

A QUESTÃO DA REMOÇÃO DE TENDÊNCIA NA ESTIMATIVA DA DIMENSÃO FRACTAL DO ESCOAMENTO TURBULENTO NA FLORESTA AMAZÔNICA

Walter E. de Castro Jr

Universidade do Amazonas – Departamento de Física
Av. Gal. Rodrigo Otávio Jordão Ramos, 3000
Manaus – AM, Brasil, 69077-000.
e-mail: wcastro@fua.br

Leonardo D. de Abreu Sá, Gannabathula S. S. D. Prasad

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – Meteorologia
Av. dos Astronautas, 1758, CP515
São José dos Campos – SP, Brasil, 12201-970
e-mail: leo@met.inpe.br

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo entrar na discussão acerca da remoção de tendência na análise de sinais turbulentos, e como esta pode influenciar na estimativa da dimensão fractal (dimensão de Hausdroff) associada. Os resultados mostraram que nos sinais onde são fisicamente esperadas tendências, como no sinal de temperatura, a remoção destas antes da análise leva a resultados mais realísticos. Por outro lado, para aqueles sinais em que a tendência não é fisicamente esperada ou que esteja claramente aparente, como nos sinais das velocidades horizontal e vertical do escoamento, a aplicação da remoção de tendência praticamente não altera os resultados obtidos.

ABSTRACT

The purpose of this work is to discuss trend removal in the analysis of turbulent signals, and its influence on the estimation of the fractal dimension (Hausdroff's dimension). The results showed that in the signals in which trends are physically expected, (temperature signal) the removal of the trend before analysis yields realistic results. On the other hand, for those signals in that trends are not expected or apparent, as in the case of the horizontal and vertical wind speeds, trend removal does not alter the results.

Palavras chave: Micrometeorologia, remoção de tendência, dimensão fractal, movimento fracional Browniano, wavelets, floresta Amazônica

1. INTRODUÇÃO

Os escoamentos turbulentos existentes na camada limite atmosférica podem ser imaginados como uma superposição de vórtices (padrões coerentes de velocidade, vorticidade e pressão) distribuídos num amplo intervalo de tamanhos. Estes vórtices interagem continuamente com o escoamento médio (de onde extraem suas energias) e também entre si (através de trocas de energia). Para entender a conversão da energia

cinética do escoamento médio em energia cinética turbulenta, desde os maiores vórtices até a passagem desta aos vórtices cada vez menores num processo em “cascata” no qual a energia cinética turbulenta é finalmente dissipada em calor pela viscosidade, deve-se isolar diferentes escalas do movimento turbulento e observar separadamente seus comportamentos. A representação espectral associa a cada escala uma quantidade de energia cinética, variância, ou fluxo turbulento que contribuem para a energia cinética turbulenta total e fornece uma valiosa fonte de informação no estudo da estrutura da camada limite atmosférica (Kaimal e Finnigan, 1994).

Sinais cujas densidades espectrais são proporcionais a $|u|^{-a}$ (u é a frequência e $a \in \mathfrak{R}$), num intervalo de algumas ordens de grandeza da frequência, estão onipresentes em campos tais como: física, meteorologia, biologia, engenharia, economia, etc. No caso específico da turbulência atmosférica, o espectro do campo de velocidade obedece uma lei de potência com um decaimento em função da frequência (o denominado intervalo inercial) cujo expoente é $a \sim 5/3$. De forma geral, os comportamentos destes sinais (também conhecidos como *processos* $1/f$) em baixas frequências estão associados com correlações que decaem lentamente, e o interesse por estes processos tem sido recentemente renovado pelo desenvolvimento da fenomenologia do caos, na qual um comportamento aparentemente estocástico pode de fato resultar de um mecanismo determinístico com dependência característica de longo alcance. De uma outra perspectiva, a lei de potência dos espectros indica que um sinal existe em todas as escalas e, portanto, não tem uma escala característica, resultando num aspecto de auto-similaridade (Abry et al., 1995).

A auto-similaridade indica que o gráfico $(t, X(t))$, onde $X(t)$ representa o sinal, permanece estatisticamente imutável quando o eixo do tempo e a amplitude são simultaneamente multiplicados por a e a^{-H} , respectivamente (Abry et al., 1995).

Um modelo útil e comum de processo auto-similar é dado pelo movimento fracional Browniano (fBm). O fBm foi introduzido por Mandelbrot e Van Ness (1968) como um meio de modelar processos estocásticos não estacionários que exibem dependência de longo alcance e/ou que têm propriedade de auto-similaridade. Embora o fBm não seja estacionário, seus incrementos são estacionários e auto-similares (Tewfik e Kim, 1992; Abry et al., 1995). Como consequência da auto-similaridade, uma realização individual de um fBm pode ser vista como uma curva cuja “rugosidade” depende diretamente do parâmetro $0 < H < 1$ (conhecido como coeficiente de Hurst), e cuja dimensão fractal (dimensão de Hausdroff) é dada por (Flandrin, 1994):

$$D = 2 - H. \quad (1)$$

O movimento fracional Browniano (fBm) é um processo estocástico Gaussiano não estacionário, $B_H(t)$, que possui média nula e é indexado por um único parâmetro escalar $0 < H < 1$, tal que para $t \geq 0$ (Mandelbrot e Van Ness, 1968):

(i) $B_H(0) = 0,$

$$(ii) \quad B_H(t + \mathbf{d}) - B_H(t) \stackrel{d}{=} N(0, \mathbf{s}|\mathbf{d}|^H),$$

onde $N(m, \mathbf{s})$ representa uma distribuição normal com média m e variância \mathbf{s} , e “ $\stackrel{d}{=}$ ” representa igualdade entre distribuições de dimensão finita.

O movimento fracional Browniano pode ser dividido em três famílias muito diferentes, dependendo do valor do coeficiente de Hurst (Mandelbrot, 1983):

- 1) $0 < H < 1/2 \Rightarrow$ fBm antipersistente;
- 2) $1/2 < H < 1 \Rightarrow$ fBm persistente;
- 3) $H = 1/2 \Rightarrow$ movimento Browniano clássico.

Dois aspectos importantes devem ser levados em conta na análise do fBm: 1) a sua não-estacionariedade, que necessita de alguma análise dependente do tempo e, 2) a sua auto-similaridade, que necessita de alguma análise dependente da escala (Flandrin, 1992, 1994). Logo, para melhor estudar o fBm é necessário utilizar técnicas de decomposição em tempo-escala e a análise em ondeletas (“wavelet analysis”) que, por natureza é um método em tempo-escala, é particularmente adequada para analisar o fBm e estudar sua auto-similaridade estatística (Flandrin, 1992; Tewfick e Kim, 1992; Flandrin, 1994).

A transformada em ondeletas (TO) discreta de um sinal $X(t) \in L^2(\mathfrak{R})$ é uma função bidimensional do índice de tempo $n \in Z$ e índice de escala $j \in Z$ (Daubechies, 1992):

$$d_X[n, j] = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \mathbf{y}(2^{-j}t - n) dt, \quad (2)$$

onde a ondeleta de análise $\mathbf{y}(\cdot) \in \mathfrak{R}$ possui uma transformada de Fourier Ψ tal que $\Psi(0) = 0$.

Considerando a decomposição em ondeletas discretas ortonormais, tem-se que os coeficientes da transformada em ondeletas de um dado fBm são dados por:

$$d_{B_H}[n, j] = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} B_H(t) \mathbf{y}(2^{-j}t - n) dt, \quad j, n \in Z, \quad (3)$$

onde $\mathbf{y}(t)$ é a ondeleta-mãe.

A função variância dos coeficientes da transformada em ondeletas do fBm é dada por (Flandrin, 1992, 1994):

$$\text{var}(d_{B_H}[n, j]) = \frac{\mathbf{s}^2}{2} V_y(H) (2^j)^{2H+1}, \quad (4)$$

onde a constante $V_y(H)$ depende somente da ondeleta de análise escolhida e do índice do fBm.

Linearizando a função variância dos coeficientes da transformada em ondeletas ortonormal do fBm, obtém-se (Flandrin, 1992, 1994):

$$\log_2(\text{var}(d_j[n])) = (2H + 1)j + C, \quad (5)$$

onde C é uma constante.

Da Equação (5) segue que o índice H do fBm e, portanto, a sua dimensão fractal associada da pela Equação (1), podem ser obtidos a partir da inclinação num gráfico em escala logarítmica da variância em função da escala. Denominado de \mathbf{a} o valor do coeficiente angular da reta, então:

$$H = \frac{\mathbf{a} - 1}{2}. \quad (6)$$

Segundo Stolovitzky e Sreenivasan (1994) as propriedades do fBm anti-persistente ($0 < H < 1/2$), com $H = 1/3$, são similares em muitos detalhes àquelas para a turbulência com grandes números de Reynolds para a camada limite superficial a alguns metros acima do chão. Então, de acordo com a Equação (6), $\mathbf{a} = 5/3$.

A presença de tendências em séries temporais torna os dados não estacionários e assim menos adequados para análise. Define-se tendência como qualquer componente espectral que possua um período maior do que a duração da série. No limite em que a duração da série é longa pode aparecer uma tendência linear, como no caso do ciclo diurno no sinal de temperatura (Kaimal e Finnigan, 1994).

Em geral, as tendências nas séries produzem distorções no extremo de baixas frequências do espectro. Esta distorção, se suficientemente grande, pode mascarar totalmente o verdadeiro máximo no espectro e substituí-lo por um espectro que continua a crescer à medida que a frequência diminui. A remoção de tendência não oferece garantia de que a forma verdadeira do espectro seja recuperada, devendo sua remoção ser feita somente se as tendências são fisicamente esperadas ou claramente aparentes nas séries temporais (Kaimal e Finnigan, 1994).

Neste trabalho a decomposição em ondeletas discretas ortonormais do fBm foi utilizada para determinar o valor do coeficiente angular (\mathbf{a}) da reta prevista na Equação (5). O valor de H relativo aos dados turbulentos de velocidades horizontal e vertical do escoamento e de temperatura do ar foram calculados através da Equação (6). Procurou-se observar se o comportamento do parâmetro H estava de acordo com as propriedades do fBm com $H = 1/3$ e como a remoção (ou não) de tendência pode alterar o valor estimando do parâmetro H e, por conseguinte da dimensão fractal associada.

2. DADOS

As medidas utilizadas neste trabalho foram realizadas na Reserva Biológica do JARU (Rebio JARU) ($10^{\circ}05'S$, $61^{\circ}55'W$), pertencente ao IBAMA, e distante cerca de $80km$ ao norte de Ji-Paraná/RO e com altura média acima do nível do mar de $120m$. Nela foi construída uma torre micrometeorológica ($10^{\circ}04'43''S$, $61^{\circ}56'04''W$) com $60m$ de altura, a

cerca de *1km* da margem do rio Machado. Uma campanha de coleta de dados foi realizada entre os meses de Janeiro e Fevereiro de 1999 (correspondente ao período chuvoso na região), como parte do Experimento de Grande Escala na Biosfera-Atmosfera na Amazônia (“The Large Scale Biosphere-Atmosphere Experiment in Amazonia” – LBA). Os valores das componentes da velocidade do escoamento atmosférico e da temperatura do ar, medidos na frequência de *16Hz* em dois níveis: nível 1, a *67m* de altura (acima da copa) e nível 2, a *21m* de altura (abaixo da copa), correspondentes ao dia juliano 36 (05/02/99) foram utilizadas nas análises.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A metodologia adotada consistiu em fazer uma decomposição em multiresolução dos sinais estudados através da aplicação da transformada em ondeletas discreta ortonormal. A ondeleta de análise escolhida foi a Daubechies4 (db4). O primeiro passo foi subdividir cada série temporal (com duração de 24 horas) em sub-séries com $2^{16} = 65536$ pontos em cada uma delas, obtendo-se um total de 21 sub-séries; cada uma tendo aproximadamente 1h08min de duração. A partir deste ponto foram feitas duas análises idênticas para cada sub-série de dados, mudando apenas o fato de não aplicar qualquer remoção de tendência numa das análises, e noutra procedendo a remoção de tendência.

A análise teve início com a decomposição em multiresolução do sinal através da ondeleta ‘db4’ em 11 níveis. Esta decomposição produz um coeficiente, representando a aproximação (componente de baixa frequência – grande escala) do sinal, e 11 coeficientes, representando os detalhes (componentes de alta frequência – pequena escala) do sinal. A seguir, foi calculada a variância dos coeficientes que representam os detalhes da decomposição. Através do gráfico do logaritmo da variância em função da escala (de acordo com a Equação 5) dos coeficientes da transformada em ondeletas ortonormal do fBm, procurou-se determinar o valor do coeficiente angular (α) da reta que melhor se ajusta à curva obtida. Com o valor do coeficiente angular, o valor de H foi calculado com base na Equação (6).

Das Figuras 1 e 2 pode-se notar a importância da remoção de tendência no caso do sinal de temperatura, tanto acima como abaixo da copa. Sem a remoção da tendência (neste caso linear), os valores de H são praticamente os mesmos e próximos do valor referente ao movimento Browniano clássico ($H = 0,5$). Não há qualquer indicativo da influência do ciclo diurno de aquecimento solar, durante o qual a turbulência é gerada tanto por processos mecânicos quanto por processos convectivos. Deve-se ressaltar que o dia escolhido para esta análise não registrou qualquer precipitação no pluviômetro instalado na torre. Com a remoção da tendência linear, observa-se que durante o período matutino (entre 07:00 e 11:00HL), o valor de H tende a se aproximar de 1/3, tanto acima como abaixo da copa. Durante o período vespertino há uma tendência do valor de H aumentar (aproximando-se do valor $H = 0,5$) em ambos os níveis.

Das Figuras 3 e 4 nota-se que não há qualquer indício de tendência no sinal da velocidade vertical (tanto acima como abaixo da copa), com os valores de H obtidos sendo praticamente os mesmos, independente de ter ou não sido feita a remoção de tendência. O

aspecto marcante fica por conta do sinal da velocidade vertical medido acima da copa que ficou próximo de 1/3 durante o período diurno. Não foi possível verificar qualquer contribuição de tendências aos movimentos verticais, pois conforme colocado por Kaimal e Finnigan 1994, p.265). Segundo estes autores “as tendências, principalmente aquelas na velocidade vertical estão associadas com movimentos ondulatórios em situações estáveis e são fisicamente significantes, devendo serem incluídas nos cálculos das variâncias (e, portanto, da energia cinética turbulenta) e dos fluxos porque contribuem para o transporte vertical.”

Finalmente, das Figura 5 e 6 também é possível notar que não há qualquer tendência no sinal da velocidade horizontal medida tanto acima quanto abaixo da copa, pois os valores de H não mudaram com a remoção de tendência.

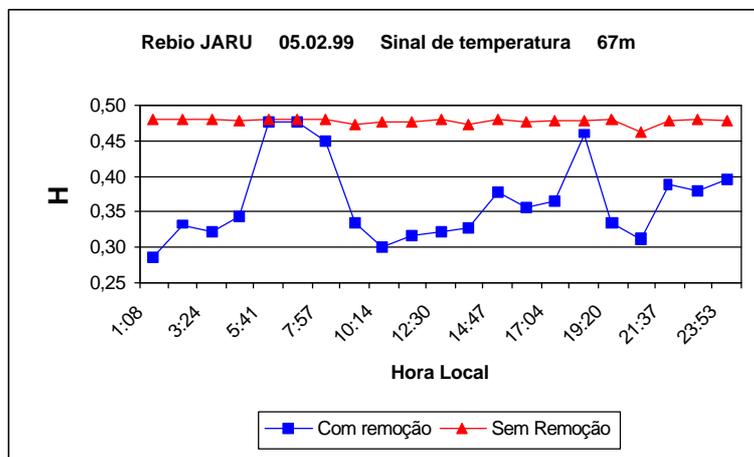


Figura 1 – Valores de H para o sinal de temperatura acima da copa.

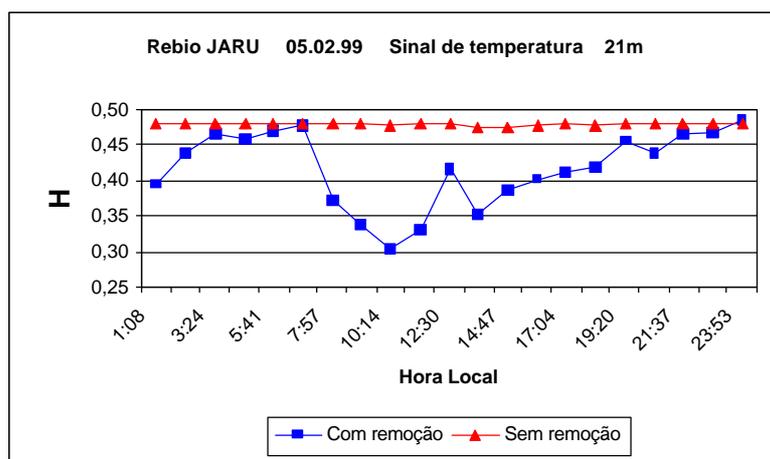


Figura 2 – Valores de H para o sinal de temperatura abaixo da copa.

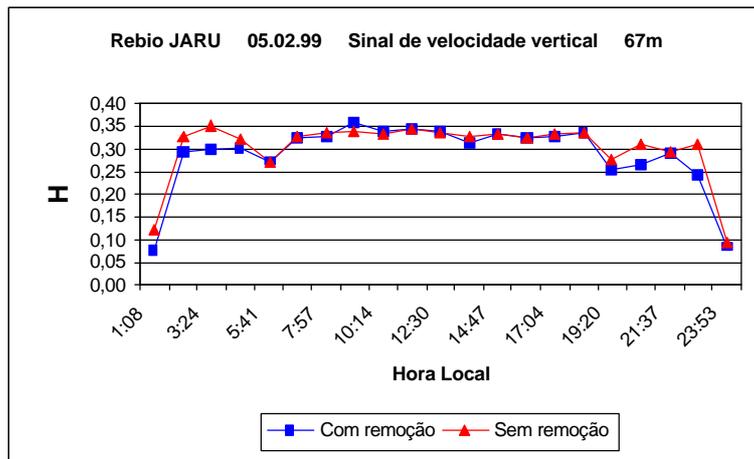


Figura 3 – Valores de H para o sinal de velocidade vertical acima da copa.

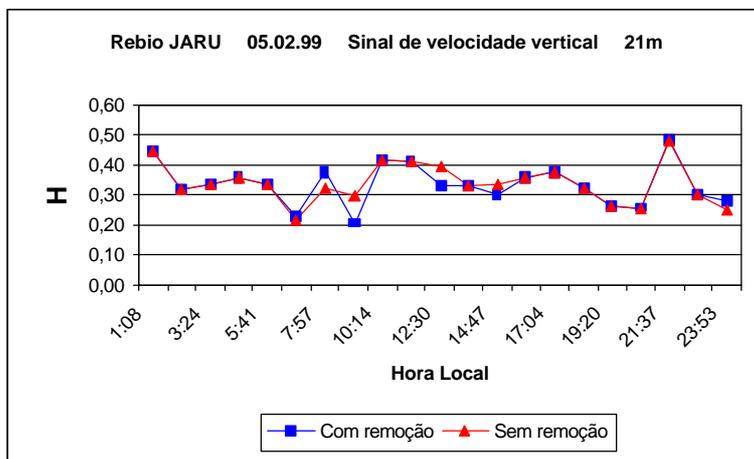


Figura 4 – Valores de H para o sinal de velocidade vertical abaixo da copa.

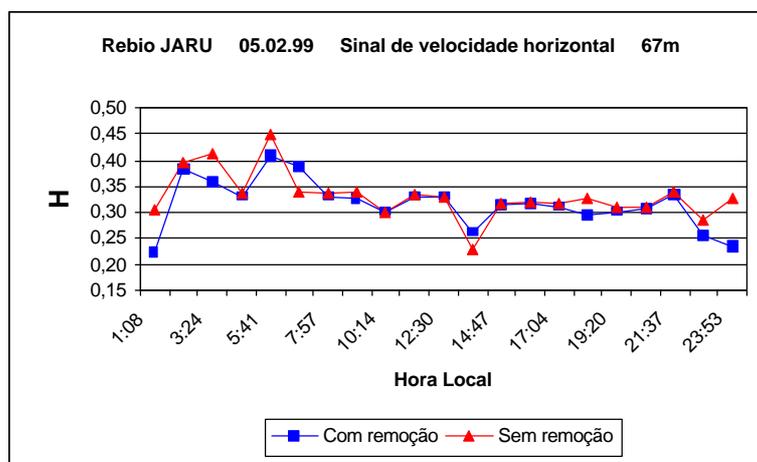


Figura 5 – Valores de H para o sinal de velocidade horizontal acima da copa.

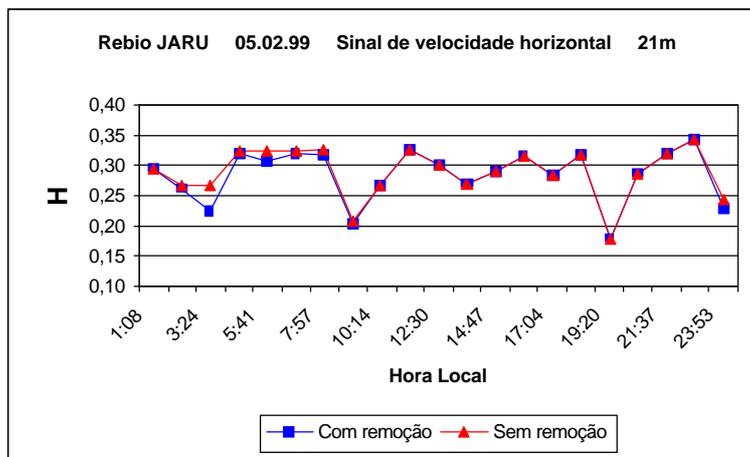


Figura 6 – Valores de H para o sinal de velocidade horizontal abaixo da copa.

4. CONCLUSÕES

Foi mostrado como a remoção de tendência pode ser importante no estudo de sinais turbulentos onde se espera que esta tenha alguma influência, como no caso do sinal de temperatura. Nos sinais onde não são esperadas as influências de tendências, como nos sinais das velocidades horizontal e vertical, é preferível não fazer a remoção de tendência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abry, P.; Gonçalves, P.; Flandrin, P. Wavelets, Spectrum Analysis and 1/f Processes. In: Antoniadis, A. and Oppenheim, G. (Editors). **Lectures Notes in Statistics 103: Wavelet and Statistics**, Springer-Verlag: New York, 1995, p. 15-29.

Daubechies, I. **Ten Lectures on Wavelets**. Philadelphia: SIAM, 1992. 357 p..

Flandrin, P. On the Spectrum of Fractional Brownian Motions. **IEEE Transactions on Information Theory**, v.35, n.1, p.197-199, 1989.

Flandrin, P. Wavelet analysis and Synthesis of Fractional Brownian Motion. **IEEE Transactions on Information Theory**, v.38, n.2, p.910-917, 1992.

Flandrin, P. Fractional Brownian Motion and Wavelets. In: Farge, M.; Hunt, J.C.R.; Vassilicos, J.C., ed. **Wavelets, Fractals, and Fourier Transforms**. Clarendon Press-Oxford, 1994, p.109-122.

Kaimal, J.C.; Finnigan, J.J. **Atmospheric Boundary Layer Flows: Their Structure and Measurement**. Oxford University Press, 1994.

Mandelbrot, B.B.; Van Ness, J.W. Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications. **SIAM Review**, v.10, n.4, p.422-437, 1968.

Mandelbrot, B.B. **The Fractal Geometry of Nature**. W.H. Freeman and Company, New York, 1983.

Stolovitzky, G.; Sreenivan, K.R. Kolmogorov's Refined Similarity Hypothesis for Turbulence and General Stochastic Processes. **Reviews of Modern Physics**, v.66, n.1, p.229-240, 1994

Tewfik, A.H.; Kim, M. Correlation Structure of the Discrete Wavelet Coefficients of Fractional Brownian Motion. **IEEE Transactions on Information Theory**, v.38, n.2, p.904-909, 1992.