

Algoritmos para o Problema de Localização de Torres de Radiotransmissão

Leandro Toss Hoffmann, José Demisio S. da Silva
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
{hoffmann, demisio}@lac.inpe.br

Arthur Tórigo Gómez
Universidade do Vale do Rio dos Sinos
breno@exatas.unisinos.br

Resumo

Este trabalho apresenta uma abordagem para o problema de localização de antenas, comumente encontrado nos projetos de comunicação que utilizam sistemas de radiotransmissão. O objetivo deste trabalho consiste em comparar o uso de Algoritmo Genético, na abordagem do problema de localização, com outras técnicas de otimização. Neste trabalho, o problema é formulado como um Problema de Localização com Máxima Cobertura onde os algoritmos de otimização consideram um modelo de propagação de uma antena simples. Para tanto, inicialmente são apresentados conceitos básicos pertinentes a antenas e em seguida as estratégias de abordagem do problema são descritas, bem como alguns experimentos e resultados obtidos.

1. Introdução

Um problema comumente encontrado nos dias atuais, relativo a análise espacial, é o posicionamento de antenas. O problema da definição do posicionamento de antenas surge da necessidade de se criar um sistema de comunicação utilizando sinais de ondas de rádio. Sendo a tomada de decisão, que define o posicionamento das antenas de transmissão / recepção, realizada baseada nos pontos onde o sinal deverá atingir, procurando maximizar o número de clientes atendidos com um número mínimo de antenas. Na maioria dos casos, o problema passa a ser complexo devido à extensão territorial em questão e as variáveis envolvidas relativas a propagação do sinal da antena e eventuais problemas de sombra de transmissão.

Neste trabalho, busca-se abordar o problema de posicionamento de antenas, utilizando-se Algoritmo Genético (AG), comparando os resultados com outras técnicas de otimização.

Desta forma, inicialmente são descritos conceitos básicos de antenas, no item 1. Posteriormente, no item 2, o problema é definido, seguido, no item 3, pela descrição das abordagens adotadas. O item 4 concentra-se na aplicação desenvolvida, descrevendo as estratégias utilizadas na implementação. Os experimentos e

resultados são apresentados nos itens 5 e 6, e finalmente no item 7 são expostas as conclusões.

1. Antenas

Uma antena pode ser considerada como um tipo especial de linha de transmissão, a qual irradia ou capta energia [13]. Através da frequência de uma onda é possível classificar dois tipos básicos de ondas, segundo sua propagação: ondas terrestres e ondas espaciais. As ondas terrestres se constituem dos sinais diretos entre o transmissor e o receptor, e de sinais provenientes de ondas refletidas pela terra. Já as ondas espaciais referem-se às ondas terrestres propagadas em direção ao espaço, mas refletidas pela ionosfera ou troposfera de volta a terra [13]. Vassalo, 1979, classifica as ondas em quatro formas diferentes de programação: direta, por reflexão, por difração e por refração.

Eletricamente, o elemento fundamental de uma antena é um dipolo padrão, sendo simplesmente é uma linha de transmissão, em circuito aberto, alimentada por um gerador. A antena dipolo padrão mais simples é a antena dipolo de Hertz constituída pela abertura das extremidades dos fios da linha de transmissão, tendo seu comprimento físico total igual a meio comprimento de onda.

1.1. Diagramas de irradiação

Uma antena nunca irradia energia em todas as direções, sendo assim, seu diagrama nunca será uma esfera. O diagrama de irradiação de uma antena dipolo de Hertz, por exemplo, tem um formato toroidal [14]. Assim, estando esta antena verticalmente posicionada ao centro do tiróide, sua irradiação se dará em intensidades iguais nas direções norte, sul, leste, oeste, porém de forma desigual nas posições acima e abaixo da antena.

1.2. Directividade

A sensibilidade de uma antena em captar ou irradiar sinais numa dada direção é chamada de directividade (D) da antena, a qual é determinada pelo diagrama de irradiação da mesma. A directividade é indicada pelo

comprimento de uma reta do centro da antena até a linha do diagrama de irradiação, onde a orientação é definida pela visada da antena até o ponto que se deseja calcular a directividade. A directividade de uma antena dipolo de meia onda é bidirecional, formado por dois lóbulos, podendo ser aproximada pela Equação (1).

$$D = \cos^2 \theta \quad (1)$$

onde, θ é o ângulo de visada formado entre a antena e o receptor.

1.3. Ganho

O ganho (G) é outra propriedade importante de uma antena, relativa a sua transmissão ou recepção. É uma propriedade comparativa da potência de uma antena em relação à antena dipolo padrão nas mesmas condições e frequência. Usualmente, a razão entre as potências é expressa em decibéis [21]. Neste trabalho, o ganho de um receptor padrão será expresso pela Equação (2), que traz uma relação inversa do quadrado da distância entre o receptor e a antena transmissora. Esta relação é ainda proporcional a directividade da antena.

$$G = \frac{1}{d^2} \cos^2 \theta \quad (2)$$

onde: d é a distância euclidiana entre o receptor padrão e a antena transmissora.

2. Formulação do problema

O objetivo desse trabalho consiste em definir o posicionamento de torres de radiotransmissão, considerando os seguintes fatores: as coordenadas de pontos para recepção do sinal; a quantidade de clientes por pontos de recepção; as coordenadas das antenas; o modelo de irradiação das antenas transmissoras; a orientação e polarização das antenas transmissoras; a altura das torres das antenas; o modelo em três dimensões do terreno, com quotas de elevação e a distância comparativa do receptor ideal. Não está no escopo do trabalho, analisar os modelos de irradiação das antenas receptoras, nem o comportamento das ondas de rádio de reflexão terrestre ou espacial.

Considerando um terreno discretizado, obtido através de uma modelagem matricial, o problema de posicionar antenas pode ser modelado por redes e abordado como um problema de localização de facilidades. Neste trabalho, o problema apresentado, consiste em definir o posicionamento de um número fixo de antenas transmissoras, de modo a atender um número máximo de clientes receptores. Sendo assim, o problema será modelado como um Problema de Localização com Máxima Cobertura [4],[7],[11],[12],[19], onde dado um número fixo de antenas, o objetivo é maximizar o número

de clientes receptores, conforme mostrado nas Equações (3), (4), (5), (6) e (7).

$$\text{Max } f = \sum_{i=1}^m c_i y_i \quad (3)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i, i = 1, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = p \quad (5)$$

$$x_j \in \{0,1\}, j = 1, \dots, n \quad (6)$$

$$y_i \in \{0,1\}, i = 1, \dots, m \quad (7)$$

Onde: $N_i = \{j \mid d_{ij} \leq d\}$ é o conjunto de pontos viáveis nos quais uma antena atenderia o receptor i .

y_i = receptor i

m = número de pontos de receptores

x_j = ponto viável j para localização de antena

n = número de pontos viáveis para localização de antenas

c_i = peso do receptor i

p = número total de antenas admitido

d_{ij} = distâncias entre os pontos

3. Abordagem do problema

A formulação do problema descrita no item 2. caracteriza um problema de Programação Inteira (PI), onde suas variáveis são limitadas a um conjunto fixo de valores [16],[18]. Entre as abordagens tradicionais de PI pode-se destacar *Branch-and-Bound*, *Cutting-plane* e *Relaxação Lagrangeana* [18]. Todavia, segundo Goldbarg & Luna, 2000, “aplicações do mundo real, modeladas por PI, normalmente implicam numa maior complexidade computacional do que as oriundas de situações de não-linearidade de funções”. Na sua abordagem, acabam também sendo utilizadas técnicas heurísticas, que não garantem a obtenção da solução ótima para um problema, mas por outro lado, podem representar uma implementação com menor demanda computacional em relação as abordagens tradicionais [17]. Desta forma, utilizou-se além do Algoritmo Genético a Heurística de Localização-alocação e Pesquisa Tabu.

3.1. Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (AG's) tiveram seus princípios desenvolvidos por John Holland, em 1975, e trata-se de uma heurística de otimização inspirada na evolução biológica [3]. Neste algoritmo, indivíduos competem entre si pela sobrevivência, evoluindo através

de gerações. Cada indivíduo tem um grau de aptidão e espera-se que os mais aptos sobrevivam, propagando seu código genético [1],[9],[15].

O mecanismo de seleção natural dos AG's está baseado na sua aptidão, para tanto cada indivíduo é representado por um cromossomo que irá determinar a função de aptidão (FA) deste indivíduo. O cromossomo é uma codificação das características do indivíduo, ou seja, uma solução de um problema num espaço de busca. A codificação mais simples utilizada é a codificação binária, onde o cromossomo é representado por uma cadeia sobre o alfabeto $\{0,1\}$ [3].

Baseado no cálculo da FA de cada indivíduo são implementados métodos de seleção. Um dos métodos de seleção comumente utilizado é o Método da Roleta. Neste método, os indivíduos são selecionados através do giro de uma roleta, onde cada setor circular desta roleta representa um indivíduo. Além disto, os setores são espaçados proporcionalmente a FA de cada indivíduo, fazendo com que a probabilidade de escolha de um indivíduo mais apto seja maior [3].

Novos indivíduos são gerados por um operador de cruzamento. O cruzamento é a combinação do código genético de um par de indivíduos, previamente selecionado. Neste processo, inicialmente é escolhido um ponto de cruzamento aleatoriamente, produzindo dois fragmentos de cromossomo em cada pai. Posteriormente esses fragmentos são intercalados, formando dois novos indivíduos [3]. Um operador de mutação é aplicado após o processo de cruzando, que consiste na possível alteração aleatória de um gene do novo indivíduo gerado. Este operador pode provocar mudanças nas soluções dos indivíduos, evitando que os mesmos caiam em mínimos (ou máximos) locais [9].

Os principais parâmetros utilizados pelos AG's são: tamanho da população (a quantidade de indivíduos que será utilizado); taxa de cruzamento (a quantidade de novos indivíduos criados a cada interação); taxa de mutação (a quantidade de mutações aplicadas) e intervalo de geração (a porcentagem da população que será substituída durante a próxima geração) [9].

Os critérios de parada utilizados pelos AG's podem ser: a) quando a população convergir, ou seja, quando todos indivíduos tiverem um certo percentual igual de genes, ou; b) quando o algoritmo atingir um certo número de iterações [3].

3.2. Heurística de Localização-alocação

É uma técnica de busca local utilizada no trabalho com problemas de localização de Lorena, 2001, inspirada no trabalho de Cooper, 1963 (citado por Lorena, 2001) e Taillard, 1996. Através de uma estrutura de grafo, uma

solução inicial identifica p agrupamentos C_k , $k \in \{1, 2, \dots, p\}$, onde p é um número de medianas definido. A heurística de Localização-alocação procura então melhorar a solução inicial, reposicionando as medianas e redefinindo os agrupamentos. O processo é iterativo até que não haja melhorias na função objetivo. Lorena, 2001, sugere que o processo de troca entre vértices mediana e não-mediana em cada agrupamento C_k , $k = 1, \dots, p$, possa ser executada para: a) todos os vértices não medianas do agrupamento C_k ; b) apenas para os vértices não-medianas alocados do agrupamento C_k , ou; c) apenas para os vértices não-medianas localizados a uma certa distância do vértice mediana do agrupamento C_k .

3.3. Pesquisa Tabu

É uma técnica genérica de busca no espaço, desenvolvida por Glover, 1989, aplicada a resolução de problemas de otimização combinatorial. Pesquisa Tabu é uma meta-heurística, ou seja, uma estratégia mestre que guia e modifica outras heurísticas para produzir soluções além daquelas que são normalmente geradas por buscas locais [6],[8]. Através do algoritmo de Pesquisa Tabu, pode-se encontrar em um conjunto X de possíveis soluções s que otimiza a função objetivo f . Essa otimização pode ser tanto maximizar a função f quanto minimizá-la, como mostrado a seguir:

$$\text{Minimizar (Max) } f(s): s \in X \text{ e } X \in R_v, \\ \text{onde } R_v \text{ é a região viável.}$$

A vizinhança $N(s)$ é definida como cada solução s de X . O algoritmo inicialmente começa com uma solução inicial *sinic*; sempre que uma possível solução s é encontrada, gera-se uma vizinhança V^* a partir dessa, sendo que a melhor solução de V^* é s^* . Para evitar fazer ciclos em torno de um ótimo local, não é permitido que se admitam k soluções já visitadas, onde k é um dado número. Para isso, implementa-se uma Lista Tabu T de tamanho $|T| = k$, que é usada como uma fila circular. Sempre que um movimento s para s^* é executado, seu movimento inverso é armazenado em T . O movimento armazenado é considerado proibido, ou seja, é um movimento tabu. A lista tabu pode também ser usada para fazer o movimento inverso, partindo do último movimento armazenado até o primeiro.

Existe porém a possibilidade de um movimento tabu causar uma melhora na função f . Para que esse movimento tabu possa ser admitido, tem-se uma função critério de aspiração $A(z)$. Se o movimento para uma solução s_i for um movimento tabu, dado que $f(s_i) \leq A(z=F(s_i))$ então o movimento é admitido, passando a fazer parte de V^* . O critério de parada da pesquisa é

quando o algoritmo atinge um número de iterações previstas (parâmetro NBMAX) ou quando o programa não gera vizinhança devido a lista tabu ser muito grande ou a vizinhança ser muito pequena.

4. Aplicação

A seguir, as estratégias de implementação adotadas nos algoritmos de otimização serão descritas. Para implementação utilizou-se a linguagem C++, por se tratar de uma linguagem portátil, com boa performance de execução [10].

4.1. Delimitação do espaço de busca

Dado que o terreno foi modelado através de uma estrutura matricial, a localização das antenas e dos receptores é referenciada através de coordenadas cartesianas. As células da matriz indicam o conjunto de pontos viáveis para posicionamento das antenas, ou seja, a região viável. O espaço de busca é reduzido pelo conjunto de pontos viáveis para localização de antenas no terreno que viabilizam o atendimento de pelo menos um ponto receptor, ou seja, locais do mapa que estiverem fora do ganho de todos receptores não farão parte do espaço de busca. A delimitação restringe o espaço de busca a ser utilizado pelas heurística Localização-alocação e Pesquisa Tabu, agilizando assim o processo de posicionamento das antenas.

4.2. Geração de solução inicial

Todos algoritmos de otimização, utilizados neste trabalho, necessitam de uma solução inicial viável para iniciar o processo de busca de uma solução melhor. Uma vez definido o espaço de busca pelo conjunto dos pontos viáveis para posicionamento das antenas, admite-se que todas variáveis de entrada do sistema já foram lidas, faltando apenas estabelecer a localização inicial das antenas. Este método de geração de solução inicial é feito de duas maneiras: sorteio dos pontos viáveis para posicionamento das antenas; ou leitura de um arquivo contendo a localização inicial das antenas. Em seguida, é feito o cálculo da função objetivo (Equação (3)) para determinar o número de receptores atendidos inicialmente.

4.3. Implementação do Algoritmo Genético

Toda estratégia de implementação do Algoritmo Genético foi baseada na forma de codificação dos cromossomos. Para tanto, foi utilizada a codificação binária, onde o cromossomo representa uma solução do

problema, ou seja, as coordenadas das antenas. A Figura 1 ilustra a codificação de um cromossomo, onde as coordenadas de uma antenas são representadas através de sub-cadeias binárias do cromossomo. Para o cálculo da função de aptidão, cada sub-cadeia é decodificada para um número real e então é realizado o cálculo do número de receptores atendidos.

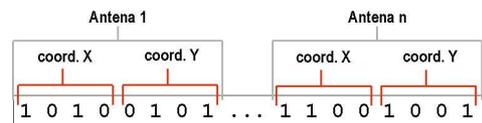


Figura 1 . Codificação do cromossomo dos indivíduos

À exceção dos outros algoritmos de otimização implementados neste trabalho, o algoritmo baseado em AG utiliza uma solução inicial exclusivamente randômica, onde são selecionados os indivíduos com soluções dentro da região viável. O cruzamento é realizado através da escola de casais pelo método da roleta, onde o ponto de cruzamento é sorteado aleatoriamente. Já o critério de parada utilizado consiste num número e de épocas limite sem que haja substituição da melhor solução, conhecido como MAX_ÉPOCAS, definido pelo usuário.

4.4. Algoritmo baseado na heurística de Localização-alocação

O funcionamento deste algoritmo está baseado na criação de agrupamentos de pontos viáveis para localização das antenas e posteriormente a movimentação das antenas dentro do seu agrupamento. A partir do posicionamento inicial das antenas, definido pelo método de geração de solução inicial, são definidos n agrupamentos, onde n é o número de antenas a serem posicionadas. Os agrupamentos são formados pelos pontos viáveis para posicionamento de antenas, onde cada ponto da região viável pertence ao agrupamento da antena mais próxima. As posições das antenas definem a solução atual do problema. O processo de movimentação das antenas consiste em trocar a posição atual de cada antena para todos pontos viáveis pertencentes ao seu agrupamento. São feitos todos movimentos de uma antena em seu agrupamento, para depois ser realizada a movimentação da próxima antena. A cada troca de posição de uma antena, o valor da função objetivo (Equação 3) é recalculado e armazenado. Ao final de todas movimentações de uma antena, o movimento que melhorou a solução atual do problema define a nova posição da antena. A nova configuração da posição de todas antenas da melhor solução encontrada passa a ser a solução atual do problema. Ao final de cada iteração, todos agrupamentos são redefinidos e caso não haja

nenhuma melhora da solução atual, o algoritmo pára e a solução atual passa a ser a solução final do problema.

4.5. Algoritmo baseado em Pesquisa Tabu

Além do método de geração de solução inicial, para implementação da Pesquisa Tabu é importante definir a política de geração de vizinhanças, a Lista Tabu e o critério de aspiração.

O método de geração de vizinhanças utilizado consiste em variar as posições atuais das antenas com todas as posições do espaço de busca permitidas. Analogamente ao algoritmo de Localização-alocação, primeiro são realizadas todas trocas possíveis da posição atual de uma antena, para depois ser movimentada a próxima antena. A cada troca realizada, o valor da função objetivo (Equação 3) é recalculado e armazenado. A melhor solução viável, encontrada no conjunto de movimentos de uma antena, é conhecida como solução ótima local, e define a nova posição da antena. A nova configuração da posição de todas antenas passa a ser a solução atual do problema.

Não são admitidos movimentos que resultem numa solução do problema já visitada, assim cada solução nova encontrada é armazenada na Lista Tabu. A Lista Tabu representa o conjunto de soluções que resultam a mesma configuração de receptores atendidos, para tanto, é armazenada a lista dos receptores atendidos por cada solução ótima local encontrada. Vale ressaltar que a Lista Tabu é uma lista circular, com tamanho definido pelo usuário.

Após n iterações sem que haja substituição da melhor solução, o algoritmo pára, retornando a melhor solução encontrada como solução do problema. O parâmetro n , conhecido como NBMAX, é definido pelo usuário.

5. Experimentos

Foram realizadas uma série de experimentos variando os dados de antenas e receptores, simulados em um Pentium III, 800 MHz, com 128 Mb de memória RAM.

Nos experimentos foram utilizados dados de altimetria da região de Tainhas-RS, com extensões de 24 por 14 quilômetros. O posicionamento inicial das antenas, assim como a localizações dos pontos receptores, foram definidas aleatoriamente, com distribuição uniforme.

A quantidade de antenas foi variada nos seguintes números: 8 e 12. Todas com uma altura adicional em relação ao solo de 30 metros, referente a sua torre. Já a quantidade de receptores variou em: 50, 100, 250 e 500, com uma altura adicional em relação ao solo de 2 metros.

Cada experimento foi simulado 10 vezes, com dados aleatórios, onde o limite do ganho de sinal necessário

para um receptor ser atendido é 0,56% do ganho de um receptor padrão comparativo, distante 1500 metros da antena, com directividade máxima. Os parâmetros do algoritmo de Pesquisa Tabu NBMAX e tamanho da Lista Tabu foram definidos em 7 e 5 respectivamente. Já para o Algoritmo Genético, foi utilizada uma população de 1000 indivíduos, onde a cada geração eram gerados 300 novos indivíduos. A taxa de mutação utilizada foi 10% e o MAX_ÉPOCAS estipulado em 100.

6. Resultados

As Tabelas 1 e 2 resumam os resultados dos experimentos descritos. Cada tabela, compara os resultados dos algoritmos de otimização, variando a quantidade de receptores, sendo que nas Tabelas 1 e 2, foram utilizadas 8 e 12 antenas, respectivamente.

Todos algoritmos de otimização chegaram a resultados com melhoras significativas a partir da solução inicial. Entretanto, observa-se que, em todos experimentos, o algoritmo de Pesquisa Tabu obteve os resultados médios superiores aos resultados do Algoritmo de Localização-alocação ou Algoritmos Genéticos. Este fato deve-se a vizinhança rica gerada pelo Algoritmo de Pesquisa Tabu.

Quanto aos tempos de processamento, o Algoritmo Genético mostrou-se equivalente ou inferior ao algoritmo de Pesquisa Tabu, como pode ser visto na Figura 2 e Figura 3. Observa-se ainda que para um número de receptores pequeno, o algoritmo de Localização-alocação e AG obteve desempenhos muito próximos.

7. Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma abordagem do problema de localização de torres de radiotransmissão, baseado em Algoritmos Genéticos. Os resultados desta abordagem foram comparados a resultados obtidos por meio de outras heurísticas. Os resultados mostraram que a posição inicial das antenas foi significativamente otimizada, sendo a implicação das três heurísticas comparáveis, ainda que o algoritmo baseado em Pesquisa Tabu tenha obtido os melhores resultados. Quanto ao desempenho, o algoritmo baseado em Algoritmo Genético obteve tempos de processamento comparáveis ao algoritmo baseado em Pesquisa Tabu.

Por outro lado, diversos experimentos poderão ser realizados de maneira a melhorar os resultados e desempenho do algoritmo baseado em Algoritmo Genético, encontrando parâmetros de tamanho de população, taxa de cruzamento e critério de parada mais apropriados.

Tabela 1 . Resultados de experimentos para posicionamento de 8 antenas

Qtde. Receptores	Solução Inicial (qtde. recep. atendidos)		Solução Final (qtde. recep. atendidos)					
			Tabu		Localização-alocação		Algoritmos Genéticos	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
50	8,1	2,1	34,5	2,1	31,5	2,5	32,4	2,12
100	18,2	5,1	58,4	2,5	55,7	2,9	54,6	2,0
250	47,2	5,8	119,7	4,6	118,2	5,5	110,5	4,0
500	94,0	11,5	216,0	6,6	207,8	8,1	198,6	10,8

μ : Média σ : Desvio Padrão

Tabela 2 . Resultados de experimentos para posicionamento de 12 antenas

Qtde. Receptores	Solução Inicial (qtde. recep. atendidos)		Solução Final (qtde. recep. atendidos)					
			Tabu		Localização-alocação		Algoritmos Genéticos	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
50	12,9	2,6	42,9	1,4	40,3	2,6	40,2	1,9
100	26,7	4,4	75,7	2,5	72,9	4,9	70,8	4,3
250	70,1	8,4	162,1	4,6	158,8	5,2	144,3	12,7
500	138,5	11,5	294,8	5,2	287,0	13,6	264,9	15,6

μ : Média σ : Desvio Padrão

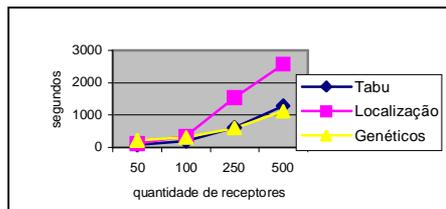


Figura 2 - Tempos de processamento dos algoritmos de otimização do posicionamento de 8 antenas

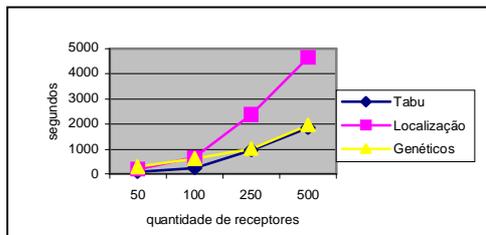


Figura 3 - Tempos de processamento dos algoritmos de otimização do posicionamento de 12 antenas

Referências Bibliográficas

[1] Banzhaf, W.; Nordic, P.; Keller, R.E. & Francone, F.D. *Genetic Programming: an introduction on the automatic evolution of computer programs and its applications*. Morgan Kaufmann Publishers e dpunkt.verlag, San Francisco, 1998.

[2] Cooper, L. "Location-allocation problems", *Operation Research*, **11**, 1963, 331-343

[3] Costa Júnior, I. *Introdução aos Algoritmos Genéticos*, In: VII Escola de Informática da SBC Regional Sul, Londrina, 1999, 35-54.

[4] Galvão, R.D.; Espejo, L.G.A. & Boffey, B. "A comparison of lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem". *European Journal of Operational Research*, **124**, 2000, 337-389.

[5] Glover, F. "Tabu Search I". *ORSA Journal on Computing*, **1**, 1989, 190-206.

[6] Glover, F. & Laguna, M. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, 2001.

[7] Goldberg, M.C. & Luna, H.P.L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: modelos e algoritmos*. Campus, Rio de Janeiro, 2000.

[8] Hertz, A. "Tabu Search for Large Scale Timetabling Problems", *European Journal of Operational Research*, **54**, 1991, 39-47.

[9] Lacerda, E.G.M. & Carvalho, A.C.P.L.F. "Introdução aos Algoritmos Genéticos", In: Anais XIX Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação, 1999,51-126.

[10] Lee, R.C. & Tepfenhart, W.M. *UML e C++ - Guia Prático de Desenvolvimento Orientado a Objeto*. Mkrone Books, São Paulo, 2001.

[11] Lorena, L.A.N. *Análise de redes*. In: *Análise Espacial de Dados Geográficos* [editado por Câmara, G.; Monteiro, A. M.; Fuks, S.; Camargo, E. & Felgueiras, C.], INPE, São José dos Campos, 2001.

[12] Lorena, L.A.N. & Pereira, M.A. "A Lagrangean/surrogate heuristic for the maximal convering location problem using Hillsman's edition". *International Journal of Industrial Engineering*, **9**(1), 2002, 57-67.

[13] Lytel, A. *ABC das Antenas*. Antenna Empresa Jornalística S.A., Rio de Janeiro, 1973.

[14] Martinha, A.V. *Antenas*. Editorial Presença, Lisboa, 1987.

[15] Michalewicz, Z. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, 1996.

[16] Papadimitriou, C.H. & Steiglitz, K. *Combinatorial Optimization – Algorithms and Complexity*. Dover, Mineola, 1998.

[17] Pidd, M. *Modelagem Empresarial – Ferramentas para tomada de decisão*. Bookman, Porto Alegre, 1998.

[18] Rardin, R.L. *Optimization in Operations Research*. Prentice Hall, New Jersey, 1998.

[19] Scaparra, M.P. & Scutellà, M.G. *Facilities, locations, customers: building blocks of location models*. Technical Report TR-01-18, Università de Pisa, Pisa, 2001.

[20] Taillard, E.D. *Heuristic methods for large centroid clustering problems*. Technical Report 96-96, IDSIA, 1996.

[21] Vassalo, F.R. *Manual de Antenas Receptoras para TV e FM*. Plátano Editora, Lisboa, 1979.