

Utilização de Relações de Similaridade na Solução de Problemas de Consistência em Sistemas de Regras Difusas Graduais: Primeiros Resultados

Isabela Drummond e Sandra Sandri

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC)

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

{isabela,sandri}@lac.inpe.br

Resumo

Este artigo apresenta a aplicação de um método baseado em relações de similaridade para tratar problemas de consistência em uma base de regras de um sistema difuso implicativo. São apresentados os primeiros resultados obtidos para diferentes mecanismos de inferência, Mamdani, Rescher-Gaines e Gödel, bem como, a análise do comportamento dos diferentes sistemas.

Palavras-chave: sistemas baseados em regras difusas, regras graduais, inconsistência, similaridade.

1 Introdução

Os sistemas difusos são sistemas baseados em regras difusas do tipo “Se X é A_i então Y é B_i ”, onde A_i e B_i são conjuntos difusos. Estes sistemas podem ser classificados como conjuntivos ou implicativos [1], dependendo do tipo de operador *se-então* que relaciona a premissa de uma regra à sua conclusão. Nos sistemas conjuntivos são utilizados operadores de conjunção (t-normas, como o \min^1 e o produto), e nos implicativos são utilizados operadores de implicação propriamente ditos (como os operadores de Gödel e de Rescher-Gaines). Estas classes de operadores induzem diferenças no comportamento dos sistemas que os utilizam, particularmente no que tange à consistência entre as regras.

Um sistema é dito inconsistente quando existe uma entrada cujas regras ativadas produzem saídas completamente conflitantes.

Um sistema conjuntivo nunca se apresenta inconsistente do ponto de vista da lógica, enquanto que os sistemas implicativos podem facilmente apresentar problemas de consistência ativando regras conflitantes. Essa é uma das principais razões pela qual os sistemas implicativos não são comumente utilizados em aplicações reais.

A questão de checar a consistência em um conjunto de regras difusas é referenciada em vários artigos na literatu-

¹Emprega-se no texto a abreviatura \min , designando mínimo quando mencionado o operador implementado por esta função

ra [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Os trabalhos [7] e [8] apresentam uma abordagem para solucionar problemas de inconsistência que podem surgir em um sistema difuso implicativo. As regras que compõem esse tipo de sistema são as chamadas regras graduais [9], correspondendo a declarações do tipo “quanto mais X é A_i , mais Y is B_i ” onde A_i e B_i são conjuntos difusos.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma aplicação da metodologia abordada em [7] e [8] bem como a análise dos resultados obtidos. A fundamentação teórica relacionada à solução de inconsistências em um sistema difuso implicativo está detalhada em [7] e [8].

Este artigo é organizado da seguinte maneira: a seção seguinte resume a idéia da abordagem baseada em similaridade para restaurar consistência em sistemas implicativos. A seção 3 mostra os resultados obtidos e na seção 4 esses resultados são comparados e discutidos.

2 Metodologia

A idéia da metodologia baseada em relações de similaridade é transformar um conjunto de regras “Se X é A_i então Y é B_i ” em uma base de regras mais imprecisa “Se X é A_i então Y é *aproximadamente* B_i ”, onde *aproximadamente* B_i é um conjunto difuso, maior que B_i , formalmente, definido como $S \circ B_i$, ou seja, a imagem de B_i através da relação de similaridade S definida por:

$$(S \circ B_i)(v) = \sup_{v' \in U_Y} \min(S(v, v'), B_i(v')).^2$$

Assim a questão é encontrar a menor relação de similaridade S que transforme uma base de regras inconsistente em uma base composta por regras que não apresentem nenhum tipo de conflito.

O primeiro passo é verificar a consistência do conjunto de regras difusas. Segundo [2], o problema de checar a consistência de um conjunto de regras difusas graduais, pode ser reduzido a checar a consistência de um par de regras.

² S é uma relação difusa binária [7]

Verificada a inconsistência em uma base de regras, é necessário modificar a base de regras utilizando uma relação de similaridade. A família de relações de similaridade empregada é tal que para $\lambda > 0$, tem-se a seguinte representação:

$$S_\lambda(x, y) = \mu_\lambda(|x - y|), \quad (1)$$

onde

$$\mu_\lambda(z) = \max(1 - \lambda^{-1} \cdot z, 0).$$

Pode-se verificar que se B_i é um número difuso trapezoidal $[a, b, c, d]$, então $B_i^{*\lambda} = S_\lambda \circ B_i$ é também um número difuso trapezoidal, definido pela quádrupla $[a - \lambda, b, c, d + \lambda]$.

3 Aplicação

Essa seção descreve a aplicação do formalismo apresentado em [8]. O procedimento para restabelecimento da consistência em um sistema difuso foi testado em um sistema de controle de temperatura para um chuveiro, disponível no *Toolbox Fuzzy* do Matlab. O sistema apresenta duas variáveis de entrada, *temp* e *flow*, e duas variáveis de saída, *cold* e *hot*. A variável de entrada *temp* está associada aos conjuntos difusos $\{cold, good, hot\}$ e, para a variável *flow*, têm-se os conjuntos $\{soft, good, hard\}$, apresentados na figura 1. As duas variáveis de saída estão associadas aos termos difusos $\{open-fast(of), open-slow(os), steady(st), close-slow(cs), close-fast(cf)\}$, conforme pode ser visto na figura 2.

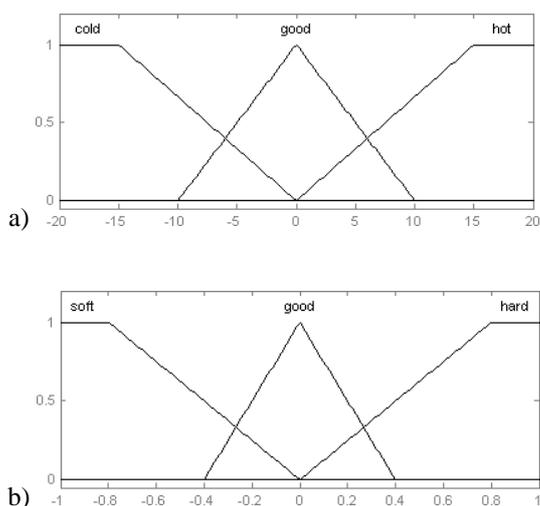


Figura 1: Partição do espaço de entrada. a) variável temp. b) variável flow

Os mecanismos de inferência utilizados empregaram como operadores de implicação o min, a função de

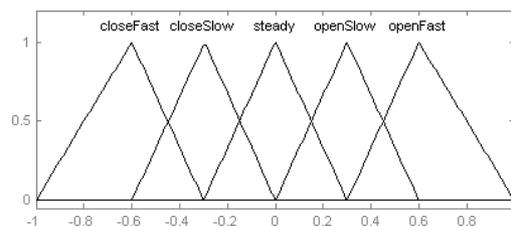


Figura 2: Partição do espaço de saída

Rescher-Gaines³ e a função de Gödel⁴, sendo estes dois últimos operadores de implicação residuais.

A base de regras do sistema é mostrada nas tabelas 1(a) e 1(b). O número da regra está referenciado entre parênteses; nove regras compõem a base.

Tabela 1: Base de Regras

(a) variável cold

flow/temp	cold	good	hot
soft	os (1)	os (4)	of (7)
good	cs (2)	st (5)	os (8)
hard	cf (3)	cs (6)	cs (9)

(b) variável hot

flow/temp	cold	good	hot
soft	of (1)	os (4)	os (7)
good	os (2)	st (5)	cs (8)
hard	cs (3)	cs (6)	cf (9)

As áreas de inconsistência existentes na base de regras do sistema podem ser melhor observadas como se segue. As regras possíveis de serem disparadas ao mesmo tempo são conjuntos de, no máximo 4, regras conectadas na tabela (ver 1(a)), ou seja, verificam-se os “quadrados”. Por exemplo, para a variável de saída *cold* os “quadrados” apresentam no mínimo 3 saídas diferentes, como o conjunto de regras $\{R_1, R_2, R_4, R_5\}$, que dispara simultaneamente valores de *temp* e *flow* entre -10 e 0 e entre -0.4 e 0, respectivamente. Existem ainda as áreas contendo pares de regras cujos conseqüentes não apresentam saídas consecutivas, como os pares $\{R_1, R_2\}$, $\{R_2, R_4\}$, $\{R_8, R_6\}$, $\{R_8, R_9\}$, $\{R_5, R_3\}$, $\{R_5, R_7\}$, que podem gerar um conjunto de saída vazio.

Na base de regras para a variável *cold*, para a entrada cujos valores são -15 e -0.2, correspondentes a *temp* e *flow*, respectivamente, são disparadas duas regras, R_1 e R_2 com graus de compatibilidade iguais

³ $g(a, b) = 1$ se $a \leq b$, senão $g(a, b) = 0$. Onde g é o operador de Rescher-Gaines, a é o grau de compatibilidade da premissa da regra e b é o conjunto de saída. [8]

⁴ $g(a, b) = 1$ se $a \leq b$, senão $g(a, b) = b$. Onde g é o operador de Gödel, a é o grau de compatibilidade da premissa da regra e b é o conjunto de saída. [10]

a 0.25 para a primeira variável e 0.5 para a segunda. Utilizando o operador de Rescher-Gaines, a saída obtida, $[open-slow]_{0.25} = [.075, .525]$ e $[close-slow]_{0.5} = [-.45, -.15]$, é um conjunto vazio, pois não existe intersecção entre elas. Logo verifica-se uma inconsistência.

A família de relações de similaridade aplicada nos testes realizados é apresentada na introdução. A relação 1 produz uma alteração simples em um conjunto difuso descrito por uma quádrupla $[a, b, c, d]$, fazendo $[a - \lambda, b, c, d + \lambda]$. Além da simplicidade, outra vantagem observada é que esta relação não aumenta o núcleo do conjunto difuso, ou seja, b e c não são modificados.

Empregando-se como mecanismo de inferência Rescher-Gaines, as inconsistências existentes na base de regras de ambas as variáveis de saída *cold* e *hot* desaparecem, caso uma relação de similaridade adequada seja aplicada aos termos de saída. Neste caso em particular, o valor de λ igual a 0.3 é suficiente para que, utilizando a nova base de regras gerada, qualquer entrada apresentada tenha uma saída possível. Ou seja, a relação de similaridade adequada produz uma base de regras sem regiões conflitantes.

Os termos de saída após a aplicação de S_3 são apresentados na figura 3. Pode-se observar que os conjuntos *open-slow* e *close-slow* passam a ser representados por $open-slow^{*.3} = [-.3, .3, .9]$ e $close-slow^{*.3} = [-.9, -.3, .3]$. Assim, para a entrada (-15, .2) é obtida uma saída não vazia correspondente a $[open-slow^{*.3}]_{.25} = [-.15, .75]$ e $[close-slow^{*.3}]_{.5} = [-.6, 0]$.

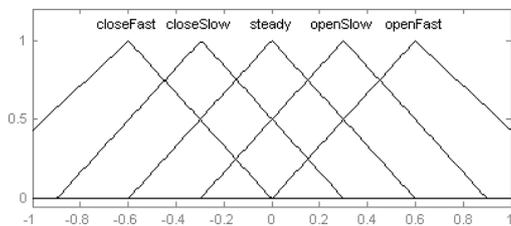


Figura 3: Espaço de saída modificado utilizando S_3

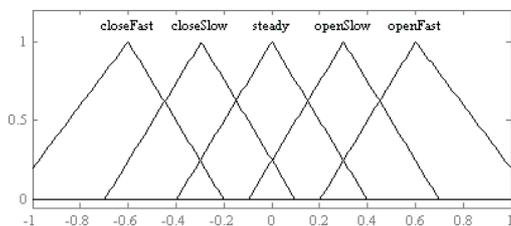


Figura 4: Espaço de saída modificado utilizando S_1

Empregando-se como mecanismo de inferência Gödel, qualquer valor de λ maior do que 0 forma uma base de regras totalmente consistente, para ambas as variáveis de saída *cold* e *hot*.

Os termos de saída após a aplicação de S_1 são apresentados na figura 4. Pode-se observar que os conjuntos *open-slow* e *close-slow* passam a ser representados por $open-slow^{*.1} = [-.7, -.3, .1]$ e $close-slow^{*.1} = [-.1, .3, .7]$. Assim, para a entrada (-15, -2) é obtida uma saída não vazia correspondente a $[open-slow^{*.1}]_{.25} = [0, .6]$ e $[close-slow^{*.1}]_{.5} = [-.5, .1]$.

Existem diferentes maneiras nas quais podem ser empregadas as relações de similaridade com o objetivo de restabelecer a consistência do sistema, conforme apresentado em [7].

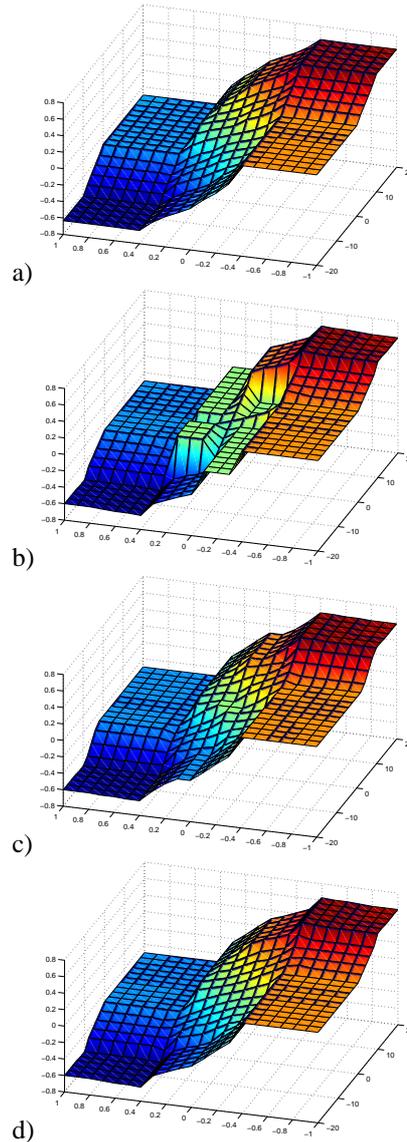


Figura 5: Superfícies para a variável de saída *cold*: a) Mamdani, b) Rescher-Gaines com S_0 , c) Rescher-Gaines com S_3 global, d) Rescher-Gaines com S_3 local

Nos testes realizados, a relação de similaridade foi aplicada a todos os termos de saída. Uma abordagem

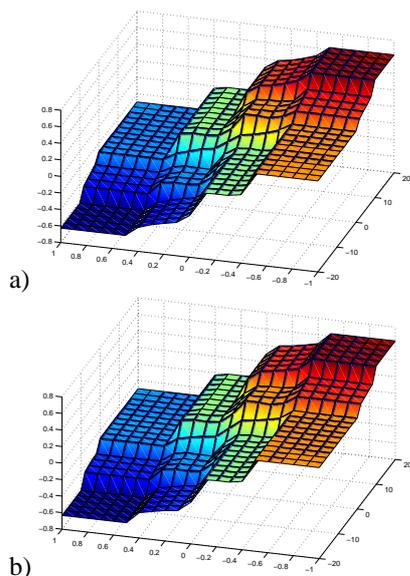


Figura 6: Superfícies para a variável de saída *cold*: a) Gödel com $S_{.1}$ global, b) Gödel com $S_{.1}$ local

global foi empregada quando o conjunto modificado (3 e 4) foi ativado para todas as entradas. Esta é uma abordagem vantajosa, por ser uma aplicação direta cuja programação é simples, além do tempo de execução ser curto. Por outro lado, as entradas que não ativam regras inconsistentes, que produzem saídas perfeitamente possíveis, são afetadas de forma negativa pela imprecisão que a relação de similaridade aplicada pode gerar.

As abordagens que lidam com o problema da inconsistência de forma local também podem ser aplicadas a uma base de regras. Uma estratégia local utilizada neste trabalho é tal que o conjunto modificado é utilizado apenas para as entradas cujas regras ativadas se encontram em áreas de conflito. Nos outros casos utilizam-se os conjuntos originais. Contudo, esta abordagem consome um tempo maior de processamento e pode tornar-se inviável em aplicações reais.

As superfícies de controle para a variável de saída *cold* do sistema “shower” descrito acima, considerando os diferentes métodos de implicação, min (Mamdani), Rescher-Gaines e Gödel, e as estratégias de emprego da relação de similaridade, abordagens global e local, são apresentadas e analisadas.

Em 5 a) é ilustrada a superfície referente à abordagem tradicional de Mamdani. Em 5 b), 5 c) e 5 d) estão as superfícies obtidas utilizando o operador de Rescher-Gaines com a base de regras original, com a base de regras modificada e ativada para todas as entradas e com a base de regras modificada e ativada apenas quando é detectado conflito para uma determinada entrada. Em 6 a) e 6 b) estão as superfícies utilizando o operador de Gödel para abordagens global e local.

Analisando-se as superfícies, observa-se em b) saídas iguais a 0, que correspondem a problemas de inconsistência na base de regras, ou seja, a entrada apresentada ativa regras cujos termos consequentes não se interceptam, resultando em um conjunto vazio. Este conjunto decodificado produz o valor 0. A utilização do operador de Gödel produz uma superfície semelhante.

As figuras 7, 8 e 9 apresentam os gráficos resultantes da simulação do sistema em questão, considerando as quatro configurações descritas para as superfícies acima. Observa-se que os resultados gerados utilizando as abordagens global e local com o operador de Rescher-Gaines são bem próximos daquele apresentado pelo método de Mamdani. As saídas obtidas não produzem muitas oscilações, assim como o sistema baseado em conjunção (Mamdani). São apresentados os gráficos para as variáveis de entrada *temp* e *flow*, mediante um *set point*, e ainda a saída do controle difuso.

Já o mecanismo de inferência que emprega o operador de Gödel, apesar de atingir o *setpoint* rapidamente para a variável *flow* (ver 8(e)), apresenta muitas oscilações na saída (ver 9(e)). O comportamento deste operador ainda é objeto de estudo. Deve ser considerado que estes são os primeiros resultados obtidos.

4 Conclusão

Este trabalho apresentou os primeiros resultados obtidos empregando-se uma abordagem baseada em similaridade para restaurar consistência em sistemas difusos implicativos. Trata-se de um método simples que pode ser aplicado a diversas bases de regras dentro da literatura. Os teste foram realizados em problemas simples (*toy problems*) em controle difuso. Os resultados tiveram como base de comparação o comportamento dos mesmos sistemas empregando o tradicional método de Mamdani.

As estratégias empregadas foram descritas, bem como suas vantagens e desvantagens. Utilizar uma estratégia global ou uma estratégia local depende da aplicação envolvida.

Uma relação de similaridade adequada é aquela que torna consistente uma base de regras inconsistente, considerando o operador de implicação envolvido. A partir da relação de similaridade, é necessário optar pela estratégia que será utilizada na obtenção do sistema consistente.

Outros testes serão realizados como continuidade deste trabalho. Diferentes configurações serão testadas em aplicações, possibilitando comparar o desempenho dos controladores tradicionais (que são baseados em sistemas conjuntivos) e dos sistemas implicativos. As configurações envolvem o emprego dos operadores de implicação residuais, das estratégias que variam de completamente globais a completamente locais [7] e possivelmente de outras famílias de relações de similaridade.

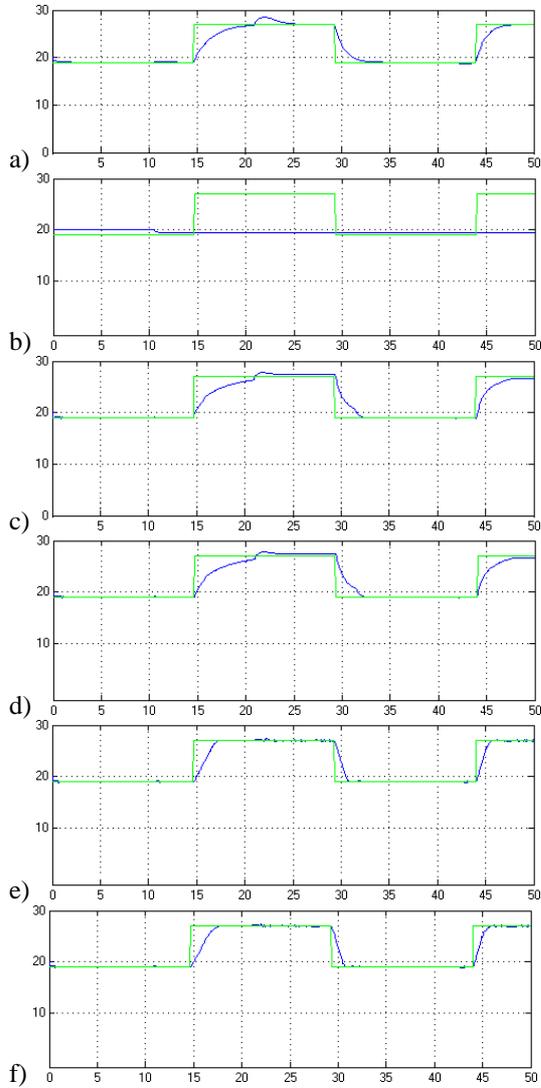


Figura 7: Variável *temp*: a) Mamdani, b) Rescher-Gaines com S_0 , c) Rescher-Gaines com S_3 global, d) Rescher-Gaines com S_3 local, e) Gödel com S_1 global, f) Gödel com S_1 local

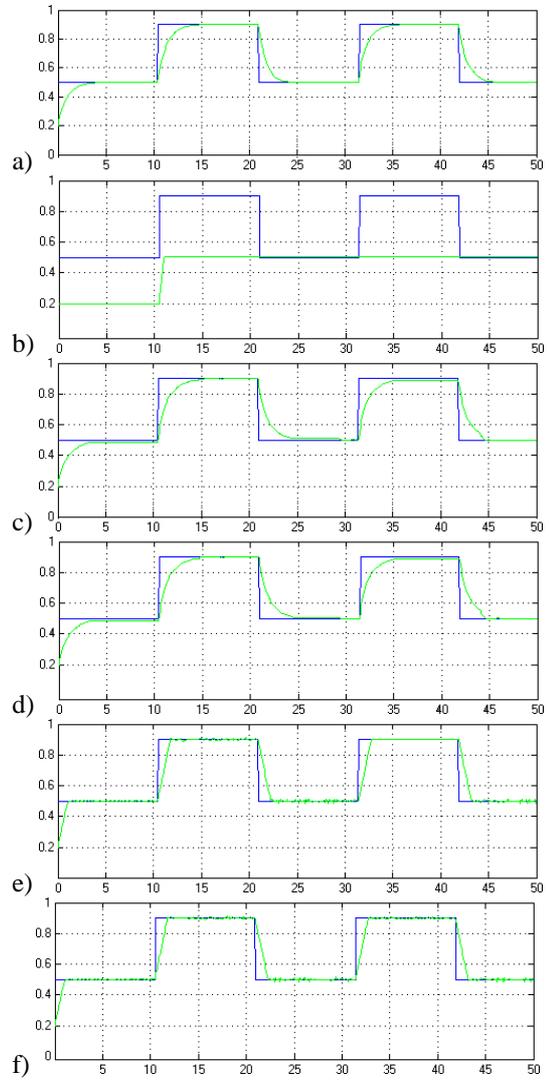


Figura 8: Variável *flow*: a) Mamdani, b) Rescher-Gaines com S_0 , c) Rescher-Gaines com S_3 global, d) Rescher-Gaines com S_3 local, e) Gödel com S_1 global, f) Gödel com S_1 local

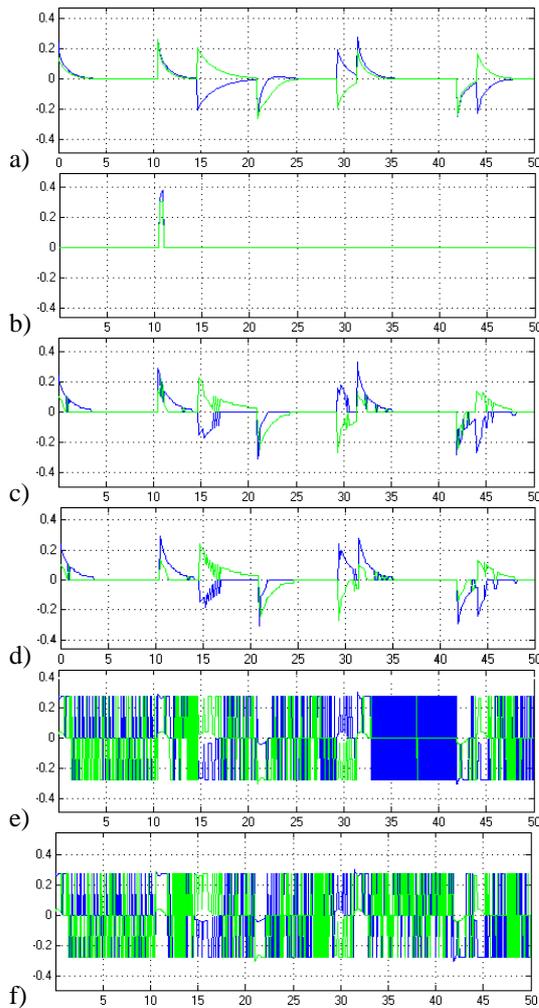


Figura 9: Saída: a) Mamdani, b) Rescher-Gaines com S_0 , c) Rescher-Gaines com S_3 global, d) Rescher-Gaines com S_3 local, e) Gödel com S_1 global, f) Gödel com S_1 local

Referências

- [1] Dubois D., Prade H., Ughetto L. Coherence of Fuzzy Knowledge Bases. In *Proc. Fuzz-IEEE'96*, New Orleans (USA), 1858–1864, 1996.
- [2] Dubois D., Prade H., Ughetto L. Checking the coherence and redundancy of fuzzy knowledge bases. In *IEEE Trans. on Fuzzy Systems* 5(3), 398–417, 1997.
- [3] Gottwald S., Petri U. An algorithmic approach towards consistency checking for systems of fuzzy control rules. In *Proc. of EUFIT'95*, Aachen (Germany) 28–31, 1995.
- [4] Pedrycz W., Gomide F. *An introduction to Fuzzy sets: Analysis and Design*. MIT Press, 1998.

- [5] Perfilieva I., Tonis A. Compatibility of systems of fuzzy relations equations. In *Int. Journal of General Systems* 29(4), 511–528, 2000.
- [6] Yager R.R., Larsen H.L. On discovering potential inconsistencies in validating uncertain knowledge bases by reflecting on the input. *IEEE Trans. on S.M.C.* 21, 790–801, 1991.
- [7] Godo L., Sandri S. A similarity-based approach to deal with inconsistency in systems of fuzzy gradual rules. In *Proc. of IPMU'02*, Annecy (France), 1655–1662, 2002.
- [8] Drummond I., Godo L., Sandri S. A similarity-based approach to deal with inconsistency in systems of fuzzy gradual rules. In *Proc. of SBIA'02*, Recife (Brasil), 2002.
- [9] Dubois D., Prade H. What are fuzzy rules and how to use them. *Fuzzy Sets and Systems* 84, 169–185, 1996.
- [10] Ruspini E.H., Bonissone P.P., Pedrycz W. *Handbook of Fuzzy Computation*. IOP Publishing Ltd, 1998.