

# Realce na detecção de espalhadores secundários em imagens polarimétricas SAR através do cálculo da anisotropia modificada

Carlos Victor Murad Krauss  
David Fernandes

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA  
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 - 12228-900 - São José dos Campos - SP, Brasil  
carlosvictor.krauss@gmail.com, david@ita.br

**Abstract.** This paper describes a new method to improve the sensibility of the anisotropy for secondary scattering mechanisms detection in polarimetric SAR images. The improvement in the anisotropy is done using the concept of sub-entropy. The method is evaluated with E-SAR/DLR polarimetric images.

**Palavras-chave:** Synthetic Aperture Radar, SAR polarimetry, anisotropy, entropy, Radar de Abertura Sintética, polarimetria SAR, anisotropia, entropia.

## 1. Introdução

O Radar de Abertura Sintética (SAR - Synthetic Aperture Radar) é utilizado em plataformas aéreas e orbitais com o objetivo de se obter imagens da superfície da terra. O SAR pode gerar vários produtos, dentre eles, imagens complexas de uma visada (SLC - Single Look Complex images), imagens amplitude e intensidade de múltiplas visadas, pares de imagens SLC interferométricas e conjunto de imagens SLC polarimétricas. Essas imagens são usadas para as mais diversas finalidades, tais como: inventário florestal, mapeamento de áreas cultivadas, mapas temáticos, detecção de alvos, obtenção do modelo digital de elevação, classificação de alvos extensos, medida da assinatura polarimétrica de alvos etc.

Neste trabalho, para imagens polarimétricas SAR, compara-se a entropia e a anisotropia calculadas para três modos de representação do vetor espalhamento. Propõe-se ainda uma medida da sub-entropia que pode ser utilizada em substituição a anisotropia ou em conjunto com ela. O uso conjunto da sub-entropia e da anisotropia realça a imagem anisotropia facilitando assim a discriminação de mecanismos de reflexão secundários.

## 2. Imagens SAR polarimétricas

As imagens polarimétricas são constituídas de um conjunto de quatro imagens: Imagem HH: gerada pelo processamento da componente horizontal do eco de uma onda transmitida com polarização horizontal; Imagem VV: gerada pelo processamento da componente vertical do eco de uma onda transmitida com polarização vertical; Imagem HV: gerada pelo processamento da componente vertical do eco de uma onda transmitida com polarização horizontal e Imagem VH: gerada pelo processamento da componente horizontal do eco de uma onda transmitida com polarização vertical. Um sistema SAR calibrado tem pelo princípio da reciprocidade que as imagens HV e VH são equivalentes.

Na caracterização dos sinais ecos de Radar utiliza-se normalmente o sistema de referência BSA (Back Scattering Alignment), que pode ser observado na **Figura 1a**. Nessa Figura o índice  $i$  indica a onda incidente e o índice  $s$  à onda espalhada. Os vetores  $\vec{k}_i$  e  $\vec{k}_s$  apontam sempre para a superfície refletora (direção do alvo), os vetores  $\vec{h}_i$  e  $\vec{h}_s$  indicam a direção horizontal e os vetores  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_s$  são normais a  $(\vec{h}_i, \vec{k}_i)$  e  $(\vec{h}_s, \vec{k}_s)$ , respectivamente. Nota-se que os vetores  $(\vec{h}, \vec{v}, \vec{k})$  relativos a onda incidente e espalhada são coincidentes, deste modo tem-

se que  $(\vec{h}_i, \vec{v}_i, \vec{k}_i) = (\vec{h}_s, \vec{v}_s, \vec{k}_s) = (\vec{h}, \vec{v}, \vec{k})$ . Na **Figura 1b** tem-se a disposição dos campos elétricos incidentes e refletidos em um diedro condutor perfeito, onde ocorrem duas reflexões especulares. O campo refletido é estabelecido pelas condições de contorno que estabelecem que o campo elétrico tangencial à superfície é nulo.

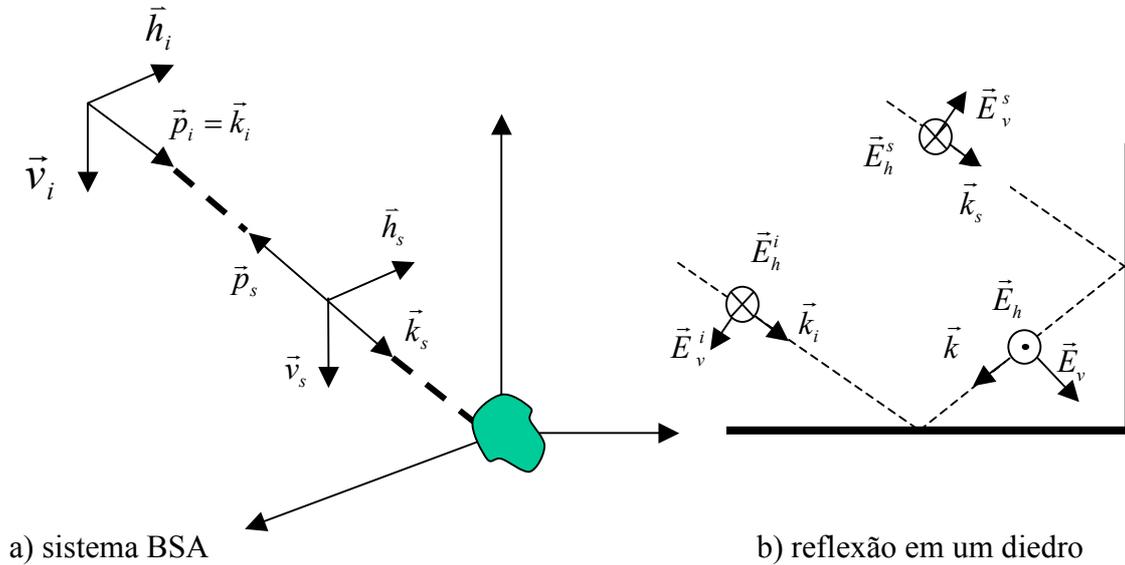


Figura 1: Relação entre o campo elétrico incidente e o refletido.

Considerando-se a portadora complexa  $\exp[j2\pi f_p t]$ , com  $\lambda_o = c_o / f_p$ , a relação entre os campos elétricos, horizontal e vertical, incidente e refletido pode ser expressa por:

$$\begin{bmatrix} E_h^s \\ E_v^s \end{bmatrix} = \frac{\exp[-jk_0 r]}{4\pi r} S \begin{bmatrix} E_h^i \\ E_v^i \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $r$  é a distância do receptor Radar ao alvo refletor,  $k_0 = 2\pi / \lambda_o$  e  $S$  é a matriz espalhamento:

$$S = \begin{bmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Os elementos  $S_{HH}$ ,  $S_{VV}$ ,  $S_{HV}$  e  $S_{VH}$ , da matriz espalhamento  $S$ , correspondem a um *pixel*, com igual coordenada, nas imagens registradas HH, VV, HV e VH, respectivamente. Os valores de  $S_{HH}$ ,  $S_{VV}$ ,  $S_{HV}$  e  $S_{VH}$  mudam de *pixel* para *pixel* em função das características variantes espaciais dos alvos extensos.

As componentes da matriz espalhamento podem ser representadas da seguinte forma:  $S_{xy} = |S_{xy}| \cdot \exp\{j \cdot \phi_{xy}\}$  com  $x, y \in \{H, V\}$ . Pelo teorema da reciprocidade, tem-se que  $S_{HV} = S_{VH}$  e, portanto:

$$S = \exp\{j \cdot \phi_{HH}\} \cdot \begin{bmatrix} |S_{HH}| & |S_{HV}| \cdot \exp\{j \cdot (\phi_{HV} - \phi_{HH})\} \\ |S_{HV}| \cdot \exp\{j \cdot (\phi_{HV} - \phi_{HH})\} & |S_{VV}| \cdot \exp\{j \cdot (\phi_{VV} - \phi_{HH})\} \end{bmatrix} \quad (3)$$

A matriz espalhamento  $S$  tem seis parâmetros independentes, sendo três amplitudes e três fases. Se e somente se as fases relativas forem consideradas têm-se cinco parâmetros independentes (três amplitudes e duas fases).

Considerando-se a onda incidente:

$$\vec{E}^i = \vec{E}_h^i + \vec{E}_v^i = E_h \vec{h} + E_v \vec{v} \quad (4)$$

tem-se que para uma reflexão especular, com ângulo de incidência de  $45^\circ$ :

$$\vec{E}^s = \vec{E}_h^s + \vec{E}_v^s = -E_h \vec{h} + jE_v \vec{v} \quad (5)$$

o  $j = \exp(j.90^\circ)$  representa uma rotação de  $90^\circ$  no vetor  $\vec{v}$ , neste caso a matriz espalhamento fica:

$$S = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & j \end{bmatrix} \quad (6)$$

Para a reflexão no diedro, formada por duas reflexões especulares consecutivas, conforme mostrado na **Figura 1b**, tem-se:

$$\vec{E}^s = \vec{E}_h^s + \vec{E}_v^s = E_h \vec{h} - E_v \vec{v} \quad (7)$$

e portanto :

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Ao invés da notação matricial, podemos representar as informações na matriz espalhamento  $S$  utilizando-se um vetor espalhamento (Cloude e Pottier, 1996):

$$K = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{HH} + S_{VV} \\ S_{HH} - S_{VV} \\ 2S_{HV} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Uma forma alternativa ao vetor  $K$  na representação do espalhamento é o vetor  $X$  definido como (Ulaby e Elachi, 1990):

$$X = [S_{HH} \quad S_{HV} \quad S_{VV}]^T \quad (10)$$

Uma aplicação comum da matriz espalhamento  $S$  é a transformação da polarização linear em polarização circular (Krogager e Czyz, 1995), considerando-se que  $S_{VH} = S_{HV}$  tem-se:

$$S_{RR} = jS_{HV} + \frac{1}{2}(S_{HH} - S_{VV}) \quad (11)$$

$$S_{LL} = jS_{HV} - \frac{1}{2}(S_{HH} - S_{VV}) \quad (12)$$

$$S_{RL} = \frac{j}{2}(S_{HH} + S_{VV}) \quad (13)$$

As novas componentes  $S_{RR}$ ,  $S_{LL}$  e  $S_{RL}$  representam elementos da matriz espalhamento considerando-se as polarizações circulares para a Direita (R – Right) e para a esquerda (L – Left) no processo de recepção do SAR. No caso da polarização circular considera-se o vetor  $K_c$  definido como:

$$K_c = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{RR} \quad S_{RL} \quad S_{LL}]^T \quad (14)$$

### 3. Parâmetros das imagens polarimétricas

Para aplicações em sensoriamento remoto não se pode admitir a hipótese geral de espalhadores determinísticos puros, pois na célula de resolução do SAR tem-se usualmente uma quantidade muito grande de refletores. A superfície terrestre imageada possui centros de espalhamento espacialmente distribuídos, fazendo com que a matriz espalhamento medida, para uma determinada célula de resolução, seja formada pela integração coerente de todas as contribuições dos espalhadores relacionados aos diferentes alvos dentro da célula de resolução. Para tratar os fenômenos do espalhamento descrito, o conceito de matriz coerência é normalmente utilizado. Essa matriz é definida para os vetores espalhamento  $K$ ,  $X$  ou  $K_c$ . Em particular, para o vetor  $K$  tem-se:

$$L = E[K \cdot K^{T*}] = \begin{bmatrix} E[K_0 \cdot K_0^*] & E[K_0 \cdot K_1^*] & E[K_0 \cdot K_2^*] \\ E[K_1 \cdot K_0^*] & E[K_1 \cdot K_1^*] & E[K_1 \cdot K_2^*] \\ E[K_2 \cdot K_0^*] & E[K_2 \cdot K_1^*] & E[K_2 \cdot K_2^*] \end{bmatrix} \quad (15)$$

Cada *pixel* da imagem polarimétrica tem a sua matriz  $S$ , o seu vetor  $K$  (ou vetor  $X$  ou vetor  $K_c$ ) e a sua matriz  $L$ . Assumindo homogeneidade ou estacionariedade dos refletores aleatórios, em uma pequena região na vizinhança do *pixel* considerado, a esperança de cada elemento de  $L$  pode ser estimada pelo cálculo da média das amostras na sua vizinhança. Com a matriz coerência estimada calculam-se os autovalores e autovetores, que podem ser associados a mecanismos de reflexão através da determinação da entropia, anisotropia e ângulos alfa e beta (Cloude e Pottier, 1996, 1998; Pottier e Lee, 1999). Essa técnica de decomposição em autovalores auxilia na análise dos mecanismos refletores presentes na cena.

A entropia ( $H$ ) é definida como:

$$H = \sum_{i=1}^3 -p_i \log_3 p_i \quad (16)$$

com  $0 \leq H \leq 1$  e sendo  $p_i$  o autovalor  $\lambda_i$ , da matriz  $L$ , normalizado:

$$p_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i} \text{ com } \sum_{i=1}^3 p_i = 1 \quad (17)$$

Se  $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3 \Rightarrow H = 1$ . Se  $p_i = 1 \forall i \Rightarrow H = 0$ .

A entropia  $H$  é uma medida global de distribuição de componentes do processo de espalhamento. Para o caso em que a entropia é grande, próxima de um, os autovalores têm valores semelhantes, significando que nenhum dos mecanismos refletores contribui de forma dominante no sinal eco. Porém, quando a entropia é pequena, próxima de zero, tem-se um dos autovalores dominante, isto é, um mecanismo que contribui mais que os outros no sinal eco.

A anisotropia ( $A$ ) é calculada para análise dos dois autovalores menos significativos e tem mais significado em caso de pequenas entropias. A anisotropia é dada por:

$$A = \frac{\lambda_{(2)} - \lambda_{(3)}}{\lambda_{(2)} + \lambda_{(3)}} = \frac{p_{(2)} - p_{(3)}}{p_{(2)} + p_{(3)}} \quad (18)$$

$\lambda_{(i)}$  para  $i = 1, 2, 3$  representa os autovalores ordenados de forma decrescente.  $P_{(i)}$  é o autovalor normalizado também ordenado de forma decrescente.

No caso de anisotropia alta, um entre os mecanismos menos significativos contribui de modo dominante no sinal eco, porém em caso de anisotropia baixa não há preponderância de nenhum mecanismo secundário.

#### 4. Sub-Entropia e Anisotropia

O cálculo da sub-entropia  $H_s$  é feita de forma semelhante ao cálculo da entropia, porém com os dois menores autovalores  $\lambda_{(2)}$  e  $\lambda_{(3)}$ :

$$H_s = \sum_{i=2}^3 -p'_i \log_2 p'_i \quad (19)$$

onde

$$p'_3 = \frac{\lambda_{(3)}}{\lambda_{(2)} + \lambda_{(3)}}, \quad p'_2 = \frac{\lambda_{(2)}}{\lambda_{(2)} + \lambda_{(3)}} \text{ e portanto } p'_2 + p'_3 = 1.$$

Com as definições de  $p'_2$  e  $p'_3$  tem-se que:

$$A = p'_2 - p'_3 \quad (20)$$

No caso de sub-entropia baixa, um entre os mecanismos menos significativos contribui de modo mais intenso no sinal eco. Porém, em caso de sub-entropia alta, os mecanismos de reflexão contribuem de forma semelhante na formação do sinal eco. Tanto a anisotropia como sub-entropia são mais significativas nas regiões de baixa entropia. Isso porque em regiões de alta entropia não se tem um mecanismo dominante e em consequência não existem mecanismos secundários para serem classificados. A **Tabela 1** resume a relação entre essas diversas medidas e o seu significado.

Tabela 1 – Relação entre as medidas entropia, anisotropia e sub-entropia.

Entropia [H]	Anisotropia [A]	Sub-Entropia [H <sub>s</sub> ]
Alta: nenhum mecanismo dominante.	-----	-----
Baixa: um mecanismo é dominante.	Alta: mecanismo secundário dominante	Alta: não tem secundário dominante
	Baixa: não tem secundário dominante	Baixa: mecanismo secundário dominante

Para uma melhor avaliação dos mecanismos secundários de reflexão propõe-se a utilização conjunta dos conceitos de anisotropia e sub-entropia, de forma a se ter uma melhor sensibilidade na identificação da contribuição dos mecanismos menos significativos.

Calculam-se as derivadas da anisotropia e da sub-entropia em relação a  $p'_2$ . Determina-se o valor de  $p'_2$  para o qual o módulo das duas derivadas são iguais. O ponto encontrado é o limiar de sensibilidade. A região que consideramos de maior sensibilidade de medida é aquela

na qual uma variação de  $p'_2$  causa a maior variação em  $A$  ou em  $H_s$ . Assim sendo, a região com  $\left| \frac{dA}{dp'_2} \right| > \left| \frac{dH_s}{dp'_2} \right|$  é a que tem a anisotropia com maior sensibilidade e vice-versa

Calculando-se as derivadas obtém-se:

$$\frac{dA}{dp'_2} = \frac{d[p'_2 - (1 - p'_2)]}{dp'_2} = 2$$

$$\frac{dH_s}{dp'_2} = \frac{d[-p'_2 \log_2 p'_2 - p'_3 \log_2 p'_3]}{dp'_2} = \log_2 \frac{p'_3}{p'_2} = \log_2 \frac{(1 - p'_2)}{p'_2}$$

O limiar de sensibilidade é dado por:

$$|2| - \left| \log_2 \frac{(1 - p'_0)}{p'_0} \right| = 0 \Rightarrow \frac{(1 - p'_0)}{p'_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow p'_0 = \frac{4}{5} = 0,8$$

Como  $H_s$  é uma curva decrescente e  $A$  é crescente, adapta-se  $H_s$  transformando-a em uma curva crescente. Levando-se em conta que  $H_s(p'_2 = 0,8) = 0,7$  e  $A(p'_2 = 0,8) = 0,6$  faz-se  $H'_s = 0,7 - H_s + 0,6$ . Para que  $H'_s(p'_2 = 1)$  seja unitário, faz-se:

$$H'_s = \frac{(0,7 - H_s) + 0,6}{(0,7 + 0,6)} = \frac{1,3 - H_s}{1,3} \quad (21)$$

Em consequência define-se:

$$A' = \frac{A}{(0,7 + 0,6)} = \frac{A}{1,3} \quad (22)$$

Para a formação da imagem composição da anisotropia e sub-entropia faz-se:

$$AH_s = \begin{cases} \frac{A}{1,3} & \text{para } p'_2 \leq 0,8 \\ \frac{1,3 - H_s}{1,3} & \text{para } p'_2 > 0,8 \end{cases} \quad (23)$$

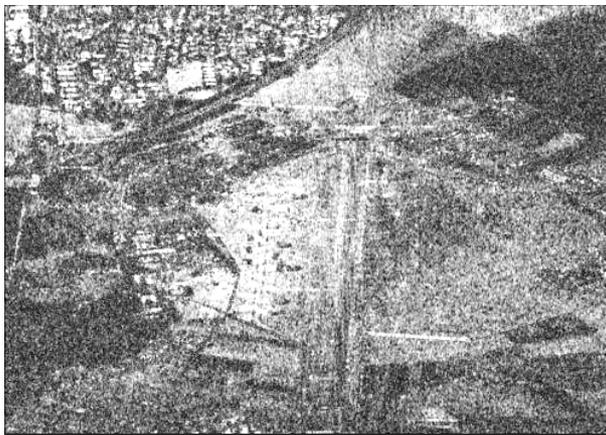
A expressão  $AH_s$  adapta a curva  $H_s$  para a curva  $A$  nas regiões em que  $H_s$  é mais sensível. Se  $p'_2 \leq 0,8$  a anisotropia é mais sensível e deve ser usada como medida. Se  $p'_2 > 0,8$  a sub-entropia é mais sensível e deve ser usada como medida.

## 5. Resultados e considerações finais

Utilizando-se imagens polarimétricas na Banda L, do E-SAR do Centro Alemão de Pesquisa Aeroespacial (DLR), mostra-se na **Figura 2** a comparação entre as imagens anisotropia e  $AH_s$  calculadas para os vetores espalhamento  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ . Observa-se, nessa Figura, que a imagem  $AH_s$  tem sempre uma melhor definição que a imagem anisotropia, nas regiões de alta anisotropia, como era esperado. De um modo geral observa-se também que a qualidade da imagem anisotropia calculada para o vetor espalhamento  $X$  é melhor que a calculada para os vetores  $K$  e  $K_c$ . Apesar de diferentes, as imagens  $AH_s$  para os vetores  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ , são mais similares, que as imagens anisotropia destes mesmos vetores espalhamento.

A **Figura 3** apresenta a comparação das imagens da entropia calculada para os vetores  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ . Observa-se, nessa Figura, que a imagem entropia para o vetor  $X$  é ligeiramente mais

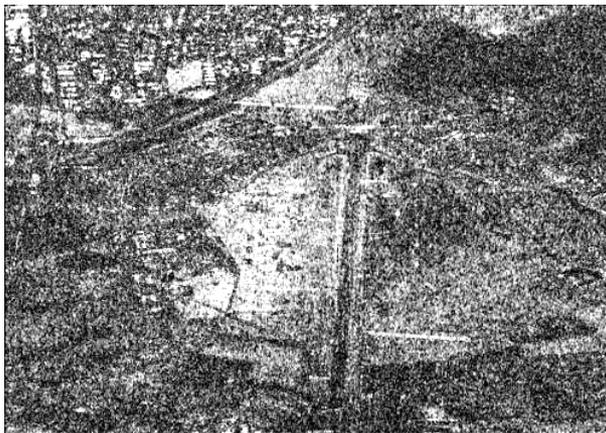
bem definida que a imagem entropia para o vetor  $K$ . A entropia para o vetor  $K_c$  apresenta mais informação nas regiões de baixa entropia, calculada para os vetores  $K$  e  $K_c$ .



a) anisotropia referente ao vetor  $K$



imagem  $AH_s$  referente ao vetor  $K_c$



b) anisotropia referente ao vetor  $K_c$

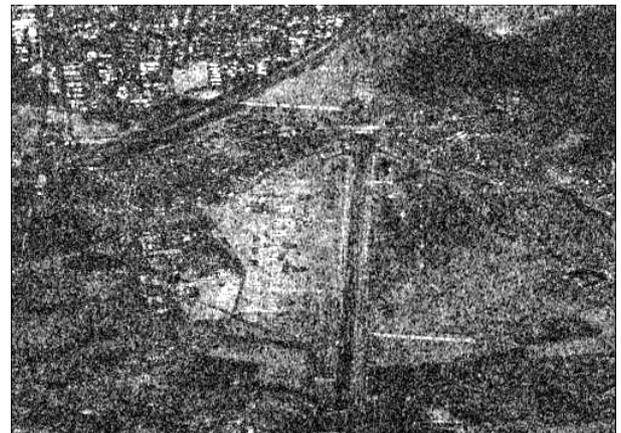


imagem  $AH_s$  referente ao vetor  $K_c$



c) anisotropia referente ao vetor  $X$



imagem  $AH_s$  referente ao vetor  $X$

Figura 2: Imagens da anisotropia e  $AH_s$  relativas aos vetores  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ .

Apresentou-se neste trabalho uma proposta para tornar mais sensível a imagem anisotropia de imagens SAR. A metodologia proposta baseia-se na utilização conjunta da anisotropia e da sub-entropia, definida neste trabalho. Comparou-se a anisotropia e a entropia calculada para os vetores espalhamento  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ . Avaliou-se o desempenho da proposta

utilizando-se imagens polarimétricas na Banda L do E-SAR do Centro Alemão de Pesquisa Aeroespacial (DLR).



a) entropia relativa ao vetor  $K$



b) entropia relativa ao vetor  $K_c$



c) entropia relativa ao vetor  $X$

Figura 3: Imagens da entropia relativas aos vetores  $K$ ,  $K_c$  e  $X$ .

## Referências

Cloude, S. R.; Pottier, E. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**. Vol. 34, no. 2, pp. 498-518, 1996.

Cloude, S. R.; Pottier, E. An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric SAR. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**. Vol. 35, no. 1, pp. 1551-1565, Sept. 1998.

Krogager, E.; Czyz, Z. H. Properties of sphere, deplane and helix decomposition. **Proceedings of 3<sup>rd</sup> International Workshop on Radar Polarimetry**, University of Nantes, pp. 106-114, April 1995.

Pottier, E.; Lee, J. S. Application of the polarimetric decomposition theorem for unsupervised classification of fully polarimetric SAR data based on the wishart distribution. **Proceedings of CEOS'99**, Toulouse, France, 1999.

Ulaby, F.; Elachi, C. **Radar polarimetry for geoscience applications**. Artech House, 1990.