

Análise Físico-Estatística do Índice “S&P500” Futuro: um estudo de caso para 1998-2001

Adriana P. Mattedi^{*,1}, Fernando M. Ramos^{**,1}, Reinaldo R. Rosa^{**,1}, Mônica M. De Marchi¹,
Leonardo Sant’Anna Bins²

(1) Núcleo para Simulação e Análise de Sistemas Complexos
Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

(2) Departamento de Processamento de Imagens
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

(*)Doutorado, Bolsa CAPES, e-mail: adriana@nucleo.inpe.br; (**) Orientadores

Resumo

Este trabalho analisa o comportamento físico-estatístico do índice de ações norte-americano “S&P500” Futuro. O trabalho se insere na tendência atual da aplicação de conceitos da física-estatística na investigação do comportamento de séries de dados econômicos e, em especial financeiros. Foram analisados dados reais da evolução e da variação de preços obtidos com intervalo de um minuto, para o período de abril/1998 a março/2001. Em particular, testou-se modelos de função de probabilidade e verificou-se a autocorrelação entre os dados. As características estatísticas da série estudada apresentaram similaridades com os resultados obtidos em outros estudos sobre outros ativos financeiros. Os resultados mostram ainda que a hipótese de comportamento difusivo anômalo para uma série de preços de ativos financeiros apresenta-se como uma interessante alternativa a ser considerada na modelagem de preços.

Palavras-Chave: econofísica, S&P500 futuro, difusão

Introdução

A área financeira tem sido objeto de crescente interesse interdisciplinar (ex. física-estatística computacional) [6]. Justifica-se os aspectos científicos deste interesse principalmente pela abundância de dados disponíveis, por exemplo, longas séries temporais, e pelo fato de o mercado financeiro ser um sistema altamente complexo cuja dinâmica de comportamento não está totalmente compreendida [2, 3, 5, 6 e 9]. Neste trabalho serão analisadas as características físico-estatísticas do índice de ações S&P 500 Futuro em um período de 3 anos – abril/1998 a março/2001 (figura 1), totalizando, aproximadamente, 307 mil pontos ou preços de negociações. A variação de preço (Z) é dada por: $Z_{\Delta t} = Y(t + \Delta t) - Y(t)$, sendo $Y(t)$ o preço do S&P500 futuro no tempo t ; $Y(t + \Delta t)$ o preço do S&P500 futuro no tempo $t + \Delta t$; e Δt é a variação, em minutos, entre t e $t + \Delta t$.

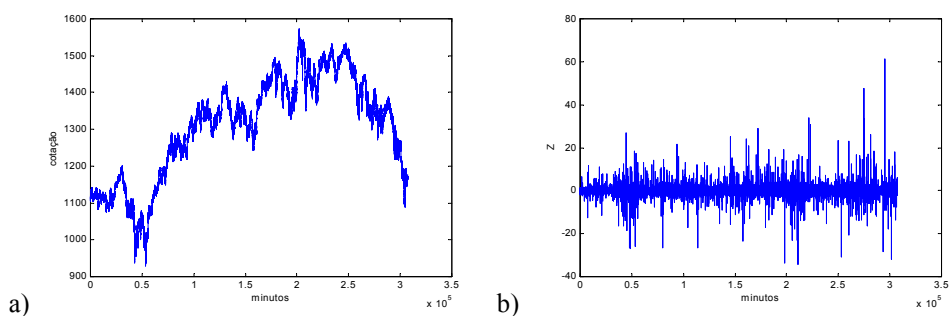


Figura 1 – Dados analisados: índice S&P 500 Futuro para o período de abril/1998 à março de 2001.

a) evolução do preço a cada 1 minuto; e b) diferença de preço em intervalos de 1 minuto.

Análise dos Dados

De forma a analisar as características de Z para diferentes intervalos de tempo, foram traçados os histogramas para $\Delta t = 1, 3, 10, 32, 100, 316$ e 1000 minutos (Figura 2.a). Pode-se perceber, pelos histogramas de Z , que a distribuição “alarga” à medida que Δt aumenta, como acontece nos processos aleatórios [6]. Por outro lado, a curtose – que indica o grau de achatamento de uma distribuição – apresenta uma progressiva aproximação para o padrão Gaussiano, de 218,87 ($\Delta t=1$ min.) para 4,37 ($\Delta t=1000$ min.).

A partir dos histogramas de Z para diferentes Δt , foi possível calcular a probabilidade de retorno à origem, $P(Z_{\Delta t} = 0)$, de forma a analisar o comportamento de escala da série [7]. Os dados obtidos apresentaram uma característica de lei de potência de coeficiente $a = -0,7178$, como mostra a Figura 2.b.

A Figura 2.c compara a função de probabilidade da variação de preço (Z) do S&P 500 Futuro com intervalo de 1 minuto, normalizada com o desvio padrão (em azul), com as distribuições Gaussiana (em preto), Lévy com índice $\alpha = 1,3931$ e fator de escala $\gamma = 0,0183$ (em verde), e Tsallis com parâmetro $q = 1,6$ (em vermelho).

Com relação aos parâmetros da distribuição de Lévy, o índice α é dado pelo inverso da inclinação da reta obtida pelos pontos de $P(Z = 0)$ (Figura 2.b), portanto: 1,3931. A distribuição de Lévy simétrica ($\beta = 0$) e média igual a 0 é dada por [6]:

$$P_L(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-\gamma |q|^\alpha} \cos(qx) dq, \text{ onde } P_L(x) \text{ é a distribuição de Lévy.}$$

Utilizando os valores de $\Delta t = 1 \text{ min.}$, $P_{\Delta t=1}(Z = 0) = 5,1295$, a equação acima torna-se:

$$P(Z = 0) = \frac{\Gamma(1/\alpha)}{\pi\alpha (\gamma\Delta t)^{1/\alpha}}, \text{ onde } \Gamma(1/\alpha) \text{ é a função gama.}$$

Com o valor de $\alpha = 1,3931$ obtido acima, tem-se o valor de $\gamma = 0,0183$.

A distribuição de Tsallis é dada por [9 e 10]:

$$p_q(x) = \frac{[1 - \beta(1-q)x^2]^{1/(1-q)}}{Z_q}, \quad Z_q \equiv \left[\frac{\pi}{\beta(q-1)} \right]^{1/2} \frac{\Gamma((3-q)/2(q-1))}{\Gamma(1/(q-1))} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{1}{5-3q} \text{ para } \sigma^2 = 1$$

onde Z_q é o fator de normalização, para $1 < q < 3$. O parâmetro q deve estar dentro do intervalo $1 < q < 5/3$ para garantir que a variância do processo seja finita [8]. Neste caso, o parâmetro $q = 1,6$.

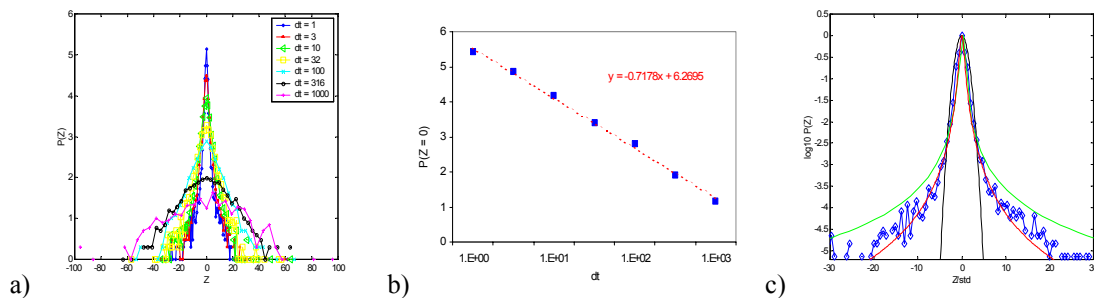


Figura 2 – (a) Histogramas da variação de preço com diferentes Δt (1, 3, 10, 32, 100, 316 e 1000 min.); (b) Probabilidade de retorno à origem $P(Z\Delta t = 0)$ medido em função de Δt ; (c) Diferentes funções de probabilidade: $Z\Delta t = 1 \text{ min.}$ (em azul); Gaussiana (em preto); Lévy de índice $\alpha = 1,3931$ e $\gamma = 0.0183$ (em verde); e a Tsallis com $q = 1,6$ (em vermelho).

Um dos modelos mais comuns da dinâmica de preços de um ativo assume que a variação de preços segue um processo difusivo normal [6]. Entretanto, pode-se observar pela Figura 2.c que os dados reais apresentam uma natureza mais leptocúrtica e com asas mais largas em comparação com a função distribuição Gaussiana. A distribuição estável de Lévy se ajusta melhor aos dados na parte central da curva, mas, assim como a Gaussiana, apresenta um desvio nas asas, aproximadamente a partir de $|Z| \geq 3,5\sigma$, sendo que os dados reais situam-se abaixo da curva de distribuição estável de Lévy. Ou seja, quando ocorrem as grandes variações de preços no mercado, a distribuição dos dados reais ainda apresenta variância finita.

Na mesma figura, pode-se também comparar a distribuição de $Z_{\Delta t=1}$ e a distribuição de Tsallis. Pode-se observar que a distribuição de Tsallis apresenta melhor ajuste aos dados reais, incluindo na região das asas da curva. Isso mostra, como em outros estudos [8 e 9], ser esta uma estrutura alternativa de modelagem de variação de preços de uma série financeira em pequena escala mais interessante do que as demais distribuições. O parâmetro $q = 1,6$ indica uma difusão anômala, mas no limite da transposição para o regime superdifusivo, que ocorre a partir de $q = 5/3$ [8, 9 e 10].

Um ponto interessante sobre as séries financeiras diz respeito a verificação da existência ou não de relações entre os dados. A Figura 3 apresenta a função de autocorrelação para a variação de preço, $Z_{\Delta t=1 \text{ min.}}$ (a); evolução de preços para 5 conjuntos de 1200 dados cada (o equivalente a três dias de negociações no mercado) em diferentes períodos da amostra (b), e a função densidade espectral da evolução e da variação dos preços para os três anos (c e d).

A função de autocorrelação de Z (Figura 3.a) apresenta decaimento rápido inicial, mostrando que os dados de variação de preço não possuem memória entre si. A evolução de preços (Figura 3.b), entretanto, possui tempo de correlação de no máximo 100 minutos de negociação. Nos 5 conjuntos estudados, os dados apresentaram correlação variando de 20 a 100 minutos.

Ambos os gráficos confirmam os resultados encontrados na literatura [1, 4, 5, 6] de que a dinâmica da variação de preço de um ativo financeiro se comporta como um ruído branco, enquanto a evolução de preços pode ser descrita como um processo Wiener ($s(f) = 1/f^2$). A reta exibida junto com a função densidade espectral (Figura 3.c) apresenta inclinação -2 .

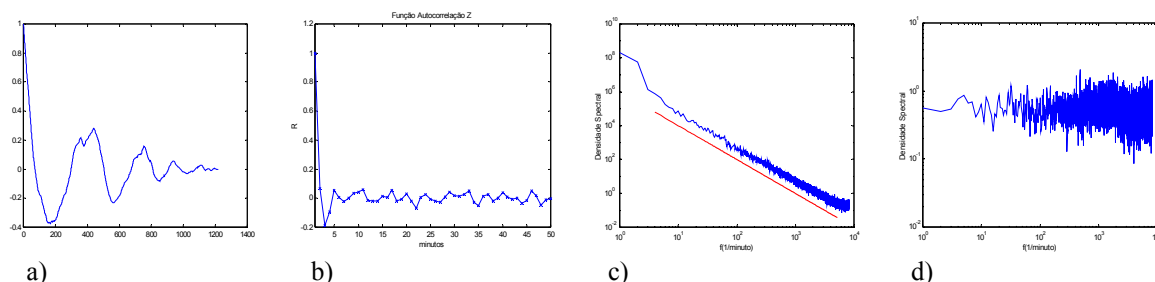


Figura 3 – Função de autocorrelação de três dias (a) evolução dos preços, (b) variação de preços; e Função densidade espectral para os três anos analisados (c) dos preços e (d) variação de preços do índice S&P500 Futuro

Conclusões

Os resultados encontrados neste estudo confirmaram os de outros trabalhos efetuados para diferentes ativos [2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9], indicando que, apesar das especificidade de cada mercado, parece existir uma dinâmica de comportamento geral para as séries financeiras.

Neste sentido verificou-se que, para os dados estudados: 1) a função distribuição da variação de preço tem características leptocúrtica em comparação com a distribuição Gaussiana; 2) a distribuição estável de Lévy se ajusta melhor aos dados no centro da curva, mas apresenta um desvio nas asas ($|Z| \geq 3,5\sigma$), indicando que os dados reais apresentam variância finita mesmo quando ocorrem grandes variações de preços; 3) a distribuição de Tsallis ($q = 1,6$) apresentou melhor ajuste aos dados reais, com $\Delta t = 1$ min., incluindo a região das asas da curva, indicando um comportamento difusivo anômalo, no limite da transposição para o regime superdifusivo ($q = 5/3$); 4) a função de autocorrelação da variação de preço possui característica de ausência de memória, indicada pelo decaimento rápido inicial da função. Entretanto, a função de autocorrelação dos preços indica tempo de correlação de no máximo 100 minutos de negociação; 5) as funções densidade espectral da evolução e da variação de preço mostraram que a dinâmica da variação de preço de um ativo financeiro se comporta como um ruído branco, enquanto a evolução de preços pode ser descrita como um processo Wiener ($s(f) = 1/f^2$);

Compreender as características estatísticas de uma série financeira é o primeiro passo no entendimento da dinâmica de comportamento de um sistema altamente complexo, como é o caso do sistema financeiro. Encontra-se na literatura diferentes soluções com variados graus de complexidade, mas até o momento não encontrou-se uma função distribuição que descreva perfeitamente o comportamento do mercado. Pelos resultados obtidos, um possível caminho a ser aprofundado é de se trabalhar o comportamento do mercado financeiro como difusivo anômalo, seguindo os trabalhos apresentados por [8 e 9].

Referências

- [1] Ausloos, M.; Ivanova, D. Patterns, trends and predictions in stock market indices and foreign currency exchange rates. <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0107449>. 2001.
- [2] Castiglione, F.; Bernaschi, M. Market fluctuations: simulation and forecasting. <http://www.zaik.uni-koeln.de/~filippo/WEBIAC/econophysics/econophysics.html>. 2001.
- [3] Kim, H-J.; Lee, Y.; Kim, I.; Kahng, B. Scale-free network in financial correlations. <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/0107449>. 2001.
- [4] Liu, Y.; Cizeau, P.; Meyer, M.; Peng, C.-K.; Stanley, H. E. Physica A. 245, 437:440 (1997).
- [5] Liu, Y.; Gopikrishnan, P.; Cizeau, P.; Meyer, M.; Peng, C.-K.; Stanley, H. E. Physical Review E, 60, 2, 1390:1400 (1999).
- [6] Mantegna R. N.; Stanley, H. E. An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance. Biddles Ltd, Guildford & King's Lynn., Cambridge, 2000.
- [7] Mantegna R.; N. Stanley, H. E. Nature, 376, 46:49 (1995).
- [8] Michael, F.; Johnson, M. D. Financial market dynamics. <http://xxx.lanl.gov/abs/cond-mat/9907348>. 2001.
- [9] Ramos, F. M.; Rodrigues Neto, C.; Rosa, R. Bolzan, M. J. A.; Sá, L. D. A. NonLinear Analysis, 47/5, 3521:3530 (2001).
- [10] Tsallis, C. Physica A, 221, 277:290 (1995).