

Análise de Desempenho de Algoritmos de Resolução de Equação de Transferência Radiativa em Ótica Hidrológica

Roberto P. Souto, Haroldo F. Campos Velho, Stephan Stephany, Ezzat S. Chalhoub

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada (LAC/INPE)

INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Caixa Postal 515, CEP 12245-970 São José dos Campos, SP - Brasil.

E-mail: [roberto,haroldo,stephan,ezzat]@lac.inpe.br

Resumo

Foi efetuada a análise de desempenho de três algoritmos de resolução da equação de transferência radiativa em Ótica Hidrológica, num caso de teste típico de águas costeiras. Os algoritmos estudados foram o de Inserção Invariante (implementado pelo código Hydrolight), o método das Ordenadas Discretas Analítico (Peesna) e o método LTSn, que vem ser a transformada de Laplace sobre a equação de Ordenadas Discretas Analítico. Visou-se comparar o desempenho desses algoritmos examinando tempos e perfis de execução. Todos os métodos discretizam o domínio e fazem a decomposição de Fourier das radiâncias em modos azimutais independentes. O potencial de paralelização desses códigos foi estudado, uma vez que podem-se atribuir faixas discretas de modos azimutais a cada processador. Pretende-se, futuramente, paralelizar esses códigos para execução em máquina paralela de memória distribuída, utilizando a biblioteca de comunicação por troca de mensagens MPI (Message Passing Interface).

1. Introdução

Os códigos analisados foram o Hydrolight[2], desenvolvido especificamente para resolução da equação de transferência radiativa (Radiative Transfer Equation - RTE) em Ótica Hidrológica, usando o método de Inserção Invariante, código Peesna[1], baseado no método de Ordenadas Discretas Analítico e o código LTSn[3], que implementa a transformada de Laplace sobre a equação de Ordenadas Discretas Analítico. Todos calculam as intensidades de radiação (radiâncias) emergentes da superfície, a partir de dados das radiâncias incidentes. As propriedades óticas inerentes, tais como os coeficientes de absorção e de espalhamento, são tidas como conhecidas para um estudo de caso típico de águas costeiras.

As três implementações realizam a discretização espacial do domínio e a decomposição de Fourier das radiâncias em modos azimutais independentes entre si, fazendo com que a RTE possa ser escrita para cada modo azimutal. Esta característica favorece sobremaneira uma implementação paralela dos códigos, visto que é possível atribuir os modos azimutais a processadores diferentes um do outro.

Ao realizar a temporização e a obtenção de perfis de desempenho, procurou-se identificar nas rotinas associadas às discretizações mencionadas, o quanto as mesmas ocupam do tempo de processamento dos códigos. Isto foi feito com o propósito de verificar os códigos mais rápidos, além daqueles que possuem maior potencial de ganho de desempenho com a sua eventual paralelização.

2. Equação de Transferência Radiativa

A equação de transferência radiativa para radiâncias I é dada por

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \zeta} I(\zeta, \mu, \varphi) + I(\zeta, \mu, \varphi) = \\ \frac{\varpi_0}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \beta(\zeta, \mu, \varphi; \mu', \varphi') I(\zeta, \mu', \varphi') d\varphi' d\mu' \\ + Q(\zeta, \mu, \varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

sendo ζ a profundidade ótica. $\mu \in [-1, 1]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$ são o cosseno do ângulo polar θ e o ângulo azimutal de incidência, respectivamente. ϖ_0 é o albedo para espalhamento simples constante, não variando com a profundidade. A função de fase de espalhamento, que fornece a distribuição angular do feixe espalhado, é representada por $\beta(\zeta, \mu, \varphi; \mu', \varphi')$, enquanto o termo fonte é dado por $Q(\zeta, \mu, \varphi)$.

É feita então a discretização do domínio esférico unitário Γ , que compreende todos os valores de dos ângulos de inclinação polar θ e azimutal φ de radiação, através da subdivisão do mesmo em paralelos e meridianos, onde cada

célula recebe o nome de “quad”. A equação 1, é então reescrita como:

$$\begin{aligned} \mu_i \frac{d}{d\zeta} I(\zeta; \mu_i, \varphi_j) + I(\zeta; \mu_i, \varphi_j) = \\ \frac{\varpi_0}{4\pi} \sum_{i'} \sum_{j'} \beta(\zeta; \mu_{i'}, \varphi_{j'} \rightarrow \mu_i, \varphi_j) I(\zeta; \mu_{i'}, \varphi_{j'}) \\ + Q(\zeta; \mu_i, \varphi_j), \end{aligned} \quad (2)$$

onde a dupla somatória do segundo membro expressa o espalhamento da luz incidente em todas as direções $\vec{\xi}' = (\mu_{i'}, \varphi_{j'})$ para a direção $\vec{\xi} = (\mu_i, \varphi_j)$.

3. Método de Inserção Invariante

Dado um corpo d'água (meio), com limite superior (superfície, $\zeta = w$) e inferior (fundo, $\zeta = b$) representado por uma geometria plano-paralela, para camadas finitas do meio pode-se estabelecer um balanço de energia relacionando as radiâncias espectrais incidentes (conhecidas) e emergentes (desconhecidas) destas camadas [6], modelado através das *equações de interação global*, necessitando para isso o conhecimento dos **operadores espectrais globais** de transmitância e de reflectância das mesmas.

Entretanto, estes operadores expressam o comportamento ótico de cada camada de forma isolada, não se levando em conta a influência que camadas adjascentes exercem entre si. Para isso utilizam-se os **operadores espectrais globais compostos**, com os quais se possibilita estabelecer um balanço de energia para radiações descendentes e ascendentes em qualquer nível ζ do corpo d'água, a partir da luz proveniente da superfície e do fundo, por meio das *regras de inserção invariante*.

Toda esta metodologia permite que o problema linear de condição de contorno, de difícil solução, visto que as radiâncias emergentes são desconhecidas, seja tratado como um problema não-linear de valor inicial. Neste caso, aplicam-se códigos numéricos já amplamente testados, pois a equação íntegro-diferencial de transferência radiativa é substituída por um sistema de equações ordinárias não-lineares [6]. Para calcular os operadores globais, parte-se inicialmente da obtenção dos **operadores espectrais locais** de reflectância e de transmitância os quais expressam como a luz interage *localmente* com uma camada infinitesimal de água.

Para se encontrar estes operadores locais, inicialmente a radiância é decomposta espectralmente por meio de sua representação polinomial de Fourier:

$$\begin{aligned} I^\mp(\zeta; \mu_i, \varphi_j) = \\ \sum_{l=0}^n \left[\hat{I}_1^\mp(\zeta; \mu_i; l) \cos(l\varphi_j) + \hat{I}_2^\mp(\zeta; \mu_i; l) \sin(l\varphi_j) \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

onde o sinal $-$ indica radiância dirigida para cima e o sinal $+$ significa radiância dirigida para baixo. A dependência

do ângulo azimutal φ_j passa a se dar pelo correspondente *l-modo*. Há $(n + 1)$ valores possíveis de l , devidos aos n valores discretos do ângulo azimutal em cada hemisfério mais o valor associado à calota polar. Utiliza-se o símbolo $\hat{\cdot}$ para enfatizar que se tratam de amplitudes espectrais, decompostas agora em um vetor de amplitudes espectrais de cosseno ($p = 1$) e outro de amplitudes espectrais de seno ($p = 2$). Analogamente, o termo fonte $Q^\mp(\zeta; \mu_i, \varphi_j)$ pode ser decomposto espectralmente. A função de fase de espalhamento também é substituída por sua correspondente representação espectral.

$$\begin{aligned} \beta^\pm(\zeta; \mu_{i'}, \varphi_{j'} \rightarrow \mu_i, \varphi_j) = \\ \sum_{k=0}^n \hat{\beta}^\pm(\zeta; \mu_{i'}, \mu_i; k) \cos[k(\varphi_{j'} - \varphi_j)] \end{aligned} \quad (4)$$

Neste caso, o superscrito $+$ ou $-$ expressa, respectivamente, espalhamento entre “quads” dentro do mesmo hemisfério ou entre hemisférios diferentes na esfera unitária Γ . Ao substituir-se as equações 3 e 4 em 2, e rearranjando devidamente os termos, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \mp \frac{d}{d\zeta} \hat{I}_p^\mp(\zeta, l) = \hat{I}_p^\mp(\zeta, l) \hat{\tau}(\zeta, l) + \hat{I}_p^\pm(\zeta, l) \hat{\rho}(\zeta, l) \\ + \hat{Q}_p^\mp(\zeta, l), \end{aligned} \quad (5)$$

que são as *equações de interação local* para as amplitudes espectrais das radiâncias, onde $\hat{\rho}(\zeta, l)$ e $\hat{\tau}(\zeta, l)$ são os operadores espectrais locais de reflectância e de transmitância, matrizes de dimensão $m \times m$. Por sua vez, $\hat{I}_p^\mp(\zeta, l)$ e $\hat{Q}_p^\mp(\zeta, l)$ são vetores dados por

$$\begin{aligned} \hat{I}_p^\mp(\zeta, l) = [\hat{I}_p^\mp(\zeta; \mu_1; l) \cdots \hat{I}_p^\mp(\zeta; \mu_m; l)] \\ \hat{Q}_p^\mp(\zeta, l) = \left[\frac{1}{\mu_1} \hat{Q}_p^\mp(\zeta; \mu_1; l) \cdots \frac{1}{\mu_m} \hat{Q}_p^\mp(\zeta; \mu_m; l) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Reagrupando-se os termos, chega-se a:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\zeta} \begin{bmatrix} \hat{I}_p^-(\zeta, l) & \hat{I}_p^+(\zeta, l) \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \hat{I}_p^-(\zeta, l) & \hat{I}_p^+(\zeta, l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\hat{\tau}(\zeta, l) & \hat{\rho}(\zeta, l) \\ -\hat{\rho}(\zeta, l) & \hat{\tau}(\zeta, l) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \hat{Q}_p^-(\zeta, l) & \hat{Q}_p^+(\zeta, l) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Estes conjuntos de equações para os diferentes *l*-modos são **independentes** (desacoplamento azimutal) e isto permite dividir um sistema de grau alto em $n + 1$ sistemas de grau menor. Esta propriedade favorece muito a utilização de uma implementação paralela da resolução das equações envolvidas. Logo, para cada modo azimutal l , são encontrados os operadores de interação local, que por sua vez são usados para calcular os operadores de interação global por meio da aplicação das *equações diferenciais de Riccati* [6].

4. Método de Ordenadas Discretas Analítico

A equação de transferência radiativa dada por 1, pode também ser representada tal como é mostrado na equação 8.

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \zeta} I(\zeta, \mu, \varphi) + I(\zeta, \mu, \varphi) = \\ \frac{\varpi_0}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} p(\cos\psi) I(\zeta, \mu', \varphi') d\varphi' d\mu' \\ + Q(\zeta, \mu, \varphi), \end{aligned} \quad (8)$$

onde a função de fase é expressa por uma expansão polinomial finita de Legendre em termos do ângulo de espalhamento ψ , representada por $p(\cos\psi)$:

$$\begin{aligned} \beta(\zeta, \mu, \varphi; \mu', \varphi') \approx p(\cos\psi) = \sum_{l=0}^L \omega_l P_l(\cos\psi), \\ \text{com } \omega_l = 1, \quad \text{para } l = 0 \\ |\omega_l| < 2l + 1 \quad \text{para } 0 < l \leq L, \end{aligned} \quad (9)$$

onde $\{\omega_l\}$ são os coeficientes da expansão de L-ésima ordem da função de fase. Esta ordem também fornece o *grau de anisotropia* do espalhamento. Considerando o problema apresentado por Chandrasekhar[4], tem-se a equação 8 sujeita as seguintes condições de contorno

$$I(0, \mu, \varphi) = \pi \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \quad (10a)$$

$$I(\zeta_0, -\mu, \varphi) = 0, \quad (10b)$$

para $\mu \in (0, 1]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$, com μ_0 e φ_0 sendo o cosseno do ângulo polar e o ângulo azimutal do feixe incidente, respectivamente. A radiância pode ser escrita como a soma de um componente não-espalhado ($\varpi_0 = 0$) com o componente espalhado.

$$I(\zeta, \mu, \varphi) = I_0(\zeta, \mu, \varphi) + I_*(\zeta, \mu, \varphi), \quad (11)$$

O componente espalhado da solução, pode ser representado por uma decomposição de Fourier de cossenos.

$$\begin{aligned} I_*(\zeta_0, \mu, \varphi) = \\ \frac{1}{2} \sum_{m=0}^L (2 - \delta_{0,m}) I^m(\zeta, \mu) \cos[m(\varphi - \varphi_0)]. \end{aligned} \quad (12)$$

onde,

$$\delta_{0,m} = \begin{cases} 1, & \text{se } m=0, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (13)$$

Tal como feito com Inserção Invariante, substituindo-se as respectivas representações discretizadas de radiância (eq. 12) e de função de fase (eq. 9), a equação 8 resulta em

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial}{\partial \zeta} I^m(\zeta, \mu) + I^m(\zeta, \mu) = \\ \frac{\varpi_0}{2} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu) \int_{-1}^1 P_l^m(\mu') I^m(\zeta, \mu') d\mu' + Q^m(\zeta, \mu) \end{aligned} \quad (14)$$

onde o termo não-homogêneo é dado por

$$Q^m(\zeta, \mu) = \frac{\varpi_0}{2} e^{-\zeta/\mu_0} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(\mu_0) \quad (15)$$

sujeita as condições de contorno

$$I^m(0, \mu) = I^m(\zeta_0, -\mu) = 0 \quad (16)$$

para $\mu \in (0, 1]$. O método de Ordenadas Discretas Analítico consiste, de acordo com Chalhoub[5], em utilizar uma quadratura de ordem N , com nós $\{\mu_j\}$ e pesos $\{\eta_j\}$, a fim de se obter uma aproximação da integral da equação 14. Discretizando o valor de μ em μ_j , com $j = 1, 2, \dots, N$, a equação de ordenadas discretas que define a equação e transferência radiativa é dada por

$$\begin{aligned} \mu_j \frac{d}{d\zeta} I^m(\zeta, \mu_j) + I^m(\zeta, \mu_j) = \\ \frac{\varpi_0}{2} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \sum_{i=1}^N \eta_i P_l^m(\mu_i) I^m(\zeta, \mu_i) \\ + Q^m(\zeta, \mu_j), \\ j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

onde agora o termo fonte não-homogêneo é dado por

$$Q^m(\zeta, \mu_j) = \frac{\varpi_0}{2} e^{-\zeta/\mu_0} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) P_l^m(\mu_0) \quad (18)$$

e as condições de contorno por

$$I^m(0, \mu_j) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (19a)$$

$$I^m(\zeta_0, \mu_j) = 0, \quad j = n + 1, n + 2, \dots, N. \quad (19b)$$

A resolução das m equações é independente uma da outra, o que recomenda novamente neste caso a implementação paralela do código computacional.

5. Método LTSn

O método LTSn[3] consiste na aplicação da transformada de Laplace sobre as equações de ordenadas discretas de

transferência radiativa, dadas por 17 e 19. Como resultado, tem-se um sistema de equações algébricas simbólicas, dependentes de s :

$$\begin{aligned} s\bar{I}_j^m(s) + \frac{1}{\mu_j}\bar{I}_j^m(s) \\ - \frac{\varpi_0}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \sum_{i=1}^N \eta_i P_l^m(\mu_i) \bar{I}_i^m(s) \\ = I_j^m(0) + \frac{1}{\mu_j} \bar{Q}_j^m(s) \end{aligned} \quad (20)$$

A representação da equação 20 na forma matricial fica

$$\bar{M}_N^m(s) \bar{I}^m(s) = I^m(0) + \bar{Q}^m(s). \quad (21)$$

onde a matriz $\bar{M}_N^m(s)$ de ordem N , denominada matriz $LT S_N$, é da forma

$$\bar{M}_N^m(s) = s\mathbf{I} + A^m \quad (22)$$

sendo que $\mathbf{I}$ é a matriz identidade de ordem N , enquanto que A^m é matriz cujos os termos são dados por

$$a^m(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\mu_j} - \frac{\varpi_0}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \eta_j P_l^m(\mu_j), & i = j, \\ -\frac{\varpi_0}{2\mu_j} \sum_{l=m}^L \omega_l^m P_l^m(\mu_j) \eta_i P_l^m(\mu_i), & i \neq j. \end{cases} \quad (23)$$

Para resolver a equação matricial 21, deve-se multiplicar a mesma pela inversa da matriz $\bar{M}_N^m(s)$, obtendo deste modo

$$\bar{I}^m(s) = [\bar{M}_N^m(s)]^{-1} I^m(0) + [\bar{M}_N^m(s)]^{-1} \bar{Q}^m(s), \quad (24a)$$

$$\bar{I}^m(s) = \bar{B}^m(s) I^m(0) + \bar{B}^m(s) \bar{Q}^m(s). \quad (24b)$$

e aplicando a transformada inversa de Laplace

$$I^m(\zeta) = B^m(\zeta) I^m(0) + C^m(\zeta) \quad (25)$$

onde

$$B^m(\zeta) = \mathcal{L}^{-1} [\bar{B}^m(s)] \quad (26)$$

e

$$C^m(\zeta) = B^m(\zeta) * Q^m(\zeta) \quad (27)$$

com o sinal $*$ indicando convolução.

6. Análise dos perfis de execução obtidos

Foram gerados valores de radiância rodando os códigos Peesna, LTSn e Hydrolight, para um problema típico de ótica hidrológica em água costeira. Para avaliar o desempenho dos três códigos, foram obtidos perfis que informam quantas vezes uma subrotina foi chamada pelo programa, o tempo gasto por ela e o percentual deste tempo com relação ao tempo total. De posse destas informações, é possível identificar dentre as subrotinas, as que têm maior possibilidade de ganho de desempenho ao serem otimizadas e/ou paralelizadas.

Dois tipos de perfis são mostrados aqui: o *flat profiling* e o *graph call*. O primeiro lista as subrotinas em ordem decrescente de percentual de tempo de execução, enquanto que no segundo são listadas além de informações da própria subrotina, dados de execução das subrotinas que a chamam (ascendentes) e das que são chamadas (descendentes).

O código Hydrolight é dividido em duas partes. O Hydrolight-1 executa a discretização espacial empregada, enquanto que o Hydrolight-2 pode ser usado para calcular os valores discretos da função de fase numa primeira etapa de préprocessamento, ou para resolver a RTE com a discretização e função de fase dadas.

Perfis de execução dos três códigos foram obtidos mas, no caso do Hydrolight, somente a etapa de resolução da RTE foi considerada. Para o Peesna e LTSn, os tempos incluem os cálculos da função de fase. Portanto, levando-se em conta estas considerações, na temporização realizada o mais rápido foi o código Hydrolight-2, com tempo médio de 5.24 segundos por execução, visto que o mesmo foi executado 10 vezes. O segundo mais rápido, para o caso teste em questão, foi o código Peesna, que gastou 28.24 segundos. O mais lento foi o código LTSn, tendo levado 325.88 segundos para calcular as radiâncias.

6.1. Código Hydrolight

Para o Hydrolight-2, a figura 1 mostra o *flat profile* para 10 execuções, indicando que somente as três subrotinas rhotau, drtdzs e sumphas consomem 90.45% do tempo total de processamento (52.45 segundos). A primeira destas diz respeito ao cálculo dos operadores de interação local, a segunda refere-se ao cálculo dos operadores de interação global via resolução das equações de Riccati, enquanto que na terceira é feita a soma dos valores da função de fase nos “quads”.

Já as figuras 2 e 3 mostram o respectivo *call profile*, onde constata-se que a subrotina riccati é a que faz iniciar a execução de rhotau, drtdzs e sumphas para cada modo azimutal (13 modos). A rotina riccati e as suas descendentes consomem cerca de 93% do tempo total de execução. Como visto anteriormente, cada modo azimutal é independente, sendo possível supor que com a paralelização deste código

fonte, haverá um grande ganho de desempenho, haja visto o alto percentual de tempo consumido por estas rotinas.

Flat profile:

Each sample counts as 0.01 seconds.

% cumulative	self	self	total	name
time	seconds	seconds	calls	ms/call
35.65	18.70	18.70	199790	0.09
31.06	34.99	16.29	199790	0.08
23.74	47.44	12.45	199790	0.06
1.96	48.47	1.03	3280	0.31
1.28	49.14	0.67	34120	0.02
1.05	49.69	0.55	29190	0.02
1.05	50.24	0.55	18200	0.03
0.69	50.60	0.36	1580	0.23

Figura 1. Flat profile de 10 execuções do código Hydrolight-2.

Call graph (explanation follows)

granularity: each sample hit covers 4 byte(s) for 0.02% of 52.42 seconds

index	% time	self	children	called	name
[1]	97.3	0.00	50.99	10/10	__libc_start_main [2]
		0.03	50.99	10	main [1]
		0.00	0.03	10/10	radamps [3]
		0.00	0.00	10/10	radanal_ [26]
		0.00	0.00	10/10	hydroout_ [46]
		0.00	0.00	10/10	readin2_ [54]
[2]	97.3	0.00	50.99	10/10	<spontaneous>
		0.00	50.99	10/10	__libc_start_main [2]
		0.00	50.99	10	main [1]
[3]	97.2	0.03	50.93	10/10	main [1]
		0.01	48.77	130/130	radamps [3]
		0.14	1.81	10/10	riccati_ [4]
		0.06	0.11	10/10	ampeta_ [11]
		0.01	0.01	10/10	ampw_ [17]
		0.00	0.01	10/10	ampma_ [29]
		0.00	0.00	10/10	amp0a_ [37]
		0.00	0.00	10/10	inishamp_ [38]
		0.00	0.00	130/130	botabc_ [43]
[4]	93.1	0.01	48.77	130	radamps [3]
		0.09	48.68	2340/2340	riccati_ [4]
		0.09	48.68	2340/2340	odeint_ [5]

Figura 2. Call graph parcial de 10 execuções do código Hydrolight-2: main [1] e subrotinas de índices [2] a [4].

index	% time	self	children	called	name
[5]	93.0	0.09	48.68	2340/2340	riccati_ [4]
		0.09	48.68	2340	odeint_ [5]
		0.55	41.20	29190/29190	rkqs_ [7]
		2.38	4.55	29190/199790	drtids_ [6]
		2.38	4.55	29190/199790	odeint_ [5]
		13.91	26.62	170600/199790	rkck_ [8]
[6]	90.5	16.29	31.17	199790	drtids_ [6]
		18.70	12.47	199790/199790	rhotau_ [9]
		0.55	41.20	29190/29190	odeint_ [5]
[7]	79.6	0.55	41.20	29190	rkqs_ [7]
		0.67	40.53	34120/34120	rkck_ [8]
		0.67	40.53	34120	rkck_ [8]
[8]	78.6	0.67	40.53	34120	rkck_ [8]
		13.91	26.62	170600/199790	drtids_ [6]
		18.70	12.47	199790/199790	drtids_ [6]
[9]	59.5	18.70	12.47	199790	rhotau_ [9]
		12.45	0.02	199790/199790	sumphas_ [10]
		12.45	0.02	199790/199790	rhotau_ [9]
[10]	23.8	12.45	0.02	199790	sumphas_ [10]
		0.02	0.00	199790/200890	absCat_ [30]

Figura 3. Call graph parcial de 10 execuções do código Hydrolight-2: subrotinas de índices [5] a [10].

Flat profile:

Each sample counts as 0.01 seconds.

% cumulative	self	self	total	name
time	seconds	seconds	calls	ms/call
59.90	17.03	17.03	1	17030.00
14.91	21.27	4.24	541728	0.01
6.93	23.24	1.97	38759	0.05
5.07	24.68	1.44	226	6.37
4.01	25.62	1.14	47965	0.02
3.27	26.75	0.93	4960	0.19
3.06	27.62	0.87	452	1.93

Figura 4. Flat profile parcial do código Peesna.

6.2. Código Peesna

Analisando agora o flat profile na figura 4, verifica-se que as seis rotinas que mais ocupam tempo de processamento, gastam 97.15% do tempo total. No entanto, somente a rotina main gasta 59.9%, enquanto que as demais são rotinas do pacote Lapack. Na figura 5, verifica-se que as subrotinas descendentes de main gastam 11.7s, ou 39.5% do tempo total de processamento. As rotinas dgeev, dgesv são chamadas 113 vezes por main em um laço, correspondendo aos 113 modos azimutais m . Como cada passo é independente do outro, pode-se então dividir estas chamadas em diferentes processadores.

Call graph (explanation follows)

granularity: each sample hit covers 4 byte(s) for 0.04% of 28.25 seconds

index	% time	self	children	called	name
[1]	99.8	17.03	11.17	104991	main [1]
		17.03	11.17	1/1	__libc_start_main [2]
		0.00	7.97	113/113	main [1]
		0.00	3.20	113/113	dgeev_ [3]
		0.00	0.00	1/1	dgesv_ [6]
		0.00	0.00	1/1	intq13_ [52]
		0.00	0.00	104991	main [1]

Figura 5. Call graph parcial do código Peesna: rotina main.

6.3. Código LTSn

É um caso muito semelhante ao Peesna, onde há um laço com L passos, dado pelo grau de anisotropia e discretização azimutal do problema. As sete rotinas que mais ocupam tempo de processamento, incluindo a main, gastam 88.78% do tempo total, conforme se vê na figura 6. A diferença principal com relação ao código Peesna, reside no fato de que a rotina main tem uma participação muito menor, com somente 3.10% do tempo total. Enquanto isto, as subrotinas descendentes de main, inseridas no laço paralelizável de 174 passos, consomem 287.17 segundos, ou 88.12% do tempo total de 325.88, conforme se vê na figura 7.

Flat profile:

Each sample counts as 0.01 seconds.

%	cumulative	self	calls	self	total	name
time	seconds	seconds	ms/call	ms/call	ms/call	
42.80	140.50	140.50	6589782	0.02	0.02	diagfx_
11.59	178.56	38.06	305736	0.12	0.12	dgemv_
11.41	216.01	37.45	2436	15.37	15.37	dgemv_
8.61	244.28	28.27				get_frequency
7.01	267.30	23.02	174	132.30	132.30	spr_mont_mat_
4.26	281.29	13.99	126660	0.11	0.11	dger_
3.10	291.46	10.17	1	10170.00	297340.00	main
1.46	296.25	4.79	174	27.53	942.50	dhseqr_
1.45	301.01	4.76	1392	3.42	3.42	dtrsm_
1.26	305.15	4.14	2088	1.98	1.98	dtrsm_

Figura 6. Flat profile parcial do código LTSn.

Call graph (explanation follows)

granularity: each sample hit covers 4 byte(s) for 0.00% of 325.88 seconds

index	% time	self	children	called	name
	10.17	287.17	1/1		__libc_start_main [2]
[1]	91.2	10.17	287.17	1	main [1]
	0.77	236.12	174/174		spr_calc_eig_ [3]
	23.02	0.00	174/174		spr_mont_mat_ [12]
	0.00	22.29	348/348		spr_calc_tet_ [14]
	3.99	0.00	1218/1218		spr_calc_mtb_ [27]
	0.51	0.00	174/174		spr_calc_leq_ [38]
	0.39	0.00	174/174		spr_calc_war_ [44]
	0.08	0.00	174/174		spr_calc_fon_ [51]
	0.00	0.00	14/14		intrpl_ [66]
	0.00	0.00	1/1		spr_read_his_ [72]
	0.00	0.00	1/1		prin_res_ [71]
	0.00	0.00	1/1		timer_ [73]

Figura 7. Call graph parcial do código LTSn: rotina main.

7. Conclusão

A partir do que foi observado nos perfis de execução reatizados, nos códigos Hydrolight-2 e LTSn, as rotinas relacionadas com a resolução da RTE para cada modo azimutal contribuem com cerca de 90% do tempo de processamento. No caso do código Peesna, esta rotinas correspondem a aproximadamente 40% deste tempo. Sendo assim, há boas perspectivas com relação ao ganho de tempo de processamento da versão paralela dos códigos Hydrolight-2 e Ltsn, visto que um percentual consideravelmente alto de processamento estaria envolvido. Portanto, pretende-se

implementar versões paralelas dos códigos, utilizando a biblioteca de comunicação por troca de mensagens MPI (*Message Passing Interface*), visando comprovar na prática o que foi constatado nas análises de perfis realizadas.

8. Referências

- [1] Chalhoub, E.S.; Garcia, R.D.M.; The equivalence between two techniques of angular interpolation for the discrete-ordinates method. *J. Quant. Spec. & Rad. Transfer* v. 64, p. 317–535, 2000.
- [2] Mobley, C.D. *Hydrolight 3.0 user's guide*. Menlo Park, USA, SRI Intl., 1995.
- [3] Segatto, C.F.; Vilhena M.T. Extensions of the LTS_N formulation for discrete ordinates problems without azimuthal symmetry. *Ann. Nucl. En.* v. 21, p. 701–710, 1994.
- [4] Chandrasekhar, S. *Radiative Transfer*. New York: Dover Publications, 1960. 394p.
- [5] Chalhoub, E.S.; Campos Velho, H.F.; Garcia, R.D.M.; Vilhena, M.T. A Comparasion of the particule distribution functions generated by selected methods for the solution of the transport equation. In: International Conference on Transport Theory, 17., Londres, 2001. **Anais**, SPIE, 2001
- [6] Stephany, S. *A metodologia de Invariant Imbedding aplicada à resolução da equação de transferência radiativa em problemas de ótica hidrológica*. p. 50. (INPE-7170-NTC/228). - São José dos Campos, INPE, 1999.