

# INTERPOLAÇÃO BETA-SPLINES PARA MODELOS DIGITAIS DE ELEVÇÃO.

Carlos Eduardo Nery  
Fundação Valeparaibana de Ensino - FVE  
Pça Cândido Dias Castejon, 116  
12245 - São José dos Campos, SP  
BRASIL

Luiz Alberto Vieira Dias  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Av. dos Astronautas, 1758  
12201 - São José dos Campos, SP  
BRASIL

## RESUMO

Os interpoladores utilizados para desinificação de Modelos Digitais de Elevação normalmente não levam em conta informações adicionais, as quais o operador tem conhecimento, como rios, lagos (áreas planas) ou linha de cumeeada de montanhas. Eles interpolam baseados somente em pontos de controle. As curvas Beta-Spline, por outro lado, tem a propriedade de prover o operador de modificar o viés e a tensão para cada célula da superfície através dos parâmetros beta-1 e beta-2. Assim, é possível forçar a superfície tridimensional resultante a adquirir a forma desejável. A desvantagem é o relativo acréscimo de cálculos, mas com agora disponíveis microcomputadores mais rápidos e baratos, estas desvantagens podem ser superadas. Este trabalho testa o uso do interpolador Beta-Spline para Modelos Digitais de Elevação implementado em microcomputadores do tipo IBM-PC.

## ABSTRACT

The interpolaters used for the densification of Digital Elevation Models normally do not take into account additional information known to the operator, like rivers, lakes (flat areas), or mauntain ridges. They interpolate based on the control points only. The Beta-spline curves, on the other hand, have properties that enable the operator to modify the bias and the tension for each cell by assigning values to the parameters beta-1 and beta-2. Thus, it is possible to force the resulting three dimensional surface to acquire a desirable shape. The disadvantage is the relatively large amount of extra calculations, but with the now available faster, and cheaper microcomputers, this disadvantage can be overcome. This work tests the use of Beta-splines interpolators for DEM's running on an IBM-PC-like environment.

## 1 - INTRODUÇÃO

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE - desenvolveu um Sistema de Informações Geográficas (SIG) baseado

em microcomputadores compatíveis com IBC-PC. Uma das operações possíveis neste sistema é a manipulação de Modelos Digitais de Elevação, tais como mudança de escala e

visualização a partir de diferentes pontos de vista. Porém, para encontrar resultados aceitáveis, é necessário usar um bom interpolador. O SIG do INPE contém dois interpoladores disponíveis: Linear e Akima. O primeiro não é o mais apropriado para certas aplicações, devido a falta de suavidade, enquanto o outro é excelente para certos casos. Entretanto, quando informações adicionais sobre o terreno são conhecidas, tais como áreas planas ou ígremes, os interpoladores acima não tem uma boa performance. Um interpolador, o Beta-Spline, permite o operador remodelar a superfície resultante pela atribuição de diferentes valores para os parâmetros beta-1 e beta-2, que mudam o viés e tensão da superfície resultante, respectivamente, em cada célula.

O programa para Beta-Spline foi desenvolvido, em linguagem C, para ser adicionado ao SIG do INPE. O objetivo principal deste trabalho, é testar uma primeira versão deste software, para avaliação de sua performance, especialmente com respeito ao uso de um microcomputador, para aplicação em Modelos Digitais de Elevação.

Em seguida, apresentaremos breve resumo do interpolador Beta-Spline e posteriormente os resultados obtidos com o uso desta técnica. Finalizando, algumas conclusões são desenhadas, observando o performance dos microcomputadores.

## 2 - BETA-SPLINES

Beta-Splines é uma generalização da conhecida B-Spline. Elas podem ser representadas parametricamente por:

$$Q_{i,j}(u, v) = \sum_{i,j} V_{i,j} B_{i,j}(u, v)$$

onde os V's são os vértices de controle, e  $B_{i,j}(u, v)$  são funções de base com dois parâmetros independentes, u e v, que são não nulos localmente, são não negativos e o somatório é igual a 1. Bartels et al (1986) divide as funções bases em duas funções de bases independentes, cada qual dependendo somente de um parâmetro u ou v. Assim, a

fórmula da Beta-Spline vem a ser,  $u = u - u_i$  e  $v = v - v_i$ , de acordo com Bartels et al (1986)

$$Q_{i,j}(u, v) = \sum_r \sum_s V_{i+r, j+s} b_r(u) b_s(v)$$

com r e s variando na faixa de -3,..., 0, para cada "patch" (ou célula).  $Q_{i,j}(u, v)$ , o i-ésimo, j-ésimo "patch" é determinado por 16 vértices de controle. As funções de base  $b_r(u)$  e  $b_s(v)$  tem a mesma forma e são dependentes dos parâmetros beta-1 e beta-2 para cada uma das funções e para cada célula. As fórmulas genéricas para os b's são:

$$b_{(-0)}(x) = 1/d[2u^3]$$

$$b_{(-1)}(x) = 1/d[2 + (6\beta_1)u + (3\beta_2 + 6(\beta_1)^2)u^2 - (2\beta_2 + 2(\beta_1)^2 + 2\beta_1 + 2)u^3]$$

$$b_{(-2)}(x) = 1/d[(\beta_2 + 4(\beta_1)^2 + 4\beta_1) + (6(\beta_1)^3 - 6\beta_1)u - (3\beta_2 + 6(\beta_1)^3 + 6(\beta_1)^2)u^2 + (2\beta_2 + 2(\beta_1)^3 + 2(\beta_1)^2 + 2\beta_1)u^3]$$

$$b_{(-3)}(x) = 1/d[2(\beta_1)^3 - (6(\beta_1)^3)u + 6(\beta_1)^3 u^2 - 2(\beta_1)^3 u^3]$$

e

$$d = \beta_2 + 2(\beta_1)^3 + 4(\beta_1)^2 + 4\beta_1 + 2 = 0$$

Se beta-1 é suposta igual a 1 e beta-2 igual a 0, a função Beta-Spline torna-se uma B-Spline.

## 3 - RESULTADOS

Em seguida para testar a performance do Beta-Spline, foi desenvolvido um software em ambiente do tipo IBM-PC para gerar a superfície e apresentá-la.

Foi escolhido um modelo a partir de um terreno real, próximo a São José dos Campos, SP, Brasil. Seis exemplos com diferentes beta-1 e beta-2 foram usados para demonstrar o efeito dos parâmetros sobre o Modelo Digital de Elevação. É possível utilizar diferentes parâmetros para cada "patch" e para cada direção (u e v). Entretanto, neste trabalho, não foi experimentado fazer isto. Foram

usados os mesmos betas para todo o modelo. Porém, já que uma larga faixa de possíveis combinações de betas foram testados, é esperado que seja suficiente avaliar a capacidade das Beta-Splines.

A figura 1 é uma interpolação com beta-1 igual a 1 e beta-2 igual 0. Isto corresponde ao interpolador B-Spline. A Tabela 1 apresenta um sumário de todos os casos testados.

TABELA 1

Caso	Beta1	Beta2	Figura
A	1	0	1
B	8	0	2
C	1	25	3
D	1000	10	4
E	1	8	5
F	0,001	10	6

O parâmetro beta-1 é responsável pelo viés. Entende-se que um "patch" de superfície centrado em volta dos vértices de controle, enquanto menores que 1 significam uma distorção em direção a u, e v próximo a zero, e valores maiores que 1 uma distorção a u e v perto de 1.

Em relações a beta-2, zero significa que a tensão é a mesma que na superfície B-Spline enquanto valores maiores indicam que a superfície passa mais próxima dos vértices de controle. Quando beta-2 é infinito, a interpolação se torna uma interpolação linear, se beta1 for igual a 1. Casos A, C e E são sem viés, e A e B sem tensão. Figuras 2 a 6 apresentam o efeito do uso da Beta-Spline sobre o modelo em estudo.

#### 4 - CONCLUSÕES

O principal objetivo deste trabalho foi testar o comportamento do microcomputador, devido aos cálculos existentes a serem realizados. O equipamento utilizado para visualização foi o SITIM, um sistema de processamento de Imagens baseado em microcomputadores desenvolvido pelo INPE. Os cálculos foram feitos em dois tipos de microcomputador, um foi IBM-PC-XT sem co-processador aritmético, que levou 36 minutos, e em um IBM-PC-AT com co-processador aritmético, no qual os cálculos para cada modelo foram feitos em 5 minutos e 40 segundos. Como o código não foi otimizado é possível que os tempos de processamento acima sejam ainda mais reduzidos. Os gráficos foram feitos no Sistema SITIM da Fundação Valeparaibana de Ensino - FVE. Os autores gostariam de agradecer ao INPE e ao Centro Científico da IBM (Rio de Janeiro), pelo suporte, uma vez que este trabalho é parte de um projeto conjunto que está sendo desenvolvido por ambas as instituições.

#### 5 - BIBLIOGRAFIA

- ALVES, D. S.; CÂMARA NETO, G.; ERTHAL, G. J.; FELGUEIRAS, C. A.; PAIVA, J. A.; OLIVEIRA, E. A.; DIAS, L. A. V.; GODOY, M.; ABRAÃO, A. (1988), Sistema de Informações Geográficas (Geographic Information System)". Internal Report, INPE, São José dos Campos, SP, Brazil.
- BARTELS, R. H.; BEATTY, J. C.; BARSKY, B. A. (1986), "Introduction to the use of Splines in Freeform Curve and Surface Design". Course E4, ACM SIGGRAPH 1986 publication, Dallas, Texas.

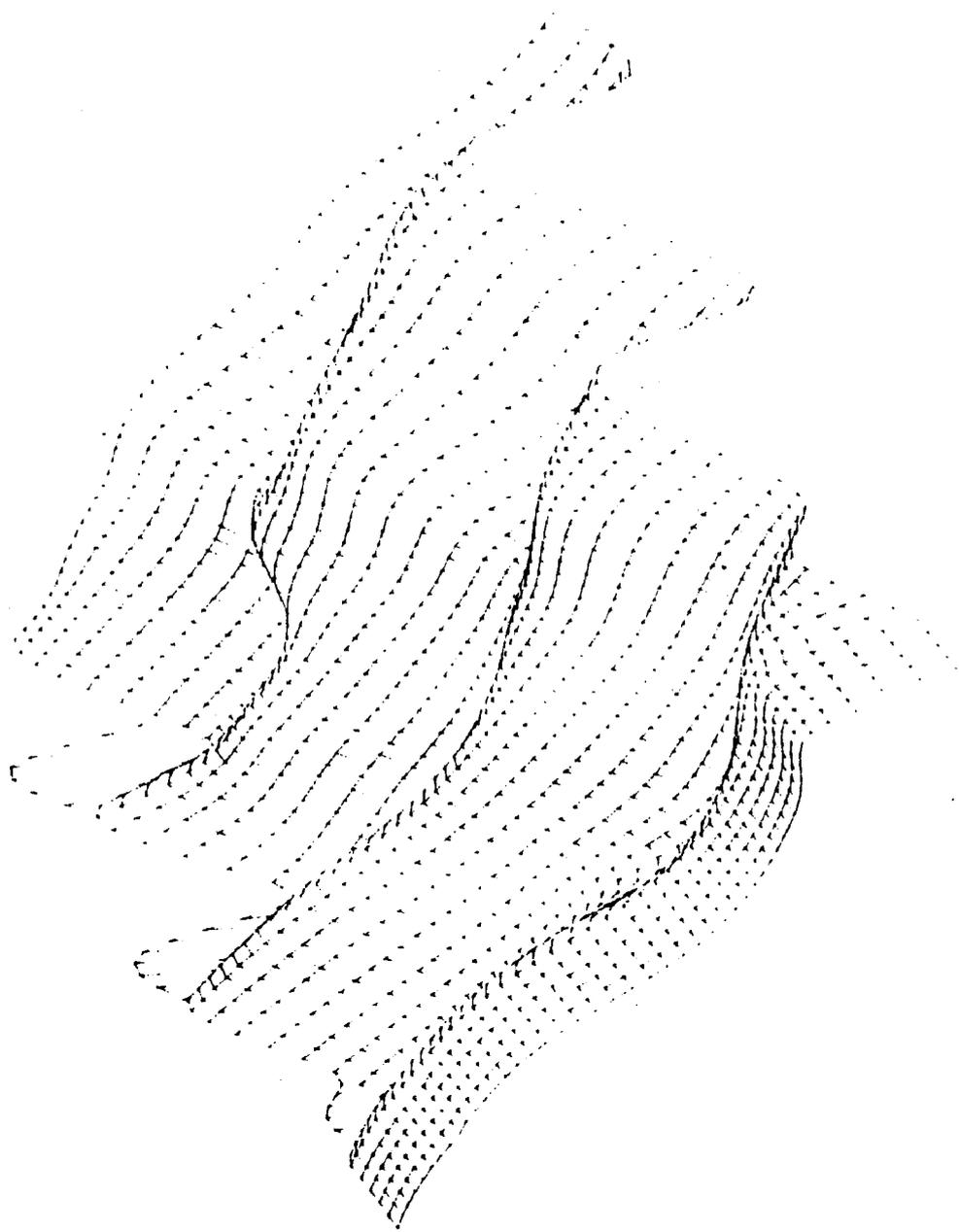


Fig. 1 -  $\beta_1 = 1$ ;  $\beta_2 = 0$



Fig. 2 -  $\beta_1 = 8$ ;  $\beta_2 = 0$

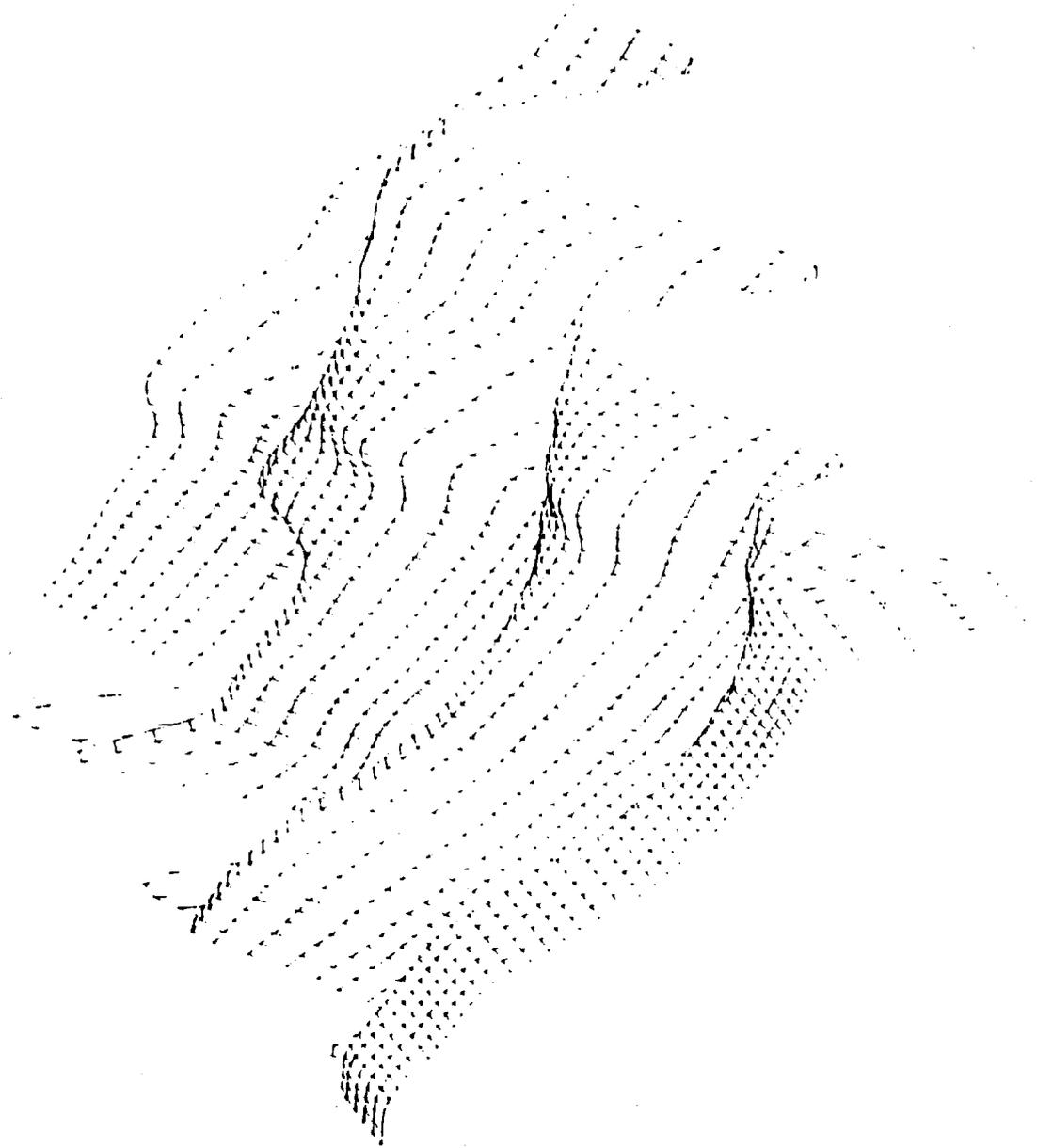


Fig. 3 -  $\beta_1 = 1$ ;  $\beta_2 = 25$



Fig. 4 -  $\beta_1 = 1000$ ;  $\beta_2 = 10$

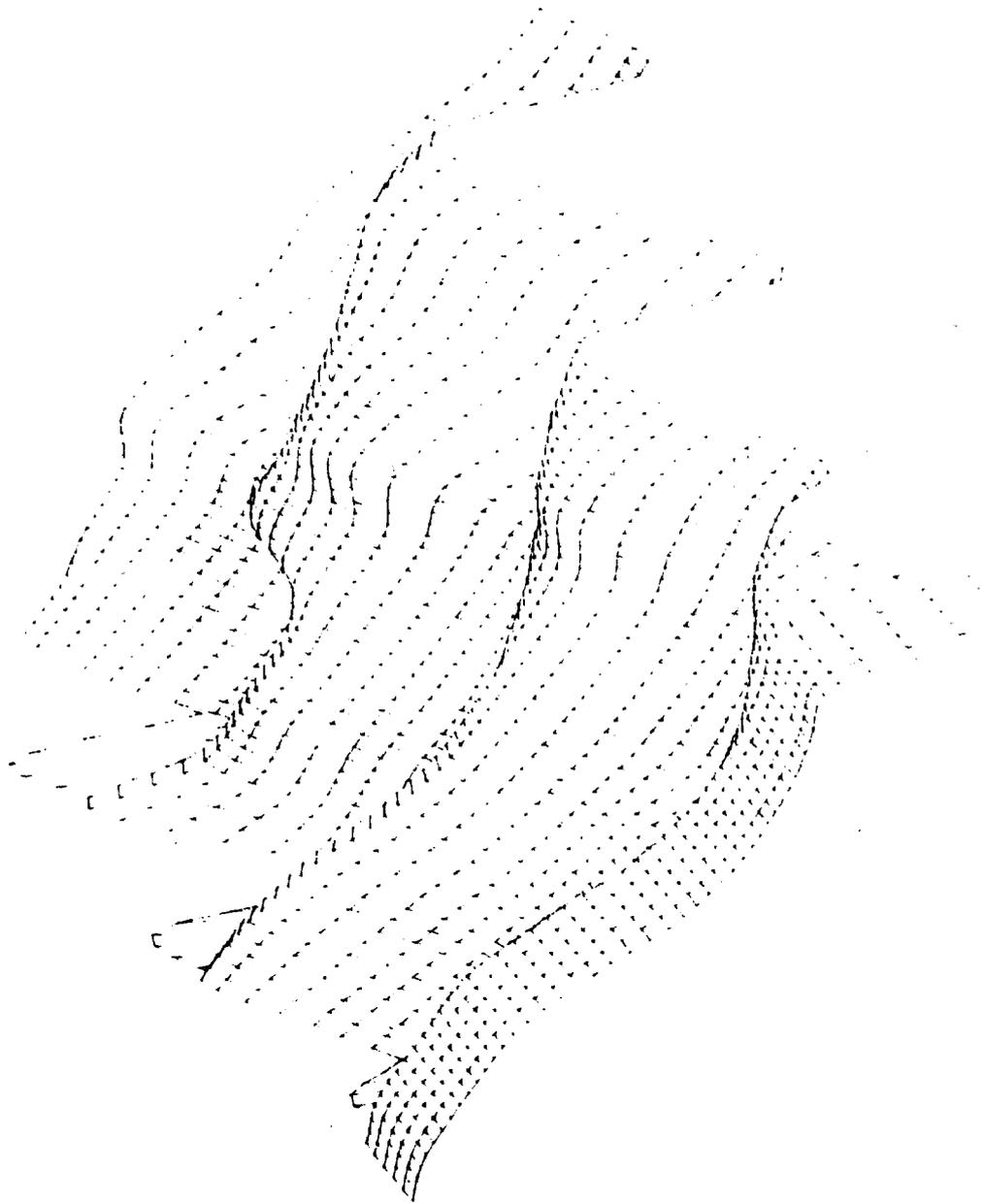


Fig. 5 -  $\beta_1 = 1$ ;  $\beta_2 = 8$

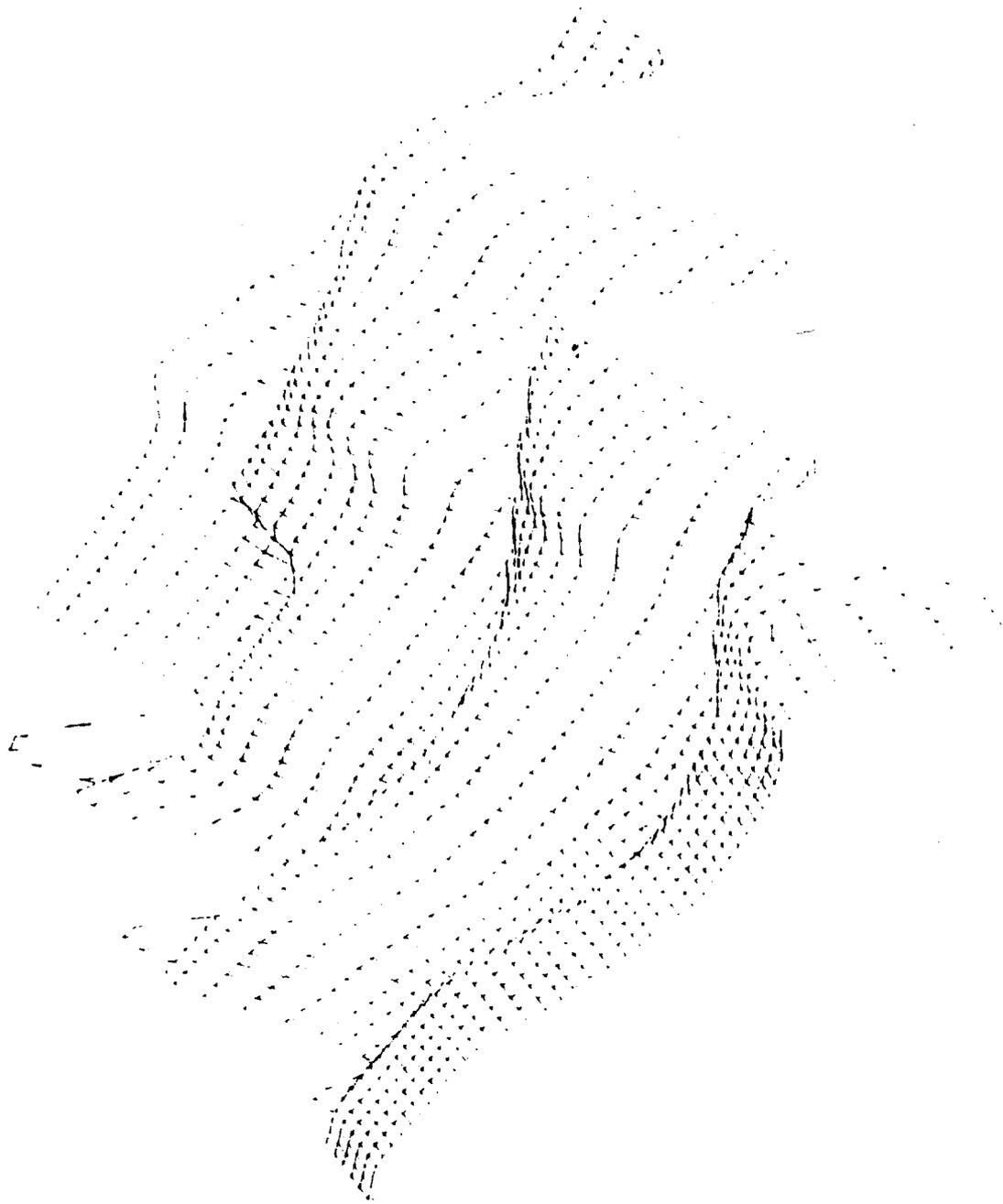


Fig. 6 -  $\beta_1 0.001$ ;  $\beta_2 = 10$