

# Avaliação do modelo geoidal EGM2008 para o Brasil

Eno Darci Saatkamp  
Carlito Vieira de Moraes  
Julio Cesar Farret

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM  
Dep. de Eng. Rural - Setor de Geodésia e Topografia – 97105-900 – Santa Maria – RS, Brasil  
enosaat@hotmail.com; {carlito, jcfarret}@smaail.ufsm

**Abstract.** The terrestrial gravity field knowledge is applicable to satellite orbital elements modeling which makes possible to determine his spatial positioning. On geoidal ondulation it makes possible to link physical altitudes and geometrical altitudes. On vertical deflection determination it makes possible to link quantities realized on the terrestrial surface and quantities of her geometrical model. On remote sensing field purposes there are sensors that maps the terrestrial gravity field. Here the GRACE mission satellites carry out the most important part. Many earth gravity models has been make on the last decades. Between them the most popular one until the present time is the EGM96 whose resolution degree is 360. The most actual model is the EGM2008 with a resolution degree of 2190. The evaluation of the EGM2008 in Brazil is the purpose of this work. To do that we searched for the control points in the brazilian territory with orthometric  $H$  and geometric  $h$  (ellipsoidal) information and geodetic coordinates. We had used 346 points on which we had determined real geoidal ondulation value ( $\Delta N_{\text{real}} = h - H$ ). On the same points we had determined the geoidal undulation value from EGM2008 and the values in comparison with the real values from the residual calculus ( $\text{res}\Delta N_{08} = \Delta N_{\text{EGM2008}} - \Delta N_{\text{real}}$ ). The same procedure was done to the interpolator model MAPGEO2004 which is extensively used in Brasil. The geoidal ondulation absolute mean error from EGM 2008 is 35 cm which is 69% better than that ones from MAPGEO2004. That significant accuracy improve will result a gain for that purposes.

**Palavras-chave:** gravitational model, geoid undulation, geoidal map, EGM2008, modelo gravitacional, ondulação geoidal, carta geoidal.

## 1. Introdução

Dentre as aplicações do sensoriamento remoto, têm-se os sensores que mapeiam o campo gravitacional terrestre. Dentre eles, cita-se o par de satélites artificiais desenvolvidos especificamente com tal objetivo: os satélites da missão GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*). Outros sensores e/ou missões serão citados na seção 3.

O conhecimento do campo gravitacional da Terra é importante na Geodésia, e tem diversas aplicações. Uma delas é, por exemplo, na determinação de parâmetros que modelam a órbita de satélites em torno da Terra (que, portanto, permitem determinar a posição (coordenadas) desses satélites em um determinado instante). Conhecer a posição de um satélite muitas vezes é fundamental, a citar o Sistema de Posicionamento Global (GPS), que só permite ao receptor do usuário determinar as coordenadas de um ponto se o receptor (ou o programa de processamento) conhecer a coordenadas do satélite no instante da recepção do sinal. Outro exemplo de aplicação é a determinação do desnível, relativamente a um ponto, entre um modelo geométrico da Terra (elipsóide de revolução) e uma superfície equipotencial particular do campo gravitacional da Terra (Geóide). Esse desnível é conhecido como ondulação geoidal, e seu conhecimento permite a determinação da altitude ortométrica, demandada nas obras de engenharia em geral, em função da altitude geométrica, determinada por um receptor GPS.

Diversos modelos gravitacionais da Terra foram desenvolvidos nos últimos anos. Os primeiros possuíam pequeno número de coeficientes (grau), em função da pouca quantidade de dados gravitacionais do planeta. O modelo mais usado até a atualidade é o modelo EGM96 (*Earth Gravitational Model of 1996*), que possui ordem 360. Em abril de 2008, foi publicado o modelo EGM2008, de grau 2190 (NGA, 2008), ou seja, trata-se do modelo mais refinado

(de maior/melhor resolução) desenvolvido até a atualidade. Os dados gerados por este modelo serão o objeto de estudo neste artigo.

## 2. Altitude ortométrica, altitude geométrica e interrelações

As grandezas de medição como a distância, a direção horizontal, o ângulo vertical, a diferença de altitude obtida pelo nivelamento e o azimute astronômico dependem da posição dos pontos de medição e da estrutura do campo gravitacional.

A dependência das grandezas de medição em relação à direção vertical local, isto é, em relação ao campo gravitacional local, resulta da horizontalização dos instrumentos de medição. A vertical local tem direção tangente à linha vertical. A linha vertical é formada pela seqüência das perpendiculares às infinitas superfícies equipotenciais do campo de gravidade da Terra.

A altitude ortométrica  $H$  de um ponto é a distância ao longo da linha vertical entre esse ponto e o Geóide (na figura 1, corresponde à linha de  $P$  a  $P'$ ). Na prática, uma vez que a altitude ortométrica de um ponto é transportada desde um Datum vertical (o qual é a materialização da equipotencial particular do campo da gravidade que corresponde ao nível médio do mar local em um determinado período de tempo) por meio do nivelamento geométrico, e devido ao não paralelismo das equipotencias do campo da gravidade, o valor obtido desse nivelamento é, a rigor, uma altitude pseudo-ortométrica. Na prática, entretanto, esse valor é denominado de altitude ortométrica, inclusive pelo IBGE nos relatórios das Estações Geodésicas. Dessa forma, as altitudes pseudo-ortométricas usadas neste trabalho serão simplesmente denominadas de altitudes ortométricas ( $H$ ).

A altitude ortométrica também pode ser determinada, embora de forma aproximada, a partir do conhecimento da altitude elipsoidal ou geométrica  $h$  de um ponto e do conhecimento do valor da ondulação geoidal  $\Delta N$ .

A altitude geométrica ou elipsoidal de um ponto da superfície física da Terra (SFT) é a distância ao longo da normal, desde o ponto até a interseção desta com a superfície do modelo geométrico da Terra, o elipsóide de revolução (na figura 1, corresponde ao segmento de  $P$  a  $P_e$ ).

A ondulação geoidal  $\Delta N$  é o segmento de normal delimitado por sua interseção com o geóide e com o elipsóide (fig. 1). Convencionalmente, quando o geóide estiver acima do elipsóide, a ondulação geoidal será positiva, caso contrário, terá valor negativo.

Dessa forma, a altitude ortométrica aproximada pode ser determinada por (segmento de  $P_g$  a  $P_e$  representado na figura 1):

$$H \approx h - \Delta N. \quad (1)$$

A aproximação que se verifica na equação 1 decorre da não-colinearidade da altitude ortométrica (contada ao longo da linha vertical) com a ondulação geoidal (contada ao longo da normal).

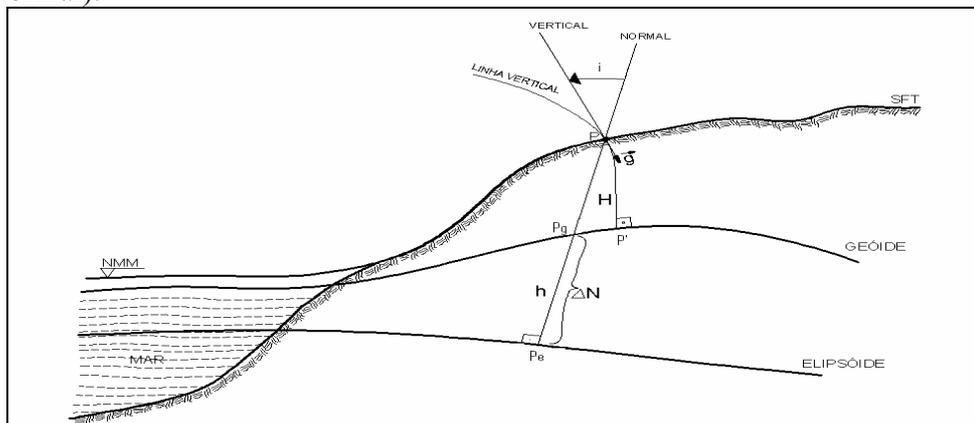


Figura 1. Representação das altitudes ortométrica e geométrica e da ondulação geoidal

A determinação de  $h$  é obtida, de forma geral, mediante medições por GPS, mas não é a altitude demandada nas obras de engenharia em geral, por não estar vinculada ao campo gravitacional que determina em que direção atuam as forças sobre as massas. Daí a utilidade da expressão 1.

A determinação de  $\Delta N$  requer pontos que possuam  $H$  e  $h$  ou a determinação por modelos gravitacionais globais. O mais recente, como foi dito, é o EGM2008, descrito a seguir.

### 3. O Modelo EGM2008: breve descrição e aplicativos disponíveis

O antigo modelo gravitacional EGM96 utilizou dados gravitacionais de aproximadamente 40 satélites, dados de elevação de 27 fontes, e dados de altimetria por satélite na região marinha do TOPEX, do ERS-1 e do GEOSAT (Kenyon et al., 2007). Isto possibilitou ao EGM96 uma acurácia do geóide entre  $\pm 0,5$  e  $\pm 1$  m RMS (erro médio quadrático) em todo o planeta. O objetivo do novo modelo EGM2008 é atingir uma acurácia global do geóide de RMS igual  $\pm 15$  cm. Para isso, um grande esforço foi despendido pelo NGA para reunir o máximo de dados possível que pudesse auxiliar no desenvolvimento/refinamento desse novo modelo. Foram utilizados as melhores fontes de dados gravimétricos mundiais disponíveis: continentais, marinhas, de veículos espaciais e de missões satelitais. Um dos principais auxiliares nessa tarefa foram os satélites da missão GRACE, desenvolvida especificamente para levantar dados do campo gravitacional terrestre. Citam-se ainda, dentre outras, as missões TOPEX/POSEIDON, JASON\_1, ERS\_1/2, GEOSAT, ENVISAT, GFO, ICESAT, que tiveram colaboração na obtenção de dados.

O EGM2008 está completo para os harmônicos esféricos de grau e ordem 2159 e possui coeficientes adicionais que estendem o grau para 2190 e ordem 2159 e determina os valores das ondulações geoidais em relação ao elipsóide do WGS84 (<http://earth-info.nima.mil>).

O NGA disponibiliza em sua página ([http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08\\_wgs84.html](http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/egm08_wgs84.html)) um conjunto de programas e de dados para cálculo da ondulação geoidal nas seguintes formas de aplicação:

- Cálculo por meio de síntese harmônica:
  - Programas fonte e executável (para windows XP) para o cálculo; arquivo com os coeficientes dos harmônicos esféricos do potencial gravitacional terrestre; arquivo com os coeficientes de correção (a função deste é fazer transformar as ondulações geoidais relativamente a um elipsóide global médio ao elipsóide do WGS84);
- Cálculo por meio de interpolação:
  - Programas fonte e executável (para windows XP) para a interpolação utilizando malhas de  $2,5' \times 2,5'$  e de  $1' \times 1'$ ; malhas de arco de  $2,5' \times 2,5'$  e de  $1' \times 1'$  com as valores das ondulações geoidais;
- Extração da ondulação geoidal da malha regular (sem interpolação)
  - Programas fonte e executável para as malhas de arco de  $2,5' \times 2,5'$  e de  $1' \times 1'$ .

Assim é possível, por exemplo, fazer a interpolação da ondulação geoidal, a partir de uma malha de dados mundiais de ondulação geoidal fornecida, em pontos de coordenadas determinadas pelo usuário. Também é possível utilizar os coeficientes fornecidos do modelo para determinar o valor da ondulação por síntese harmônica (cálculo usando harmônicos esféricos), em pontos de coordenadas determinadas pelo usuário. Neste trabalho utilizou-se a primeira alternativa, em função de dificuldade de processamento computacional encontrada na aplicação da segunda. Deve-se observar que o cálculo por interpolação requer computador com grande quantidade de memória RAM (2 GB, por ex.).

Dentre os arquivos de dados disponibilizados e que compõe o EGM2008, cita-se: <EGM2008\_to2190\_TideFree.gz>, que contém os coeficientes de harmônicos esféricos do potencial gravitacional terrestre; <Zeta-to-N\_to2160\_egm2008.gz> que contém os coeficientes normalizados que possibilitam a conversão das anomalias de altura em ondulação geoidal; <und\_min1x1\_egm2008\_isw=82\_WGS84\_TideFree.gz> que contém uma malha de valores de ondulação geoidal de 10801 linhas por 21600 colunas (233.301.600 valores), correspondente a um espaçamento de arco de 1'x1' com cobertura global. A título de ilustração, os valores máximo e mínimo da ondulação geoidal global relativamente ao WGS84 são, respectivamente, 85,84 m e -106,91 m (Pavlis et al., 2008).

O arquivo <EGM2008\_to2190\_TideFree.gz> é utilizado para o desenvolvimento do potencial gravitacional  $V(r, \theta, \lambda)$ , o qual possui 2.401.333 registros no formato ASCII. Cada registro possui os valores de  $n$ ,  $m$ ,  $\bar{C}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nm}$ ,  $\sigma_{\bar{C}_{nm}}$  e  $\sigma_{\bar{S}_{nm}}$ . O potencial gravitacional expandido em harmônicos esféricos é dado por (Pavlis et al. 2008; Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2006, p. 9-14):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \right]. \quad (2)$$

Na equação 2 (Hofmann-Wellenhof e Moritz, 2006, p. 9-14):  $V$  denota o potencial gravitacional expandido em harmônicos esféricos;  $r$  é a distância do ponto à origem do sistema de coordenadas esféricas,  $\theta$  é a distância polar e  $\lambda$  é a longitude geocêntrica;  $\bar{P}_{nm}$  é o polinômio de Legendre, em que  $n$  denota o grau e  $m$  denota a ordem;  $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$  é a função de Legendre;  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$  são os coeficientes dos harmônicos esféricos do campo gravitacional da Terra;  $a = 6.378.137\text{m}$  (semi-eixo maior do elipsóide de referência adotado pelo WGS84);  $GM = 3,986004418 \times 10^{14} \text{m}^3\text{s}^{-2}$ ;  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$  são os coeficientes dos harmônicos esféricos normalizados para a conversão das anomalias de altitude nas ondulações geoidais.

O arquivo <Zeta-to-N\_to2160\_egm2008.gz> é utilizado para o desenvolvimento de  $C(\theta, \lambda)$  (coeficiente normalizado que possibilita a conversão da anomalia de altura em ondulação geoidal), o qual possui 2.336.041 registros. Cada registro possui os valores de  $n$ ,  $m$ ,  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$ .  $C(\theta, \lambda)$  é determinado pelo desenvolvimento da série:

$$C(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta). \quad (3)$$

#### 4. Geração dos valores de ondulação geoidal

A metodologia usada na avaliação dos dados gerados pelo modelo EGM2008 foi a determinação da ondulação geoidal real sobre os marcos constituintes do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) que possuem simultaneamente informações da altitude ortométrica, determinada por nivelamento geométrico, e informações da altitude geométrica, determinada por rastreamento GPS. Ou seja, foi realizada uma consulta ao Banco de Dados do IBGE, e selecionou-se os marcos que são simultaneamente Referências de Nível (RN) e pontos onde se efetuou rastreamento GPS (SAT). Nesses pontos foi então gerado o valor da ondulação geoidal pelo modelo EGM2008. Os valores de ambos (ondulação real e do modelo) foram comparados e os resultados avaliados.

A seleção dos marcos RN/SAT foi feita selecionando-se, por estado, inicialmente todos os pontos SAT. Posteriormente foi aberto o relatório de cada um desses pontos, e foi verificado se o ponto possuía conexão com Referência de Nível (RN). Caso positivo, o relatório era armazenado em arquivo. Posteriormente, foram extraídos os seguintes dados da

cada relatório arquivado: coordenadas elipsoidais referidas ao SIRGAS2000.4 (latitude, longitude, altitude geométrica ou elipsoidal  $h$ ); altitude ortométrica  $H$  do nivelamento geométrico, referida ao Datum vertical de Imbituba e altitude ortométrica determinada pela altitude geométrica em conjunto com a ondulação geoidal determinada pelo programa computacional MAPGEO2004 (aplicativo que permite calcular a ondulação geoidal no Brasil, disponibilizado pelo IBGE). Na tabela 1 apresenta-se o relatório do número de marcos obtidos por estado. No total foram utilizados os dados de 346 pontos.

Tabela 1. Número de marcos por estado da federação

Estado	nº de pontos						
RS	19	SP	29	PE	3	CE	43
SC	7	TO	2	SE	1	MA	13
PR	9	PI	2	BA	63	AP	7
MS	4	AM	4	MG	59	AC	0
MT	1	ES	3	RJ	39	PB	0
GO	13	AL	2	RR	9		
DF	5	RO	2	PA	7		

Gerou-se um arquivo com a lista das coordenadas elipsoidais (latitude e longitude) de todos os pontos, denominado <INPUT.dat>. Utilizou-se o programa de interpolação das ondulações geoidais denominado “interp\_1min.exe”, disponibilizado pela NGA em sua página (<http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>), conforme descrito no capítulo 3. Para que ele seja executado, é necessário fornecer o arquivo INPUT.dat com as coordenadas nas quais se deseja determinar o valor da ondulação geoidal. Ainda, o programa necessita do arquivo <Und\_min1x1\_egm2008\_isw=82\_WGS84\_TideFree>, o qual contém uma malha mundial com espaçamento de um minuto de arco e os respectivos valores da ondulação geoidal. Assim, o programa de interpolação gerou um arquivo de saída <OUTPUT.dat> contendo as coordenadas elipsoidais (fornecidas no arquivo INPUT.dat) e os respectivos valores da ondulação geoidal  $\Delta N_{\text{EGM2008}}$  relativamente ao WGS84, determinados pelo EGM2008.

Os dados de ondulação geoidal  $\Delta N_{\text{EGM2008}}$  foram inseridos no programa de mapeamento de superfície SURFER (versão 8.0), com o objetivo de gerar um mapa de isocurvas de ondulação geoidal (fig. 2) e uma superfície tridimensional dela (fig. 3).

Em cada ponto, foram calculados:

a) o valor da ondulação geoidal real  $\Delta N_{\text{real}}$ , pela diferença entre a altitude geométrica  $h$  e a altitude ortométrica  $H$  no ponto

$$(\Delta N_{\text{real}} = h - H); \quad (4)$$

b) o resíduo

$$\text{res}\Delta N_{08} = \Delta N_{\text{EGM2008}} - \Delta N_{\text{real}} \quad (5)$$

c) o resíduo

$$\text{res}\Delta N_{04} = \Delta N_{\text{MAPGEO2004}} - \Delta N_{\text{real}}. \quad (6)$$

Cabe observar que as coordenadas referidas ao SIRGAS2000.4 foram consideradas como coincidentes com aquelas do WGS84.

## 5. Análise dos resultados

Na figura 2 apresenta-se um mapa do Brasil com isocurvas de ondulação geoidal. Nele observa-se que a ondulação apresenta valores positivos (geóide acima do elipsóide) ao longo da costa oeste e na maior parte da região sul do país, e valores negativos em seu restante, com valor mínimo na região de divisa entre os estados do Maranhão e do Pará. No Acre, extremo

oeste de Rondônia e na metade oeste do Amazonas não foram geradas as curvas pela ausência de marcos com altitude ortométrica conhecida. Na figura 3 apresenta-se uma superfície tridimensional da ondulação geoidal  $\Delta N_{\text{EGM2008}}$ . Nela observa-se uma tendência geral de “afundamento” do Geóide na região central e norte do Brasil, mais acentuadamente no centro-norte, onde a ondulação geoidal atinge o valor mínimo de -28,178 m, no município de Santa Inês, MA. O valor máximo, de 14,573 m, ocorre no município de Ariquemes, RO.

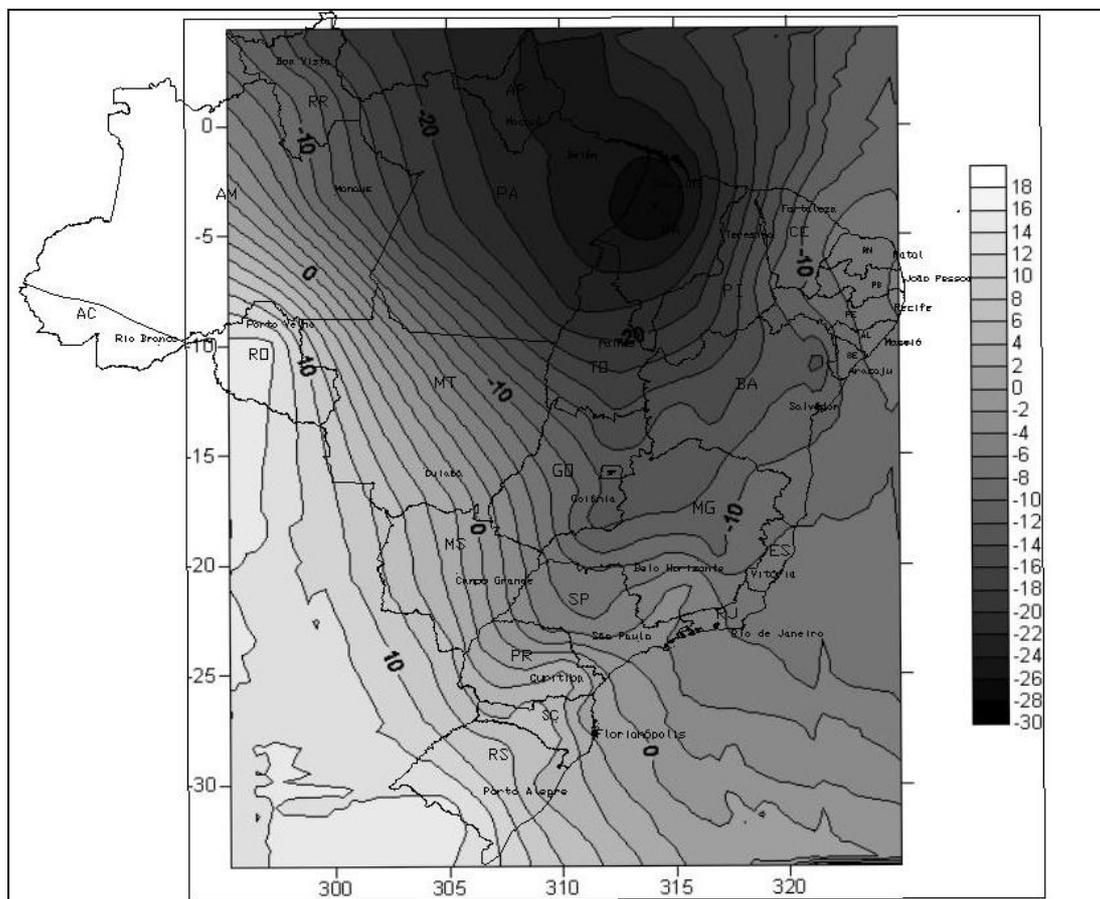


Figura 2. Mapa com isocurvas de ondulação geoidal – modelo EGM2008

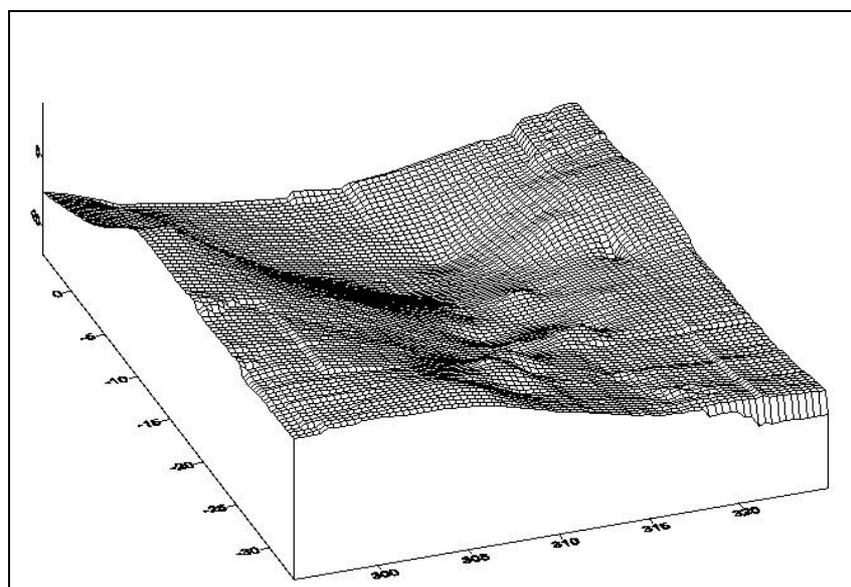


Figura 3. Superfície de ondulação geoidal gerada a partir do EGM2008

Na figura 4 apresenta-se o relevo dos resíduos tanto para os dados do EGM2008 ( $res\Delta N_{08}$ ), quanto para aqueles do MAPGEO2004 ( $res\Delta N_{04}$ ). Observa-se que o comportamento dos resíduos é quase idêntico em ambos os modelos. Na figura 5 é apresentado o mapa de isocurvas do resíduo  $res\Delta N_{08}$ .

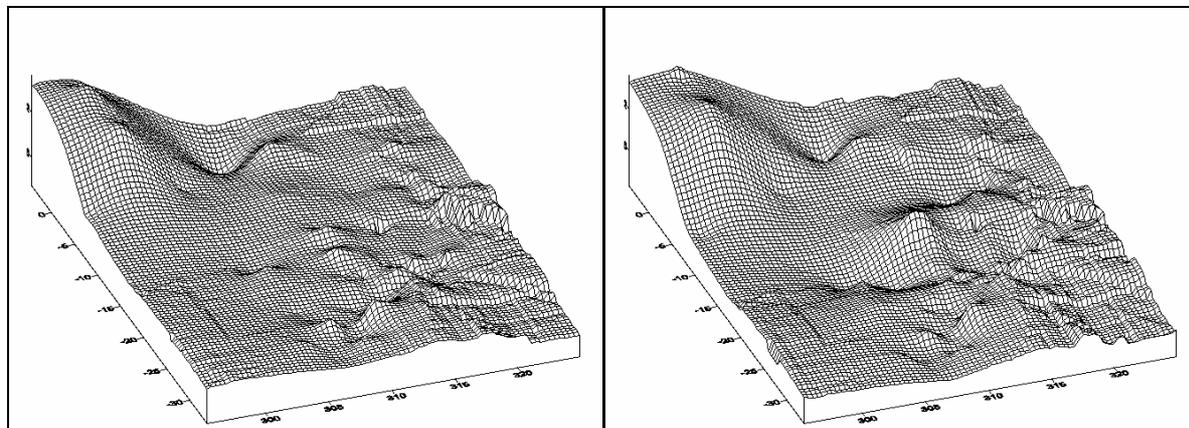


Figura 4 – Resíduos da ondulação geoidal - esquerda:EGM2008; direita: MAPGEO2004

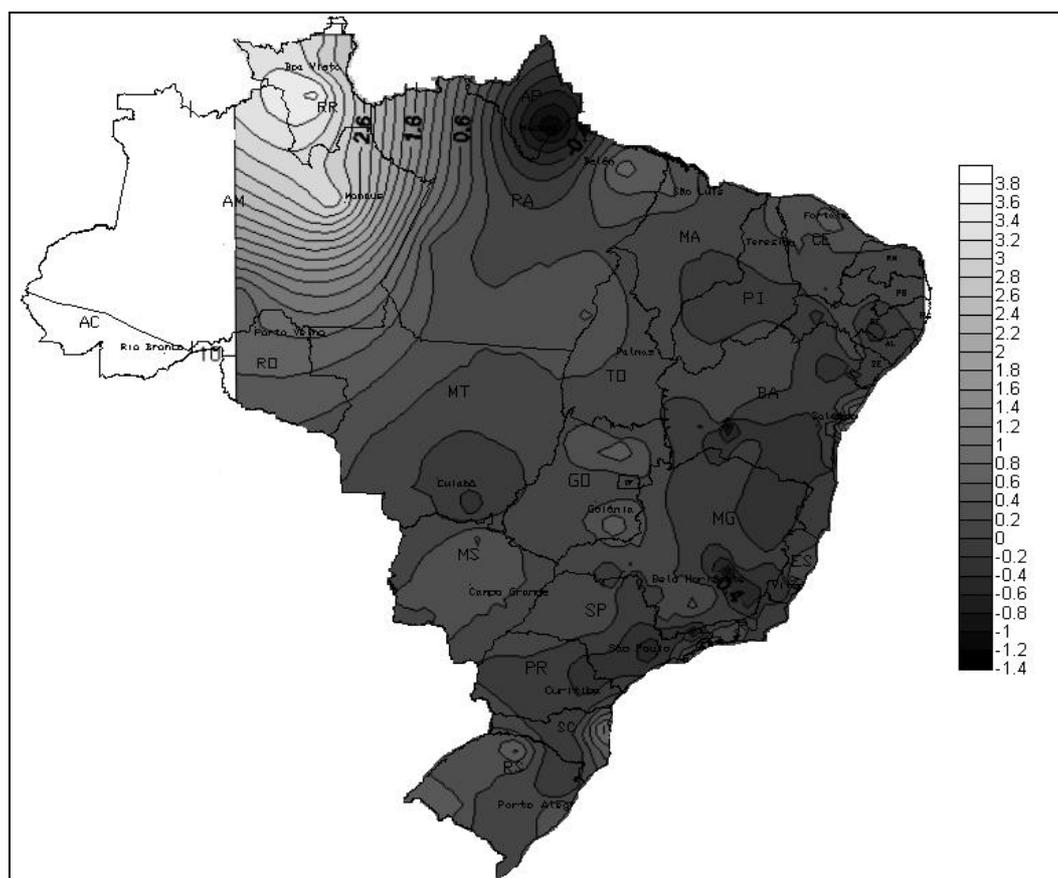


Figura 5. Isocurvas dos resíduos da ondulação geoidal – EGM2008

Na tabela 2 apresenta-se a estatística dos resíduos, considerando somente o território brasileiro. Como foi dito, a determinação foi feita com dados de 346 pontos (marcos RN/SAT do SGB).

Da estatística observa-se que o modelo EGM2008 apresenta um ganho significativo em acurácia. Relativamente ao MAPGEO2004, este ganho foi de 69%. Também se observa que o desvio padrão do EGM2008 é 10% menor que o do MAGEO2004. A amplitude de  $res\Delta N_{08}$

(6,491 m) foi 8% menor que a amplitude de  $\text{res}\Delta N_{04}$  (7,015 m). O valores mínimos e máximos dos resíduos ocorreram nas mesmas regiões em ambos os modelos.

Tabela 2. Estatística dos resíduos das ondulações geoidais

Resíduo	Média dos resíduos absolutos	Desvio padrão dos resíduos absolutos	Mínimo/Local	Máximo/Local
$\text{res}\Delta N_{08} = \Delta N_{\text{EGM2008}} - \Delta N_{\text{real}}$	0,346 m	0,589 m	-2,821 m Salvador, BA	3,670 m Caracaraí,RR
$\text{res}\Delta N_{04} = \Delta N_{\text{MAPGEO2004}} - \Delta N_{\text{real}}$	0,586 m	0,649 m	-3,211 m Salvador, BA	3,804 m Pacaraima, RR

## 6. Conclusão

De acordo com o que se apresentou, o mais atual modelo gravitacional terrestre EGM2008 permite um significativo aumento de acurácia na determinação do valor de ondulações geoidais. Esse fato é importante nos esforços mundiais de modernização e desenvolvimento das estruturas de geoposicionamento. No Brasil, o erro médio absoluto da ondulação geoidal gerado pelo EGM2008 foi estimado em cerca de 35 cm. Como aplicação direta do modelo, usuários do GPS que necessitam referenciar altitudes ao campo físico (gravitacional) terrestre podem fazer uso dele na determinação de ondulações geoidais. Como aplicação indireta, o modelo permitirá uma modelagem mais acurada dos elementos orbitais de satélites artificiais, beneficiando a todas as aplicações do sensoriamento remoto que façam uso de satélites artificiais. Ainda, nos levantamentos geodésicos, o conhecimento mais detalhado do campo gravitacional terrestre possibilitará, pela determinação das componentes do desvio da vertical, por exemplo, relacionar mais acuradamente grandezas levantadas na superfície física terrestre, que são dependentes da vertical local, com grandezas do modelo geométrico da Terra, em que a direção de referência é a normal local ao modelo.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a Pedro Alberto Judacheski e a Rafael Rodrigues, acadêmicos da Engenharia Florestal da UFSM que contribuíram na edição dos dados e elaboração de figuras, e ao IBGE pela disponibilização do Banco de Dados Geodésicos.

## Referências bibliográficas

Hofmann-Wellenhof, B.; Moritz, H. **Physical Geodesy**. 2. ed. Wien: Springer, 2006, 403p.

IBGE-INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Geociências. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default.shtm>> Acesso em: 2.nov.2008.

Kenyon, S.; Factor J.; Pavlis N.; Holmes S. **Towards the next Earth gravitational model**. In: Society of Exploration Geophysicists – SEG. 77<sup>th</sup> SEG Annual Meeting, September 23-28, 2007 Texas, USA. Disponível em: <<http://earth-info.nima.mil>>

NGA - National Geospatial-Intelligence Agency – **Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) - WGS 84 Version**. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>>. Acesso em: 10.nov.2008.

Pavlis, N. K., S. A. Holmes, S. C. Kenyon, J. K. Factor. **An earth gravitational model to degree 2160: EGM2008**. In: 2008 General assembly of the European Geosciences Union, April 13-18, 2008, Viena. Disponível em: <<http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm2008/index.html>>. Acesso em: 10.nov.2008.