** | ***Nº OBJETOS*** | | | | ***Nº CICLOS*** | | | | | ***Nº PADRÕES*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 620,6 | 620,55 | 620,7 | 620,4 | 310,45 | 312,15 | 312,25 | 312,4 | 313,6 | 12,15 | 12,15 | 12,45 | 11,5 |
| **5** | 621,5 | **620,85** | 621,6 | 620,4 | 124,4 | 127,7 | **127,45** | 127,65 | 128,9 | 13,2 | 12,95 | 13,45 | 11,5 |
| **10** | 622,95 | **621,95** | 624 | 620,4 | 62,35 | 66,65 | **66,65** | 66,95 | 68,1 | 13,5 | 13,7 | 13,9 | 11,5 |
| **20** | 625,8 | 623,75 | 627,55 | 620,4 | 31,4 | 36,25 | 36,45 | 36,65 | 37,45 | 13,3 | 14,1 | 13,8 | 11,5 |
| **30** | 629,5 | 627,3 | 630,35 | 620,4 | 21,2 | 26,65 | 26,7 | 26,5 | 27,45 | 13,55 | 13,5 | 13,25 | 11,5 |
| **50** | 634,9 | 629,65 | 638,75 | 620,4 | 12,9 | 18,6 | 18,9 | 18,65 | 19,4 | 12,65 | 15,45 | 12,3 | 11,5 |

Tabela 9. Resultados para a Classe 7

| ***Cap*** | ***Nº OBJETOS*** | | | | ***Nº CICLOS*** | | | | | ***Nº PADRÕES*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 6200,05 | 6200 | 6200,2 | 6200 | 3100,25 | 3102,2 | 3102,35 | 3102,35 | 3103,4 | 12,05 | 12 | 12,4 | 11,75 |
| **5** | 6200,45 | 6200,55 | 6200,75 | 6200 | 1240,35 | 1243,6 | 1243,4 | 1243,6 | 1245,1 | 12,65 | 13,75 | 13,6 | 11,75 |
| **10** | 6202,15 | 6201,2 | 6202,5 | 6200 | 620,35 | 624,45 | 624,7 | 624,45 | 625,7 | 13,9 | 14,3 | 13,9 | 11,75 |
| **20** | 6206,2 | **6204,15** | 6207,1 | 6200 | 310,35 | 315,55 | **315,4** | 315,6 | 316 | 15,3 | 14,85 | 14,7 | 11,75 |
| **30** | 6208,1 | **6205,35** | 6210,65 | 6200 | 207,15 | 212,25 | **212,15** | 212,2 | 212,95 | 15,25 | 15,2 | 15,1 | 11,75 |
| **50** | 6217,5 | **6212** | 6217,75 | 6200 | 124,55 | 130,15 | **130** | 130,05 | 130,5 | 15,1 | 15,35 | 15,7 | 11,75 |

Tabela 10. Resultados para a Classe 8

| ***Cap*** | ***Nº OBJETOS*** | | | | ***Nº CICLOS*** | | | | | ***Nº PADRÕES*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRCa** | **HRCb** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 2191,65 | **2191,15** | 2191,3 | 2190,85 | 1095,6 | 1101,85 | **1101,75** | 1101,8 | 1106,5 | 47,45 | 46,25 | 46,4 | 41,6 |
| **5** | 2193,55 | **2193,1** | 2195,45 | 2190,85 | 438,45 | 449,9 | **449,9** | 450,55 | 456,45 | 51,8 | 52,25 | 54,4 | 41,6 |
| **10** | **2197,4** | 2198,45 | 2202,35 | 2190,85 | 219,5 | **233,8** | 233,95 | 235,35 | 240,15 | 54,15 | 55,8 | 56,1 | 41,6 |
| **20** | 2203,8 | 2202,9 | 2211,35 | 2190,85 | 110,05 | 125,65 | 126,85 | 128,8 | 131,95 | 51,75 | 54,3 | 54,95 | 41,6 |
| **30** | **2214,6** | 2217,05 | 2223,85 | 2190,85 | 73,55 | **91,2** | 91,25 | 95 | 97,2 | 50,4 | 52,2 | 54,65 | 41,6 |
| **50** | **2226,2** | 2232,85 | 2245,95 | 2190,85 | 44,4 | **63,25** | 63,85 | 66,55 | 68,2 | 47,3 | 48,45 | 49,95 | 41,6 |

Tabela 11. Resultados para a Classe 9

| ***Cap*** | ***Nº OBJETOS*** | | | | ***Nº CICLOS*** | | | | | ***Nº PADRÕES*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 21911,2 | 21906,35 | 21906,6 | 21906,05 | 10953,25 | 10961,9 | 10959,7 | 10959,5 | 10964,5 | 47,65 | 48,3 | 48,2 | 41,6 |
| **5** | 21912,65 | **21907,5** | 21910,2 | 21906,05 | 4381,55 | 4393,8 | **4393,25** | 4393,4 | 4399,05 | 53,05 | 53,65 | 54,1 | 41,6 |
| **10** | 21917,15 | **21912,4** | 21916,9 | 21906,05 | 2191,05 | 2206,45 | **2205,55** | 2207 | 2211,4 | 57,1 | 57,35 | 59,4 | 41,6 |
| **20** | 21923,35 | **21919,7** | 21926,5 | 21906,05 | 1095,75 | 1112,45 | **1112,35** | 1114,35 | 1117,15 | 59 | 60,9 | 61,75 | 41,6 |
| **30** | 21935,85 | **21930,9** | 21937,8 | 21906,05 | 730,6 | 748,9 | **748,8** | 751,05 | 752,75 | 59,75 | 61,8 | 62,5 | 41,6 |
| **50** | 21949,85 | 21943,95 | 21970,15 | 21906,05 | 438,55 | 457,25 | 457,4 | 460 | 460,4 | 59,45 | 61,7 | 64,1 | 41,6 |

Tabela 12. Resultados para a Classe 10

| ***Cap*** | ***Nº OBJETOS*** | | | | ***Nº CICLOS*** | | | | | ***Nº PADRÕES*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **Lbound3** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** | **HRC2a** | **HRC2b** | **HRC1** | **CSP** |
| **2** | 163498,55 | **163497,25** | 163497,3 | 163497 | 81748,7 | 81760 | **81758,5** | 81762,45 | 81765 | 69,1 | 69,55 | 61,7 | 61,8 |
| **5** | 163499,95 | 163498,9 | 163498,2 | 163497 | 32699,75 | 32719,05 | 32716,25 | 32722,5 | 32725,6 | 76,3 | 77,35 | 64,2 | 61,8 |
| **10** | 163504,95 | 163505,25 | 163501,1 | 163497 | 16350,1 | 16374,2 | 16370,65 | 16376,4 | 16378,65 | 83,4 | 84,15 | 65,7 | 61,8 |
| **20** | 163513,15 | 163519,85 | 163524,05 | 163497 | 8175,25 | 8202,15 | 8198,6 | 8204,55 | 8206,05 | 89,15 | 89,3 | 83,55 | 61,8 |
| **30** | 163516 | 163540,25 | 163542,3 | 163497 | 5450,4 | 5479,65 | 5475,85 | 5480,65 | 5481,5 | 89,55 | 91,75 | 88,35 | 61,8 |
| **50** | 163550 | 163569,8 | 163579,15 | 163497 | 3270,45 | 3300,35 | 3298,9 | 3301,25 | 3302,4 | 92,1 | 94,6 | 95,65 | 61,8 |

## 4. Conclusão

As heurísticas propostas apresentaram um melhor desempenho na redução do número de ciclos em comparação com a heurística HRC1 no caso em que itens de tamanho grande são considerados. Entretanto, ao comparar com o desempenho obtido pela heurística HRC1 no conjunto de testes utilizado em Ranck Jr. et al. (2008), que inclui somente itens de tamanho pequeno, em média, as soluções aqui apresentadas ficam mais distantes dos respectivos limitantes inferiores. Não é possível avaliar se a qualidade dessas soluções é pior, ou se são os limitantes inferiores para esses casos que não são tão bons. Uma possível desvantagem das heurísticas na resolução do modelo proposto, é que muitos padrões de corte distintos são utilizados para compor a solução do problema em comparação com a solução dada pelo CSP (em alguns ambientes de corte é interessante manter também reduzido o número de padrões distintos).

**Agradecimentos:** ao Dr. Horacio Hideki Yanasse por ter conduzido este estudo. A CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

## 5. Referências

**Foerster, H. e Wäscher, G.** (2000), Pattern reduction in one-dimensional cutting stock problems.*International Journal of Production Research 38*, 1657–1676.

**Garey, M. R.; Johnson, D. S.** Computers and intractability: a guide to the theory of NP completeness. W.H. Freeman & Company, 1979.

**Gau, T. e Wäscher, G**. (1995), CUTGEN1: a problem generator for the standard one-dimensional cutting stock problem. *European Journal of Operational Research*, v. 84, 572-579.

**Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1961), A linear programming approach to the cutting-stock problem. *Operations Research 9*, 849–859.

**Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1963), A linear programming approach to the cutting-stock problem - Parte II. *Operations Research 11*, 863–888.

**Haessler, R. W.** (1975), Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim problems. *Operational Research 23*, 483–493.

**ILOG Inc**. **Ilog Cplex 11.0 –** user´s manual**.** Paris, France, Ilog, 2007. p.532 Disponível em: http://www.ilog.com. Acesso em: 12/12/ 2008.

**Mosquera, G. P.** *Contribuições para o Problema de Corte de Estoque Bidimensional na Indústria Moveleira*. 146 p. Dissertação de Mestrado, IBILCE – UNESP – São José do Rio Preto, 2007.

**Poldi, K. C.** *Algumas extensões do problema de corte de estoque*. Dissertação de Mestrado, ICMC-USP, 2003.

**Ranck Jr., R., Yanasse, H.H., Becceneri, J.C.** Uma Heurística para a Redução do Número de Ciclos de Serra. Anais do XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, João Pessoa, Setembro de 2008.

**Salles Neto, L. L.** *Modelo Não-Linear para Minimizar o Número de Objetos Processados e o Setup num Problema de Corte Unidimensional*. Tese de Doutorado, UNICAMP, 2005.

**Vanderbeck, F.** (2000), Exact algorithm for minimizing the number os setups in the one-dimensionalcutting stock problem. *Operations Research, work paper version 48*, 915–926.

**Yanasse, H. H.** A note on the minimization of the number of cutting cycles problem. Anais do Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha (SPOLM), v.1, 2008, Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: [s.n], 2008.

**Yanasse, H.H., Harris, R.G., e Zinober, A.S.I.** (1993), Uma heurística para redução do número de ciclos da serra no corte de chapas. *Anais do XIII ENEGEP*, v. 2, XIII ENEGEP/ I Congresso Latino Americano de Engenharia Industrial, 879-885.

**Yanasse, H. H. e Limeira, M. S.** (2006), A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. *Computers and Operations Research 33*, 2744–2756.