00094

ENCIT 88 - Águas de Lindóia, SP (Dez. 1988) /(December 1988)

DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DAS VARIÁVEIS TERMODINÂMICAS EM ESCOAMENTOS TRANSÔNICOS EM BOCAIS COM ONDA DE CHOQUE PARA REGIME NÃO PERMANENTE

CARLOS FREDERICO E. ALVES
Instituto de Atividades Espaciais - IAE
DEMÉTRIO BASTOS NETTO
Instituto de PEsquisas ESpaciais - INPE

RESUMO

O comportamento da pressão, temperatura e densidade num escoamento transônico não permanente e isentrópico de um gás perfeito ao longo de um bocal com simetria axial é determinada através da técnica de expansões assintóticas. Uma choque fraco está presente e perturbações foram impostas à jusante do mesmo. Apresentamos um resultado numérico para um escoamento acelerado, com choque, para um dado perfil de bocal e uma dada condição inicial.

INTRODUÇÃO

O conhecimento do comportamento das ondas de choque em escoamentos transônicos, não permanentes ao longo de bocais é importante no estudo das máquinas de fluxo interno. Estas transitoriedades podem ocorrer devido a instabilidade de combustão ou mudança súbita nos níveis de potência de motores dentre outras razões [1].

Duas técnicas têm sido utilizadas na manipulação deste tipo de problema: soluções por similaridade [2] e [3] ou por expansões assintóticas [1], [4] e [5].

Neste trabalho, utilizamos o método das expansões assintóticas para estudar as variações das propriedades termodinâmicas (pressão, densidade e temperatura) num escoamento transônico, não permanente, e isentrópico de um gás perfeito ao longo de um bocal com simetria axial. Uma onda de choque fraca estará presente à jusante da garganta e perturbações serão impostas à jusante deste choque.

EQUACIONAMENTO

Consideramos o escoamento transônico de um gás térmico e caloricamente perfeito, compressível, em regime não permanente e isentrópico [1]. O número de Reynolds será grande o suficiente tal que os efeitos viscosos sejam desprezíveis.

Podemos expressar a temperatura, θ, pressão, p, densidade, ρ, as componentes de velocidade, U e V, e o potencial Φ, respectivamente, na forma adimensional, em expansões assintóticas em função do parâmetro E (onde E é a raiz quadrada da razão entre o raio da garganta e o raio de curvatura do bocal na garganta), do seguinte modo:

$$\theta = 1 + E\theta_1 + E^2\theta_2 + \ldots \qquad (1a)$$

$$p = 1 + Ep_1 + E^2p_2 + \ldots \qquad (1b)$$

$$\rho = 1 + E\rho_1 + E^2\rho_2 + \ldots \qquad (1c)$$

$$U = 1 + Eu_1 + E^2u_2 + \ldots \qquad (1d)$$

$$V = Ev_1 + E^2v_2 + \ldots \qquad (1e)$$

$$\Phi = x + E\phi_1 + E^2\phi_2 + \ldots \qquad (1f)$$

onde, θ, p, ρ, U, V, e Φ foram adimensionalizadas em relação a seus valores críticos [6] e os números subscritos denotam a ordem de aproximação. Todas os termos das equações acima são funções de x (coordenada longitudinal), r (coordenada radial) e t (tempo).

Utilizando as equações da continuidade, da conservação da quantidade de movimento em relação a x e r, da equação da energia, equação de estado e algumas relações termodinâmicas conhecidas [6] e [7] e após a manipulação do conjunto de equações acima combinadas com as equações (1a) a (1f) encontramos, até a segunda ordem as seguintes expressões para temperatura, pressão e densidade, respectivamente:

$$\theta = 1 + E(1-\gamma)u_1 + E^2(1-\gamma)(u_2 + 0.5u_1^2) \qquad (2)$$

$$p = 1 - E\gamma u_1 - E^2\gamma u_2 \qquad (3)$$

$$\rho = 1 - Eu_1 - E^2[u_2 + 0.5(\gamma-1)(2\gamma-1)u_1^2] \qquad (4)$$

onde todos os termos das expansões das variáveis termodinâmicas foram expressos em função de γ (razão dos calores específicos) e dos termos das expansões de U e V que são conhecidos [1] e [6].

De [1] ou [6] podemos escrever:

$$u_1 = \pm\,[4f(x)/(\gamma+1)]^{0.5} \qquad (5a)$$

$$u_2 = 0.5\,f''(x)r^2 + h_x + \zeta_x^* \qquad (5b)$$

onde f(x) é uma função que fornece o perfil do bocal de escoamento dado por $y_w = 1 + E^2 f(x)$ e $f''(x) = d^2f(x)/dx^2$. Da condição inicial obtemos h_x e ζ_x^* que é um potencial de segunda ordem adicionado à solução para que o equacionamento seja válido na região vizinha a onda de choque [1]. Convém observar que $\zeta_x^* = 0$ à montante da onda de choque e que os sinais superior e inferior da equação (5a) denotam escoamento supersônico à montante do choque e subsônico à jusante do choque respectivamente.

PROBLEMA DO VALOR INICIAL PARA h (x,t)

Assumindo que a perturbação inicial é da forma:

$$h_x(q,0) = (h_x)_{ss} + H(q-\bar{q})\cdot Z \qquad (6a)$$

onde Z é uma função hipergeométrica do espaço e do tempo dada por [8]:

$$Z = \varepsilon\alpha\beta\lambda^{-1}F(\alpha+1,\beta+1,\lambda+1,\chi)(d\bar{x}/ds) + \ldots \qquad (6b)$$

INPE 94 Serviço de Informação e Doc.

onde $H(q-\tilde{q})$ é uma função degrau unitária, $\tilde{q}$ é a localização da perturbação tal que $x = \tilde{q}$ em $t = 0$, o subscrito ss denota regime permanente, α e β são funções de x e r respectivamente, $\lambda = 2\pi$ de modo a satisfazer a condição de convergência de Z, ε e Ω são constantes e χ é uma função do tempo dada por:

$$\chi = [\cos^2(4s)+1.0]^{-1}-[\cos^2(4t_{sh}) + 1.0]^{-1} \quad (6c)$$

que se asssemelha à curva de Agnesi e onde t_{sh} é o tempo que a perturbação leva para atingir o choque. As relações entre as coordenadas (x,t) e (q,s), onde q é constante ao longo das características, podem ser vistas em [1] e [6]. Notem que os valores de q são relacionados a x ao longo de $t = 0$ para $q < \tilde{q}$ e a t ao longo de $x = cte$ para $q \geq \tilde{q}$.

Para um dado perfil de bocal de escoamento, a posição inicial do choque, x_o, estará associada com a pressão do reservatório à jusante do bocal, p_B, especificada a uma dada distância x_B no reservatório.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Uma vez conhecidos o perfil do bocal de escoamento, h_x e u_2 poderão ser calculados e desta forma podemos determinar θ, p e ρ. A onda de choque irá ser perturbada de forma que $U_{sh} = E^2[(\gamma+1)/4]Z$ quando $t > t_{sh}$ onde t_{sh} denota o tempo que a perturbação leva para atingir a onda de choque. Escolhendo $\varepsilon = 4.0$, $\Omega = -0.2547$, $\alpha = x$ e $\beta = \sqrt{0.5}$ na Figura 1 encontramos as linhas de Mach ao longo do bocal em três instantes de tempo diferentes associadas com as curvas de temperatura, pressão e densidade ao longo do bocal em três níveis diferentes, $r = 0.0$, $r = 0.5$ e $r = 1.0$. A perturbação teve início em $\tilde{q} = x = 2.5$ e o choque encontra-se inicialmente em $x_o = 1.5$.

A Figura 1a mostra as linhas de Mach constantes e a variação das propriedades temperatura, θ, pressão, p, e densidade ρ ao longo do bocal de escoamento para $t = 0.0$. A mudança do perfil de escoamento em $x = 1.0$ provoca a troca no sentido da curvatura das linhas de Mach da esquerda para a direita nesta vizinhança bem como uma leve descontinuidade nas propriedades. Podemos observar o salto das linhas de Mach devido ao acréscimo da pressão causada pela perturbação em $x = 2.5$ (onde se localiza a frente da onda de perturbação no instante inicial). Este fato pode ser mais facilmente observado na curva de temperatura que dentre as propriedades é a que sofre maior variação. Além disso, apesar de termos assumido o choque como plano, ele possui uma pequena curvatura de segunda ordem o que faz com que o escoamento atraz dele primeiro se desacelere e então se acelere localmente próximo às paredes. Este fato é visto mais facilmente nas curvas de propriedades observando seus comportamentos logo à jusante da onda de choque. Em $t = 0.22$, Figura 1b, a perturbação se movimentou para montante até $x = 2.01$. A frente de perturbação atingirá o choque em $x = 1.50$ num tempo $t = t_{sh} = 0.45$, como mostra a Figura 1c. A partir deste instante em qualquer lugar à jusante da onda de choque as propriedades do fluído serão função do tempo e a onda de choque começará a se mover sob a influência do sinal de perturbação [1].

CONCLUSÃO

Esta análise fornece uma visão qualitativa da natureza do escoamento transônico sem que se precise recorrer a soluções numéricas complicadas das equações de transporte. Esta solução é válida para escoamentos ao longo de bocais com variações de perfis suaves. Além disso as perturbações não deverão possuir uma frequência muito alta já que a solução adotada trata de casos com pequenas variações no tempo. Isto nos leva a escolha de um tempo característico na ordem de 10^{-2} a 10^{-3} sec. Finalmente como o escoamento transônico à montante da onda de choque foi considerado isentrópico o choque é suficientemente fraco, o que permite o emprego do potencial de velocidade até a ordem desejada.

REFERÊNCIAS

[1] Alves, C.F.E. e Bastos-Netto, D., Escoamentos Transônicos em Bocais com Onda de Choque para Regime Não Permanente. IX Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Florianópolis, SC, 1987. Anais do COBEM 87, pp. 185-188 (1987).

[2] Sichel, M., The Effect of Longitudinal Viscosity on the Flow at a Nozzle Throat. J.of Fluid Mechanics, 25: 769-786 (1966).

[3] Adamson, Jr., T.C., Messiter, A.F. and Rickey, G.K., On the Matching of Solutions for Unsteady Transonic Nozzle Flows. Archiwum Mechanics Stosowanej, 26: 617-628 (1974).

[4] Rickey, G.K. and Adamson, Jr., T.C., Analysis of Unsteady Transonic Channel Flow with Shock Waves. AIAA Journal, 14: 1054-1061 (1976).

[5] Messiter, A.F. and Adamson,Jr., T.C., On the Flow Near a Weak Shock Downstream of a Nozzle Throat. J. of Fluid Mechanics, 60: 97-108 (1975).

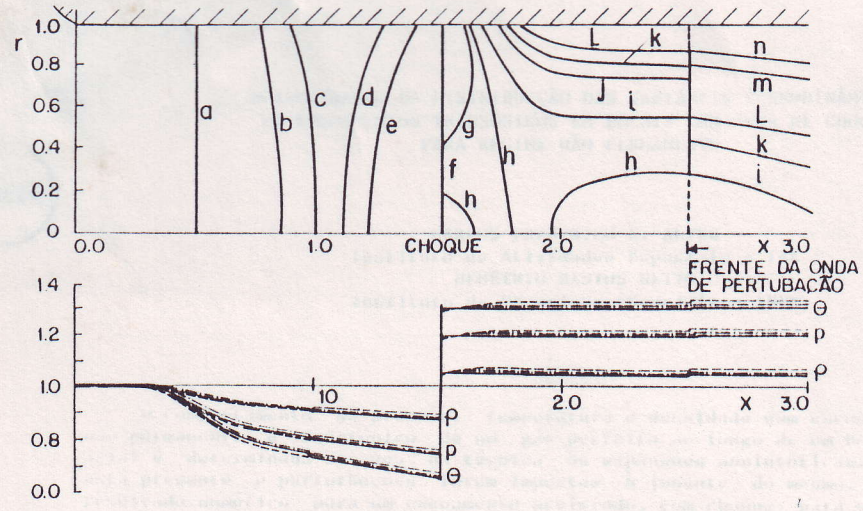
[6] Alves, C.F.E., Escoamentos Transônicos em Bocais com Onda de Choque para Regime não Permanente. Tese de Mestrado, ITA, São José dos Campos, 1986.

[7] Zucrow, M.J. and Hoffman, J.D., Gas Dynamics. John Wiley & Sons, Inc., New York (1976).

[8] McLachlan, N.W., Bessel Functions for Engineers. Oxford U. Press, London (1948).

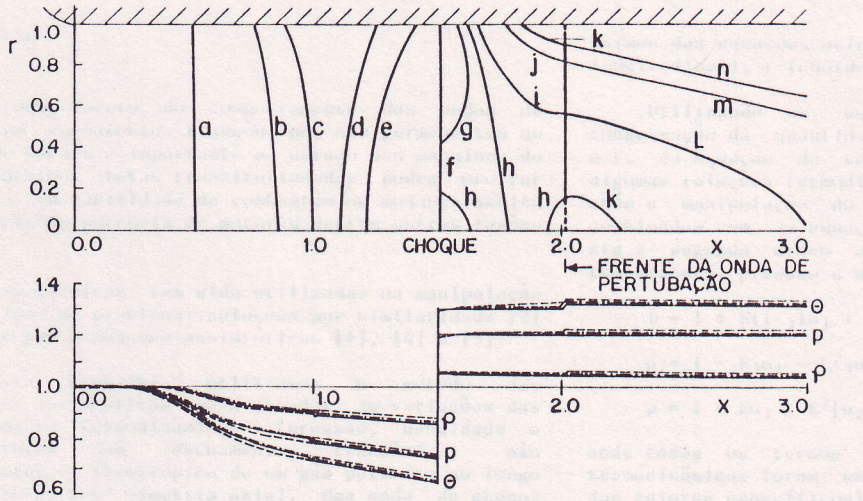
ABSTRACT

This work deals with the behavior of the pressure temperature and density in an inviscid unsteady transonic flow through an axisymmetric nozzle by asymptotic expansions technique.



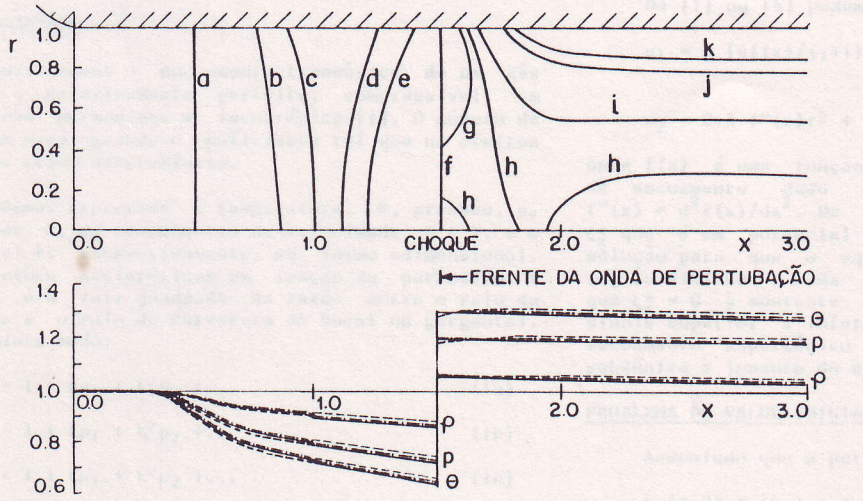
CURVE	MACH
a	1.058
b	1.158
c	1.178
d	1.205
e	1.216
f	1.000
g	0.767
h	0.764
i	0.761
j	0.758
k	0.756
L	0.754
m	0.749
n	0.747

Caso a



CURVE	MACH
a	1.058
b	1.158
c	1.178
d	1.205
e	1.216
f	1.000
g	0.767
h	0.764
i	0.761
j	0.758
k	0.753
L	0.749
m	0.744
n	0.742

Caso b



CURVE	MACH
a	1.058
b	1.158
c	1.178
d	1.205
e	1.216
f	1.000
g	0.767
h	0.764
i	0.761
j	0.756
k	0.754

Caso c

Fig. 1 - Curvas de Mach constante e distribuição das propriedades: pressão (p), temperatura (θ) e densidade (ρ), em três níveis diferentes: ——— para r = 0.0, -.-.- para r = 0.5 e ------ para r = 1.0 quando (a) t = 0.0, (b) t = 0.22 e (c) t = 0.45.