

Análise da Curvatura da Interface Sólido-Líquido na Solidificação de Ligas Binárias

Nanci Naomi Arai
LAC/INPE
nanci@lac.inpe.br

Leila M. G. Fonseca
DPI/INPE
leila@dpi.inpe.br

Maurício Fabbri
LAS/INPE
fabbri@las.inpe.br

Stephan Stephany
LAC/INPE
stephan@lac.inpe.br

Resumo

Durante o processo de solidificação de ligas binárias, a morfologia da interface, sob um certo conjunto de parâmetros de crescimento, depende de variáveis que exercem influência sobre a energia interna das fases sólida e líquida, dentre as quais pode-se citar a distribuição de temperatura, o perfil de concentração de soluto e a curvatura da interface. Para considerar a influência que a curvatura da interface exerce no processo de solidificação foi estudado um método para obter esse valor de curvatura, através de técnicas de processamento digital de imagens, sendo realizados testes com imagens de cristais de neve. Pretende-se, futuramente, realizar simulações numéricas bidimensionais de crescimento de ligas binárias englobando efeitos de curvatura na discretização das equações de transporte, as quais descrevem o processo de solidificação. Nesse caso as imagens a serem analisadas seriam os sucessivos resultados fornecidos pela própria simulação. Dessa forma, espera-se que as simulações possam ser aprimoradas, tornando-se mais realísticas e auxiliando na realização de experimentos.

1. Introdução

Cristais apresentam características especiais, as quais lhe conferem uma série de propriedades, tornando-os empregáveis, por exemplo, no caso de semicondutores, na fabricação de diversos dispositivos eletrônicos. Porém, para essas aplicações, é necessária a utilização de cristais adequados em termos de composição e de estrutura cristalina.

Algumas dessas características podem ser manipuladas com o controle do processo de crescimento. Para o estudo da complexa inter-relação entre convecção, difusão e transferência de calor que ocorre durante a solidificação, pode-se realizar experimentos em laboratórios e/ou simulações numéricas desses crescimentos.

Uma das dificuldades encontradas nos problemas de solidificação é que a posição da interface não é conhecida

a priori, enquadrando-se estes na classe de problemas de condição de contorno livre (*free-boundary problems*), de modo que a localização da interface, no decorrer do tempo, deve ser determinada como uma parte da solução do problema.

Em condições ideais de equilíbrio, a solidificação ocorre com o desenvolvimento de uma interface sólido-líquido localmente planar. Porém, sob condições de superesfriamento constitucional, anisotropia, gravidade, altas velocidades de crescimento, e outras perturbações externas, ocorrerá a formação de estruturas dendríticas devido ao surgimento de áreas preferencias de crescimento.

Foi realizada, anteriormente, uma simulação bidimensional de crescimento de ligas binárias, brevemente explanada no Apêndice A. Para obter uma simulação mais realística, um dos fatores que necessita ser incluído na simulação seria a influência da curvatura da interface sólido-líquido no processo de crescimento. Os efeitos de curvatura poderiam ser considerados na discretização das equações de transporte, as quais descrevem o processo de solidificação dendrítica.

Para o cálculo da curvatura foi utilizado o método proposto por César Jr. e Fontoura Costa [6], que possibilita a análise de contornos das imagens e avaliação de suas curvaturas através da aplicação da Transformada de Fourier.

Para avaliar o desempenho desse método, no problema específico de crescimento de cristais, foram realizados testes com fotos e imagens de estruturas dendríticas em cristais [9]. Tais imagens podem passar por um pré-processamento [8], para realçar as características de interesse, antes da efetiva análise da curvatura da interface sólido-líquida.

Os resultados obtidos indicam que o método utilizado poderá ser adaptado e incluído na simulação de crescimento de ligas binárias, implementado anteriormente. Nesse caso as imagens a serem analisadas seriam geradas a partir dos sucessivos resultados fornecidos pela própria simulação.

Uma das grandes motivações para a realização desse trabalho foi a possibilidade de se utilizar técnicas tradicionais de processamento de imagens na quantificação da curvatura local, ao longo do campo discretizado sujeito às equações de transporte (em contraposição às aproximações clássicas

empregadas nas técnicas usuais de discretização).

A obtenção da curvatura poderá auxiliar na realização de simulações de crescimento de cristais mais precisas. E a pesquisa da solidificação dendrítica de ligas, o estudo da forma, tamanho e orientação dos dendritos pode auxiliar na realização de experimentos.

2. Processo de Solidificação

Na solidificação de ligas é necessário considerar o ponto de fusão, ou o seu equivalente, da liga. Nas ligas de fase simples, o líquido e o sólido contendo os componentes da liga podem existir em equilíbrio. O sólido e o líquido apresentam, quase sempre, composições diferentes e a temperatura de equilíbrio depende da composição. Para cada composição do líquido há uma temperatura, temperatura *liquidus*, na qual ela está em equilíbrio com o sólido apropriado e, inversamente, cada composição do sólido tem uma temperatura *solidus* na qual ele está em equilíbrio com o líquido apropriado. O sólido e o líquido podem estar em equilíbrio somente a uma mesma temperatura, que é a temperatura *liquidus* do líquido e a temperatura *solidus* do sólido. Essas duas curvas definem o diagrama de fase da liga, que pode ser visto na Figura 1. As mudanças de fase são governadas pelo diagrama de fase. O diagrama descreve os estados termodinâmicos nos quais várias fases podem coexistir em equilíbrio termodinâmico. O estado termodinâmico da liga é determinado por duas variáveis, temperatura e concentração. As curvas *solidus* e *liquidus* demarcam as fases possíveis: a liga está líquida acima da curva *liquidus* e está sólida abaixo da curva *solidus*. Há combinações de composição e temperatura que se encontram entre as curvas *liquidus* e *solidus*, refletindo o fato de que o material não está em equilíbrio estável ou ele consiste de partes sólidas e líquidas, cada qual com a composição apropriada para a temperatura do ponto. Essa região é conhecida como região *mushy*.

2.1. Morfologia da Interface Sólido-Líquido

A região da liga onde ocorre a transição de fase, ou seja, sólido e líquido coexistem, é chamada de interface. Sua espessura pode variar de alguns angstroms a alguns centímetros, e a microestrutura pode ser bastante complexa, dependendo de vários fatores (do próprio material, da taxa de resfriamento, do gradiente de temperatura no líquido, da tensão de superfície, etc).

Com um gradiente térmico positivo no líquido, a interface sólido-líquido deverá possuir uma forma macroscopicamente estável, pois o surgimento de uma estrutura irregular na interface faria com que essa parte da interface se projetasse para uma região de temperatura mais elevada, de modo

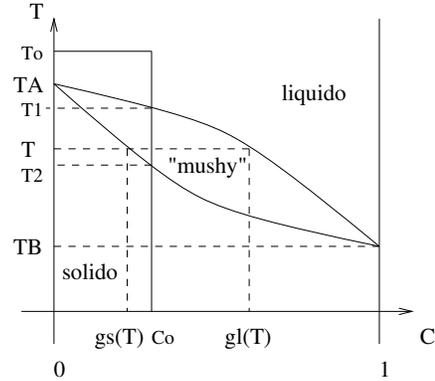


Figura 1. Diagrama de fase de uma liga binária A-B. Tem-se temperatura em função da concentração, no qual T^A e T^B referem-se, respectivamente, à temperatura de fusão da substância pura A e B. $g_l(T)$ e $g_s(T)$ correspondem à concentração do líquido e do sólido, na região *mushy*.

que passaria novamente para o estado líquido e a interface estabilizar-se-ia.

Porém a existência de uma zona de super-resfriamento ocasionará um gradiente negativo de energia interna à frente da interface e fará com que esta fique morfologicamente instável, com perturbações na sua forma. De acordo com o grau de super-resfriamento, pode-se desenvolver as mais diversas morfologias.

Na ausência de super-resfriamento tem-se uma interface localmente planar, conhecida como interface abrupta (*sharp front*). Para baixos graus de super-resfriamento desenvolve-se uma interface celular, a partir de uma interface planar, inicialmente caracterizada por pequenas cavidades as quais passam para células alongadas. Como o aumento do super-resfriamento, as superfícies das células estendem-se e, eventualmente, ramificam-se para formar dendritas celulares.

Não há um critério bem definido para a transição de células a dendritas. Nesse caso a interface apresenta uma largura aparente, denominada de região *mushy* que, em uma solidificação dendrítica, pode apresentar uma morfologia bastante intrincada. De acordo com Pamplin [10], na maioria dos experimentos observa-se que a interface rearranja sua forma para reduzir o super-resfriamento.

3. Análise da Morfologia da Interface Sólido-Líquido

As temperaturas características envolvidas em um crescimento dendrítico são a temperatura do líquido longe da interface, T_∞ , a temperatura da interface, T^i , e a temperatura de fusão, T_m . Deve-se observar que, em geral, T^i

difere de T_m .

A diferença de temperatura $\Delta T^* = T_\infty - T^i$ controla a taxa do fluxo de calor entre a interface e o líquido e, portanto, controla a taxa de dissipação do calor latente no líquido. Consequentemente, também controla a velocidade de crescimento. Portanto T^i precisa ter um valor tal que a taxa de deposição no sólido seja igual a taxa de solidificação macroscópica determinada pela transferência de calor.

Segundo Chalmers [3], há várias maneiras de considerar o equilíbrio entre sólido e líquido separado por uma interface curva. O tratamento mais geral é o de Gibbs, que parte da definição termodinâmica de equilíbrio, a qual diz que se uma fase líquida está em equilíbrio com a fase sólida, então a energia interna de ambas as fases são iguais.

Quando as fases estão separadas por uma interface plana, ambas estão sob a mesma pressão e a temperatura na qual as energias internas são iguais é a temperatura de fusão T_m . Entretanto, uma diferença de pressão de $2\gamma/\kappa$ existe sobre qualquer interface que tenha energia interna γ e raio de curvatura κ .

Como consequência tem-se o efeito de Gibbs-Thomson, no qual a temperatura de solidificação de um líquido é reduzida em virtude da tensão superficial. Esse efeito deriva das condições de equilíbrio termodinâmico de uma interface curva, de modo que a relação entre as temperaturas de fusão em uma interface plana (T_m^{plana}) e em uma interface curva (T_m^{curv}) é dada por

$$T_m^{plana} - T_m^{curv} = \frac{2\gamma}{S\kappa}, \quad (1)$$

sendo que γ é a tensão superficial, S é a entropia e κ é o raio de curvatura [7].

De acordo com Ludwig a curvatura afeta todas as variáveis envolvidas no processo de solidificação e leva a um desvio no estado de equilíbrio (quando a interface é plana).

A solidificação de uma liga binária é um processo que envolve fluxos de massa, temperatura e energia, os quais dependem da difusividade, do coeficiente de segregação interfacial, da condutividade térmica, da temperatura de fusão, da densidade, da entalpia, da entropia, da tensão superficial, do calor específico e do calor latente.

Primeiramente deve-se observar que os fluxos são interdependentes e cada um desses fluxos é dependente de propriedades não-lineares, por exemplo, a concentração depende dos coeficientes de difusão, os quais são dependentes dos valores da concentração e da temperatura.

Portanto estão sob investigação as alterações que a curvatura da interface causa sobre cada uma dessas variáveis citadas e o efeito causado quando é realizado o acoplamento desses fluxos e, consequentemente, de todas as propriedades do material a ser solidificado.

4. Metodologia para Obtenção da Curvatura

Para a obtenção da curvatura foi utilizado o método proposto por César Jr. e Fontoura Costa [6], o qual foi implementado por Fabbri [5], em Scilab [11].

Esse método utiliza a Transformada de Fourier e opera no domínio da frequência. A partir do momento em que se trabalha no domínio da frequência, operações de realce de imagens podem ser realizadas através da multiplicação da transformada de Fourier da imagem pela função de transferência de filtragem. Para se produzir a imagem realçada, basta aplicar a transformada inversa, que o resultado estará novamente no domínio do espaço.

O borramento da imagem pode ser realizado com a redução dos componentes em altas frequências e, inversamente, o aumento das componentes em altas frequências em relação ao de baixa frequência acentuará as transições abruptas de níveis de cinza. Desse modo bordas e descontinuidades, como ruído, estão associadas aos componentes em altas frequências da transformada de Fourier.

Para a suavização da imagem, no domínio da frequência, foi utilizado um filtro passa-baixa gaussiano, o qual atenua as componentes em alta frequência da imagem conforme o valor de σ adotado, que é correspondente ao desvio padrão da gaussiana. Como resultado é obtido um contorno cuja curvatura é mais homogênea. Depois de obtido o contorno suavizado da imagem é realizado o cálculo da curvatura.

4.1. Cálculo da curvatura

Em um sistema bidimensional, seja uma curva dada por equações paramétricas $x = x(t)$ e $y = y(t)$. A curvatura κ é definida por

$$\kappa = \frac{d\phi}{ds} = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}} = \frac{\frac{d\phi}{dt}}{\sqrt{x'^2 + y'^2}}, \quad (2)$$

sendo que ϕ é o ângulo tangencial e s é o comprimento de arco.

Com base na identidade

$$\tan \phi = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{y'}{x'} \quad (3)$$

tem-se que

$$\frac{d}{dt}(\tan \phi) = \sec^2 \phi \frac{d\phi}{dt} = \frac{x'y'' - y'x''}{x'^2} \quad (4)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \frac{1}{\sec^2 \phi} \frac{d}{dt}(\tan \phi) \\ &= \frac{1}{1 + \tan^2 \phi} \frac{x'y'' - y'x''}{x'^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{1 + \frac{y'^2}{x'^2}} \frac{x'y'' - y'x''}{x'^2} \\
&= \frac{x'y'' - y'x''}{x'^2 + y'^2}. \quad (5)
\end{aligned}$$

Aplicando a Equação 5 em 2 tem-se

$$\kappa = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}. \quad (6)$$

As derivadas de primeira e de segunda ordem são obtidas utilizando a transformada direta e inversa de Fourier:

$$X'(s) = F(x'(t)) = i2\pi sX(s) \quad (7)$$

$$X''(s) = F(x''(t)) = -(2\pi s)^2 X(s) \quad (8)$$

$$Y'(s) = F(y'(t)) = i2\pi sY(s) \quad (9)$$

$$Y''(s) = F(y''(t)) = -(2\pi s)^2 Y(s) \quad (10)$$

e

$$x'(s) = F^{-1}(X'(s)) = i2\pi F^{-1}(sX(s)) \quad (11)$$

$$x''(s) = F^{-1}(X''(s)) = -(2\pi)^2 F^{-1}(s^2 X(s)) \quad (12)$$

$$y'(s) = F^{-1}(Y'(s)) = i2\pi F^{-1}(sY(s)) \quad (13)$$

$$y''(s) = F^{-1}(Y''(s)) = -(2\pi)^2 F^{-1}(s^2 Y(s)). \quad (14)$$

Com base nas oito equações acima, a equação de curvatura pode ser escrita em termos da transformada direta e inversa de Fourier.

4.2. Transformada de Fourier

A transformada de Fourier, de uma função $f(x)$ contínua, denotada por $F(f(x))$ é definida pela equação

$$F\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-j2\pi ux} dx. \quad (15)$$

A transformada inversa de Fourier, dado $F(z)$, pode ser obtida por

$$F^{-1}\{F(u)\} = f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{j2\pi ux} du. \quad (16)$$

As equações acima são válidas se $f(x)$ for contínua e integrável e se $F(u)$ for integrável, condições que são, normalmente, satisfeitas na prática.

A transformada de Fourier discreta, como o próprio nome indica, se refere a variáveis discretas e não a variáveis contínuas, ou seja, a função $f(x)$ é tomada em pontos discretos

$$\{f(x_0), f(x_0 + \Delta x), f(x_0 + 2\Delta x), \dots, f(x_0 + [N-1]\Delta x)\} \quad (17)$$

e, conseqüentemente, as integrais referente às transformadas de Fourier são dadas por somatórias

$$F(u) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x)e^{-j2\pi ux/N} \quad (18)$$

para $u = 0, 1, 2, \dots, N-1$, e

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u)e^{j2\pi ux/N} \quad (19)$$

para $x = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

Os valores $u = 0, 1, 2, \dots, N-1$ na transformada discreta de Fourier (Equação 18) correspondem às amostras da transformada contínua nos valores $0, \Delta u, 2\Delta u, \dots, (N-1)\Delta u$, ou seja, $F(u) = F(u\Delta u)$.

Os termos Δu e Δx são relacionados pela expressão

$$\Delta u = \frac{1}{N\Delta x}. \quad (20)$$

Na implementação de um programa que utilize a transformada de Fourier, normalmente, é utilizado o algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT), o qual diminui o número de operações a serem realizadas tornando-se, portanto, computacionalmente mais eficiente. Encontram-se, com frequência, funções que implementam esse algoritmo em várias linguagens comumente utilizadas em processamento digital de imagens.

4.3. Procedimentos Principais

Destaca-se a seguir uma seqüência de passos executada para a obtenção da curvatura da imagem analisada.

1. obtenção da imagem;
2. binarização da imagem;
3. percorrimto de borda;
4. armazenamento das coordenadas de contorno (x,y);
5. aplicação da Transformada Rápida de Fourier (FFT) nas coordenadas de contorno;
6. suavização do contorno no domínio da frequência;
7. aplicação da Transformada Inversa Rápida de Fourier IFFT;
8. cálculo das derivadas de primeira e segunda ordem das coordenadas de contorno;
9. cálculo da curvatura de cada ponto do contorno da imagem.

5. Resultados experimentais

Apresenta-se nesta seção resultados obtidos através da implementação da metodologia apresentada anteriormente. Esses resultados são provenientes de testes realizados com imagens em tons de cinza e em preto e branco.

Primeiramente é exibida a imagem e seu contorno original e, posteriormente, os contornos suavizados através da aplicação de filtros com certos valores de σ , e os gráficos de curvatura desses contornos suavizados.

No programa foram adotadas algumas convenções. Quando o contorno é determinado, cada coordenada (x, y) correspondente a um pixel da imagem é associado a um índice que o identifica. No gráfico da curvatura, cada valor de curvatura corresponde a um ponto da imagem, ou seja, está em função do seu índice.

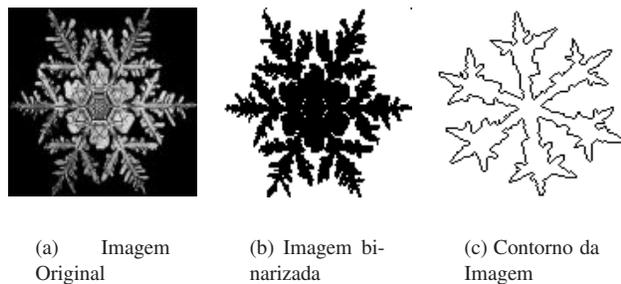


Figura 2. Imagem analisada.

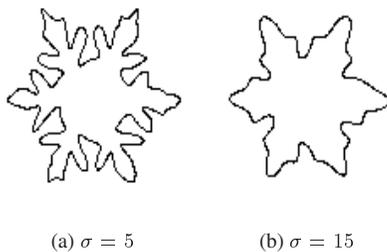


Figura 3. Contornos suavizados da imagem.

Nota-se em todas as imagens que quanto maior o valor de sigma, maior a suavização e a perda de informação da imagem e, de forma correspondente, maior a suavização da curvatura. Essa suavização pode ser útil quando se deseja eliminar ruídos e/ou oscilações muito abruptas e o valor de σ , ou seja, a taxa de suavização será específica de cada problema e, provavelmente, poderá ser determinada em função das características do problema.

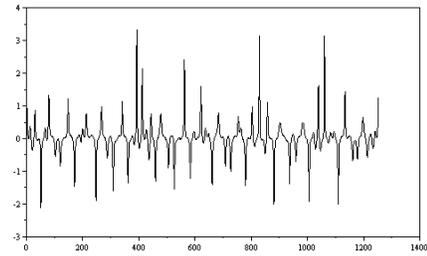


Figura 4. Gráfico da curvatura do contorno suavizado da imagem ($\sigma = 5$).

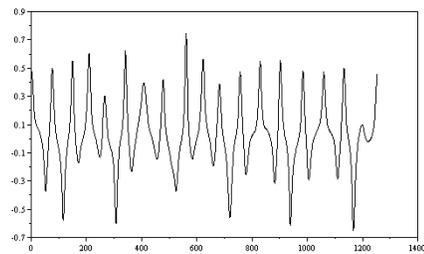


Figura 5. Gráfico da curvatura do contorno suavizado da imagem ($\sigma = 15$).

6. Considerações Finais

Pretende-se, a partir do estudo da teoria apresentada, da análise da morfologia da interface sólido-líquido, apresentar um equacionamento que descreva, matematicamente, os efeitos da curvatura sobre o processo de solidificação. A implementação desse modelo seria apresentado como proposta de tese de doutorado.

Esse equacionamento deverá considerar a influência que a curvatura exerce sobre os processos envolvidos durante a solidificação de uma liga binária. E, certamente, essa alteração no modelo matemático levará à pesquisa de novas formas de implementação, inclusive ao teste de malhas de discretização apropriadas.

Estima-se que com a inclusão dos efeitos de curvatura da interface no modelo numérico, será necessário um tempo computacional ainda maior para a realização das simulações, pois além de se considerar mais um fator no modelo, esse próprio fator exigirá malhas de discretização mais finas, para que a curvatura seja estimada de maneira mais precisa e seus efeitos possam ser relevantes à simulação do processo.

Para viabilizar a realização dessas simulações, técnicas de processamento de alto desempenho poderiam ser utilizadas. Porém já foi verificado que esse problema apresenta restrições em relação à paralelização [2]. Uma alternativa,

a ser estudada, seria a utilização de chamadas à biblioteca de comunicação por troca de mensagens, *Message Passing Interface* (MPI), em trechos de código paralelizáveis para execução em máquinas paralelas de memória distribuída.

Estima-se que a paralelização ficará bastante restrita e exigirá grandes esforços na implementação de um código mais adequado a um ambiente de processamento de alto desempenho e também a realização de diversos testes para a validação do programa paralelo frente ao sequencial. Devido às características inerentes ao problema, o algoritmo utilizado apresenta dependência de dados, ocasionando maior comunicação entre processadores.

7. Referências

- [1] Alexiades, V.; Wilson, D. G.; Solomon, A. D. Macroscopic global modeling of binary alloy solidification process. *Quarterly of Applied Mathematics*, v.43, n.2, p.143-158, July 1985.
- [2] Arai, N. N. *Simulação numérica bidimensional de crescimento de ligas binárias utilizando processamento paralelo*. São José dos Campos. Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001.
- [3] Chalmers, B. *Principles of solidification* New York: John Wiley & Sons, 1964. 319p.
- [4] Fabbri, M. An Alternative approach for the modeling and simulation of binary alloy solidification using a fixed-grid control-volume technique. In: Wrobel, L.C.; Brebbia, C.A. ed. *Computational modelling of free and moving boundary problems*. Southampton: Computational Mechanics Publications, v.2, pp.59-76, 1991.
- [5] Fabbri, R. *Scilab image processing toolbox*. [online]. <<http://cyvision.if.sc.usp.br/rfabbri/sip/>>. Maio 20002.
- [6] César Junior, R. M.; Fontoura Costa, L. Towards effective planar shape representation with multiscale digital curvature analysis based on signal processing techniques. *Pattern Recognition*, v.29, p.1559-1569, 1996.
- [7] Gilman, J. J. *The art and science of growing crystals*. New York: John Wiley & Sons, 1963. 493p.
- [8] Gonzales, R. C.; Woods, R. E. *Digital image processing*. New York: Addison Wesley, 1993. 716p.
- [9] Libbrecht, K. G. *Snow flakes*. [online]. <<http://www.its.caltech.edu/atomic/snowcrystals/>>. Abr. 2002.
- [10] Pamplin, B. R. *Crystal growth*. Oxford: Pergamon, 1975.
- [11] Scilab Group. *Scilab home page*. [online]. <<http://www-rocq.inria.fr/scilab/scilab.html>>. Abr. 2002.

A. Trabalhos Relacionados

Anteriormente foi feita uma formulação do processo de solidificação, baseada diretamente nas leis básicas de conservação de massa e energia interna e na adoção de equilíbrio termodinâmico local, de forma que o diagrama de fases determinasse a fase, localmente, a cada instante de tempo [4]. A modelagem ocorreu em nível macroscópico, não abordando o estudo da microestrutura da interface, nem tampouco os efeitos convectivos e as reações químicas [1]. O foco de estudo concentrou-se no acoplamento entre a condução de calor e a difusão de massa no material. De acordo com esse modelo, a simulação bidimensional de crescimento de ligas binárias com malha fixa foi implementada e executada de forma sequencial [2].

Trata-se de um problema não-linear, ou seja, os campos de temperatura, concentração e energia são interdependentes. De forma que, por exemplo, para o cálculo da temperatura, em cada ponto da malha, faz-se necessário conhecer a concentração e a energia, que por sua vez, são calculadas com base no valor da temperatura no ponto e nas células vizinhas. E, cada campo é dependente de propriedades não-lineares, por exemplo, a concentração depende dos coeficientes de difusão, os quais são dependentes dos valores da concentração. Como não seria possível realizar os cálculos, uma única vez, e fazer o acoplamento perfeito de todos os campos e todas as propriedades ou variáveis dentro de cada campo, os cálculos são realizados iterativamente.

No problema de mudança de fase abordado, a modelagem realizada, o algoritmo desenvolvido e restrições do High Performance Fortran (HPF), utilizado para a implementação, não possibilitaram que a simulação fosse realizada em um ambiente paralelo. Estas restrições são devidas ao caráter “automático” com o qual o HPF distribui os dados e aloca processadores considerando as diretivas de paralelização como sugestões, as quais podem ser seguidas ou não, ou seja, o programador não tem domínio completo da paralelização. Essas características restritivas poderiam ser contornadas por alterações na modelagem do problema, no desenvolvimento do algoritmo e/ou na utilização de outras linguagens e/ou bibliotecas para a paralelização.