

Recuperação de Perfis Verticais de Propriedades Óticas Inerentes com o Uso da Radiação Emergente da Água

Roberto P. Souto
CAP/SPG/INPE
roberto@lac.inpe.br

Haroldo F. Campos Velho
LAC/INPE
haroldo@lac.inpe.br

Stephan Stephany
LAC/INPE
stephan@lac.inpe.br

Resumo

Este trabalho refere-se ao emprego de uma metodologia de recuperação de perfis verticais dos coeficientes de absorção e de espalhamento utilizando exclusivamente dados da radiação emergente da água, medida imediatamente acima da superfície e em vários comprimentos de onda. Esta abordagem se torna possível com o uso de modelos bio-ópticos que relacionam estes coeficientes com a concentração de clorofila em profundidade e com o comprimento de onda da radiação. Deste modo, a falta de informação de radiação em profundidade, é compensada e substituída pelo dado de natureza multiespectral da radiação observada somente na superfície. Será utilizada uma formulação implícita de resolução de problema inverso, a qual pode demandar até mesmo milhares de iterações, em cada uma das quais tem que ser executado o código que resolve o problema direto, ou seja, a equação de transferência radiativa, no caso o método LTS_N . Objetivando melhor desempenho, uma implementação paralela do mesmo, utilizando a biblioteca de comunicação por troca de mensagens MPI, foi desenvolvida para uso em uma máquina de memória distribuída.

1. Problema Direto - A Equação de Transferência Radiativa

A equação de transferência radiativa para a intensidade de radiação I (radiância) é dada por

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \tau} I(\tau, \mu, \varphi, \lambda) + I(\tau, \mu, \varphi, \lambda) &= \frac{\varpi(\tau, \lambda)}{4\pi} \\ &\times \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \int_{\lambda} \beta(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I(\tau, \mu', \varphi', \lambda) d\lambda' d\varphi' d\mu' \\ &+ S(\tau, \lambda), \end{aligned} \quad (1)$$

sujeita às condições de contorno

$$\begin{aligned} I(0, \mu, \varphi, \lambda) &= f(\mu, \varphi, \lambda) \\ &= I_0(\lambda) \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \end{aligned} \quad (2a)$$

$$I(\zeta, -\mu, \varphi, \lambda) = g(\mu, \varphi, \lambda) = 0, \quad (2b)$$

sendo $\tau \in [0, \zeta]$ a variável óptica, onde ζ é a denominada profundidade ótica do meio. $\mu \in (0, 1]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$ são o cosseno do ângulo polar θ e o ângulo azimutal, respectivamente. A função de fase de espalhamento, que fornece a distribuição angular do feixe espalhado, é representada por $\beta(\mu, \varphi; \mu', \varphi')$, enquanto o termo fonte é dado por $S(\tau, \lambda)$. Por fim, $\varpi(\tau, \lambda)$ representa o albedo de espalhamento simples, que é dado pela razão entre os coeficientes de espalhamento b e atenuação c

$$\varpi(\tau, \lambda) = \frac{b(\tau, \lambda)}{c(\tau, \lambda)} = \frac{b(\tau, \lambda)}{a(\tau, \lambda) + b(\tau, \lambda)}, \quad (3)$$

onde a é o coeficiente de absorção.

Ao discretizar-se a variável do comprimento de onda λ em intervalos (bandas) $\Delta\lambda_g$, os valores das funções dependentes de λ nas equações (1) e (2) são dados pela média dos mesmos nestes intervalos [1]. Deste modo, para uma função genérica $F(\lambda)$, têm-se

$$F_g = F(\lambda_g) = \frac{1}{\Delta\lambda_g} \int_{\Delta\lambda_g} F(\lambda) d\lambda, \quad (4)$$

onde λ_g é o comprimento de onda médio no intervalo g . Considerando que o espalhamento ocorre apenas dentro de um mesmo intervalo, não se emprega esta notação para a função de fase. Logo, para um comprimento de onda λ_g , a equação (1) torna-se

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \tau} I_g(\tau, \mu, \varphi) + I_g(\tau, \mu, \varphi) &= \frac{\varpi_g(\tau)}{4\pi} \\ &\times \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \beta(\tau, \mu, \varphi; \mu', \varphi') I_g(\tau, \mu', \varphi') d\varphi' d\mu' \\ &+ S_g(\tau) \end{aligned} \quad (5)$$

sujeita às condições de contorno

$$I_g(0, \mu, \varphi) = I_{0,g} \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \quad (6a)$$

$$I_g(\zeta, -\mu, \varphi) = 0, \quad (6b)$$

para $\mu \in (0, 1]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Por sua vez, a função de fase ainda pode ser expressa por uma expansão polinomial finita de Legendre em termos do ângulo de espalhamento ψ , representada por $p(\cos \psi)$:

$$\beta(\mu, \varphi; \mu', \varphi') \approx p(\cos \psi) = \sum_{l=0}^L \omega_l P_l(\cos \psi), \quad (7)$$

$$\text{com } \omega_l = 1, \quad \text{para } l = 0$$

$$|\omega_l| < 2l + 1 \quad \text{para } 0 < l \leq L,$$

onde $\{\omega_l\}$ são os coeficientes da expansão de L -ésima ordem da função de fase. Esta ordem também fornece o *grau de anisotropia* do espalhamento. A radiância e o termo fonte são também expandidos através de uma decomposição de Fourier [2],

$$I_g(\tau, \mu, \varphi) = \sum_{m=0}^L I_g^m(\tau, \mu) \cos(m \varphi) \quad (8a)$$

$$S_g(\tau, \mu, \varphi) = \sum_{m=0}^L S_g^m(\tau, \mu) \cos(m \varphi) \quad (8b)$$

Desta feita, a equação de transferência radiativa dada pela equação (5), pode também ser representada por

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \tau} I_g^m(\tau, \mu) + I_g^m(\tau, \mu) &= \frac{\varpi_g(\tau)}{2} \\ &\times \sum_{l=m}^I \omega_l^m P_l^m(\mu) \int_{-1}^1 P_l^m(\mu') I_g^m(\tau, \mu') d\mu' \\ &+ S_g^m(\tau, \mu) \end{aligned} \quad (9)$$

onde

$$P_l^m(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_l(\mu) \quad (10)$$

define um função de Legendre associada, com

$$\omega_l^m = \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \omega_l, \quad (11)$$

e termo fonte dado por

$$S_g^m(\tau, \mu) = \frac{\varpi_g(\tau)}{2} e^{-\tau/\mu_0} \sum_{l=m}^I \omega_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(\mu_0) \quad (12)$$

sujeita às condições de contorno

$$I_g^m(0, \mu) = I_g^m(\zeta, -\mu) = 0 \quad (13)$$

para $\mu \in (0, 1]$.

1.1 Formulação para geometria multi-região

As equações apresentadas até aqui, descrevem a equação de transferência radiativa em um meio homogêneo, onde consideram-se que os coeficientes são constantes com relação à profundidade. Na situação oposta, com $a(z, \lambda)$ e $b(z, \lambda)$ variando conforme a profundidade, têm-se um caso de meio não-homogêneo. Configura-se deste modo um sistema com R regiões com valores de coeficientes **diferentes** entre as regiões, mas **constantes** dentro de cada uma. A variável espacial τ é discretizada então em $R+1$ valores, de $\tau_0 = 0$ a $\tau_R = \zeta$. Então, para $r = 1, 2, \dots, R$ e $\mu \in (0, 1]$, o problema em geometria multi-região pode ser expresso por

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \tau} I_{r,g}^m(\tau, \mu) + I_{r,g}^m(\tau, \mu) &= \frac{\varpi_{r,g}}{2} \\ &\times \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu) \int_{-1}^1 P_l^m(\mu') I_{r,g}^m(\tau, \mu') d\mu' \\ &+ S_{r,g}^m(\tau, \mu) \end{aligned} \quad (14)$$

com

$$\varpi_g(\tau) = \varpi_{r,g} = \frac{b_{r,g}}{c_{r,g}} = \frac{b_{r,g}}{a_{r,g} + b_{r,g}}, \quad (15)$$

sendo constante em toda a região r , para qualquer valor de τ , onde $c_{r,g}$, $a_{r,g}$ e $b_{r,g}$ são os coeficientes de atenuação, de absorção e de espalhamento, respectivamente, para o intervalo de comprimento de onda g . A equação (14) está sujeita às condições de contorno

$$I_{1,g}^m(\tau_0, \mu) = I_{R,g}^m(\tau_R, -\mu) = 0 \quad (16)$$

e para as interfaces para $r = 1, 2, \dots, R-1$, considera-se a condição de continuidade

$$I_{r,g}^m(\tau_r, \pm\mu) = I_{r+1,g}^m(\tau_r, \pm\mu) \quad (17)$$

para $\mu \in (0, 1]$

1.2 Método de Ordenadas Discretas - S_N

O método de Ordenadas Discretas consiste em utilizar uma quadratura de ordem N , com nós $\{\mu_j\}$ e pesos $\{\eta_j\}$, a fim de se obter uma aproximação da integral da equação 14. Discretizando o valor de μ em μ_j , com $j = 1, 2, \dots, N$, a equação de ordenadas discretas que define a equação e transferência radiativa é dada por

$$\begin{aligned} \mu_j \frac{d}{d\tau} I_{r,g}^m(\tau, \mu_j) + I_{r,g}^m(\tau, \mu_j) &= \\ \frac{\varpi_{r,g}}{2} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \sum_{i=1}^N \eta_i P_l^m(\mu_i) I_{r,g}^m(\tau, \mu_i) \\ &+ S_{r,g}^m(\tau, \mu_j), \\ j &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (18)$$

onde agora o termo fonte não-homogêneo é dado por

$$S^m(\tau, \mu_j) = \frac{\varpi_{r,g}}{2} e^{-\tau/\mu_0} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) P_l^m(\mu_0) \quad (19)$$

e as condições de contorno por

$$I_{1,g}^m(0, \mu_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (20a)$$

$$I_{R,g}^m(\zeta, \mu_j) = 0, \quad j = n + 1, n + 2, \dots, N. \quad (20b)$$

Estas são as chamadas equações S_N , as quais são totalmente desacopladas entre si, fazendo com que a resolução das mesmas seja completamente independente uma da outra.

1.3 Método LTS_N

O método LTS_N [10] resulta da aplicação da transformada de Laplace sobre as equações S_N , dadas em (18). Como resultado, obtém-se um sistema de equações algébricas simbólicas, dependentes de s :

$$\begin{aligned} s\bar{I}_{r,j}^m(s) + \frac{1}{\mu_j} \bar{I}_{r,j}^m(s) \\ - \frac{\varpi_r}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \sum_{i=1}^N \eta_i P_l^m(\mu_i) \bar{I}_{r,i}^m(s) \\ = I_{r,j}^m(0) + \frac{1}{\mu_j} \bar{S}_{r,j}^m(s) \end{aligned} \quad (21)$$

Por conveniência, omite-se aqui a dependência espectral no intervalo de comprimento de onda g . A representação da equação (21) na forma matricial fica

$$\bar{M}_{Nr}^m(s) \bar{I}_r^m(s) = I_r^m(0) + \bar{S}_r^m(s). \quad (22)$$

onde a matriz $\bar{M}_{Nr}^m(s)$ de ordem N , denominada matriz LTS_N , é da forma

$$\bar{M}_{Nr}^m(s) = s\mathbf{I} + A_r^m \quad (23)$$

sendo que \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem N , enquanto que A_r^m é matriz cujos os termos são dados por

$$a_r^m(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\mu_j} - \frac{\varpi_r}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \eta_j P_l^m(\mu_j), & i = j, \\ -\frac{\varpi_r}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \eta_i P_l^m(\mu_i), & i \neq j. \end{cases} \quad (24)$$

Para resolver a equação matricial (22), deve-se multiplicar a mesma pela inversa da matriz $\bar{M}_{Nr}^m(s)$, obtendo deste modo

$$\bar{I}_r^m(s) = \left[\bar{M}_{Nr}^m(s) \right]^{-1} I_r^m(0) + \left[\bar{M}_{Nr}^m(s) \right]^{-1} \bar{S}_r^m(s), \quad (25a)$$

$$\bar{I}_r^m(s) = \bar{B}_r^m(s) I_r^m(0) + \bar{B}_r^m(s) \bar{S}_r^m(s). \quad (25b)$$

e aplicando a transformada inversa de Laplace

$$I_r^m(\tau) = B_r^m(\tau) I_r^m(0) + H_r^m(\tau) \quad (26)$$

onde

$$B_r^m(\tau) = \mathcal{L}^{-1} \left[\bar{B}_r^m(s) \right] \quad (27)$$

e

$$H_r^m(\tau) = B_r^m(\tau) * S_r^m(\tau) \quad (28)$$

com o sinal $*$ indicando convolução.

Uma vez que as radiâncias emergentes em $\tau = 0$ e nas interfaces são desconhecidas, a solução da equação (26) não pode ser completamente determinada. Entretanto, o uso das condições de contorno (16), juntamente com a condição de continuidade dos valores de radiância nas interfaces (17), permite que seja possível se determinar estes valores desconhecidos.

Assim sendo, para um esquema multi-região, é resolvido um sistema de equações com $R \times N$ incógnitas. Foi utilizada para resolver o sistema, a rotina CGNR (Gradiente Conjugado com minimização da norma do resíduo) do pacote PIM (*Parallel Iterative Methods*), implementado por Cunha e Hopkins [3].

2. Problema Inverso - Estimção de perfis verticais de clorofila

Mobley [5] apresenta modelos bio-ópticos onde os coeficientes de absorção e de espalhamento mostrados na equação (15), podem ser aproximados pelas equações (29) e (30), apresentadas respectivamente por Morel [7] e Gordon e Morel [4].

$$\begin{aligned} a_{r,g} = [a_g^w + 0.06 a_g^c C^{0.65}(z)] \\ \times [1 + 0.2 e^{-0.014(\lambda_g - 440)}] \end{aligned} \quad (29)$$

e

$$b_{r,g} = \left(\frac{550}{\lambda_g} \right) 0.30 C^{0.62}(z), \quad (30)$$

onde a_g^w é o coeficiente de absorção da água pura, enquanto a_g^c é um coeficiente de absorção adimensional específico de clorofila e $C(z)$ é a concentração de clorofila, em $mg m^{-1}$. O exemplo em questão refere-se a um caso de águas do **Caso 1**, que são águas onde a concentração de fitoplânctons é alta comparada com a de partículas não-orgânicas [6], podendo inclusive variar de águas muito claras (oligotróficas) até a águas muito turvas (eutróficas) [5]. Os valores de a_g^w e a_g^c são tabelados para diferentes comprimentos de onda, podendo ser encontrado em [9]. Deste modo, o problema original de estimção dos coeficientes de absorção e de espalhamento, converte-se na estimção do perfil vertical de

concentração de clorofila, o qual é discretizado em N_z profundidades:

$$C(z_k) = C_z = [C(z_1) C(z_2) C(z_3) \cdots C(z_{N_z})]^t \quad (31)$$

$$= [C_1 C_2 C_3 \cdots C_{N_z}]^t$$

Uma outra abordagem consiste na adoção de um modelo expresso por um valor de fundo (*background*) mais uma Gaussiana:

$$C(z) = C_0 + \frac{h}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-z_{max}}{s}\right)^2} \quad (32)$$

onde z é a profundidade dada em metros. Partindo-se então desta hipótese de modelagem, o problema resume-se a estimar somente quatro parâmetros (C_0, h, s, z_{max}), reduzindo-se a complexidade do problema inverso.

Convém ressaltar que o uso desta segunda abordagem do problema, não é indicado quando o perfil de concentração a ser estimado for bimodal, ou então com outros formatos que não possam ser aproximados por uma gaussiana. Nesta casos, é mais apropriado o uso da primeira abordagem, de estimação de $C(z)$ em N_z profundidades discretas.

2.1 Formulação da inversão multiespectral

Em trabalho recente, Chalhoub e Campos Velho [1] apresentaram pela primeira vez resultados de estimação de fontes internas em águas naturais, através da abordagem inédita de utilização de dados multiespectrais de radiância emergente, invés de radiância em diferentes profundidades.

Foi considerado o albedo de espalhamento simples $\varpi_{r,g}$ conhecido, obtido por meio das equações (32) (com seus quatro parâmetros definidos), (29), (30) e (15).

O valor das radiâncias emergentes na superfície é representado por $I_{1,g}(0, -\mu_i, \varphi_j)$, com $g = 1, 2, \dots, N_\lambda$, $i = 1, 2, \dots, N_\mu$ e $j = 1, 2, \dots, N_\varphi$. Logo, numa estimativa inversa, a função objetivo deste problema é dada por:

$$P_2(C_z) = \left\| I_g^{exp}(0, -\mu_i, \varphi_j) - I_g^{mod}(0, -\mu_i, \varphi_j) \right\|_2$$

$$= \sum_{j=1}^{N_\varphi} \sum_{i=1}^{N_\mu} \sum_{g=1}^{N_\lambda} [I_g^{exp}(0, -\mu_i, \varphi_j) - I_g^{mod}(0, -\mu_i, \varphi_j)]^2. \quad (33)$$

Portanto, há $N_{\lambda\mu\varphi} = N_\lambda \times N_\mu \times N_\varphi$ valores de radiâncias emergentes na superfície, disponíveis para estimar N_z valores do vetor C_z , ou então os 4 parâmetros que definem a função $C(z)$ descrita na equação (32), que minimizam a diferença quadrática descrita pela função objetivo (33).

3. Processamento Paralelo

Uma tendência atual na tentativa de aumento no desempenho de processamento está no uso das máquinas paralelas. Duas arquiteturas paralelas são consideradas geralmente: máquinas de memória compartilhada e de memória

distribuída. Na primeira, todos os processadores acessam um único espaço de endereçamento da memória, havendo restrição quanto a escalabilidade (aumento do número de processadores). Na última, a máquina paralela é constituída pela interconexão de máquinas individuais, denominadas nós, cada um com seu espaço de endereçamento de memória. Nestas, é comum a utilização de máquinas disponíveis comercialmente no mercado, geralmente microcomputadores, sendo a máquina paralela denominada *cluster*. Ainda neste caso, pode-se ter as chamadas MPP's (*Massive Parallel Processors*), quando houver centenas ou milhares de nós, exigindo um esquema muito rápido da interconexão. As dependências de dados entre processadores de nós distintos demandam comunicação por meio de rotinas de uma biblioteca de troca de mensagens, tal como a MPI (*Message Passing Interface*) [8].

A biblioteca MPI foi projetada visando basicamente o paradigma de programação de paralelismo de dados, no qual cada processador executa o mesmo subconjunto das instruções em sub-domínios diferentes dos dados. Entretanto, o MPI viabiliza esquemas do tipo mestre-escravo, em que um único processador pode, por exemplo, recolher resultados parciais dos demais nós e transmitir resultados globais de volta. É importante que se busque maximizar o tempo de processamento em relação ao tempo de comunicação demandado pela paralelização, no caso devido às chamadas à biblioteca MPI, de forma a se obter uma boa granularidade, em termos de processamento paralelo, o que traduz uma baixa penalidade devida à paralelização. Outro ponto relevante no desempenho paralelo é a distribuição eficiente das tarefas entre processadores, visando um bom balanceamento de carga entre estes.

3.1 Métricas de avaliação de desempenho

O speed-up é definido como a razão entre os tempos de execução sequenciais e paralelos, dada pela equação 34.

$$S(p) = \frac{t_{seq}}{t_{par}}, \quad (34)$$

na qual $p = \text{número de processadores}$, $t_{seq} = \text{tempo sequencial}$, referente à execução em único processador e $t_{par} = \text{tempo paralelo}$, referente à execução em uma máquina paralela, composta de processadores iguais à da máquina sequencial. O *speed-up* está limitado pela parte do código que não pode ser paralelizado. Considerando um código cuja fração r seja perfeitamente paralelizável, ou seja, o tempo de processamento dos comandos executáveis corresponde exatamente ao tempo de execução sequencial dividido pelo número de processadores p , no caso de tempos de comunicação desprezíveis, pode-se expressar

o *speed-up* por

$$S(p) = \frac{t_{\text{seq}}}{(1-r)t_{\text{seq}} + \frac{rt_{\text{seq}}}{p}} = \frac{1}{(1-r) + \frac{r}{p}}.$$

No limite, para um número de processadores tendendo a infinito

$$p \rightarrow \infty \quad S(p) \rightarrow \frac{1}{1-r}, \quad (35)$$

ou seja, o *speed-up* é limitado superiormente por essa razão, a qual depende da fração de código não paralelizável. Esta afirmativa constitui a Lei de Amdahl.

A eficiência é definida como a razão do *speed-up* pelo número n de nós. Para um *speed-up* linear, têm-se eficiência igual a 1. Entretanto, as penalidades de comunicação conduzem a eficiências menores. Definição de eficiência:

$$E(p) = \frac{S(p)}{p}. \quad (36)$$

Assim, se eficiência for igual a 1, o *speed-up* é linear. Excepcionalmente, como os dados são distribuídos entre os processadores, o acesso a memória *cache* pode ser otimizado, e um *speed-up* superlinear pode ser alcançado, obtendo-se uma eficiência maior do que 1, consequentemente.

Os programas foram executados em uma máquina paralela de memória distribuída que combina uma arquitetura de baixo custo e *software* livre. O conjunto é composto por 17 nós escalares IA-32 monoprocessados, com sistema operacional Linux e rede de interconexão Fast Ethernet.

4. Resultados Preliminares

Foi implementada uma versão paralela do código LTS_N disponível, utilizando a biblioteca MPI (seção 3) e executada em uma máquina paralela de memória distribuída, um *cluster* baseado em arquitetura IA-32, instalado no Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC/INPE).

A estratégia de paralelização utiliza-se discretização azimutal do termo espalhado da solução da equação de transferência radiativa onde, para cada $m = 0, 1, 2, \dots, L$, resolve-se a equação (9) de forma independente. Assim, atribuíram-se modos azimutais diferentes aos processadores do *cluster*.

Foram gerados dados sintéticos correspondentes aos valores de radiância para um caso típico de ótica hidrológica, denominado $WaterC_0$, cujos parâmetros são dados pela Tabela 1. Considerando uma camada de profundidade 30 m, e assumindo que os coeficientes de absorção e de espalhamento permanecem inalterados em toda a camada, tem-se uma região homogênea cuja profundidade

Tabela 1. Parâmetros usados no caso teste

parâmetro	significado	valor
$a_{r,g}$	coef. de absorção	0.179
$b_{r,g}$	coef. de espalhamento	0.219
$c_{r,g}$	coef. de atenuação	0.398
$\varpi_{r,g}$	albedo de espalhamento simples	0.5503
ζ	espessura ótica	11.94
φ_0	ângulo azimutal de incidência	0
μ_0	cosseno do ângulo polar de incidência	0.8
L	grau de anisotropia	174
N	ordem da quadratura	50
R	número de regiões	6

ótica pode ser expressa por $\zeta = (a_{r,g} + b_{r,g}) \times 30$ e, de acordo com os valores dados, tem-se $\zeta = 11.94$.

Tabela 2. Tempo, *speed-up* e eficiência do código LTS_N paralelo

p	tempo(s)	<i>speed-up</i>	eficiência
1	39.36		
2	19.51	2.02	1.01
4	9.95	3.96	0.99
8	5.10	7.72	0.96

A Tabela 4 mostra o tempo de processamento da versão seqüencial, bem como os tempos, *speed-up* e eficiência da versão paralela variando-se o número de processadores. Constata-se que foi obtida uma implementação paralela efetiva do método LTS_N para resolução da equação de transferência radiativa.

5. Comentários

A distribuição do domínio azimutal entre os processadores permitiu um bom balanço de carga, requerendo uma baixa quantidade de comunicação. Portanto, altos valores de *speed-up* e eficiência foram alcançados pelo código paralelo para até 8 processadores.

Uma vez que o problema direto foi validado, as duas estratégias para o problema inverso, descritas nas equações (31) e (32), é o próximo passo da presente pesquisa.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio recebido da FAPESP por meio do projeto de pesquisa número 01/03100-9 (Paralelização de Aplicações em Física dos Materiais num Ambiente de Memória Distribuída). O autor Roberto P.

Souto agradece a profa. Dra. Cynthia Feijó Segatto, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo auxílio no desenvolvimento do código multi-região do método LTS_N . O autor Roberto P. Souto agradece também ao pesquisador do LAC, Dr. Ezzat Selim Chalhoub, pela assistência dada na avaliação do código multi-região implementado. O mesmo autor agradece ainda ao CNPq pelo suporte financeiro durante este doutoramento, processo número 140217/2001-0.

Referências

- [1] Chalhoub, E.S.; Campos Velho, H.F. Multispectral Reconstruction of Bioluminescence Term in Natural Waters. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, (accepted), 2003.
- [2] Chandrasekhar, S. *Radiative Transfer*. New York: Dover Publications, 1960. 394p.
- [3] Cunha, R.D.; Hopkins, T.R. *PIM 2.2 The Parallel Iterative Methods Package for Systems of Linear Equations*. Instituto de Matemática e Centro Nacional de Supercomputação, UFRGS, Brazil, 1994, 81p.
- [4] Gordon, H.R.; Morel, A. Remote assessment of ocean color for interpretation of satellite visible imagery, a review; Lectures notes on coastal estuarine studies, Volume 4 New York: Springer Verlag, 1983, 114p.
- [5] Mobley, C.D. *Light and water: radiative transfer in natural waters*. San Diego: Academic Press, 1994, 592p.
- [6] Morel, A.; Prieur, L. Analysis of variations in ocean color *Limnol. Oceanogr.* v. 22, n. 4, p. 709, 1977.
- [7] Morel, A. Light and marine photosynthesis: A spectral model with geochemical and climatological implications *Progress in Oceanography* v. 26, n. 3, p. 263–306, 1991.
- [8] MPI FORUM. *The MPI message passing interface standard*. Knoxville: University of Tennessee, 1994.
- [9] Prieur, L.; Sathyendranath, S. An optical classification of coastal and oceanic waters based on the specific spectral absorption curves of phytoplankton pigments, dissolved organic matter, and other particulate materials, *Limnol. Oceanogr.* v. 26, n. 4, p. 671–689, 1981.
- [10] Segatto, C.F.; Vilhena M.T. Extensions of the LTS_N formulation for discrete ordinates problems without azimuthal symmetry. *Ann. Nucl. En.* v. 21, p. 701–710, 1994.