

LANÇAMENTO DE ARMAMENTOS AR-SOLO NÃO GUIADOS: ANÁLISE DAS HIPÓTESES USUAIS SOBRE A DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES

**Hélcio Vieira Junior, Ricardo Sutério, Karl Heinz Kienitz e Mischel Carmen Neyra
Belderrain**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
Praça Marechal Eduardo Gomes, 50 - Vila das Acácias
12228-900, São José dos Campos, SP
helcio@ita.br, suterio@ita.br, kienitz@ita.br, carmen@mec.ita.br.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a comprovação, através das técnicas de delineamento de experimentos e simulação de Monte-Carlo, de uma afirmativa controversa de Driels (*Weaponneering: Conventional Weapon System Effectiveness. AIAA, 2004*). Esta afirmativa versa sobre a distribuição de probabilidades dos acertos de lançamentos de armamentos ar-solo não guiados por aeronaves de caça: "A suposição usual feita na análise da precisão dos dados é que a distribuição dos pontos de impacto em distância e desvio lateral é Gaussiana, ou Normal, e que não há correlação, isto é, eles são independentes nestas direções."

PALAVARAS CHAVE. Delineamento de Experimentos, Militar, Estatística, Análise de Exatidão, Simulação de Monte-Carlo.

Áreas principais: Planejamento e Otimização de Experimentos, Estatística, Simulação.

ABSTRACT

The purpose of this research is the demonstration of a so far unproven statement of Driels (*Weaponneering: Conventional Weapon System Effectiveness. AIAA, USA, 2004*) by using Design of Experiments and Monte-Carlo Simulation techniques. The statement refers to the probability distribution of unguided air-to-ground weapon releases by fighter aircrafts: "the usual assumption made in the analysis of accuracy data is that the distributions of impact points in range and deflection is Gaussian, or normal, and there is no cross correlation, that is, they are independent in these directions"

KEYWORDS. Design of Experiments, Military, Statistics, Exactness Analysis, Monte-Carlo Simulation.

Main areas: Experimental Planning and Optimization, Statistics, Simulation.

1. Introdução

O procedimento para se calcular o número e o tipo de aeronaves que deverão atacar um certo objetivo militar está intrinsecamente ligado à probabilidade de cada tipo de aeronave atingir, com seu armamento, o alvo. Esta probabilidade, por sua vez, depende de vários fatores ligados à geometria do emprego de armamentos ar-solo. As figuras 1 e 2 ilustram esta geometria, onde podemos listar os seguintes fatores contribuintes para o acerto ou não do armamento no seu alvo:

- O erro do piloto ao pressionar o botão de lançamento do armamento no tempo t_0 . Chamaremos este erro de Δ_t ;
- O ângulo β de mergulho da aeronave;
- A velocidade V_{anv} da aeronave;
- O desvio α do eixo de ataque planejado;
- O erro do piloto ao colocar lateralmente a mira do avião no alvo. Chamaremos este erro de λ ;
- Erros aleatórios devido a fatores não-controlados, tais como: vento, imperfeições nas aletas do armamento, não-uniformidade do centro de gravidade das bombas, etc... Assume-se que este erro tem distribuição $N(0, \sigma^2)$ e pode ser decomposto nas projeções lateral ε_{lat} e em distância ε_{dis} .

Os itens (2) a (4) acima estão correlacionados com o item (1), visto que os mesmos terão influência nula se o lançamento do armamento ocorrer no momento t_0 .

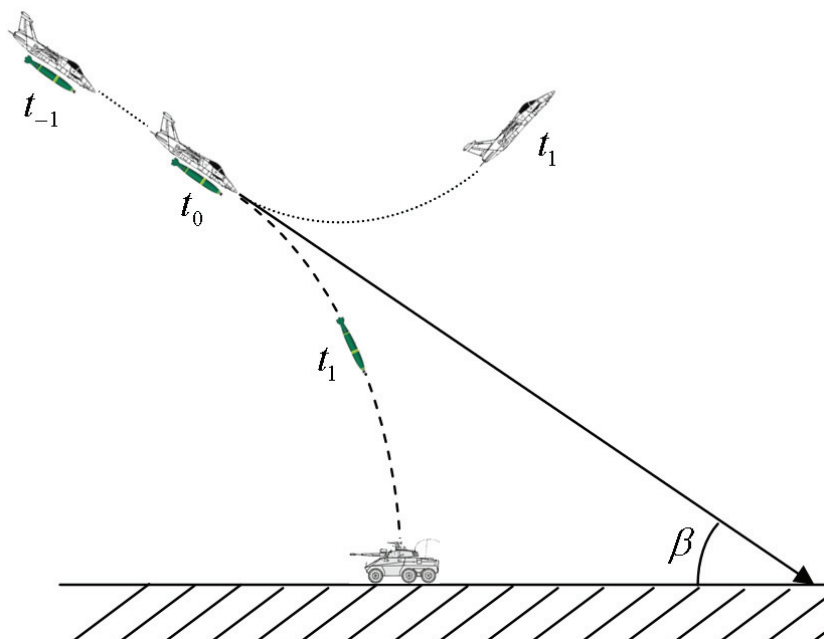


Figura 1: Visão lateral da geometria de emprego de armamentos ar-solo

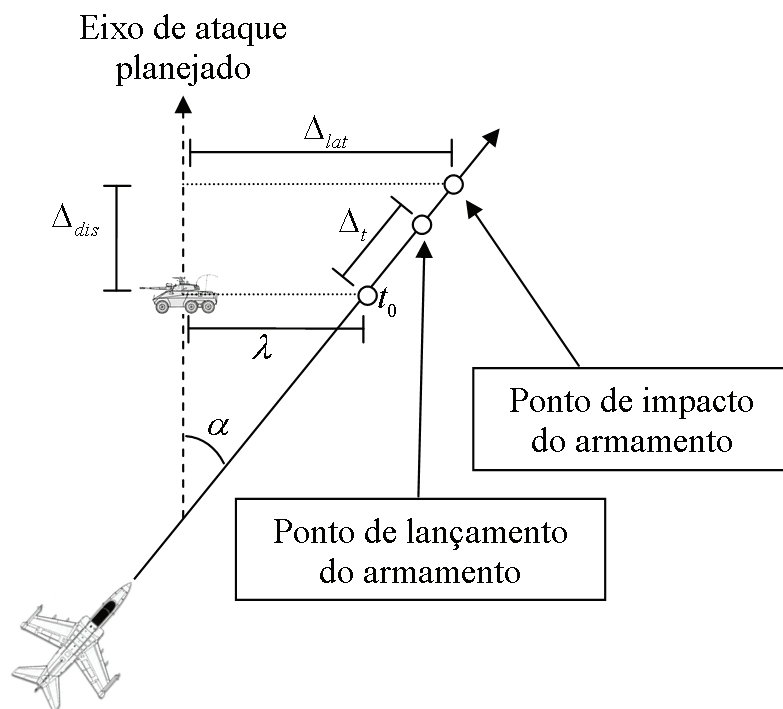


Figura 2: Visão superior da geometria de emprego de armamentos ar-solo

O erro do armamento em relação ao seu alvo pode ser decomposto no desvio lateral Δ_{lat} e desvio em distância Δ_{dis} , sendo calculado pelas seguintes equações:

$$\Delta_{lat} = V_{anv} \cos \beta \Delta_t \sin \alpha + \lambda + \varepsilon_{lat} \quad (1)$$

$$\Delta_{dis} = V_{anv} \cos \beta \Delta_t \cos \alpha + \varepsilon_{dis} \quad (2)$$

As equações (1) e (2) partem do pressuposto de que o sistema d'armas da aeronave encontra-se em perfeitas condições, isto é, o armamento irá cair exatamente (à exceção do erro aleatório ε) no local onde o computador de bordo da aeronave calculou e disponibilizou ao piloto através do sistema de pontaria (mira) da aeronave.

As equações para cálculo da probabilidade que um alvo tem de ser acertado por um dado armamento disparado de uma dada aeronave se apóiam na seguinte hipótese: "A suposição usual feita na análise da precisão dos dados é que a distribuição dos pontos de impacto em distância e desvio lateral é Gaussiana, ou Normal, e que não há correlação, isto é, eles são independentes nestas direções" (Driels, 2004).

O objetivo deste trabalho é a comprovação, através das técnicas de delineamento de experimentos e simulação de Monte-Carlo, da afirmativa acima.

Este artigo está estruturado da seguinte maneira: na primeira seção serão abordadas as hipóteses estatísticas que serão fruto de análise. A seção dois descreverá o delineamento e os resultados do experimento realizado e na terceira seção serão apresentadas as conclusões obtidas dos resultados simulados.

2. Análise Estatística

Se duas variáveis aleatórias x e y possuem uma distribuição de probabilidades conjunta *Normal Bivariada*, sua função de densidade de probabilidades será dada por:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x} \right) \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right) + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} \right)^2 \right] \right\}} \quad (3)$$

Se o coeficiente de correlação linear tem valor zero ($\rho = 0$), a equação (3) pode ser re-escrita como:

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\}} \quad (4)$$

Por sua vez, a equação (4) pode ser re-escrita como:

$$p(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right]\right\}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]\right\}} \quad (5)$$

Finalmente, a equação (5) pode ser re-escrita como

$$p(x, y) = p(x) \cdot p(y) \quad (6)$$

É sabido que, se duas variáveis aleatórias são independentes, a relação indicada pela equação (6) é verdadeira. Consequentemente, *para a distribuição de probabilidades conjunta Normal Bivariada*, correlação linear nula implica em independência.

Para comprovarmos a assertiva de Driels (2004), basta mostrar que a distribuição de probabilidades dos desvios laterais e em distância é Normal e que seu coeficiente de correlação linear é nulo.

A. HIPÓTESE DE DISTRIBUIÇÃO GAUSSIANA

Segundo a GraphPad (2008), a melhor maneira de avaliar se uma amostra possui distribuição gaussiana é plotar o histograma e ver se a distribuição desvia-se grosseiramente do formato de sino da distribuição Normal. O motivo disto é que os testes estatísticos formais de comprovação da normalidade possuem os seguintes problemas:

- Pequenas amostras quase sempre passam no teste de normalidade. Testes de normalidade têm pouco poder para dizer quando uma pequena amostra vem de uma distribuição gaussiana.
- Com grandes amostras, pequenos desvios da normalidade podem ser indicados como estatisticamente significantes, apesar destes pequenos desvios da distribuição Normal não afetarem os resultados dos testes *t* ou *ANOVA*.

Como visto acima, é extremamente difícil chegar a conclusões válidas acerca da normalidade de dados. Por este motivo, optou-se em utilizar um nível de significância para o teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov de 0,01, isto é, somente rejeitaremos a hipótese nula de que a amostra possui uma distribuição gaussiana se a probabilidade de erro tipo I for menor do que 1%.

O teste de normalidade de Kolmogorov-Smirnov é calculado por:

$$D_{\max} = \arg \max \left\{ \left| F(z_i) - F_{0,5} \right| \right\} + \frac{1}{2n} \quad (7)$$

com o critério para rejeição da hipótese nula, para $n > 100$, sendo $D_{\max} > \sqrt{\frac{-\ln(\alpha/2)}{2n}}$. Para uma

amostra de tamanho $n=1000$, temos que, para um nível de significância de 1%, o valor de $D_{\max}$ que implicará na rejeição da hipótese de que a amostra possui distribuição gaussiana deve ser maior que 0,0515.

B. HIPÓTESE DE CORRELAÇÃO LINEAR NULA

O coeficiente de correlação linear de Pearson R é dado pela equação (8).

$$R = \rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (8)$$

O procedimento para se testar a hipótese que a correlação entre duas amostras é nula é o seguinte:

$$t = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}} \quad (9)$$

com o critério para rejeição da hipótese nula sendo $|t| \geq t_{\alpha/2, n-2}$.

Para uma amostra de tamanho $n=1000$, temos que, para um nível de significância de 5%, o valor de R que implicará na rejeição da hipótese de que a correlação entre duas amostras é nula é de $|R| \geq 0,0709$.

3. Delineamento e Resultados Experimentais

A. DELINEAMENTO DO EXPERIMENTO

De acordo com Montgomery (2005), Os experimentos fatoriais são, em comparação aos experimentos *um-fator-a-cada-vez*, mais eficientes. Além disto, um experimento fatorial é necessário quando interações podem estar presentes. Finalmente, experimentos fatoriais permitem que os efeitos de um fator possam ser estimados em diferentes níveis dos outros fatores, levando a conclusões que são válidas em uma grande variedade de condições experimentais.

Devido à falta de dados reais, optou-se em realizar o experimento baseado na técnica Simulação de Monte-Carlo. Como também não se tem conhecimento das distribuições de probabilidade associadas às variáveis correlatas à geometria de emprego ar-solo, decidiu-se simular várias distribuições de probabilidade com diferentes variâncias. As distribuições de probabilidade simuladas foram a *Normal*, *Beta* e *Uniforme*. O motivo da escolha de tais distribuições foi a sua simetria em relação à media dos dados. Assumiu-se que todos os erros associados à geometria de emprego ar-solo possuem média zero e variância σ^2 . Os valores de variância simulados foram arbitrados pelos autores, não sendo fruto de nenhuma coleta de dados e/ou consulta bibliográfica.

Pelos motivos acima descritos, para a obtenção dos valores de $D_{\max}$ e R , construiu-se um experimento fatorial completo de 6 fatores com 2 níveis em cada fator (variâncias de β , α , V_{anv} , Δ_t , λ e ε) e 5 fatores com 3 níveis em cada fator (função de distribuição de probabilidades de β , α , V_{anv} , Δ_t e λ) de acordo com a tabela I. O delineamento planejado teve 15552 ($2^6 \cdot 3^5$) tratamentos diferentes.

Note que o fator ε teve apenas um tipo de distribuição de probabilidades. Isto se deveu à hipótese assumida de que o erro aleatório possui $\sim N(0, \sigma^2)$.

Tabela I. Fatores e Níveis do Delineamento

Fator	Descrição dos níveis		
	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Distribuição β	Gaussiana	Uniforme	Beta
Variância β	0,58	1,67	---
Distribuição α	Gaussiana	Uniforme	Beta
Variância α	2,22	6,67	---
Distribuição V_{anv}	Gaussiana	Uniforme	Beta
Variância V_{anv}	1,67	5,00	---
Distribuição Δ_t	Gaussiana	Uniforme	Beta
Variância Δ_t	0,04	0,13	---
Distribuição λ	Gaussiana	Uniforme	Beta
Variância λ	1,11	3,33	---
Distribuição ε	Gaussiana	---	---
Variância ε	0,56	1,67	---

Para cada condição experimental (tratamento) foram simulados, através da técnica Simulação de Monte-Carlo, 1000 lançamentos de bombas e seus pontos de impactos foram projetados nos eixos $X(\Delta_{lat})$ e $Y(\Delta_{dis})$.

Optou-se pelo número de 1000 simulações para cada tratamento baseado nas conclusões de Driels e Shin (2004). Segundo este trabalho, após 500 a 1000 iterações, o resultado da técnica Simulação de Monte-Carlo para avaliação de efetividade de armamentos se estabiliza.

A figura 3 ilustra alguns tratamentos com suas respectivas saídas (locais de impacto de 1000 bombas simuladas através da técnica Simulação de Monte Carlo). Observe a grande mudança no padrão dos pontos de impacto em função dos diferentes tratamentos.

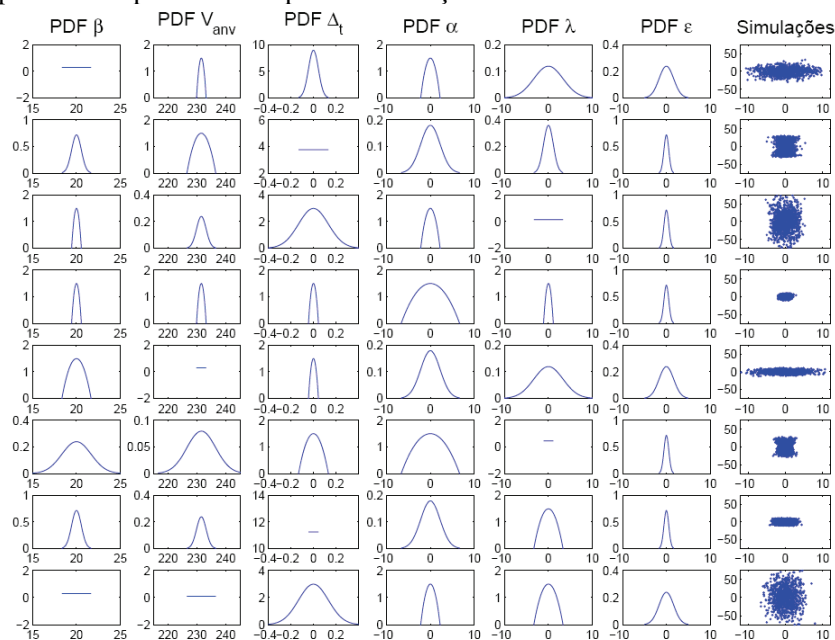


Figura 3: Exemplos de tratamentos do delineamento

B. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Realizou-se, então, a análise da normalidade das variáveis Δ_{lat} e Δ_{dis} (D_{max}) e da

correlação entre elas (R). A figura 4 mostra o histograma das variáveis dependentes, onde as linhas verticais marcam os valores críticos de rejeição explanados nas seções 2-A e 2-B.

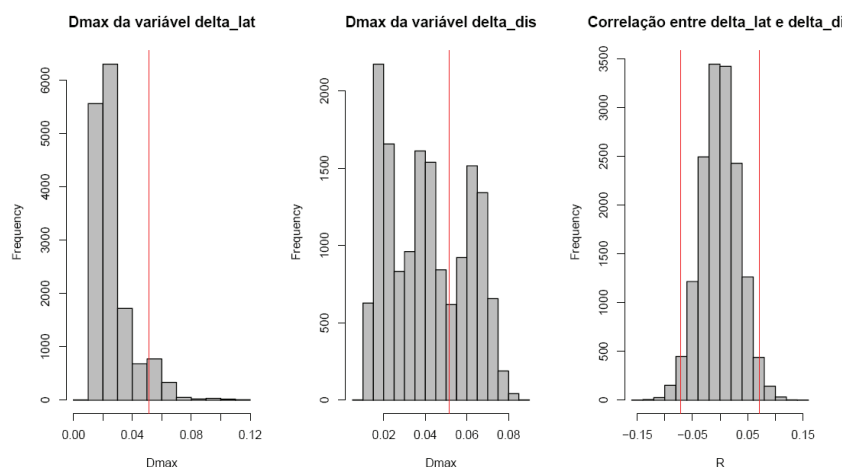


Figura 4: Histograma das variáveis dependentes

Tabela II. Estatística descritiva das variáveis dependentes

V	μ	σ	$V_{crítico}$	$P_{V_{crítico}}$
D_{max} de Δ_{lat}	0,0265	0,0131	0,0515	0,0738
D_{max} de Δ_{dis}	0,0412	0,0188	0,0515	0,3297
R	-0,0001	0,0346	0,0709	0,0425

onde $P_{V_{crítico}} = \frac{\text{número de valores superiores a } V_{crítico}}{\text{número total de valores}}$

A tabela II mostra a estatística descritiva das variáveis dependentes, onde podemos perceber que:

- Mais de **92%** de todos os tratamentos indicaram, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$, que a variável D_{max} dos dados de Δ_{lat} possui uma distribuição Gaussiana;
- Mais de **95%** de todos os tratamentos indicaram, a um nível de significância de $\alpha = 0,05$, que as variáveis Δ_{lat} e Δ_{dis} **não** são correlacionadas entre si;
- Cerca de **33%** de todos os tratamentos indicaram, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$, que a variável D_{max} dos dados de Δ_{dis} **não** possui uma distribuição Gaussiana.

As conclusões acima seriam válidas se considerássemos todos os tratamentos como pertencentes a apenas uma população. Com o intuito de verificar se os fatores possuem influência nas variáveis dependentes, realizou-se a análise dos resultados através da técnica *ANOVA*.

De acordo com Triola (1999), a técnica *ANOVA* permite testar a igualdade de três ou mais médias populacionais, baseado na análise de variâncias populacionais. Sua grande vantagem em relação a vários testes t nas diversas combinações dos fatores é que, caso este método (vários testes t) seja utilizado, o erro do tipo I aumenta consideravelmente. Por exemplo: se existem 4 fatores e estabelece-se um nível de significância $\alpha = 0,05$, teríamos a probabilidade de erro tipo I inflada dos originais 5% para 26% ($1 - (1 - 0,05)^6$), pois temos 6 comparações a serem feitas (1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4).

Utilizou-se o software de código aberta (*freeware*) “R” (Team R, 2008) para a realização do teste estatístico *ANOVA*. As figuras 5, 6 e 7 ilustram, respectivamente, o resultado

das ANOVA para as variáveis dependentes $D_{\max}^X$ ($D_{\max}$ para Δ_{lat}), $D_{\max}^Y$ ($D_{\max}$ para Δ_{dis}) e R .

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Variância.de.Beta	1	0.00003	0.00003	0.1907	0.6624
Variância.da.V&nv	1	9.010e-07	9.010e-07	0.0065	0.9358
Variância.de.Delta.Tempo	1	0.02556	0.02556	183.8943	<2e-16 ***
Variância.de.Lambda	1	0.04207	0.04207	302.7289	<2e-16 ***
PDF.de.Beta	2	0.00002	0.00001	0.0705	0.9319
PDF.da.V&nv	2	0.00001	4.305e-06	0.0310	0.9695
PDF.de.Delta.Tempo	2	0.05644	0.02822	203.0667	<2e-16 ***
PDF.de.Alpha	2	0.05530	0.02765	198.9470	<2e-16 ***
PDF.de.Lambda	1	0.04922	0.04922	354.1556	<2e-16 ***
Variância.de.Alpha	1	0.02700	0.02700	194.2973	<2e-16 ***
Variância.de.Epsilon	1	0.27146	0.27146	1953.2357	<2e-16 ***
Residuals	15536	2.15918	0.00014		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Figura 5: ANOVA da variável dependente $D_{\max}^X$

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Variância.de.Beta	1	5.152e-06	5.152e-06	0.1644	0.6852
Variância.da.V&nv	1	3.940e-05	3.940e-05	1.2571	0.2622
Variância.de.Delta.Tempo	1	0.0289	0.0289	922.3265	<2e-16 ***
Variância.de.Lambda	1	2.322e-05	2.322e-05	0.7410	0.3894
PDF.de.Beta	2	0.0001	0.0001	1.9580	0.1412
PDF.da.V&nv	2	4.650e-05	2.325e-05	0.7418	0.4763
PDF.de.Delta.Tempo	2	4.9471	2.4735	78920.7679	<2e-16 ***
PDF.de.Alpha	2	0.0001	3.370e-05	1.0751	0.3413
PDF.de.Lambda	1	3.922e-06	3.922e-06	0.1251	0.7235
Variância.de.Alpha	1	1.125e-05	1.125e-05	0.3590	0.5490
Variância.de.Epsilon	1	0.0293	0.0293	936.4192	<2e-16 ***
Residuals	15536	0.4869	3.134e-05		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Figura 6: ANOVA da variável dependente $D_{\max}^Y$

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Variância.de.Beta	1	0.0006	0.0006	0.4894	0.4842
Variância.da.V&nv	1	4.931e-06	4.931e-06	0.0041	0.9488
Variância.de.Delta.Tempo	1	6.179e-06	6.179e-06	0.0052	0.9427
Variância.de.Lambda	1	0.0058	0.0058	4.8044	0.0284 *
PDF.de.Beta	2	0.0004	0.0002	0.1856	0.8306
PDF.da.V&nv	2	0.0010	0.0005	0.4032	0.6682
PDF.de.Delta.Tempo	2	0.0013	0.0006	0.5228	0.5929
PDF.de.Alpha	2	0.0002	0.0001	0.0953	0.9091
PDF.de.Lambda	1	0.0004	0.0004	0.3607	0.5481
Variância.de.Alpha	1	0.0001	0.0001	0.0674	0.7952
Variância.de.Epsilon	1	2.498e-05	2.498e-05	0.0208	0.8852
Residuals	15536	18.6131	0.0012		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Figura 7: ANOVA da variável dependente R

As análises pela técnica ANOVA mostraram que:

- Os fatores *Variância Δ_t* , *Variância λ* , *Distribuição Δ_t* , *Distribuição α* , *Distribuição λ* , *Variância α* e *Variância ε* possuem influência, para um nível de significância menor que 0,01, na média da variável $D_{\max}^X$;
- Os fatores *Variância Δ_t* , *Distribuição Δ_t* e *Variância ε* possuem influência, para um nível de significância menor que 0,01, na média da variável $D_{\max}^Y$;
- O fator *Variância λ* possui influência, para um nível de significância menor que 0,03, na média da variável R .

Os resultados acima listados nos mostram que os fatores que foram significativos pela ANOVA indicam que suas respectivas amostras não vieram de uma mesma população. Como nosso interesse não está na média dos dados e sim no percentil dos mesmos que são maiores que os valores críticos de $D_{\max}$ e R , iremos analisá-los neste quesito. A tabela III ilustra tal análise, onde vemos que:

- A probabilidade da variável $D_{\max}$ dos dados de Δ_{lat} não possuir uma distribuição Gaussiana foi menor que **15,4%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$. Os fatores que possuíram maior influência nesta não-normalidade dos dados foram a *Distribuição de Probabilidades de Δ_t* , *Distribuição de*

Probabilidades de λ e a Variância de ε ;

- A probabilidade das variáveis Δ_{lat} e Δ_{dis} serem correlacionadas entre si foi menor que **5,1%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,05$. O fator que possuiu maior influência nesta correlação entre as variáveis foi a *Variância do λ* ;
- A probabilidade da variável D_{max} dos dados de Δ_{dis} não possuir uma distribuição Gaussiana foi cerca de **34,7%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$. Os fatores que possuíram maior influência nesta não-normalidade dos dados foram a *Variância do Δ_i* e a *Variância de ε* .

Tabela III. Estatística descritiva das variáveis dependentes separadas por fatores

Fator	μ	σ	$V_{crítico}$	$P_{V_{crítico}}$
<i>V = D_{max} de Δ_{lat}</i>				
D_{max}^X como um todo	0,0265	0,0131	0,0515	0,0738
Variância de $\Delta_i = 0,0444$	0,0252	0,0111	0,0515	0,0593
Variância de $\Delta_i = 0,1333$	0,0278	0,0148	0,0515	0,0882
Variância de $\lambda = 1,1111$	0,0248	0,0134	0,0515	0,0580
Variância de $\lambda = 3,3333$	0,0281	0,0127	0,0515	0,0895
Distribuição de $\Delta_i = Normal$	0,0292	0,0164	0,0515	0,1123
Distribuição de $\Delta_i = Uniforme$	0,0250	0,0108	0,0515	0,0523
Distribuição de $\Delta_i = Beta$	0,0253	0,0111	0,0515	0,0567
Distribuição de $\alpha = Normal$	0,0292	0,0163	0,0515	0,1103
Distribuição de $\alpha = Uniforme$	0,0250	0,0108	0,0515	0,0513
Distribuição de $\alpha = Beta$	0,0253	0,0112	0,0515	0,0596
Distribuição de $\lambda = Normal$	0,0217	0,0086	0,0515	0,0145
Distribuição de $\lambda = Uniforme$	0,0316	0,0153	0,0515	0,1534
Distribuição de $\lambda = Beta$	0,0261	0,0127	0,0515	0,0534
Variância de $\alpha = 2,2222$	0,0252	0,0111	0,0515	0,0590
Variância de $\alpha = 6,6667$	0,0278	0,0148	0,0515	0,0885
Variância de $\varepsilon = 0,5556$	0,0307	0,0158	0,0515	0,1327
Variância de $\varepsilon = 1,6667$	0,0223	0,0078	0,0515	0,0148
<i>V = D_{max} de Δ_{dis}</i>				
D_{max}^Y como um todo	0,0412	0,0188	0,0515	0,3297
Variância de $\Delta_i = 0,0444$	0,0398	0,0179	0,0515	0,3129
Variância de $\Delta_i = 0,1333$	0,0426	0,0195	0,0515	0,3465
Variância de $\varepsilon = 0,5556$	0,0426	0,0194	0,0515	0,3472
Variância de $\varepsilon = 1,6667$	0,0398	0,0281	0,0515	0,3121
<i>V = R</i>				
R como um todo	-0,0001	0,0346	0,0709	0,0425
Variância de $\lambda = 1,1111$	0,0005	0,0358	0,0709	0,0502
Variância de $\lambda = 3,3333$	-0,0007	0,0334	0,0709	0,0349

onde $P_{V_{crítico}} = \frac{\text{número de valores superiores a } V_{crítico}}{\text{número total de valores}}$

4. Conclusões

Realizou-se a análise das hipóteses usuais sobre a distribuição de probabilidade de armamentos ar-solo não guiados.

Na primeira seção foram abordadas as hipóteses estatísticas analisadas por este trabalho e na seção dois o delineamento e os resultados do experimento realizado foram descritos.

Através das técnicas de Delineamentos de Experimentos e Simulação de Monte-Carlo conseguimos verificar que:

- A probabilidade do desvio lateral dos pontos de impacto dos armamentos não possuir uma distribuição Gaussiana foi menor que **15,4%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$;
- A probabilidade das projeções dos pontos de impacto dos armamentos em distância e desvio lateral serem correlacionadas entre si foi menor que **5,1%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,05$;
- A probabilidade da projeção dos pontos de impacto dos armamentos em distância não possuir uma distribuição Gaussiana foi cerca de **34,7%**, a um nível de significância de $\alpha = 0,01$.

Os testes estatísticos afirmam, com base no experimento realizado, que as projeções dos pontos de impacto dos armamentos em distância e desvio lateral não são correlacionadas linearmente e que a distribuição de probabilidades do desvio lateral é Gaussiana. Porém, a suposição de normalidade nos dados dos pontos de impacto dos armamentos em distância mostrou-se muito fraca, com cerca de 35% de todos os tratamentos não podendo ser considerados normais para um nível de significância de $\alpha = 0,01$.

Devido à grande dificuldade na comprovação estatística da normalidade, não se pode afirmar, baseado somente nas simulações realizadas, se as presunções usuais sobre a distribuição de probabilidade de armamentos ar-solo não guiados são verdadeiras ou não.

Trabalhos futuros deverão focar em diferentes testes estatísticos (paramétricos e não-paramétricos) para a verificação da normalidade dos pontos de impacto dos armamentos em distância.

Referências

- Driels, M. R.**, *Weaponneering: Conventional Weapon System Effectiveness*. AIAA, 2004.
- Driels, M. R. e Shin, Y. S.** (2004). *Determining the Number of Iterations for Monte-Carlo Simulations of Weapon Effectiveness*. Naval Postgraduate School.
- GraphPad** (2008). "How useful are normality tests?" [Online]. Available: http://www.graphpad.com/library/BiostatsSpecial/article_197.htm
- Montgomery, D. C.**, *Design and Analysis of Experiments*, 6th ed. John Wiley & Sons, 2005.
- Team R, D. C.**, (2008). R: A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, ISBN 3-900051-07-0. [Online]. Available: <http://www.R-project.org>
- Triola, M. F.**, *Introdução à Estatística*. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1999.