

USO DO ÍNDICE TOPOGRÁFICO COMO ESTIMADOR DA PROFUNDIDADE DO LENÇOL FREÁTICO

CAMILO DALELES RENNÓ¹
JOÃO VIANEI SOARES¹

¹INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Caixa Postal 515 - 12201-970 - São José dos Campos - SP, Brasil
camilo@dpi.inpe.br, vianei@ltd.inpe.br

Abstract. Hydrological models are useful tools to understand the water balance of watersheds. The models should represent most of hydrological processes to be able to produce realistic results. Models also require good initialization of state variables and deal with large amount of data to properly represent the processes. A major problem in hydrology is exactly the lack of adequate data to quantitatively describe the hydrologic process accurately. The main goal of this work is to evaluate the potential of topographic index as an estimator of the water table depth. Good matching were found between topographic index and drainage network, but it wasn't possible to estimate the water table depth when values of critical model parameters were obtained indirectly from field measurements. Good estimations were founded when neighboring to the drainage system were considered to be at the condition of saturation. Then, the topographic indexes of these areas were associated to water table depth equal zero, i.e., at the soil surface. After that, the mean water table depth was estimated and realistically distributed to the watershed.

Keywords: topographic index, hydrological model, water table.

1. Introdução

As bacias hidrográficas apresentam dinâmicas hidrológicas diferentes de acordo com suas características topográficas, edáficas e, de uso e cobertura. Esses fatores afetam a velocidade e magnitude das respostas hídricas da bacia. Bacias hidrográficas com solos profundos, permeáveis e com intensidade pluviométrica baixa tendem a apresentar respostas lentas, com fluxos sub superficiais dominados pelas características matriciais do solo. Essas bacias apresentam respostas defasadas e bastante sutis em relação à precipitação. Por outro lado, bacias hidrográficas com solos rasos e impermeáveis, e com alta intensidade pluviométrica apresentam respostas rápidas, representadas por picos na hidrógrafa de saída da bacia (Vertessy e Elsenbeer, 1999).

Os modelos hidrológicos constituem ferramentas muito úteis para o estudo e compreensão dos fatores que afetam o balanço de água e a formação do fluxo de uma bacia hidrográfica. Os primeiros estudos quantitativos de Horton sobre os mecanismos de formação do escoamento ainda na década de 30 permitiram a identificação, ao menos parcial, dos vários fatores potencialmente relacionados aos processos de transformação de precipitação em escoamento e suas interações (Franchini et al., 1996). Na década de 60, hidrólogos desenvolveram o conceito de área variável de contribuição com base no fato de que nem o escoamento direto nem o escoamento básico são produzidos uniformemente em toda a superfície (ou sub superfície) da bacia. De fato, o fluxo de água num canal de drenagem é resultado dos processos dinâmicos que ocorrem numa área de contribuição que se encolhe e se expande de acordo com a condição de saturação do perfil de solo (Hewlett, 1982).

O TOPMODEL (Beven e Kirkby, 1979) é um modelo baseado no conceito de área de contribuição variável cujos principais fatores de formação do escoamento são representados pela topografia da bacia hidrográfica e pela suposição do decréscimo exponencial da condutividade hidráulica saturada ao longo do perfil de solo. Este mesmo conceito foi também adaptado ao TOPOG (Dawes et al., 1997). Essencialmente, esses modelos diferem-se entre si na representação topográfica da bacia hidrográfica. O TOPMODEL utiliza grades

regulares enquanto que o TOPOG representa a topografia através de elementos irregulares extraídos diretamente das curvas de nível. A grande maioria dos modelos hidrológicos distribuídos disponíveis utiliza a grade regular devido a sua implementação relativamente simples (Collins e Moon, 1981). O método de discretização da bacia hidrográfica a partir de curvas de nível é um modo natural de estruturar modelos hidrológicos e de qualidade de água uma vez que é feito com base na mecânica de fluidos através da determinação de linhas de fluxo (Moore et al., 1993). Esta técnica de discretização é essencialmente vetorial e foi inicialmente proposta por Onstead e Brakensiek (1968). Uma comparação entre esses dois métodos de discretização espacial pode ser encontrada em Rennó e Soares (2001).

O sucesso na utilização de determinado modelo está condicionado à boa representação da natureza dos fluxos dentro do modelo. Esta boa representação exige, em muitos casos, uma boa inicialização de um grande número de parâmetros de processos e variáveis de estado da bacia. No entanto, muitas vezes, apenas um mapa topográfico e algumas informações básicas relacionadas à vegetação (mapa de uso e cobertura da terra) e ao solo (mapa de solos) estão disponíveis para a bacia hidrográfica estudada. Dados referentes à condutividade hidráulica do solo quando existentes, são restritos a poucos pontos da bacia. Quando o modelo hidrológico inclui ferramentas para simular também a distribuição da umidade ao longo do perfil do solo, a questão de disponibilidade de curvas de distribuições de umidade se torna essencial na sua inicialização. Na ausência de tais curvas, a umidade pode ser considerada constante ao longo do perfil do solo, seja completamente seco (umidade higroscópica) ou totalmente saturado, sendo ambas alternativas pouco realistas. A distribuição da umidade pode ser estimada através de funções que consideram características tais como a textura, a condutividade hidráulica e a profundidade do lençol freático.

Neste trabalho, o índice topográfico será utilizado para estimar a profundidade do lençol freático espacialmente distribuído na bacia. É importante observar que o conceito de lençol freático utilizado neste trabalho, refere-se à linha que separa as zonas de aeração e saturada.

Este trabalho apresenta uma breve discussão sobre conceitos básicos relacionados à definição do índice topográfico utilizado como um indicador de similaridade hidrológica. Esse índice é essencial no entendimento do conceito área de contribuição variável. Por fim, a profundidade média do lençol freático para a bacia é estimada, calculando-se em seguida sua distribuição para toda a bacia.

2. Conceitos básicos relacionados ao índice topográfico

Do ponto de vista hidrológico, o perfil de solo pode ser dividido em duas zonas. A primeira é a zona de aeração ou zona não saturada que vai da superfície do solo até o lençol freático, localizado a uma distância z_i da superfície, abaixo da qual está a segunda zona denominada saturada (Figura 1). Quando o lençol freático atinge a superfície do solo ($z_i = 0$), todo o perfil está saturado, surgindo uma área que contribui diretamente ao escoamento superficial, ou seja, a precipitação é convertida inteiramente em escoamento superficial sem entrar no perfil do solo. Esta área saturada é definida como área de contribuição variável e depende da profundidade do lençol freático.

Na zona saturada, num ponto i , existe um fluxo lateral sub superficial (Lei de Darcy) dado por

$$q_i = T_i(z_i) \tan \mathbf{b}_i \quad (1)$$

onde $T_i(z_i)$ é a transmissividade no ponto i e $\tan \mathbf{b}_i$ é declividade na superfície no ponto i .

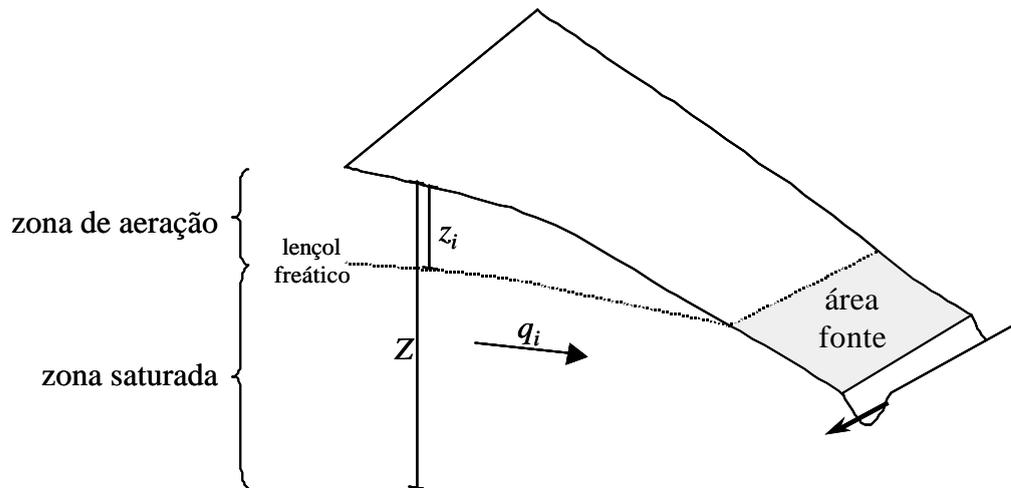


Figura 1 - Representação esquemática de uma vertente
Adaptado de Franchini et al. (1996)

O valor de $T_i(z_i)$ é calculado integrando-se a condutividade hidráulica saturada (K_S) em toda zona saturada, ou seja

$$T_i(z_i) = \int_{z_i}^Z K_S(z) dz, \quad (2)$$

onde Z representa a profundidade máxima considerada (linha de referência). Supondo um decaimento exponencial de K_S definido por um parâmetro f

$$K_S(z) = K_0 \exp(-fz), \quad (3)$$

tem-se que a transmissividade torna-se

$$T_i(z_i) = \frac{K_0}{f} [\exp(-fz_i) - \exp(-fZ)] = \frac{1}{f} [K_S(z_i) - K_S(Z)]. \quad (4)$$

Considerando que a profundidade de referência Z localiza-se muito abaixo da linha de saturação (lençol freático), $K_S(Z)$ torna-se desprezível. Substituindo (4) em (1) tem-se

$$q_i = \frac{K_0}{f} \tan \mathbf{b}_i \exp(-fz_i) = T_0 \tan \mathbf{b}_i \exp(-fz_i) \quad (5)$$

onde T_0 é a transmissividade do solo completamente saturado. Nesta representação, K_0 e f são considerados constantes para toda a bacia hidrográfica (Beven e Kirkby, 1979).

Supondo-se uma taxa de recarga para o lençol freático (R) espacialmente uniforme, a equação anterior pode ser reescrita como

$$a_i R = T_0 \tan \mathbf{b}_i \exp(-fz_i) \quad (6)$$

onde a_i é a área de drenagem, de largura unitária, localizada acima do ponto i . Isolando-se o termo z_i tem-se

$$z_i = -\frac{1}{f} \ln \left(\frac{a_i R}{T_0 \tan \mathbf{b}_i} \right). \quad (7)$$

O valor médio de z_i pode ser obtido integrando-se z_i para toda a bacia hidrográfica, ou seja,

$$\bar{z} = \frac{1}{A} \int_A z_i dA = \frac{1}{fA} \int_A \left[-\ln \left(\frac{a_i R}{T_0 \tan \mathbf{b}_i} \right) - \ln R \right] dA. \quad (8)$$

Combinando-se as equações (6) e (8), a expressão de \bar{z} torna-se

$$\bar{z} = \frac{1}{f} \left[-\frac{1}{A} \int_A \ln \left(\frac{a_i}{T_0 \tan b_i} \right) dA + fz_i + \ln \left(\frac{a_i}{T_0 \tan b_i} \right) \right]. \quad (9)$$

Calculando-se a diferença $\bar{z} - z_i$, cancelando-se o termo T_0 (uma vez a transmissividade é constante para toda a bacia hidrográfica) e rearranjando os demais termos, verifica-se que

$$z_i = \bar{z} - \frac{1}{f} \left[\ln \left(\frac{a_i}{\tan b_i} \right) - \mathbf{I} \right] \quad (10)$$

onde

$$\mathbf{I} = \frac{1}{A} \int_A \ln \left(\frac{a_i}{\tan b_i} \right) dA. \quad (11)$$

O termo $\ln(a_i/\tan b_i)$ é definido como índice topográfico. Assim, \mathbf{I} representa o valor médio do índice topográfico para toda a bacia hidrográfica e é denominado constante topográfica. Em outras palavras, a profundidade estimada do lençol freático depende somente do parâmetro f e do índice topográfico.

Pode-se notar, pela equação (10), que é possível encontrar valores negativos de z_i , representando que a linha de saturação encontra-se acima da superfície e que, nesse caso, a condição de saturação foi atingida. Supondo-se que x representa o índice topográfico e que x^* representa o valor de x que produz $z_i = 0$. Então, todos os pontos com $x \geq x^*$ encontram-se saturados. A porcentagem da bacia hidrográfica com $x \geq x^*$ é definida com base na curva índice que representa a distribuição de probabilidade acumulada para o índice topográfico (Franchini et al., 1996).

Em alguns casos, a equação (10) pode ser expressa, não em termos da profundidade da linha de saturação z_i , mas em termos de déficit de umidade da zona não saturada S_i dado por

$$S_i = (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_r) z_i, \quad (12)$$

onde \mathbf{q}_s e \mathbf{q}_r representam a umidade do solo saturado e a umidade residual do solo, respectivamente. Dessa forma, a equação (10) pode ser reescrita para

$$S_i = \bar{S} - \frac{\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_r}{f} \left[\ln \left(\frac{a_i}{\tan b_i} \right) - \mathbf{I} \right] \quad (13)$$

onde \bar{S} representa o déficit hídrico médio para toda a bacia hidrográfica.

3. Estimação da fração da bacia em condição de saturação

Através da equação (10), pode-se estimar a fração da bacia que se encontra saturada com base no conhecimento do valor médio de profundidade do lençol freático \bar{z} . O valor \bar{z} é atualizado num intervalo de tempo Δt através da função

$$\bar{z}^{t+1} = \bar{z}^t - \frac{Q_r^t - Q_b^t}{A} \Delta t \quad (14)$$

onde Q_r^t é a taxa de recarga da zona saturada a partir da zona não saturada do intervalo de tempo Δt , Q_b^t é o fluxo sub superficial que chega aos canais de drenagem neste mesmo intervalo de tempo e A é a área da bacia hidrográfica.

A taxa de recarga Q_r^t representa a soma das contribuições de cada elemento da bacia, ou seja,

$$Q_r^t = \sum_{i \in A} a_i K_0 \exp(-f \bar{z}_i^t) \quad (15)$$

onde a_i é a área de cada elemento da bacia.

O fluxo Q_b^t pode ser definido analiticamente como

$$Q_b^t = \int_L T_0 \tan \mathbf{b} \exp(-f \bar{z}_i^t) dL \quad (16)$$

onde L é duas vezes o comprimento de todos os canais de drenagem. Substituindo (10) em (16) e rearranjando os termos, tem-se

$$Q_b^t = Q_0 \exp(-f \bar{z}^t) \quad (17)$$

onde $Q_0 = AT_0 \exp(\mathbf{I})$.

Iniciando-se as simulações ($t = 0$) após um longo período de estiagem, pode-se supor que a zona não saturada encontra-se praticamente seca e que a taxa de recarga Q_r^0 seja praticamente nula. Dessa forma, o fluxo que chega aos canais de drenagem é gerado somente pela contribuição sub superficial Q_b^0 . Com base na equação (17) tem-se então que

$$\bar{z}^0 = -\frac{1}{f} \ln \left(\frac{Q_b^0}{Q_0} \right), \quad (18)$$

que representa a profundidade do lençol freático inicial. Através da equação (10) pode-se estimar a profundidade do lençol freático para cada elemento da bacia.

4. Materiais

4.1. Área de estudo e discretização espacial da bacia hidrográfica

Para este estudo, selecionou-se uma sub-bacia localizada no curso superior do Rio Corumbataí que, por sua vez, constitui parte da bacia do Rio Piracicaba, SP (Figura 2). Esta sub-bacia correspondente a uma área de aproximadamente 59 km², compreendendo desde a nascente do Rio Corumbataí até a estação fluviométrica de Analândia.

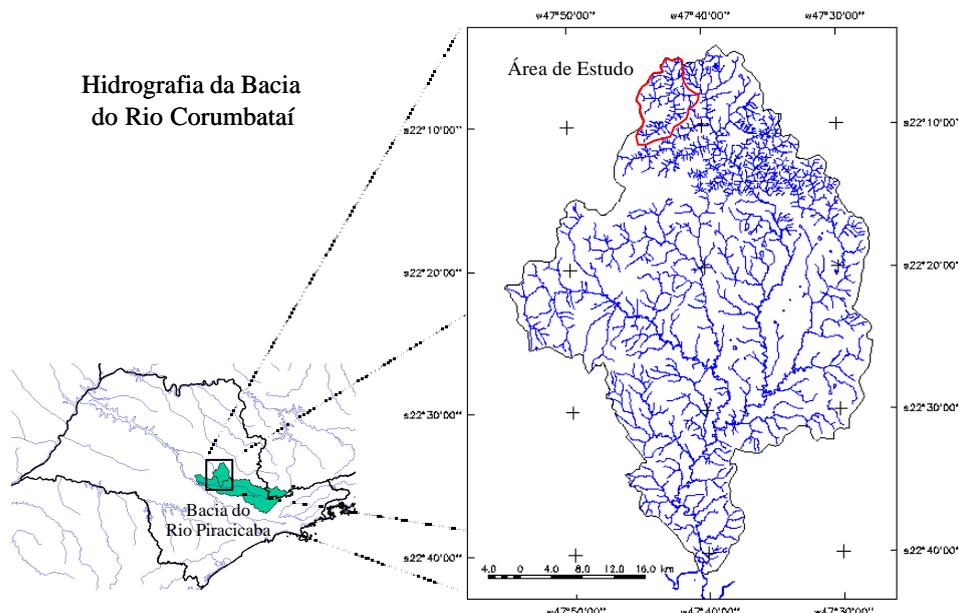


Figura 2 - Localização da área de estudo

Inicialmente, a bacia foi discretizada utilizando-se o método baseado em curvas de nível. Para tanto, utilizou-se um conjunto de ferramentas desenvolvidas em IDL (*Interactive Data Language*) determinando-se, para cada elemento, linhas de fluxo com base na mínima distância entre curvas de nível e considerando-se também o ângulo que esta linha de fluxo faz com cada uma das curvas de nível que a originaram, garantindo desta maneira que as linhas sejam relativamente perpendiculares às curvas de nível. As curvas de nível utilizadas neste trabalho possuíam espaçamento vertical de 20 m e foram obtidas a partir de digitalização de mapas topográficos na escala de 1:50.000. Para cada elemento (polígono irregular), foram calculados os valores de área, declividade e exposição. A Figura 3a apresenta as curvas de nível, a rede de drenagem e as sub-bacias que compõem a área de estudo. Os elementos irregulares provenientes da discretização da bacia são apresentados na Figura 3b.

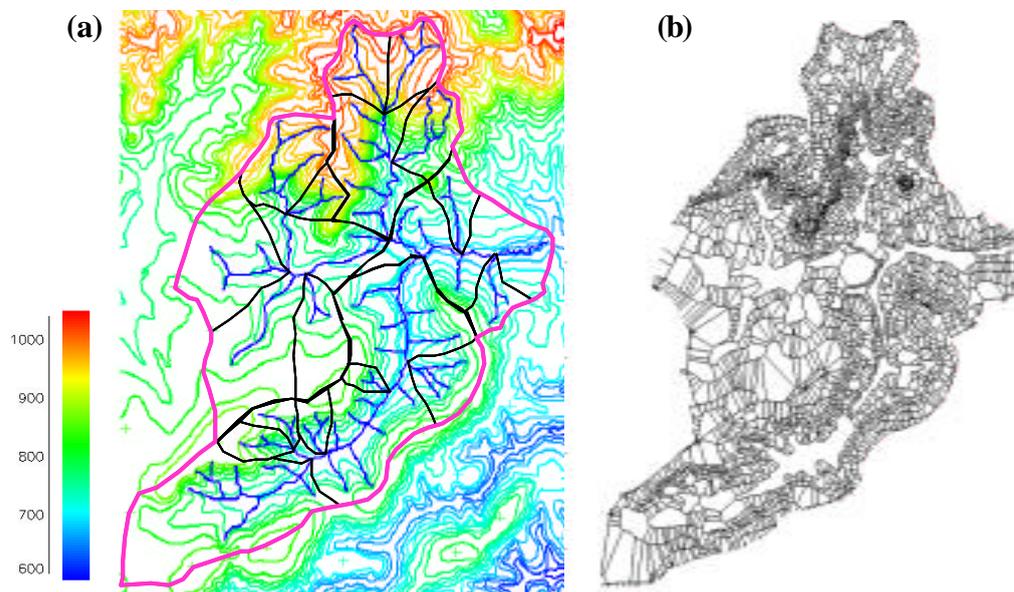


Figura 3 - Bacia hidrográfica de Analândia. (a) delimitação da bacia e suas sub-bacias de 2^a e 3^a ordem, mostrando a variação topográfica e a rede a drenagem associada; (b) discretização da bacia em elementos irregulares.

4.2. Estimativas para os parâmetros relativos ao solo

Schuler (1998) realizou medições da condutividade hidráulica saturada em 4 profundidades (0,25 a 1,0 m) em 5 pontos de 5 transectos da bacia estudada, compreendendo 4 tipos de solo (PVa, LRd, AQa e LVa) e 2 tipos de cobertura (pastagem e floresta). Estas medições foram utilizadas para estimação dos parâmetros f e T_0 , definidos nas equações (3) e (5). O resumo dos resultados deste trabalho pode ser encontrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Valores estimados para os diferentes transectos analisados

	K_0 (cm h ⁻¹)	T_0 (m ² h ⁻¹)	f (m ⁻¹)
PVa/pastagem	4,04	0,053	0,756
LRd/floresta	37,61	0,076	4,942
AQa/pastagem	2,04	0,022	0,947
LVa/pastagem	5,62	0,080	0,705
PVa/pastagem	11,24	0,058	1,953

Fonte: adaptado de Schuler (1998)

4.3. Precipitação e vazão do rio

Os dados referentes à precipitação e à vazão do rio foram obtidos pelo portal do Sistema Integrado de Gerenciamento de Recursos Hídricos do Estado de São Paulo (SIGRH, www.sigrh.sp.gov.br). Foram utilizados dados de precipitação referentes à estação pluviométrica D4-108. O período selecionado foi o final da estação seca de 1995, no início das primeiras chuvas, quando se esperam as menores vazões do rio. Os dados de vazão do rio foram provenientes da estação fluviométrica 4D-023 localizada no município de Analândia, SP. A Figura 4 apresenta os dados de precipitação e vazão do rio Corumbataí próximos à data escolhida para a análise.

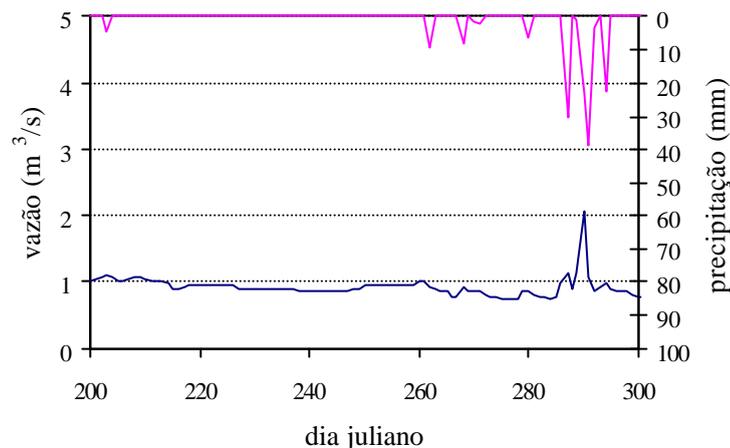


Figura 4 - Distribuição pluviométrica (linha magenta) e vazão do rio na saída da bacia (linha azul) entre os dias 7 de setembro e 27 de outubro de 1995.

5. Resultados e discussão

5.1. Índice topográfico

Após a discretização da bacia hidrográfica, foi calculado o índice topográfico a partir da área acumulada, da declividade média e da largura da base de cada elemento irregular. A Figura 5 mostra a distribuição do índice topográfico em toda bacia, assim como a curva índice resultante. O valor médio do índice topográfico calculado para a bacia foi de 9,38 e 35% da área da bacia apresentou índice topográfico acima deste valor.

Schuler (1998), trabalhando nesta mesma área mas utilizando uma grade regular com resolução de 20 m para representar a topografia, observou índices topográficos ligeiramente menores.

O resultado mostrou uma boa relação entre o índice topográfico e as áreas de maior saturação, que naturalmente encontram-se associadas aos canais de drenagem. Os menores índices foram observados em regiões mais altas (topos de morros) e em áreas com maior declividade (áreas de encosta acentuada).

5.2. Estimação da profundidade média do lençol freático

Analisando-se os dados pluviométricos e fluviométricos do período considerado, verificou-se uma diminuição da vazão do rio mesmo após as primeiras chuvas. A vazão mínima do rio neste período foi de 0,62 m³/s, considerada como a vazão proveniente apenas do fluxo base. Assim, adotou-se este valor como Q_b^0 . Para f e T_0 , foram considerados os valores médios mostrados na Tabela 1, descartando-se os 2 valores extremos maior e menor. Assim tem-se

$f = 1,22 \text{ m}^1$ e $T_0 = 0,062 \text{ m}^2/\text{h}$. Com base nesses valores, o valor da profundidade média do lençol freático foi calculada através da equação (18), com o valor de Q_0 sendo estimado em $1,41 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}$. e \bar{z} em 27,1 m. Através da equação (10), pôde-se então proceder o cálculo da profundidade do lençol freático de cada elemento da bacia. No entanto, para o elemento com maior índice topográfico (18,05) foi determinado que o lençol freático encontrava-se a 20,1 m da superfície, muito além do que se esperaria. Diversos autores têm mostrado, através de valores calibrados, que essa incoerência se deve ao fato de que T_0 (e conseqüentemente Q_0) perde totalmente o significado físico, chegando-se a valores muito superiores aos obtidos em campo (Schuler, 1998; Franchini et al., 1996).

Caso a saturação de algum ponto da bacia pudesse ser verificada, como por exemplo em áreas próximas a nascentes, então z_i seria nulo para estes pontos e então, pela equação (10), \bar{z} poderia ser calculado por

$$\bar{z} = \frac{I_i - I}{f} \quad (19)$$

onde I_i representa o índice topográfico médio para uma região saturada.

Verificou-se que as áreas associadas à drenagem, em geral, apresentavam índice topográfico superior a 14,3. Com base nesse valor, estimou-se a profundidade média do lençol freático em 4 m. Com isso, todos os elementos com índice topográfico superior a 14,3 apresentaram-se saturados. Isto representou cerca de 8% da área da bacia.

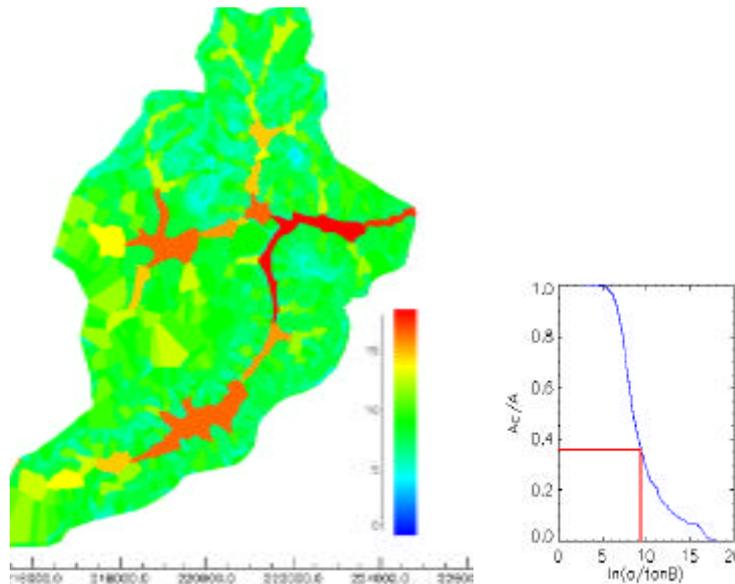


Figura 5 - Distribuição espacial do índice topográfico $\ln(a/\tan b)$ e curva índice indicando sua distribuição acumulada. A_c/A é a razão entre a área de contribuição e a área total da bacia e indica a fração da bacia com índice topográfico superior a um determinado valor.

5.3. Distribuição espacial da profundidade do lençol freático

Utilizando-se a equação (10), procedeu-se ao cálculo da profundidade do lençol freático para cada elemento, cujo resultado é apresentado na Figura 6.

Os elementos com índices topográficos inferiores a 2,9, localizados nas partes mais inclinadas do terreno, tiveram a profundidade do lençol freático estimada em cerca de 9 m.

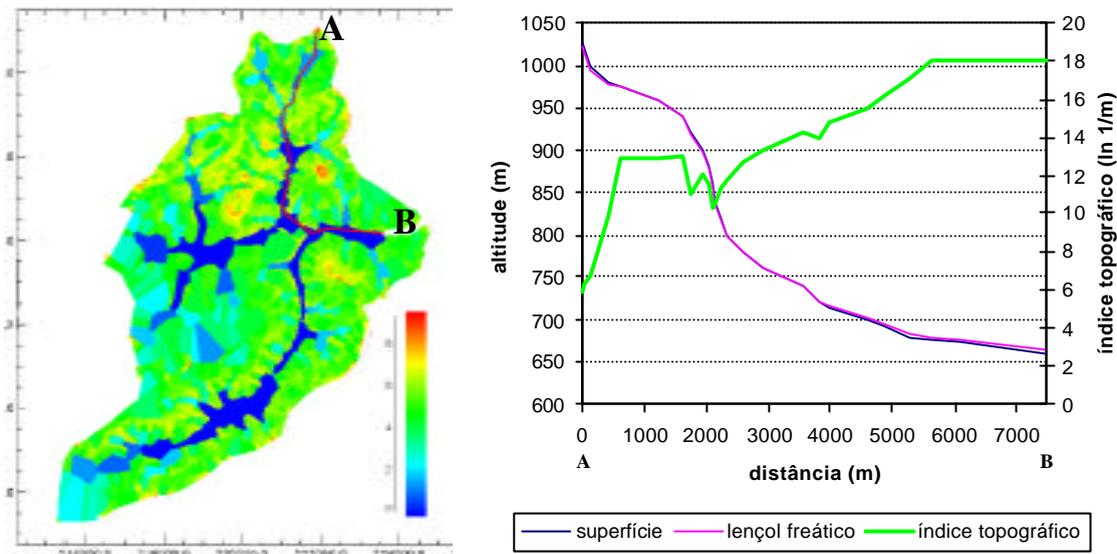


Figura 6 - Distribuição espacial da profundidade do lençol freático. Os valores de índice topográfico, altitude da superfície e do lençol freático referentes ao traçado AB (marcado por uma linha vermelha) são apresentados ao lado.

A partir de um elemento localizado na parte mais alta da bacia foi traçado um caminho seguindo o declive do terreno até a saída da bacia. O gráfico com as cotas da superfície, do lençol freático e o índice topográfico correspondente a cada elemento no percurso é apresentado na Figura 6. Observou-se uma pequena diferença entre os perfis, o que era esperado uma vez que o trecho percorreu a linha de drenagem. As maiores diferenças foram encontradas no início do percurso (até 500 m) onde os índices topográficos foram inferiores a 12.

6. Conclusão

Os resultados indicaram uma boa relação entre o índice topográfico e as condições de saturação do solo. Os valores mais altos desse índice foram encontrados em elementos associados à rede de drenagem enquanto que baixos valores foram encontrados em regiões com declive mais acentuado.

A utilização do índice topográfico na estimação da profundidade do lençol freático não foi satisfatória quando foram utilizadas estimativas para os parâmetros T_0 provenientes de medições em campo. No entanto, conhecendo-se áreas “naturalmente” saturadas, como por exemplo, aquelas localizadas próximas às nascentes, tem-se boas estimativas da profundidade do lençol freático.

A discretização da bacia hidrográfica em elementos irregulares não mostrou nenhuma limitação ao cálculo do índice topográfico, representa bem a distribuição espacial deste índice.

Referências

Beven, K.J. TOPMODEL: a critique. *Hydrological Processes*, v. 11, p. 1069-1085, 1997.

Beven, K.J.; Kirkby, M.J. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology. *Hydrological Sciences Bulletin*, v. 24, p. 43-69, 1979.

Collins, S.H.; Moon, G.C. Algorithms for dense digital terrain models. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, v. 47, p. 71-76, 1981.

Dawes, W.R., Zhang, L.; Hatton, T.J.; Reece, P.H.; Beale, G.T.H.; Packer, I. Evaluation of a distributed parameter ecohydrological model (Topog_IRM) on a small cropping rotation catchment. *Journal of Hydrology*, v. 191, p.64-86, 1997.

Franchini, M.; Wendling, J.; Obled, C.; Todini, E. Physical interpretation and sensitivity analysis of the TOPMODEL. *Journal of Hydrology*, v. 175, p.293-338, 1996.

Hewlett, J.D. *Principles of forest hydrology*. The University of Georgia Press. Athens, 1982. 183p.

Moore, I.D.; Turner, A.K.; Wilson, J.P.; Jenson, S.K.; Band, L.E. GIS and landsurface-subsurface process modeling In: Goodchild, M.F.; Parks, B.O.; Steyaert, L.T; ed. *Environmental modeling with GIS*, New York, Oxford University Press, 1993. Cap. 19, p. 196-230.

Onstad, C.A.; Brakensiek, D.L. Watershed simulation by stream path analogy. *Water Resources Research*, v. 4, p. 965-971, 1968.

Rennó, C. D.; Soares, J. V. Discretização espacial de bacias hidrográficas. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 10., Foz do Iguaçu, abr. 2001. *Anais*. São José dos Campos: INPE, 2001. Sessão Técnica Oral. p. 485-492. Repositório da URLib: <dpi.inpe.br/lise/2001/09.18.19.11>. Disponível em: <http://iris.sid.inpe.br:1908/rep/dpi.inpe.br/lise/2001/09.18.19.11>.

Schuler, A.E. *Aplicação do TOPMODEL em uma bacia de mesoescala localizada na cabeceira do rio Corumbataí*. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1998. 190p. (Dissertação de Mestrado em Ciências da Engenharia Ambiental)

Vertessy, R.A.; Els enbeer, H.. Distributed modeling of storm flow generation in an Amazonian rain forest catchment: effects of model parameterization. *Water Resources Research*, v. 35, p. 2173-2187, 1999.