

INPE-454-LAFE
NAS

*MODELO DINÂMICO DE UMA BACIA HIDROGRÁFICA
RESOLVIDO NUMERICAMENTE PELA TÉCNICA
DE SIMULAÇÃO DE SISTEMAS*

Edgard Dias Batista Junior
José Antonio Scaramucci
Oscar Pereira Dias Junior

MARÇO 1974



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL

CONSELHO NACIONAL DE PESQUISAS
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS
São José dos Campos - Estado de S. Paulo - Brasil

MODELO DINÂMICO DE UMA BACIA HIDROGRÁFICA

RESOLVIDO NUMERICAMENTE PELA TÉCNICA

DE SIMULAÇÃO DE SISTEMAS

Este relatório foi apresentado, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências na área de Análise de Sistemas e Aplicações pelo Instituto de Pesquisas Espaciais, por Edgard Dias Batista Júnior, José Antônio Scaramucci, Oscar Pereira Dias Júnior, tendo como orientador Dr. Ralf Gielow.

Sua publicação foi autorizada pelo abaixo assinado,

Assinatura manuscrita de Fernando de Mendonça.

Fernando de Mendonça
Diretor Geral

À Ronilda
E. D. B. Jr.

À Matilde e Chiara
J. A. S.

À Maria Helena e Silvia Helena
O. P. D. Jr.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Fernando de Mendonça, pelo apoio

Dr. Ralf Gielow, pela orientação

Prof. Ernesto De Vitta Jr., pelas idéias iniciais

Teresa Tokiko Takahashi, pela datilografia

e a todos que, de uma maneira ou outra, tornaram possível
a realização desse trabalho.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	iii
FIGURAS.....	vi
TABELAS	viii
SÍMBOLOS:.....	ix
RESUMO	xiv
ABSTRACT.....	xv
INTRODUÇÃO	xvi
1. GENERALIDADES.....	1
1.1 - Ciclo Hidrológico.....	1
1.2 - Modelo para Simulação da Dinâmica do Escoamento.....	1
1.3 - Método de Snyder.....	3
1.4 - Avaliação dos Resultados.....	4
2. MODELO SDE.....	6
2.1 - Considerações Gerais.....	6
2.2 - Entradas e Saídas do Modelo.....	10
2.3 - Estrutura Básica.....	12
2.4 - Descrição do Modelo.....	16
3. MÉTODO DE SNYDER.....	28
3.1 - Considerações Gerais.....	28
3.2 - Descrição do Método.....	29
3.2.1 - As Equações de Snyder.....	29
3.2.2 - Síntese do Hidrograma Unitário.....	31
4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO.....	35
4.1 - Escolha da Área de Teste.....	35
4.2 - Parâmetros da Bacia de Teste.....	35
4.3 - Experimentos.....	39
4.4 - Avaliação do Modelo SDE.....	49
4.4.1 - Comparação de Hidrogramas.....	49
4.4.2 - Comportamento da Vazão de Pico como Função da Intensidade de Chuva.....	50

4.4.3 - Comportamento do Tempo de Pico como Função da Intensidade de Chuva.....	51
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	54
APÊNDICES:	
A. FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO MODELO SDE.....	58
B. TÉCNICA DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA AJUSTE DE FUNÇÕES NÃO LINEARES, SUJEITO A RESTRIÇÃO.....	62
C. UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE ESCOAMENTO TRANSIENTE EM CANAIS.....	71
D. ESTUDO DO DESVIO ENTRE A ÁREA SOB O HIDROGRAMA E O ESCOAMENTO TOTAL.....	82
E. GLOSSÁRIO DE EXPRESSÕES USADAS EM HIDROLOGIA.....	87
BIBLIOGRAFIA.....	92

FIGURAS

1.1 - Ciclo Hidrológico	2
1.2 - Hidrograma segundo Snyder	4
2.1 - Sequência de Cortes, representando Instantes Característicos de cada Fase do Ciclo do Escoamento	7
2.2 - Árvore de Decomposição da Precipitação	8
2.3 - Modelo SDE (Esquema Simplificado)	9
2.4 - O Ciclo K	13
2.5 - A Célula (i, j) e suas Vizinhas	14
2.6 - Fluxograma Esquemático do Modelo SDE	17
2.7 - Inclinação no Canal	21
2.8 - Perspectiva de uma Bacia Hidrográfica	27
3.1 - Os Sete Pontos do Hidrograma Unitário segundo Snyder	32
4.1 - Relevo Digitalizado da Bacia de Teste	36
4.2 - Disposição Geográfica da Rede de Drenagem	37
4.3 - Hidrograma Correspondente ao Experimento 1	40
4.4 - Hidrogramas Unitários Correspondentes ao Experimento 1 ...	41
4.5 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente ao Experimento 1	42
4.6 - Hidrogramas Unitários Correspondentes ao Experimento 2 ...	44
4.7 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente ao Experimento 2	45
4.8 - Hidrogramas Unitários Correspondentes ao Experimento 3 ...	47
4.9 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente ao Experimento 3	48

4.10 - Relação entre Tempo de Atraso e Intensidade da Precipitação	53
A.1 - Fluxograma Simplificado do Modelo SDE	59
B.1 - Modificação do Ramo Descendente do Hidrograma	70
C.1 - Esquema de Definição das Variáveis	73
C.2 - O Plano $x - t$	76
D.1 - Gráfico da Função $f(c)$	83

TABELAS

2.1 - Digitalização do Tipo de Célula	18
4.1 - Parâmetros da Bacia de Teste	38
4.2 - Vazão de Pico como Função da Intensidade da Precipitação ..	51
4.3 - Tempo de Pico como Função da Intensidade da Precipitação ..	52
4.4 - Tempo de Atraso como Função da Intensidade da Precipitação	52

SÍMBOLOS

- A - área da bacia hidrográfica, $[L^2]$
- A_b - área de base da célula, $[L^2]$
- A_c - área da célula do canal, $[L^2]$
- A_k - área de escoamento relativa ao ciclo K, $[L^2]$
- AREA - área sob o hidrograma unitário, $[L]$
- a - coeficiente de amortecimento, $[T^{-1}]$
- a - constante adimensional da função Pearson tipo III
- b - constante usada na equação 2.3, $[L^{-1}]$
- C_o - coeficiente de cisalhamento
- C_p - porcentagem de área com vegetação em relação a área total
- C_p - coeficiente de Snyder
- C_t - coeficiente de Snyder
- c - constante da função Pearson tipo III, $[T]$
- c_{inf} - ponto de inflexão da função que representa o desvio entre a área sob o hidrograma e o escoamento total
- c_{min} - ponto de mínimo da função que representa o desvio entre a área sob o hidrograma e o escoamento total.
- c_n - n-ésima estimativa para o valor do parâmetro c
- D - diferença de nível entre duas células consecutivas, $[L]$
- d - desvio de $\underline{a}$ em relação ao valor, em torno do qual se desenvolveu a série de Taylor.
- E_a - taxa de evaporação por unidade de área, $[LT^{-1}]$
- F_o - capacidade de infiltração inicial (máxima), $[LT^{-1}]$

- F_c - capacidade de infiltração mínima, $[LT^{-1}]$
- F_k - capacidade de infiltração durante o ciclo K, $[LT^{-1}]$
- g - aceleração da gravidade, $[LT^{-2}]$
- H_k - altura de água no instante $t_0 + K\Delta t$, $[L]$
- H_{k_1} - altura de água, após a precipitação, $[L]$
- H_{k_2} - altura de água, após a interceptação, $[L]$
- H_{k_3} - altura de água, após a infiltração, $[L]$
- H_{k_4} - altura de água, após o escoamento, $[L]$
- h - profundidade do escoamento em canais, $[L]$
- h_i - altura transferida para a i-ésima célula, $[L]$
- h_k - soma das contribuições de água, em altura, provenientes das vizinhas mais altas, relativas ao ciclo K, $[L]$
- h_k^s - altura de água transferida à saída da bacia durante o ciclo K, $[L]$
- h_t - derivada parcial da profundidade com respeito ao tempo, $[LT^{-1}]$
- h_x - derivada parcial da profundidade com respeito à distância
- I_k - intensidade da chuva no intervalo de tempo compreendido no ciclo K, $[LT^{-1}]$
- K - designação de um ciclo genérico
- K - fator de conversão de unidades, $[L^2]$
- L - largura da célula, $[L]$
- L - comprimento do canal principal, $[L]$

- L_{ca} - distância, ao longo do canal, desde a saída da bacia até o centróide da área de drenagem, $[L]$
- ℓ_i - limitante da altura de água a ser recebida pela i-ésima vizinha, $[L]$
- n - coeficiente de rugosidade de Manning, $[L^{-1/3} T]$
- nv - número de células vizinhas mais baixas
- P - quantidade de chuva acumulada até o final do ciclo K, $[L]$
- P_r - período de ascensão do hidrograma unitário, $[T]$
- Q - vazão na saída da bacia hidrográfica, $[L^3 T^{-1}]$
- Q_k - vazão para o ciclo K, $[L^3 T^{-1}]$
- $Q_{k,i}$ - vazão relativa ao ciclo K, na direção da i-ésima vizinha, $[L^3 T^{-1}]$
- Q_k^S - vazão média durante o ciclo K na saída da bacia hidrográfica, $[L^3 T^{-1}]$
- Q_p - vazão de pico do hidrograma unitário, $[L^3 T^{-1}]$
- Q_{7i} - vazão correspondente aos sete pontos obtidos pelo método de Snyder, $[L^3 T^{-1}]$
- q - taxa de entrada lateral, $[L T^{-1}]$
- R - número de Reynold
- r - raio hidráulico, $[L]$
- S - inclinação
- S_v - capacidade de armazenamento na vegetação, $[L]$
- SF - perda de carga
- s - soma dos erros quadráticos, $[L^6 T^{-2}]$

- t - tempo, $[T]$
- t_p - tempo desde o início da chuva até o pico do hidrograma, $[T]$
- t_p - tempo de atraso da bacia hidrográfica, $[T]$
- t'_p - valor corrigido do tempo de atraso da bacia hidrográfica, $[T]$
- t_R - tempo de duração da chuva, $[T]$
- t_r - tempo padrão de duração da chuva, $[T]$
- u - velocidade de escoamento em canais, $[L T^{-1}]$
- u_t - derivada parcial da velocidade com respeito ao tempo, $[L T^{-2}]$
- u_x - derivada parcial da velocidade com respeito à distância, $[T^{-1}]$
- V_k - total de interceptação até o instante $t_0 + K\Delta t$, $[L]$
- v - coeficiente de correção para o valor do parâmetro a
- v_k - velocidade de escoamento durante o ciclo K , $[L T^{-1}]$
- x - distância ao longo do canal, $[L]$
- W_{50} - largura do hidrograma tomada na ordenada correspondente a 50% da vazão de pico, $[T]$
- W_{75} - largura do hidrograma tomada na ordenada correspondente a 75% da vazão de pico, $[T]$
- γ - peso específico, $[L^{-2} M T^{-2}]$
- Δt - intervalo de tempo, $[T]$
- ν - viscosidade cinemática, $[L^2 T^{-1}]$

ρ - massa específica, $[L^{-3}M]$

τ - tensão de cisalhamento, $[L^{-1} M T^{-2}]$

RESUMO

Um modelo matemático dinâmico, representando o comporta
mento de uma bacia hidrográfica após a ocorrência de uma precipitação,
é apresentado. O modelo é resolvido pela técnica de simulação de sistema
s e a computação numérica é feita através de um computador digital.

Dadas as características da bacia e as da chuva, o mode
lo fornece o estado do sistema em intervalos sucessivos de tempo. Tal
estado é caracterizado, entre outras coisas, pelo nível de água nos divi
ersos pontos da bacia, velocidade do escoamento nos canais de drenagem
e vazão na saída da bacia.

A avaliação do modelo é feita através de um método consa
grado em Hidrologia, o Método de Snyder, que também é descrito neste traba
lho.

Os resultados obtidos evidenciam que a aplicação da téc
nica de simulação de sistemas é viável na solução de problemas em Hidrolo
gia.

ABSTRACT

A dynamic mathematical model representing the behavior of a drainage basin is presented. The numeric technique employed to solve the model is a system simulation and the numerical computation is carried out by means of a digital computer.

Given the characteristics of the basin and the rainfall, the model shows the state of the system as a function of time. Such a state is characterized, among other things, by the water depth at any point of the basin, the velocity of the streams, and the discharge at the mouth of the basin.

The performance of the model is judged with the help of a well established method in Hydrology - Snyder's Method -, which is also described.

The results obtained demonstrate that the use of system simulation techniques is feasible for the solution of problems in Hydrology.

INTRODUÇÃO

O trabalho aqui apresentado aborda um problema na área de Hidrologia, no qual se estuda o comportamento de uma bacia hidrográfica quando são conhecidos seus parâmetros relevantes. Segundo Chow (1964), uma bacia hidrográfica é um sistema aberto tendendo a uma morfologia invariante. Um sistema aberto importa e exporta matéria e energia através de suas fronteiras e precisa transformar energia continuamente para se manter em operação. Numa bacia de drenagem, a superfície compreendida dentro dos limites do perímetro da bacia constitui uma fronteira do sistema, através da qual a precipitação é importada. Descarga sôlida e excesso de precipitação deixam o sistema através da saída da bacia.

Um sistema pode ser estudado através de experimentação. Entretanto, muitas vezes, essa possibilidade se mostra inviável, por problemas de custo, risco, tempo, etc. Nestes casos, a análise deve ser conduzida utilizando-se de modelos, os quais constituem o conjunto de informações sobre o sistema, necessárias para os propôsitos do estudo.

Em muitos estudos, para se alcançar os objetivos propostos, não é necessário considerar todos os aspectos do sistema. Portanto, um modelo é uma representação simplificada do mesmo. Nestes termos, o modelo aqui apresentado não leva em consideração, entre outras coisas, a descarga sôlida anteriormente citada, pois ela não é relevante aos prop

pósitos estabelecidos. Também considera-se a hipótese de estar a bacia hidrográfica com sua morfologia invariante durante o tempo de estudo.

Dentre as características do modelo proposto, pode-se dizer que se trata de um modelo matemático, pois as partes do sistema são nele representadas por funções matemáticas. Além disso, tal modelo é dinâmico, pois representa um sistema que não está em equilíbrio, já que seu estudo é feito durante a fase transitória compreendida desde o início da precipitação até o final do escoamento do excesso de chuva.

Um modelo pode ser resolvido analiticamente ou, se necessário, numericamente, dependendo da sua natureza. Observa-se no modelo em questão que foi utilizada uma solução numérica. Uma vantagem deste tipo de solução é a de permitir a adoção de um menor número de hipóteses simplificadoras, além de, em certos casos, ser a única forma passível de aplicação.

A técnica de resolver um modelo matemático dinâmico através de solução numérica que permite o conhecimento do estado do sistema ao longo do tempo, é chamada simulação de sistemas (Gordon, 1969). Como foi visto, o modelo em apreço é matemático, dinâmico e é resolvido numericamente. Além disso, ele fornece o estado da bacia hidrográfica em qualquer instante. Consequentemente a técnica utilizada na solução do modelo é uma simulação de sistemas.

1. GENERALIDADES

A Hidrologia é a parte da ciência que se preocupa com a ocorrência e movimento das águas, suas propriedades químicas e físicas e sua interação com o meio ambiente (Eagleson, 1970).

1.1 - Ciclo Hidrológico

O movimento cíclico das águas dos mares e rios para a atmosfera e a consequente precipitação denomina-se Ciclo Hidrológico (Wilson, 1969), o qual é esquematizado na Figura 1.1.

1.2 - Modelo para Simulação da Dinâmica do Escoamento

O trabalho aqui apresentado trata uma parte do Ciclo Hidrológico, mais precisamente, aquela relacionada com o movimento das águas sobre e sob a superfície da terra.

Em outras palavras, o modelo criado procura representar fisicamente e simular, de uma forma dinâmica, COMO e PARA ONDE escoam as águas das chuvas. Desta maneira, este modelo será referenciado como Modelo SDE (Simulação da Dinâmica do Escoamento). Consequentemente, somente a parte do Ciclo Hidrológico relacionada com a chuva e suas conse

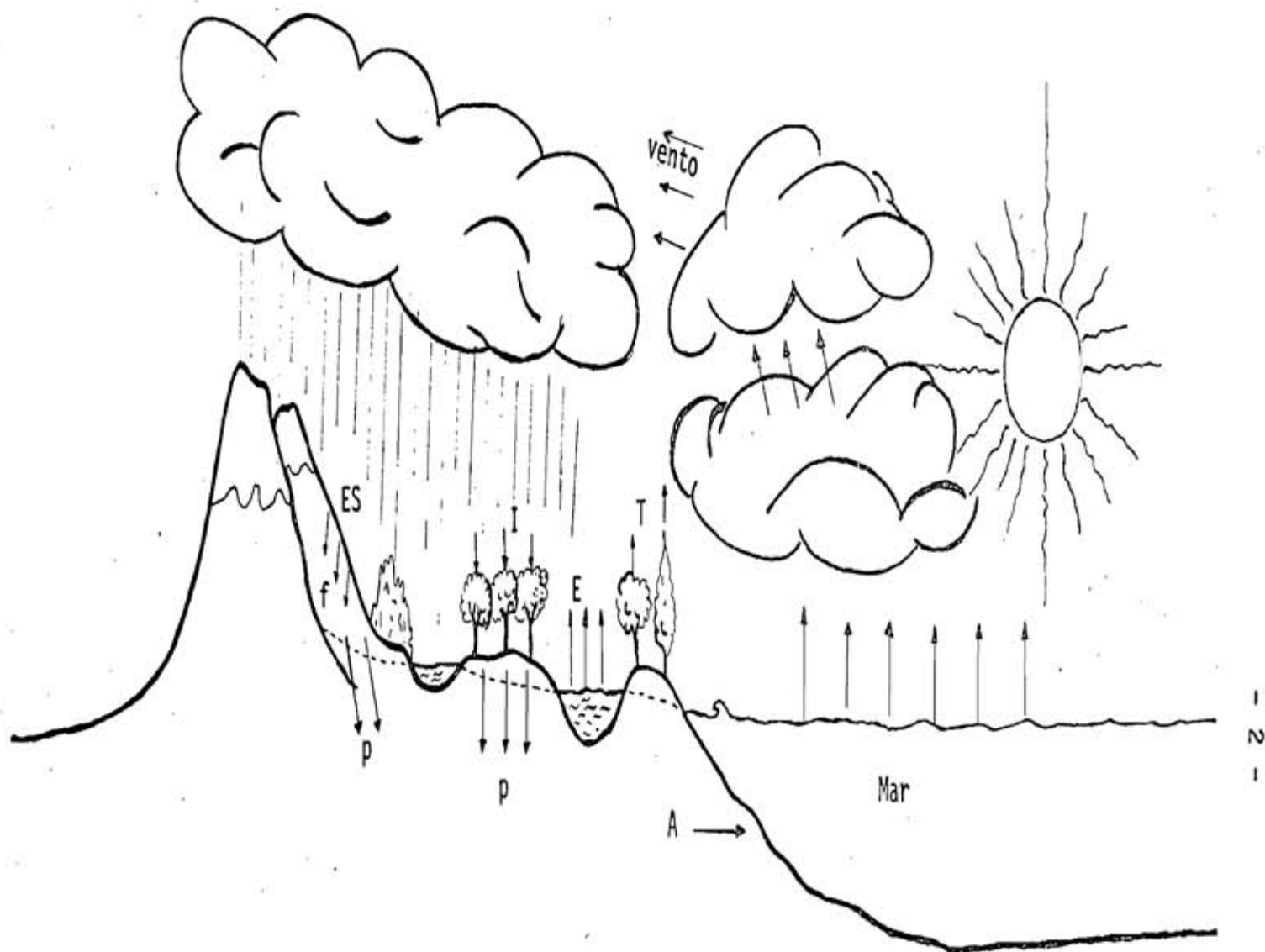


Figura 1.1 - Ciclo Hidrológico (onde ES significa escoamento superficial, I interceptação, E evaporação, T transpiração, f infiltração, p percolação, A fluxo do aquífero).

quências imediatas será tratada. Por este motivo, os fenômenos que pouco influenciam esta parte do ciclo não serão considerados. Esta é a razão do modelo não se preocupar especificamente com o movimento das águas subterrâneas.

Também a possibilidade da precipitação ser em forma de neve não será levada em conta. Isto porque no Brasil são desprezíveis as ocorrências deste tipo de precipitação.

1.3 - Método de Snyder

Para uma avaliação do Modelo SDE implementou-se um outro, que, a princípio deveria apresentar resultados confiáveis. Desta maneira, tal modelo deveria estar baseado essencialmente em técnicas já consagradas e suficientemente testadas. Nestas condições, o método de Snyder (Snyder, 1938) mostrou-se o mais indicado.

Em poucas palavras, o método de Snyder consiste em obter alguns pontos do hidrograma de uma determinada precipitação - Figura 1.2. O cálculo destes pontos é baseado em alguns parâmetros da bacia hidrográfica e da chuva.

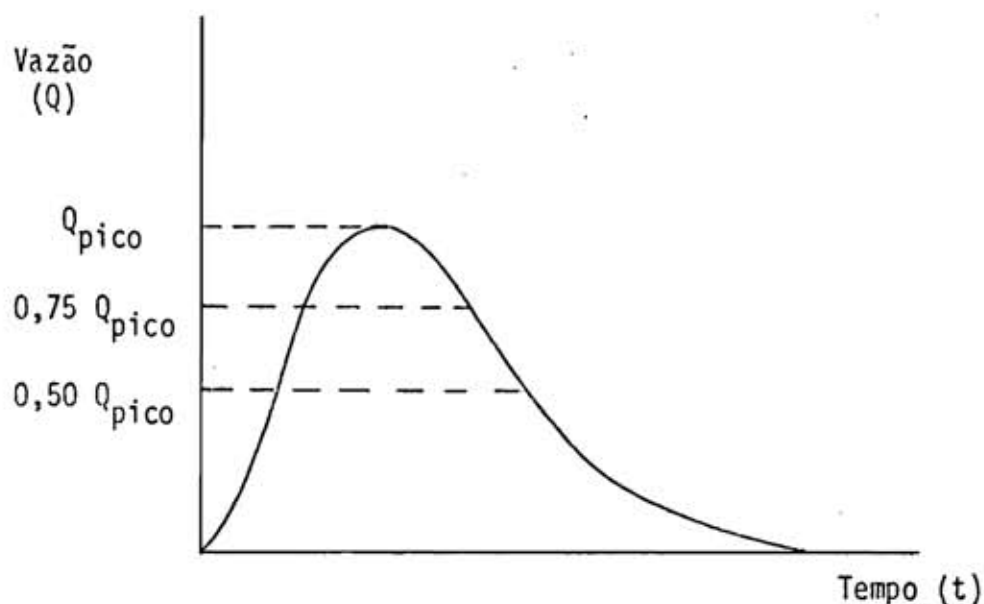


Figura 1.2 - Hidrograma segundo Snyder

1.4 - Avaliação dos Resultados

A avaliação preliminar do Modelo SDE, por comparação de hidrogramas obtidos do mesmo com hidrogramas gerados pelo método já consagrado de Snyder, é necessária, principalmente, pelo fato de não ser ele simplesmente um refinamento de anteriores. Em outras palavras, o Modelo SDE aborda o fenômeno de escoamento de águas de uma forma diferente das encontradas na bibliografia.

A utilização de hidrogramas para avaliação de modelos é válida, pois, como se sabe, o comportamento da vazão com o tempo fornece uma ampla gama de informações. Entre outras coisas, ele permite determinar com razoável precisão o formato e inclinação da bacia e o tempo de chuva.

Neste ponto deve-se dizer que o Modelo SDE fornece muito mais informações do que o método de Snyder. Enquanto este último permite somente a construção de um hidrograma, o primeiro dá a situação física da bacia em qualquer instante. Por situação física entenda-se o nível de água em qualquer ponto, a velocidade de escoamento nos canais de drenagem e a ordenada do hidrograma da bacia entre outras coisas.

2. MODELO SDE

2.1 - Considerações Gerais

O Modelo SDE aborda uma parte do ciclo hidrológico, qual seja, aquela compreendida entre a precipitação e o subsequente escoamento sobre e sob a superfície. A Figura 2.1 ilustra a sequência dos fenômenos que o Modelo SDE procura simular de uma forma dinâmica. As principais variáveis consideradas no modelo são: precipitação, escoamento superficial, interceptação, infiltração e evaporação.

Como se pode acompanhar pela Figura 2.2, do total de água que se precipita sobre a superfície, uma parte se perde, através da evaporação e interceptação pela vegetação; uma outra parte se infiltra e a restante se escoa superficialmente, formando a corrente superficial. Da quantidade infiltrada, uma parte percola até o aquífero e outra escoar próximo à superfície, constituindo a corrente sub-superficial. Parte dessa corrente pode retornar rapidamente à superfície, passando a constituir, juntamente com a corrente superficial, o fluxo direto. O restante da corrente sub-superficial junta-se ao fluxo do aquífero, constituindo o fluxo de base. Finalmente o fluxo direto com o fluxo de base constituem o fluxo total. O Modelo SDE aborda o fenômeno da precipitação de acordo com o acima descrito.

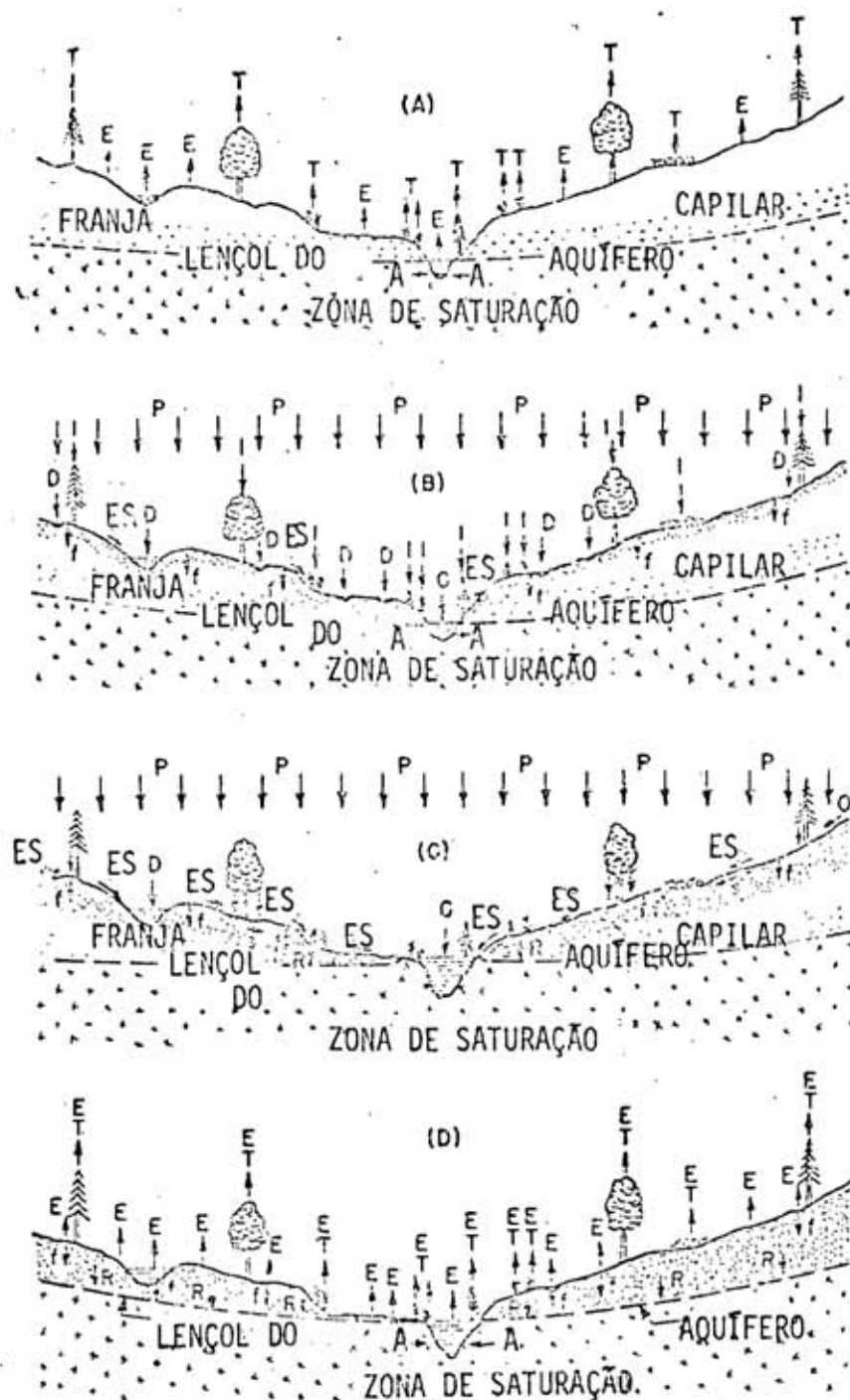


Figura 2.1 - Sequência de Cortes, representando Instantes Característicos de cada Fase do Ciclo do Escoamento (onde T significa transpiração, E evaporação, A fluxo do aquífero, P precipitação, I interceptação, D armazenamento nas depressões, ES escoamento superficial, f infiltração, C precipitação em canais, S escoamento sub-superficial, R recarga do aquífero).

Fonte: Linsley et al. (1949).

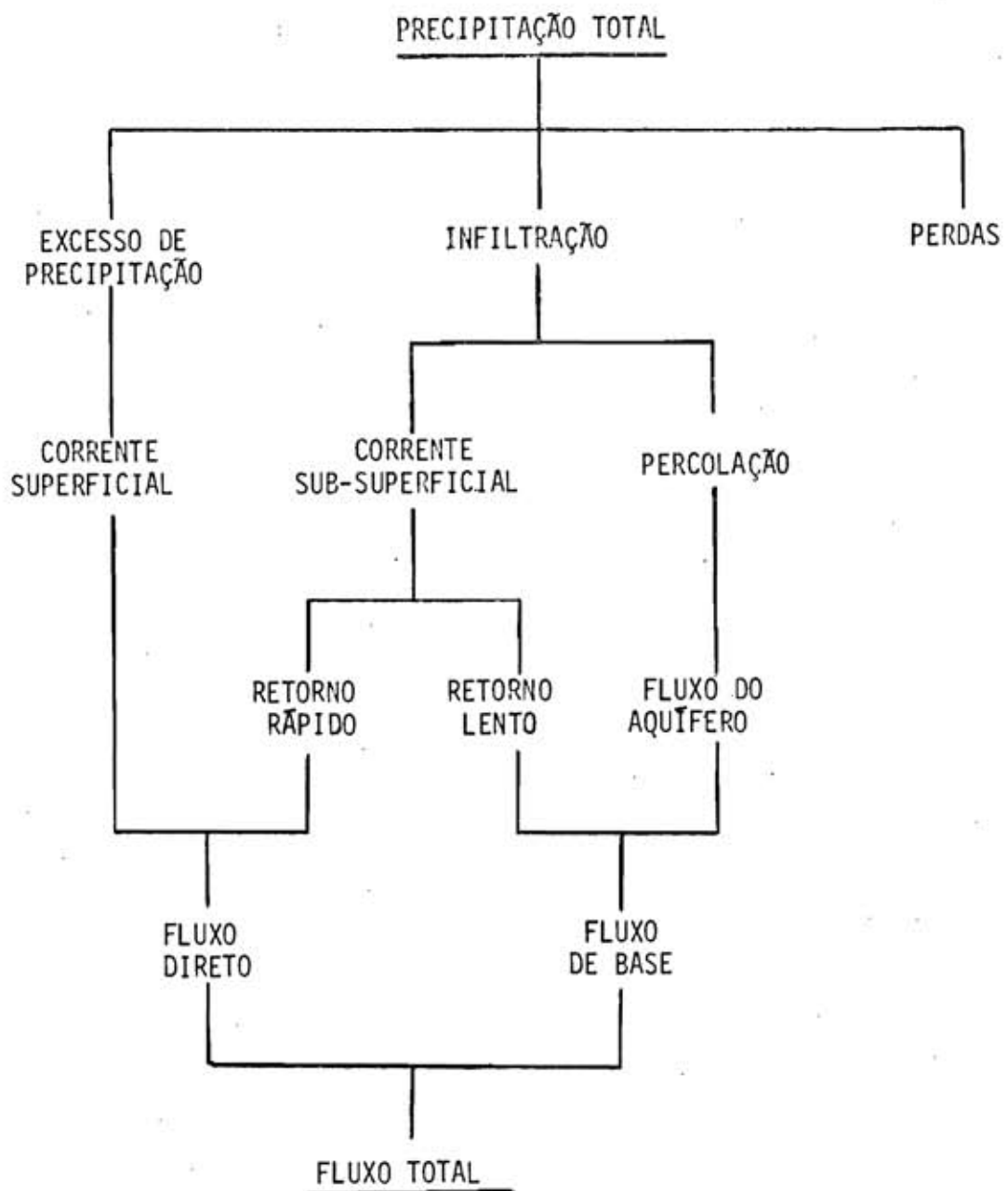


Figura 2.2 - Árvore de Decomposição da Precipitação

De uma forma simplificada, a Figura 2.3 esquematiza o Modelo SDE.

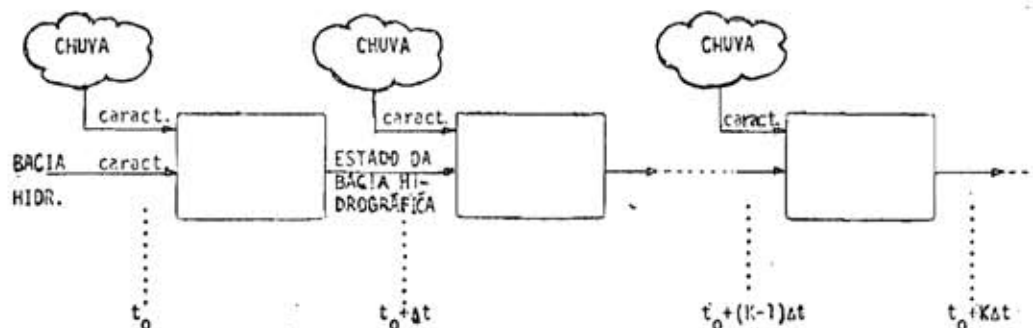


Figura 2.3 - Modelo SDE (Esquema Simplificado)

Dadas as condições de uma bacia hidrográfica num certo instante t (condições estas função das características da bacia e da chuva), o Modelo SDE se preocupa em determinar as condições no instante $t + \Delta t$. As modificações que se processam entre os instantes t e $t + \Delta t$ baseiam-se nas características físicas do fenômeno do escoamento de águas.

Portanto, o Modelo SDE se preocupa em saber como se processam e quais são as alterações ocorridas na bacia hidrográfica, de instante para instante. Esta é a característica principal do Modelo SDE. Resumindo, pode-se dizer que tal modelo procura simular o comportamento dinâmico do fenômeno do escoamento de águas, levando em consideração seus aspectos físicos.

2.2 - Entradas e Saídas do Modelo SDE

Como se pode observar na Figura 2.3, as entradas do modelo são as características da bacia hidrográfica e as da chuva.

As principais características de interesse para o estudo (a maioria das quais consideradas pelo modelo SDE) são as seguintes:

Bacia Hidrográfica:

- . relevo
- . capacidade de infiltração
- . capacidade de armazenamento nas depressões
- . rede de drenagem (rios, canais, etc)
- . reservatórios hídricos (lagos, açudes, etc)
- . área total
- . áreas cobertas com diferentes vegetações
- . áreas urbanas
- . forma da bacia
- . declividade - inclinação
- . taxa de evaporação
- . tipo de solo

Chuva:

- . intensidade da precipitação como função do tempo
- . distribuição da precipitação em relação à bacia

- . precipitação precedente

Entende-se por estado da bacia hidrográfica, representado na Figura 2.3 como saída do Modelo SDE, o conjunto das características abaixo descritas:

- . nível de água em qualquer parte da bacia
- . velocidade do escoamento superficial
- . velocidade do escoamento nos canais de drenagem
- . vazão em qualquer ponto dos canais de drenagem, inclusive na saída da bacia hidrográfica, possibilitando a confecção do hidrograma.

2.3 - Estrutura Básica

A dificuldade que surge, frequentemente, na análise do comportamento de um sistema é a de estabelecer um modelo que represente, da melhor maneira possível, a realidade do fenômeno em estudo. Quando se pretende que este modelo simule o fenômeno, esta dificuldade fica ainda maior, por exigir que o modelo se torne o mais flexível possível no que diz respeito às suas entradas. Isto porque Simulação pode ser muito bem conceituada ao se procurar responder à pergunta "Que aconteceria se ..." (Parker, 1969). Além disto, se o fenômeno estudado for físico e abranger amplamente outros fenômenos da mesma natureza, o problema que aparece é a composição harmônica dos aspectos isolados em termos globais. Geralmente, estes aspectos já estão bem estudados e se encontram estruturados na bibliografia. Assim é que se conhece razoavelmente a natureza da infiltração, movimento de águas sobre e sob a superfície, evaporação, insolação, etc. Mas quando o problema for o estudo do fenômeno global, levando em conta todos estes aspectos, resultados aparentemente paradoxais podem ser obtidos devido à interação entre os componentes isolados. Assim, em geral, a soma dos efeitos que seriam observados isoladamente não é igual ao comportamento do todo. No entanto, para intervalos de tempo suficientemente pequenos, pode-se estudar isoladamente todas as partes e superpor os resultados para estes intervalos de tempo.

Esta solução é particularmente interessante em modelos dinâmicos, os quais representam sistemas quando em funcionamento. Desta

maneira, pode-se saber o estado destes sistemas em um instante qualquer (na realidade, em um intervalo de tempo qualquer).

Por outro lado, existem as influências posicionais (variação das características de ponto a ponto) e a solução é a adoção do estudo local através do particionamento da região em observação. Esta rede permitirá a divisão da região em sub-regiões, mutuamente excludentes e exaustivas, que serão chamadas de células.

Do exposto acima, conclui-se que o Modelo SDE deverá comportar todos os fenômenos hidrológicos relacionados, para um intervalo particular de tempo e para uma célula particular da região.

A varredura célula-célula num intervalo de tempo será chamada de ciclo para este intervalo. O ciclo K então transformará os valores das variáveis em todos os pontos do relevo no instante $t_0 + (K-1) \Delta t$ nos seus respectivos valores no instante $t_0 + K \Delta t$, onde t_0 é o tempo de início do estudo e Δt é o intervalo de tempo adotado.

A Figura 2.4 ilustra o conceito acima.

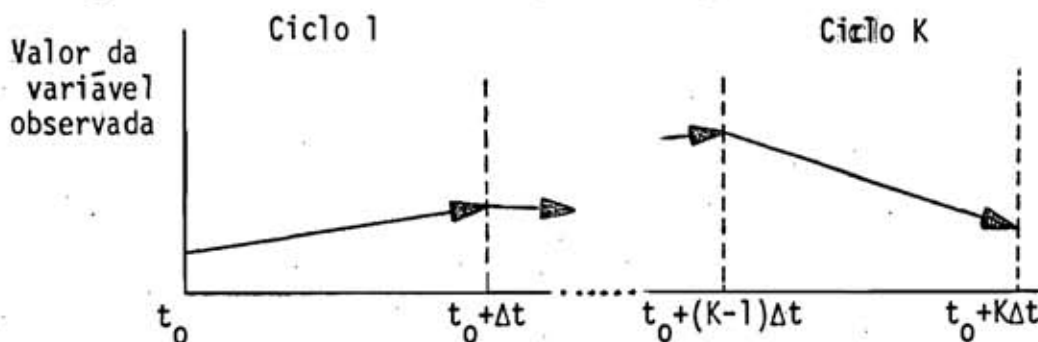


Figura 2.4 - O Ciclo K

As variáveis principais são o nível de água na célula, velocidade local de escoamento, taxa de infiltração, etc.

Considere-se, por exemplo, a célula (i, j) e suas vizinhas, como na Figura 2.5.

	$(i-1, j)$	
$(i, j-1)$	(i, j)	$(i, j+1)$
	$(i+1, j)$	

Figura 2.5 - A Célula (i, j) e suas Vizinhas

Da quantidade total de água encerrada na célula (i, j) no instante $t_0 + (K-1) \Delta t$, uma parte deslocar-se-á para as vizinhas mais baixas, outra irá se evaporar, uma terceira infiltrar-se-á e uma última ficará retida. Além disto, a célula recebe água da queda de chuva direta, já descontada a parte interceptada pela vegetação e das vizinhas mais altas. A quantidade de água nesta célula no instante $t_0 + K\Delta t$ será, portanto, o balanço das entradas e saídas mencionadas. Em consequência, a transformação envolvida no ciclo K será:

$$q_k = q_{k-1} - d_b - e - f + c + d_a \quad (2.1)$$

onde q_k - quantidade de água no instante $t_0 + K\Delta t$
 q_{k-1} - quantidade de água no instante $t_0 + (K-1)\Delta t$
 d_b - parte que se desloca para as vizinhas mais baixas
 e - parte que se evapora
 f - parte que se infiltra
 c - chuva direta sobre a célula
 d_a - contribuição das vizinhas mais altas

O mesmo raciocínio pode ser estendido às outras variáveis, como se verá nas seções posteriores.

2.4 - Descrição do Modelo

A descrição do Modelo SDE será baseada na Figura 2.6, na qual se encontra um fluxograma propositadamente resumido de maneira a facilitar a compreensão dos diversos passos envolvidos no modelo. Um fluxograma com um nível maior de detalhamento é encontrado no Apêndice A.

O processamento se desenvolve da seguinte maneira:

1. Inicialmente são lidos os dados de entrada. Estes dados consistem das características da bacia hidrográfica e da chuva (v. seção 2.2) já digitalizadas. Esta digitalização compreende, por exemplo, a associação do relevo a uma matriz onde são armazenadas as cotas das células (v. seção 2.3). Por sua vez, a rede de drenagem é representada por outra matriz, na qual a distinção entre os diversos tipos de células é feita através da tabela 2.1.

Os outros dados usados no processamento são os coeficientes e parâmetros necessários para caracterizar as propriedades hidráulicas de uma célula e da bacia como um todo. Com relação às células, os dados consistem de suas dimensões, coeficiente de rugosidade de Manning e taxa de infiltração. Os dados da bacia incluem a porcenta

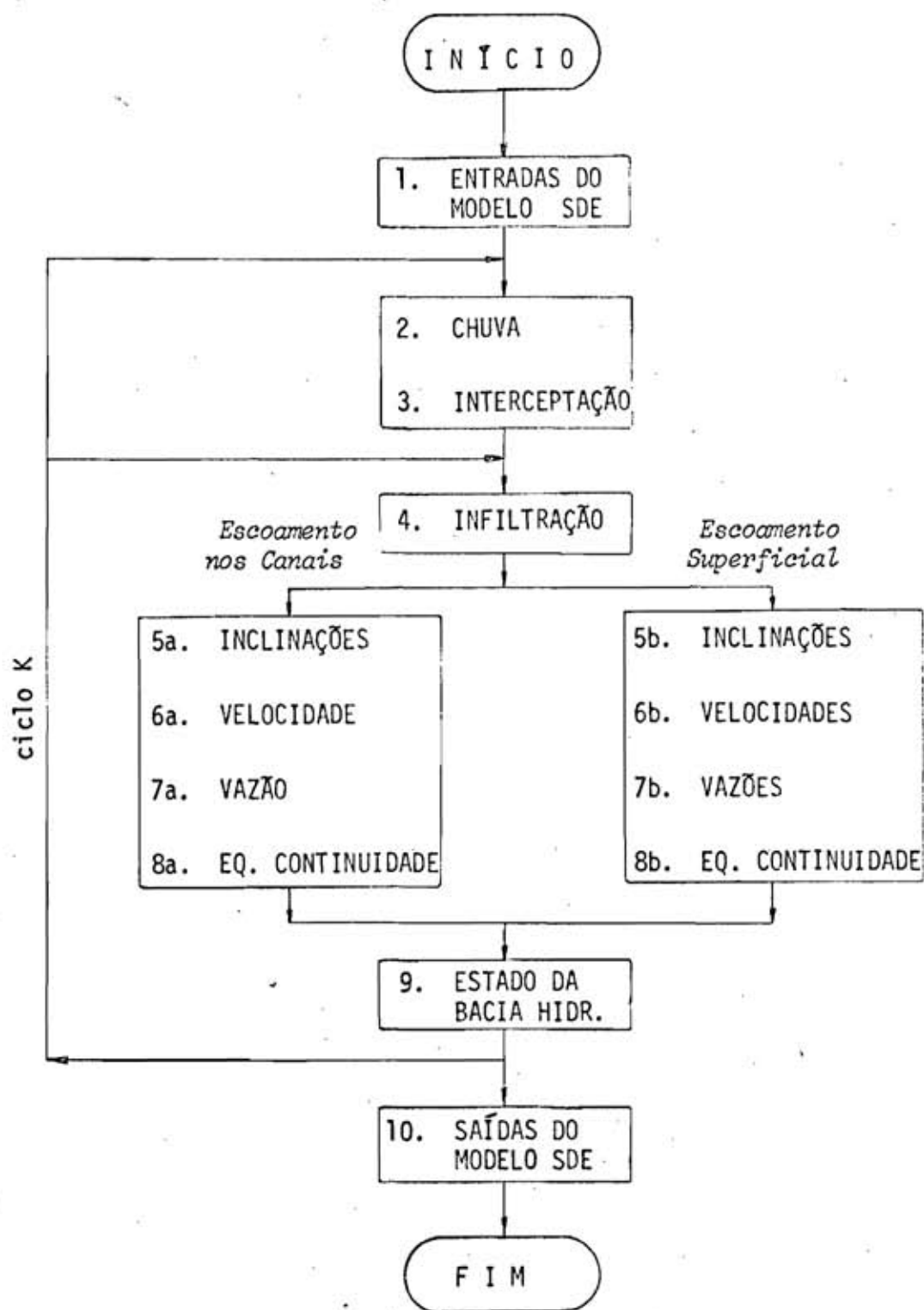


Figura 2.6 - Fluxograma Esquemático do Modelo SDE

gem de área com vegetação em relação à área total, capacidade de armazenamento na vegetação e a taxa de evaporação. Com respeito à chuva, é fornecido o hietograma para cada célula.

Tabela 2.1 - Digitalização do Tipo de Célula

Tipo de Célula	Dígito Associado
Não pertencente a um canal	0
Pertencente a um canal	1
Não pertencente à bacia hidrográfica	2

2. A quantidade de água, em altura, é adicionada a todas as células de acordo com o hietograma:

$$H_{K_1} = H_{K-1} + I_K \cdot \Delta t \quad (2.2)$$

onde H_{K_1} - altura de água após a precipitação

H_{K-1} - altura de água no instante $t_0 + (K-1) \Delta t$

I_K - intensidade da chuva no intervalo de tempo compreendi
do no ciclo K

Δt - intervalo de tempo

3. A interceptação é computada pela expressão 2.3 sugerida por Horton (1919).

$$V_K = (S_v + C_p E_a t_R) (1 - e^{-b \cdot P}) \quad (2.3)$$

onde V_K - total de interceptação até o instante $t_0 + K \Delta t$

S_v - capacidade de armazenamento na vegetação

C_p - porcentagem de área com vegetação em relação à área to
tal

E_a - taxa de evaporação por unidade de área

t_R - tempo de duração da chuva

P - quantidade de chuva acumulada até o final do ciclo K

b - constante dada pela expressão 2.4

$$b = \frac{1}{S_v + C_p E_a t_R} \quad (2.4)$$

A quantidade interceptada durante o ciclo K será, portanto, $(V_K - V_{K-1})$.

Essa quantidade deve ser subtraída da altura de água existente em cada célula.

$$H_{K2} = \text{Max} (H_{K1} - (V_K - V_{K-1}), 0) \quad (2.5)$$

onde H_{K_2} - altura de água, descontada a interceptação

4. A infiltração é calculada pela função de Horton (Linsley et al., 1949) e subtraída da quantidade de água existente sobre cada célula:

$$H_{K_3} = H_{K_2} - F_K \cdot \Delta t \quad (2.6)$$

onde H_{K_3} - altura de água sobre cada célula após a infiltração.

F_K - capacidade de infiltração durante o ciclo K, dada pela equação 2.7

$$F_K = F_c + (F_o - F_c) e^{-at} \quad (2.7)$$

onde F_c - capacidade de infiltração mínima

F_o - capacidade de infiltração inicial (máxima)

a - coeficiente de amortecimento

t - tempo decorrido desde o início da chuva

No caso em que a quantidade a ser infiltrada for maior do que a altura de água sobre a célula, faz-se $H_{K_3} = 0$.

Neste ponto o ciclo K para o escoamento é iniciado. Aqui, a análise será conduzida levando-se em conta o tipo de célula. Uma célula não pertencente à bacia não será levada em consideração. Se pertencer a um canal serão seguidos os passos 5a, 6a, 7a e 8a, caso contrário

seguir-se-ão os passos 5b, 6b, 7b e 8b.

5a. Calcula-se a inclinação de cada célula na direção do escoamento

$$S = \frac{D}{L} \quad (2.8)$$

onde: S - inclinação - v. figura 2.7

D - diferença de nível entre duas células consecutivas

L - largura da célula

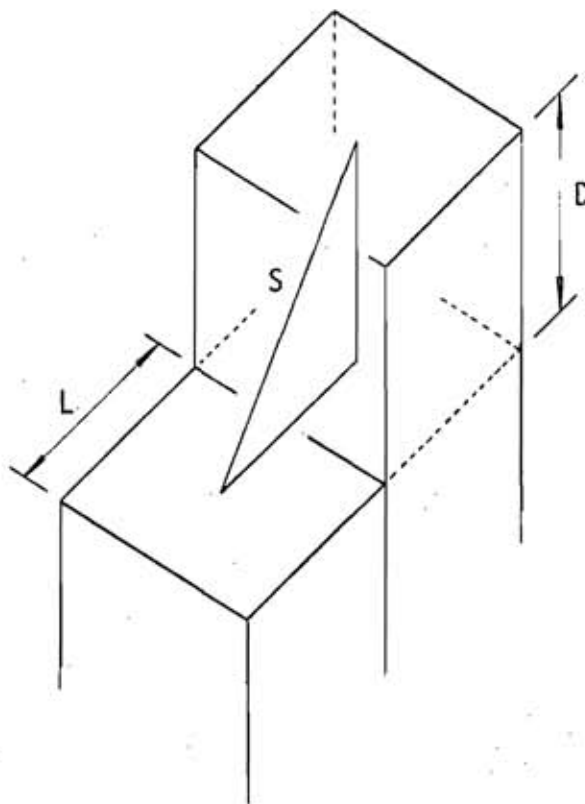


Figura 2.7 - Inclinação no Canal

- 6a. A velocidade de escoamento $\bar{v}$ é calculada pela fórmula empírica de Manning (Webber, 1968)

$$v_K = \frac{1,486}{n} r^{2/3} S^{1/2} \quad (2.9)$$

onde: v_K - velocidade de escoamento durante o ciclo K
 r - raio hidráulico
 n - coeficiente de rugosidade de Manning

Na expressão 2.9, as grandezas se encontram no sistema pés-segundo.

- 7a. Através da velocidade de escoamento e das dimensões da célula, computa-se a vazão para o ciclo K.

$$Q_K = v_K \cdot A_K \quad (2.10)$$

onde Q_K - vazão para o ciclo K
 A_K - área de escoamento relativa ao ciclo K

- 8a. A equação da continuidade é utilizada para se determinar a quantidade, em altura, da água que permanece na célula, após o escoamento relativo ao ciclo K

$$H_{K4} = \text{Max} \left[H_{K3} - \frac{Q_K \cdot \Delta t}{A_c}, 0 \right] \quad (2.11)$$

onde: H_{K_4} - altura de água que permanece na célula, após o escoamento

A_c - área da célula do canal

Os passos 5b, 6b, 7b e 8b, descritos abaixo serão seguidos caso a célula analisada não pertença a um canal.

5b. Calculam-se as inclinações de cada célula nas direções do escoamento, i.e., em relação às vizinhas mais baixas. Esse cálculo é feito analogamente ao passo 5a.

6b. O cálculo da velocidade de escoamento em cada direção é conduzido de forma análoga ao passo 6a. exceto quanto ao valor do coeficiente de rugosidade de Manning, o qual é específico a cada tipo de célula.

7b. As vazões correspondentes a cada direção são computadas de maneira semelhante ao passo 7a.

8b. A altura de água, que permanece na célula após o escoamento, é calculada pela equação da continuidade

$$H_{K_4} = \text{Max} \left[H_{K_3} - \frac{\sum_{i=1}^{nv} Q_{k_i} \cdot \Delta t}{A_b}, 0 \right] \quad (2.12)$$

fica dada por

$$H_K = H_{K_4} + h_k \quad (2.15)$$

onde: H_K - altura de água, em cada célula, no instante $t_0 + K \Delta t$

h_k - soma das contribuições de água, em altura, provenientes das vizinhas mais altas, relativas ao ciclo K.

O processamento da altura de água foi separado nos passos 8a, 8b e 9 por motivos didáticos. Entretanto, no Modelo SDE, esses passos são processados ao mesmo tempo. Por outro lado, esse processamento é feito simultaneamente para todas as células, visto que se refere ao mesmo instante de tempo.

A vazão na saída da bacia hidrográfica também é calculada, com a finalidade de se obter a k-ésima ordenada do hidrograma resultante.

$$Q_K^S = \frac{h_K^S \cdot A_b}{\Delta t} \quad (2.16)$$

onde: Q_K^S - vazão média durante o ciclo K, calculada na saída da bacia hidrográfica

h_K^S - altura de água transferida à saída da bacia durante o ciclo K

fica dada por

$$H_K = H_{K_4} + h_k \quad (2.15)$$

onde: H_K - altura de água, em cada célula, no instante $t_0 + K \Delta t$

h_k - soma das contribuições de água, em altura, provenientes das vizinhas mais altas, relativas ao ciclo K.

O processamento da altura de água foi separado nos passos 8a, 8b e 9 por motivos didáticos. Entretanto, no Modelo SDE, esses passos são processados ao mesmo tempo. Por outro lado, esse processamento é feito simultaneamente para todas as células, visto que se refere ao mesmo instante de tempo.

A vazão na saída da bacia hidrográfica também é calculada, com a finalidade de se obter a k-ésima ordenada do hidrograma resultante.

$$Q_K^S = \frac{h_K^S \cdot A_b}{\Delta t} \quad (2.16)$$

onde: Q_K^S - vazão média durante o ciclo K, calculada na saída da bacia hidrográfica

h_K^S - altura de água transferida à saída da bacia durante o ciclo K

Para o processamento do ciclo $K+1$, o sistema é realimentado com o estado da bacia no tempo $t_0 + K \Delta t$. Se durante o ciclo $K+1$ estiver prevista uma precipitação, o processamento iniciará a partir do passo 2, inclusive. Caso contrário serão seguidos os passos de 4 a 9.

Este processamento é repetido até se alcançar o tempo reservado para o experimento.

10. De acordo com a opção de saída pode-se obter qualquer combinação dos resultados abaixo:

- . Sequência de instantâneos da superfície compreendida nos limites da bacia
- . Hidrograma da bacia
- . Comportamento da interceptação, infiltração e armazenamento nas depressões como função do tempo
- . Árvore de decomposição da precipitação, mostrando as quantidades acumuladas do excesso de precipitação, da interceptação, da infiltração e do armazenamento nas depressões e as suas porcentagens relativas à precipitação total.

Além disso, perspectivas da bacia hidrográfica, do tipo mostrado na Figura 2.8, permitiriam um acompanhamento visual das modificações que nela ocorrem durante o tempo de estudo.

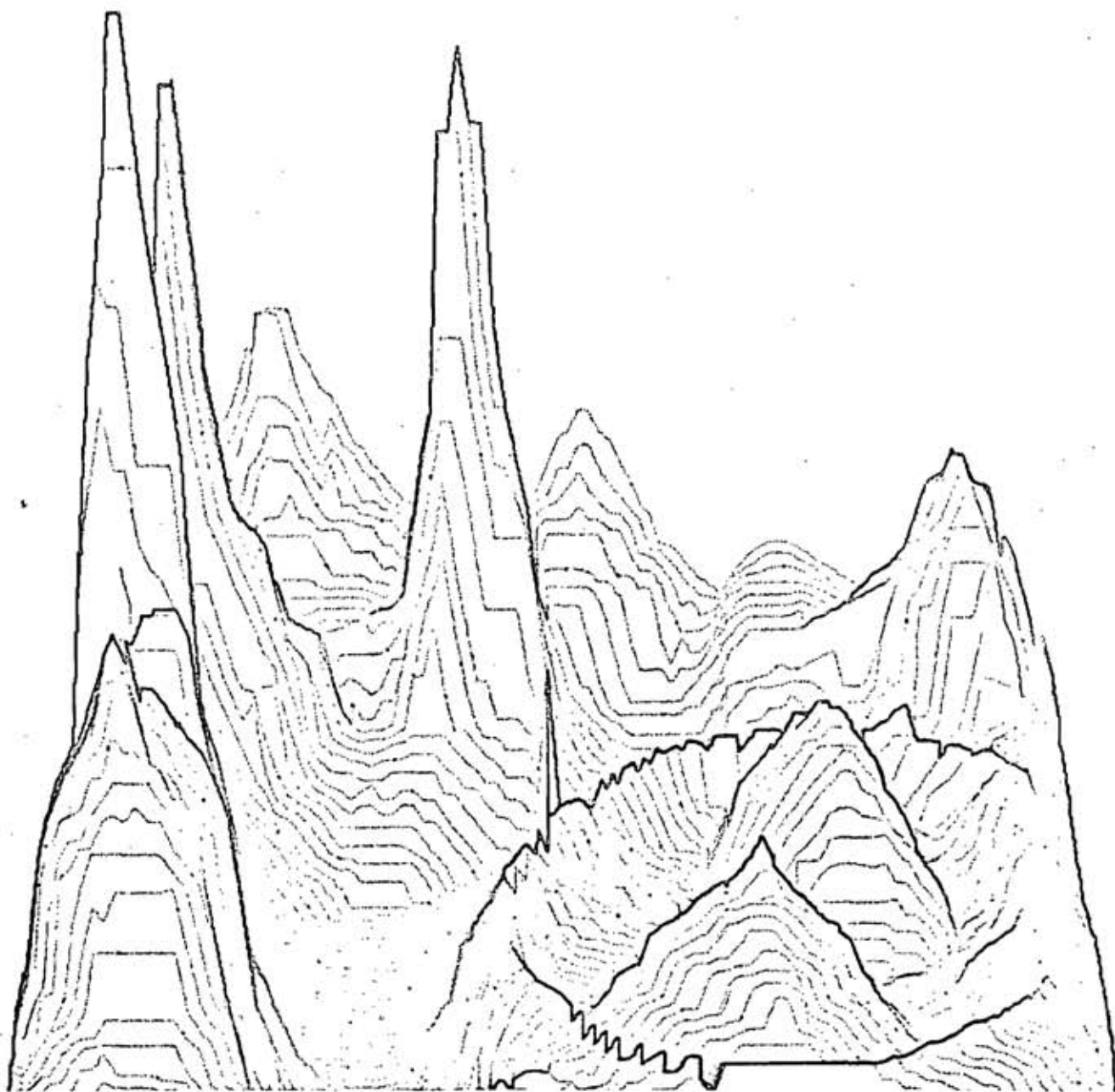


Figura 2.8 - Perspectiva de uma Bacia Hidrográfica.

Desenho obtido, a partir de um relevo digitalizado, por uma subrotina desenvolvida na DPD, INPE.

3. MÉTODO DE SNYDER

3.1 - Considerações Gerais

O desenvolvimento de um modelo de simulação na área de Hidrologia - Modelo SDE - trouxe consigo uma dificuldade, qual seja, a avaliação de sua performance. Isto se deve, primeiramente, à aparente não existência de modelos nesta área que forneçam o mesmo tipo de resultado, e que possibilitem uma comparação. Além disto, a avaliação no campo mostrou-se inviável, devido à dificuldade de se obter alguns dados, tais como características de bacias hidrográficas e respectivos hidrogramas.

Como solução, utilizou-se o método de Snyder, para possibilitar uma avaliação do Modelo SDE. Este método baseia-se em equações empíricas para gerar hidrogramas.

Tais equações utilizam apenas certas características da bacia hidrográfica em estudo, sendo estas características de fácil obtenção.

A avaliação do Modelo SDE através do método de Snyder é justificável pois este é um método clássico e consagrado em Hidrologia.

3.2 - Descrição do Método

O método de Snyder consiste basicamente em se determinar, através de equações empíricas (Snyder, 1938), o tempo de atraso da bacia hidrográfica em estudo e a descarga de pico do hidrograma unitário para um determinado tempo de base.

Com o auxílio destas duas grandezas e mais algumas características dos hidrogramas em geral, consegue-se sintetizar um hidrograma unitário para a bacia hidrográfica.

3.2.1 - As equações de Snyder

Snyder desenvolveu, em 1938, baseado em dados obtidos de uma determinada bacia hidrográfica, um conjunto de equações relacionando características daquela bacia. Tais equações se mostraram aplicáveis a outras regiões, bastando para isto, que se escolhessem convenientemente alguns coeficientes.

As equações correspondentes ao tempo de atraso da bacia e descarga de pico são, respectivamente:

$$t_p = C_t (L.L_{ca})^{0,3} \quad (3.1)$$

$$e \quad Q_p = 640 \frac{C_p A}{t_p} \quad (3.2)$$

- onde:
- t_p - tempo de atraso da bacia, em horas
 - Q_p - descarga de pico do hidrograma unitário, em pés cúbicos por segundo
 - C_t - coeficiente adimensional que representa diferenças na inclinação e armazenamento de canal entre bacias
 - C_p - coeficiente adimensional que representa o efeito da inclinação e armazenamento de canal no escoamento da bacia
 - A - área da bacia em milhas quadradas
 - L - comprimento do canal principal desde a saída da bacia (estação medidora) até a nascente, em milhas
 - L_{ca} - comprimento ao longo do canal principal desde a saída da bacia até o ponto mais próximo do centróide da área de drenagem, em milhas.

É importante acrescentar que as equações 3.1 e 3.2 são válidas para uma duração do excesso de chuva (t_R) igual a $t_p/5,5$.

Este tempo de duração padrão denota-se por t_r . Então

$$t_r = t_p/5,5 \quad (3.3)$$

Para valores de t_R maiores do que t_r deve-se corrigir o valor de t_p (Linsley et al., 1949), ou seja, faz-se

$$t'_p = t_p + \frac{t_R - t_r}{4} \quad (3.4)$$

onde t_p' é o valor corrigido de t_p .

Com auxílio das equações 3.3 e 3.4 e da definição de tempo de atraso, obtêm-se então o tempo desde o início da chuva até o pico do hidrograma - t_p - qual seja,

$$t_p = \frac{21}{22} t_p + 0,75 t_R \quad (3.5)$$

3.2.2 - Síntese do Hidrograma Unitário

Através do estudo de um grande número de bacias de drenagem obteve-se algumas relações para a determinação da largura do hidrograma unitário nas coordenadas correspondentes a vazões de 50% e 75% da vazão de pico (Corps of Engineers, 1959). Tais relações são, respectivamente:

$$W_{50} = \frac{830}{(Q_p/A)^{1,1}} \quad (3.6)$$

$$W_{75} = \frac{470}{(Q_p/A)^{1,1}} \quad (3.7)$$

onde W_{50} e W_{75} são as larguras do hidrograma em horas, tomadas a 50% e 75% da vazão de pico, respectivamente. As grandezas Q_p e A já foram vistas na seção 3.2.1.

Um estudo feito por Hudlow e Clark (1969) indicou que,

De posse destes sete pontos, resta agora ajustar uma curva adequada a eles, para se obter um hidrograma unitário completo. Esforços consideráveis já foram feitos para se determinar a curva que melhor se ajuste a estes pontos, tomando-se o cuidado de conservar as características do hidrograma unitário. Dentre estas características, a mais importante, deve-se ressaltar, é a restrição de que a área encerrada sob a curva deve ser igual, numericamente, à área da bacia.

De um dos estudos feitos neste sentido chegou-se à conclusão que a função Pearson tipo III é a mais apropriada para o ajuste aos sete pontos (Hudlow e Clark, 1969).

Esta função pode ser expressa da seguinte maneira:

$$Q = Q_p \left(\frac{t}{P_r} \right)^a \exp \left[\frac{-(t-P_r)}{c} \right] \quad (3.8)$$

onde Q - vazão, em pés cúbicos por segundo, em qualquer instante t

t - tempo, em horas, desde o início da chuva

Q_p - vazão de pico do hidrograma unitário, em pés cúbicos por segundo

P_r - período de ascensão do hidrograma, em horas

a - constante adimensional a ser determinada

c - constante a ser determinada, expressa em horas

A técnica utilizada para o ajuste da função Pearson tipo

De posse destes sete pontos, resta agora ajustar uma curva adequada a eles, para se obter um hidrograma unitário completo. Esforços consideráveis já foram feitos para se determinar a curva que melhor se ajuste a estes pontos, tomando-se o cuidado de conservar as características do hidrograma unitário. Dentre estas características, a mais importante, deve-se ressaltar, é a restrição de que a área encerrada sob a curva deve ser igual, numericamente, à área da bacia.

De um dos estudos feitos neste sentido chegou-se à conclusão que a função Pearson tipo III é a mais apropriada para o ajuste aos sete pontos (Hudlow e Clark, 1969).

Esta função pode ser expressa da seguinte maneira:

$$Q = Q_p \left(\frac{t}{P_r} \right)^a \exp \left[\frac{-(t-P_r)}{c} \right] \quad (3.8)$$

onde Q - vazão, em pés cúbicos por segundo, em qualquer instante t

t - tempo, em horas, desde o início da chuva

Q_p - vazão de pico do hidrograma unitário, em pés cúbicos por segundo

P_r - período de ascensão do hidrograma, em horas

a - constante adimensional a ser determinada

c - constante a ser determinada, expressa em horas

A técnica utilizada para o ajuste da função Pearson tipo

III, sujeita à restrição da área, foi a dos mínimos quadrados e o procedimento envolvido, embora se trate de uma função particular, se aplica a qualquer tipo de função que conduza a equações normais não lineares. Esta técnica está descrita no apêndice B.

Com a obtenção da curva que se ajusta aos sete pontos, satisfazendo a condição de área, o hidrograma unitário fica completamente determinado.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

4.1 - Escolha da Área de Teste

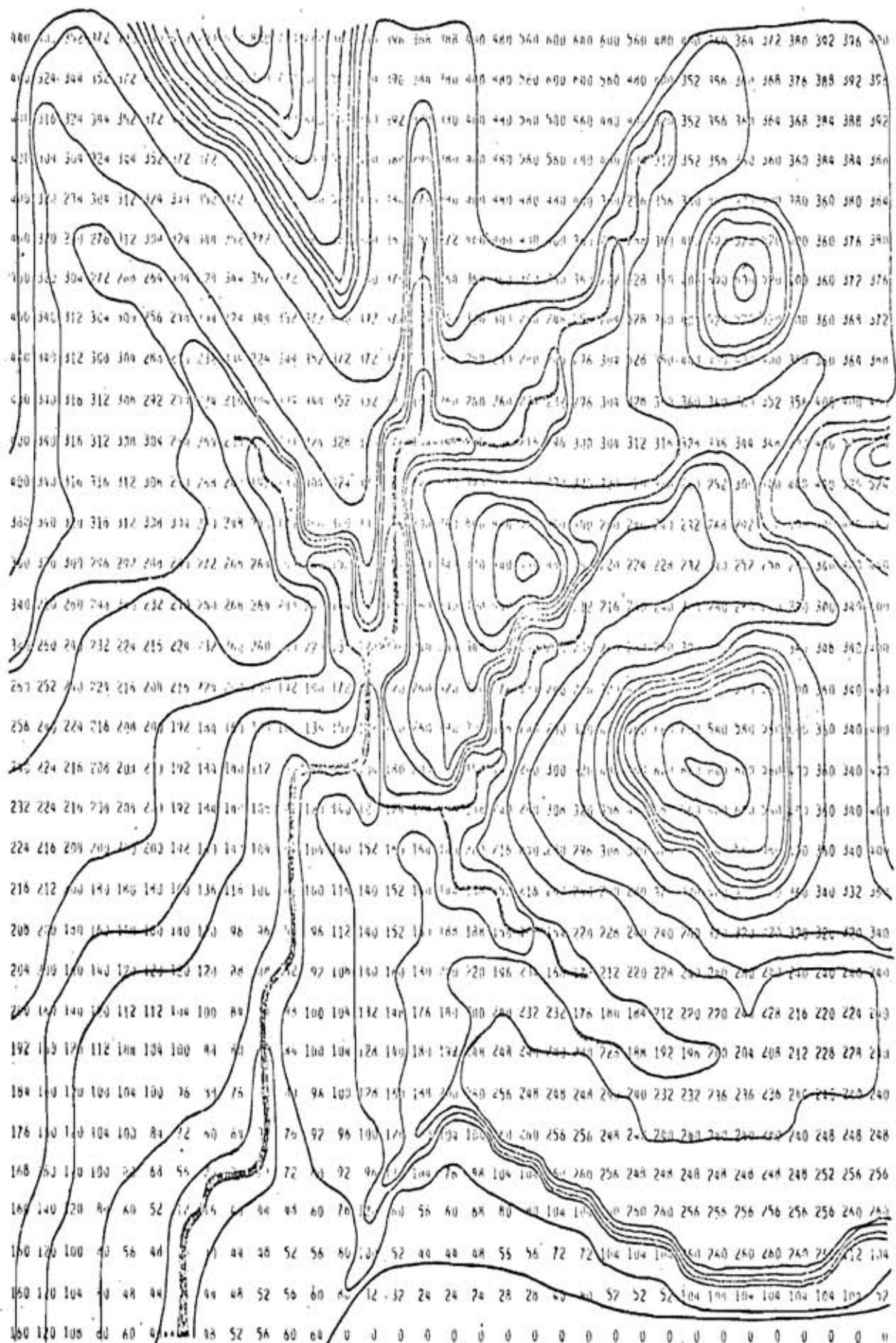
Para a avaliação do Modelo SDE, deparou-se inicialmente com duas alternativas na escolha da área de teste. A primeira seria tomar uma bacia real e se recolher todos os dados de interesse. A outra seria considerar uma bacia fictícia, embora com características consistentes com as da realidade, para os propósitos dessa avaliação.

Optou-se por esta última alternativa, principalmente por problemas de custo e tempo. A bacia fictícia é definida, então, atribuindo-se valores para os seus parâmetros (v. Tabela 4.1). Por outro lado, dadas as características de uma precipitação, o Modelo SDE possibilita a obtenção do hidrograma correspondente. Esse hidrograma também pode ser obtido pelo método de Snyder (v. Capítulo 3). Dessa maneira, a escolha de uma bacia fictícia se mostra viável no sentido de permitir a avaliação do modelo proposto.

4.2 - Parâmetros da Bacia de Teste

A Figura 4.1 mostra o relevo digitalizado da bacia de teste, suas curvas de nível e a sua rede de drenagem. Uma melhor visão da disposição geográfica da rede de drenagem pode ser obtida da Figura 4.2.

Figura 4.1 - Relevo Digitalizado da Bacia de Teste (cotas em m).



REDE DE DRENAGEM

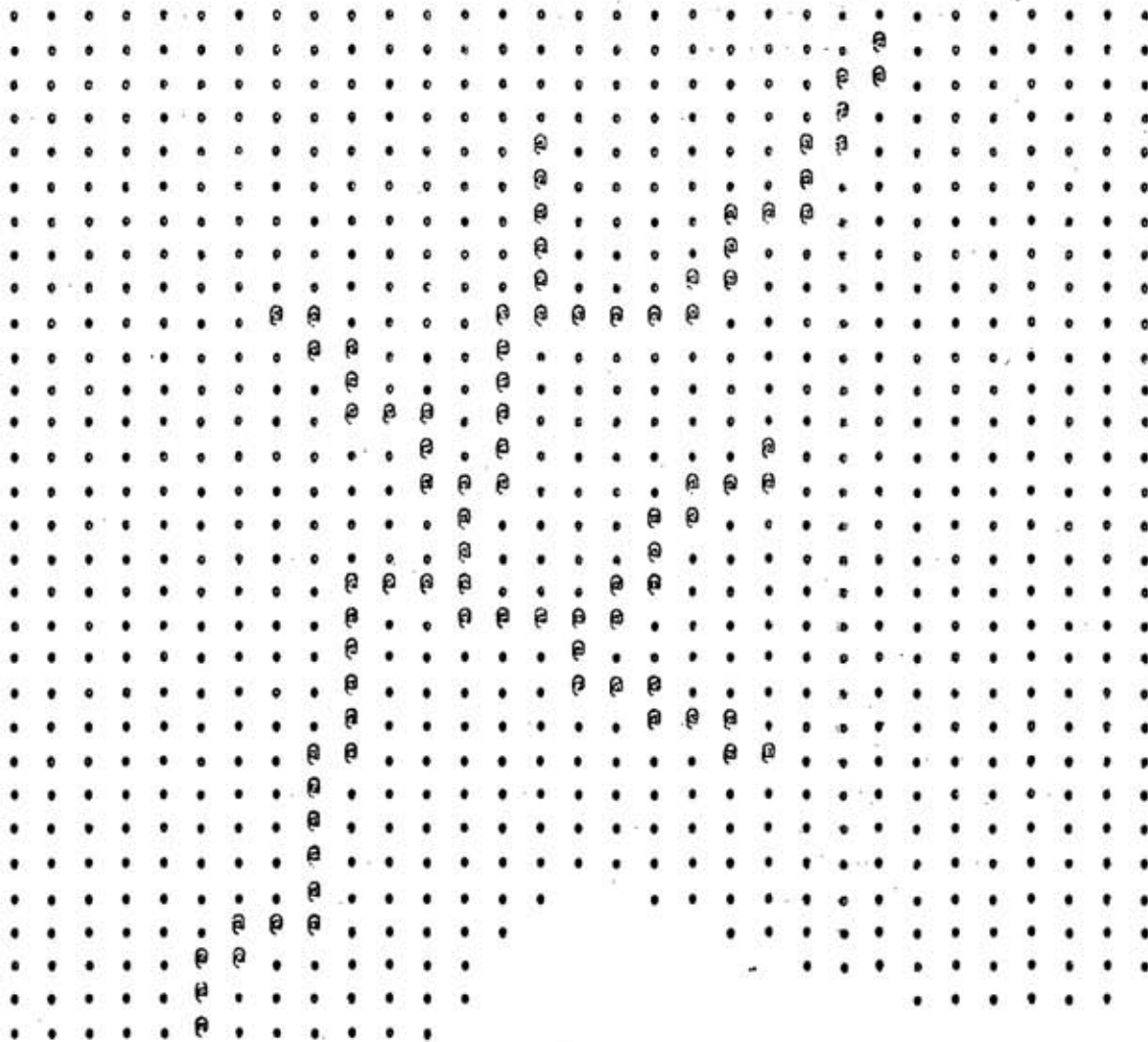


Figura 4.2 - Disposição Geográfica da Rede de Drenagem.

Os valores para os demais parâmetros acham-se dispostos na Tabela 4.1. Esses valores foram assumidos levando-se em conta ordens de grandeza típicas encontradas na bibliografia. Dessa maneira fica de finida a região em estudo.

Tabela 4.1 - Parâmetros da Bacia de Teste

P A R Â M E T R O	SÍMBOLO	VALOR	UNIDADE
Área da bacia	A	915	km ²
Comprimento do canal principal	L	48	km
Distância da saída ao centróide da bacia	L _{ca}	24	km
Coefficiente de rugosidade de Manning para escoamento superficial (*)	n	0,10	s/ft ^{1/3}
Coefficiente de Manning para escoamento nos canais (*)	n	0,02	s/ft ^{1/3}
Capacidade de armazenamento na vegetação (*)	S _v	4,08	mm
Porcentagem de área com vegetação em relação à área total	C _p	100	%
Taxa de evaporação	E _a	0,00254	mm/h
Taxa de infiltração mínima (*)	F _c	7,0	mm/h
Taxa de infiltração máxima (*)	F _o	40,0	mm/h
Coefficiente de amortecimento (equação de Horton) (*)	a	5,0	1/h
Coefficiente de inclinação e armazenamento de canal relativo à bacia	C _t	0,6	-
Coefficiente de inclinação e armazenamento de canal relativo à onda de enchente	C _p	0,7	-

(*) Parâmetro com valor constante ao longo da bacia.

4.3 - Experimentos

Nos experimentos que se seguem, a intensidade da precipitação é considerada constante ao longo da bacia e durante todo o tempo de duração da chuva.

Experimento 1:

- . Duração do experimento.....20 horas
- . Duração da precipitação.....3 horas
- . Intensidade da precipitação.....20 mm/h
- . Intervalo de tempo.....2,3 min
- . Largura da célula.....1.000 m

Figuras 4.3, 4.4 e 4.5.

CURVA 1....

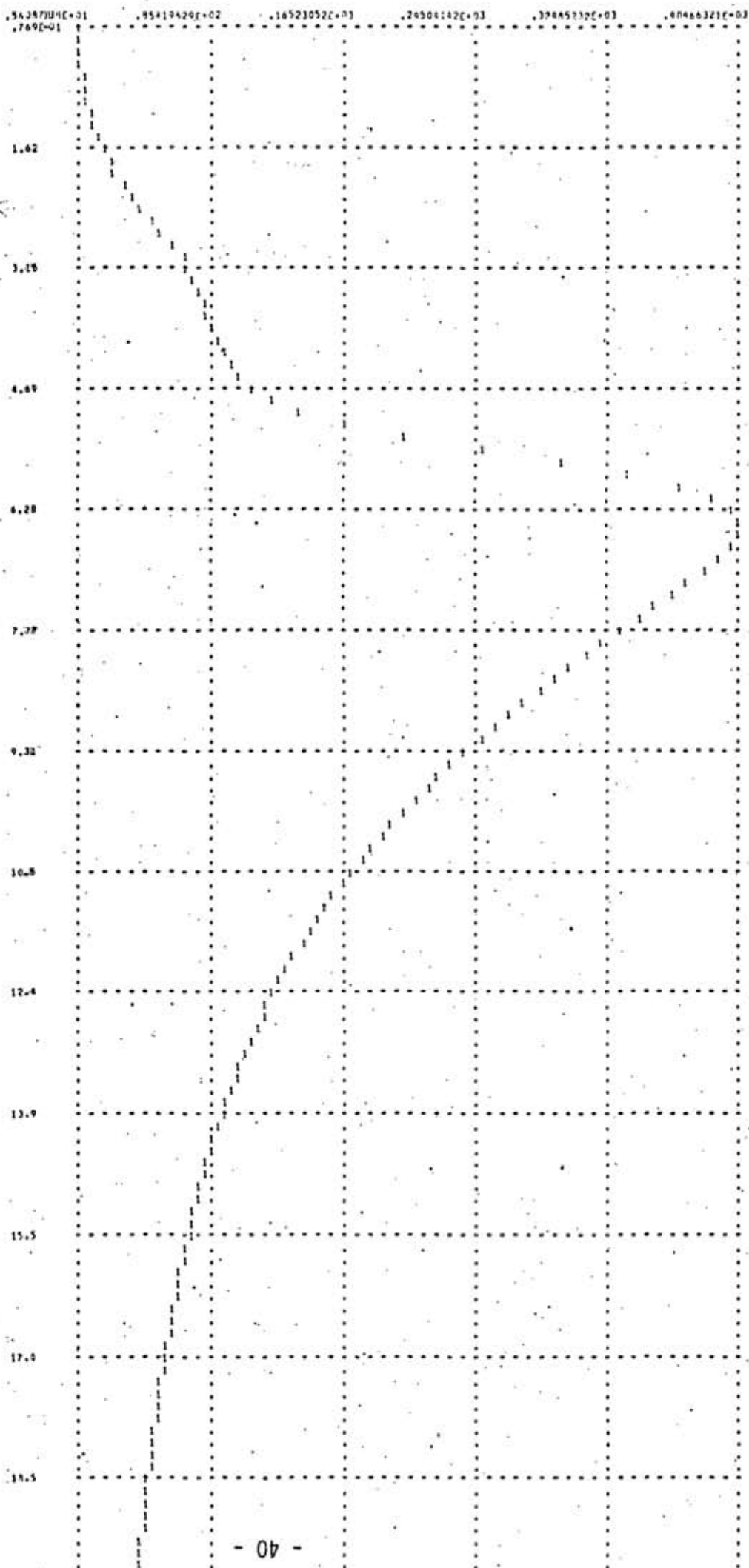


Figura 4.3 - Hidrograma Correspondente ao Experimento 1.

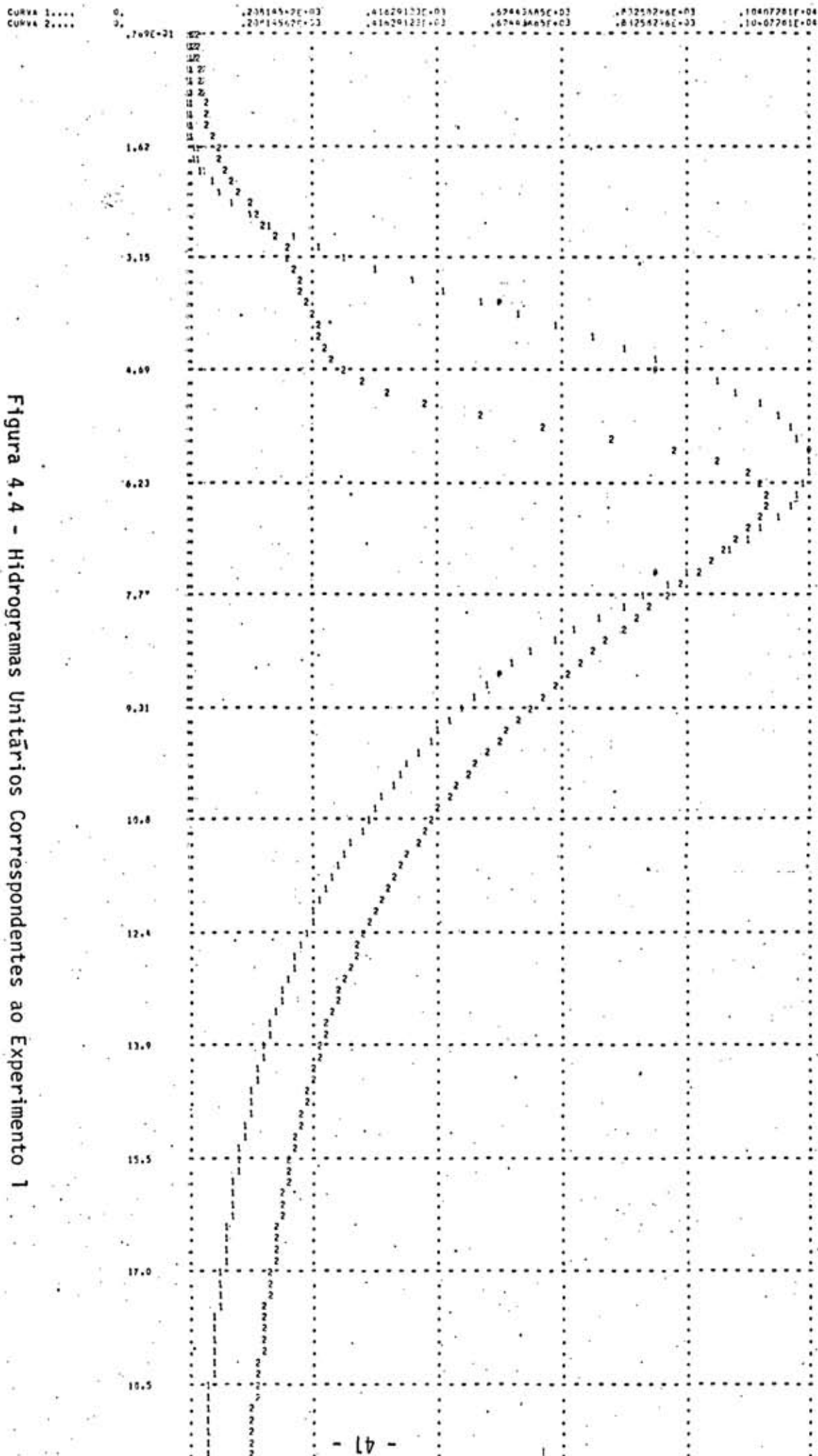


Figura 4.4 - Hidrogramas Unitários Correspondentes ao Experimento 1

(A curva 1 foi obtida pelo método de Snyder e a curva 2 pelo Modelo SDE).

ARVORE DE DECOMPOSICAO DA PRECIPITACAO

PRECIPITACAO TOTAL

60,77<MM>

100<%>

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

*

EXCESSU DE PRECIPITACAO

10,59<MM>

17,42<%>

INFILTRACAO

43,47<MM>

71,53<%>

PERDAS

*

*

*

*

*

*

*

*

*

INTERCEPTACAO

4,39<MM>

7,22<%>

ARMAZ, NAS DEPRESSOES

2,33<MM>

3,83<%>

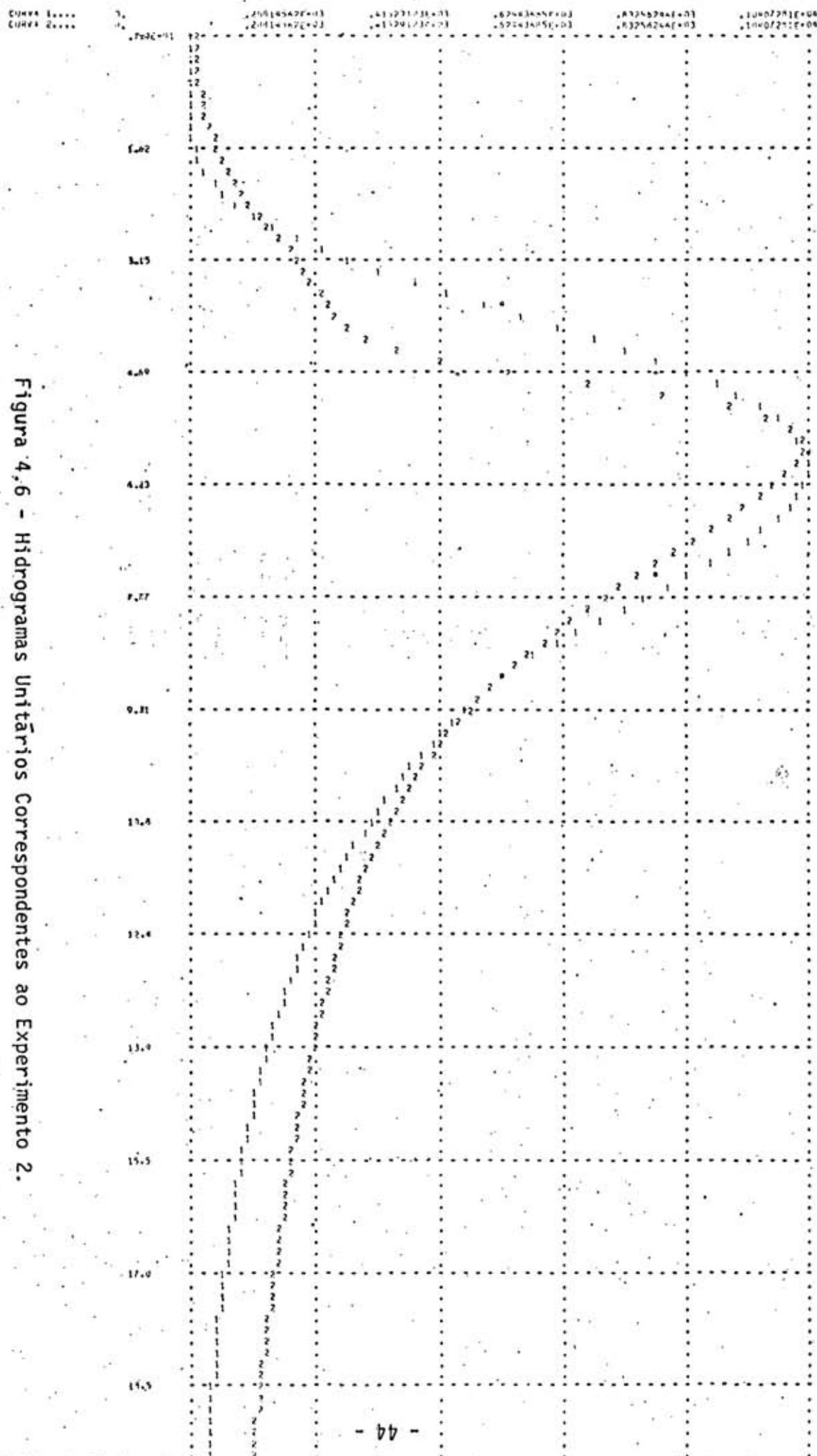
Figura 4.5 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente

ao Experimento 1.

Experimento 2:

- . Duração do experimento.....20 horas
- . Duração da precipitação.....3 horas
- . Intensidade da precipitação.....25 mm/h
- . Intervalo de tempo.....2,3 min
- . Largura da célula.....1.000 m

Figuras 4.6 e 4.7.



ÁRVORE DE DECOMPOSIÇÃO DA PRECIPITAÇÃO

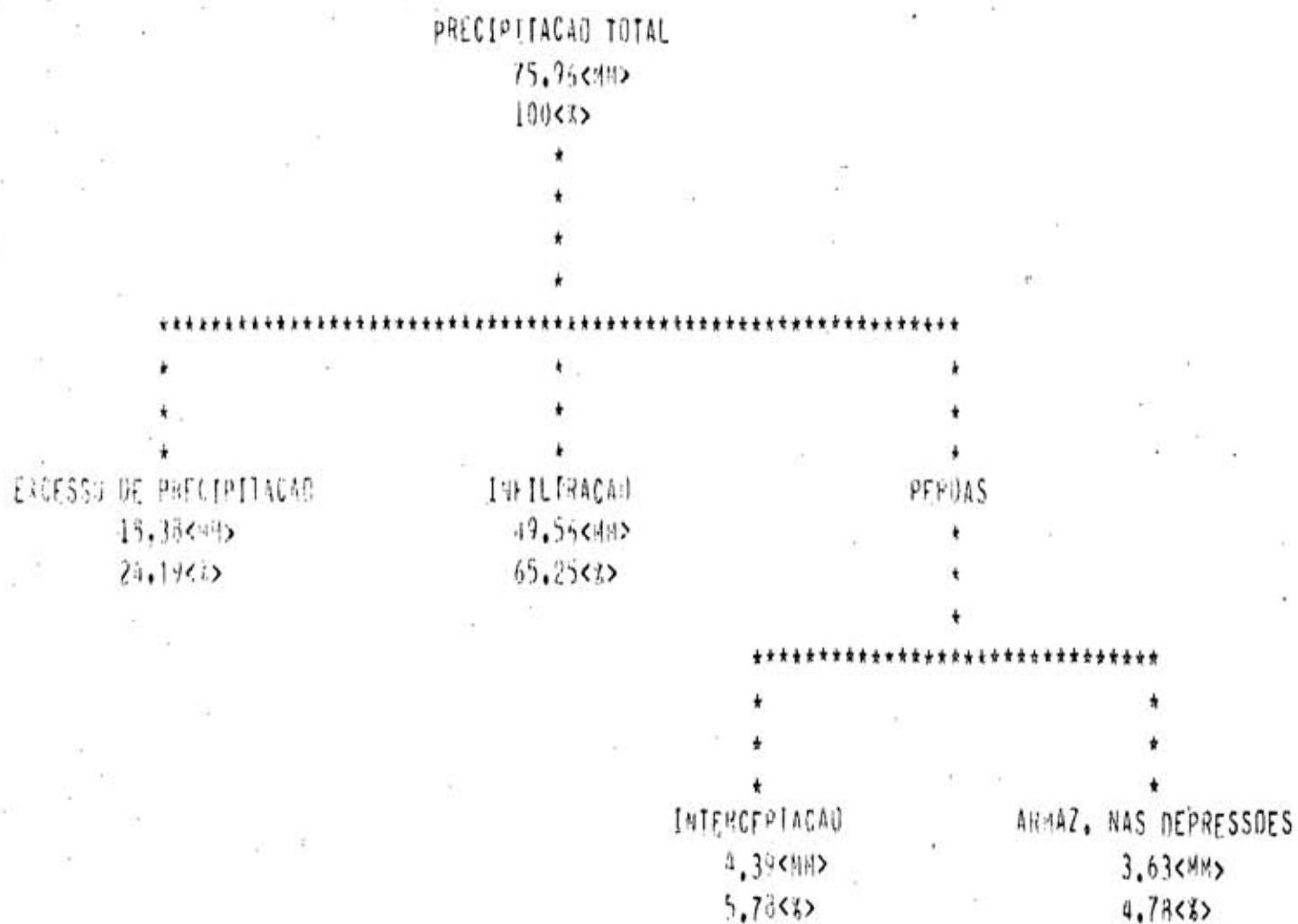
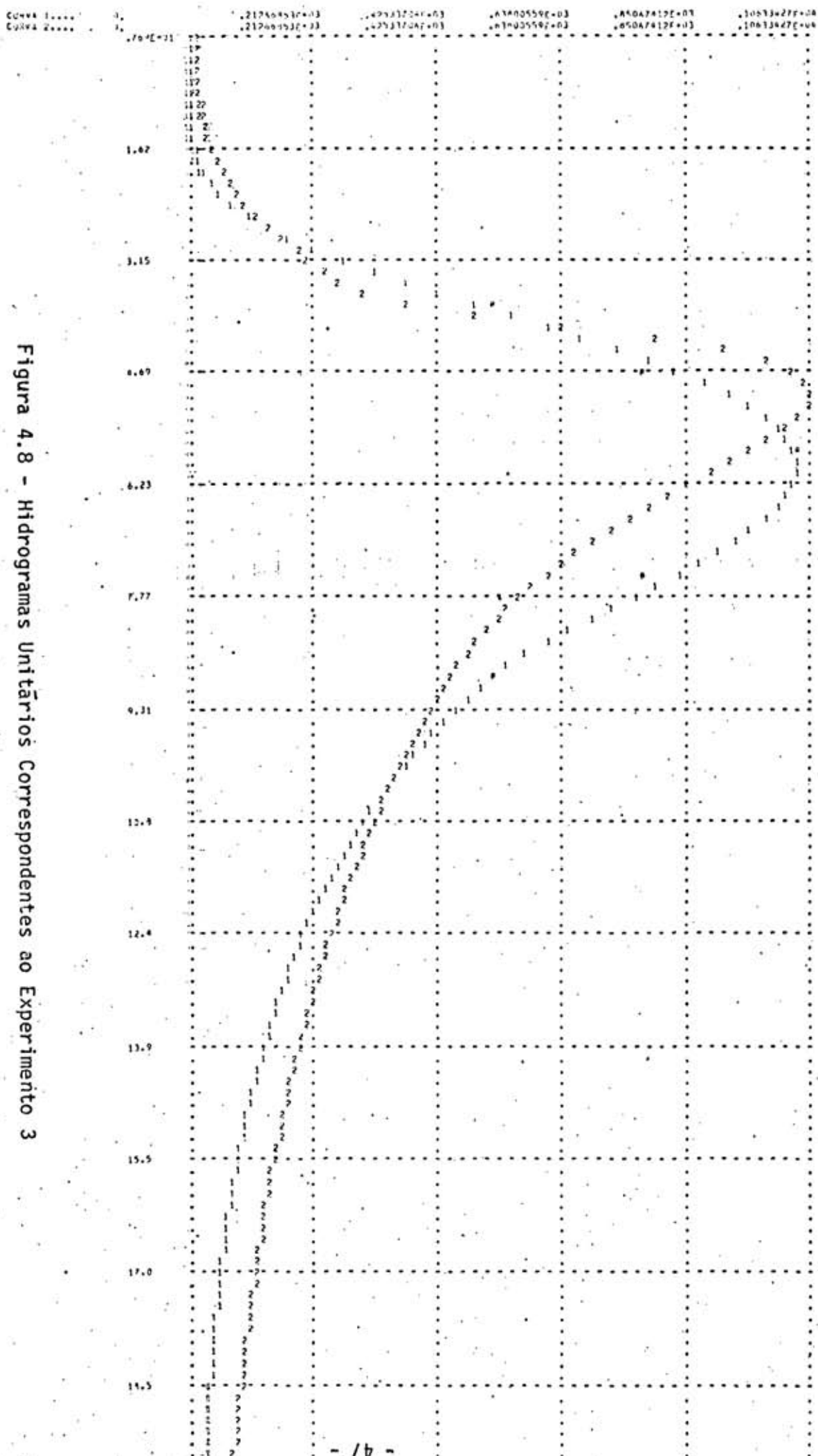


Figura 4.7 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente
ao Experimento 2.

Experimento 3:

- . Duração do experimento.....20 horas
- . Duração da precipitação.....3 horas
- . Intensidade da precipitação.....35 mm/h
- . Intervalo de tempo.....2,3 min
- . Largura da célula.....1.000 m

Figuras 4.8 e 4.9.



ARVORE DE DECOMPOSICAO DA PRECIPITACAO

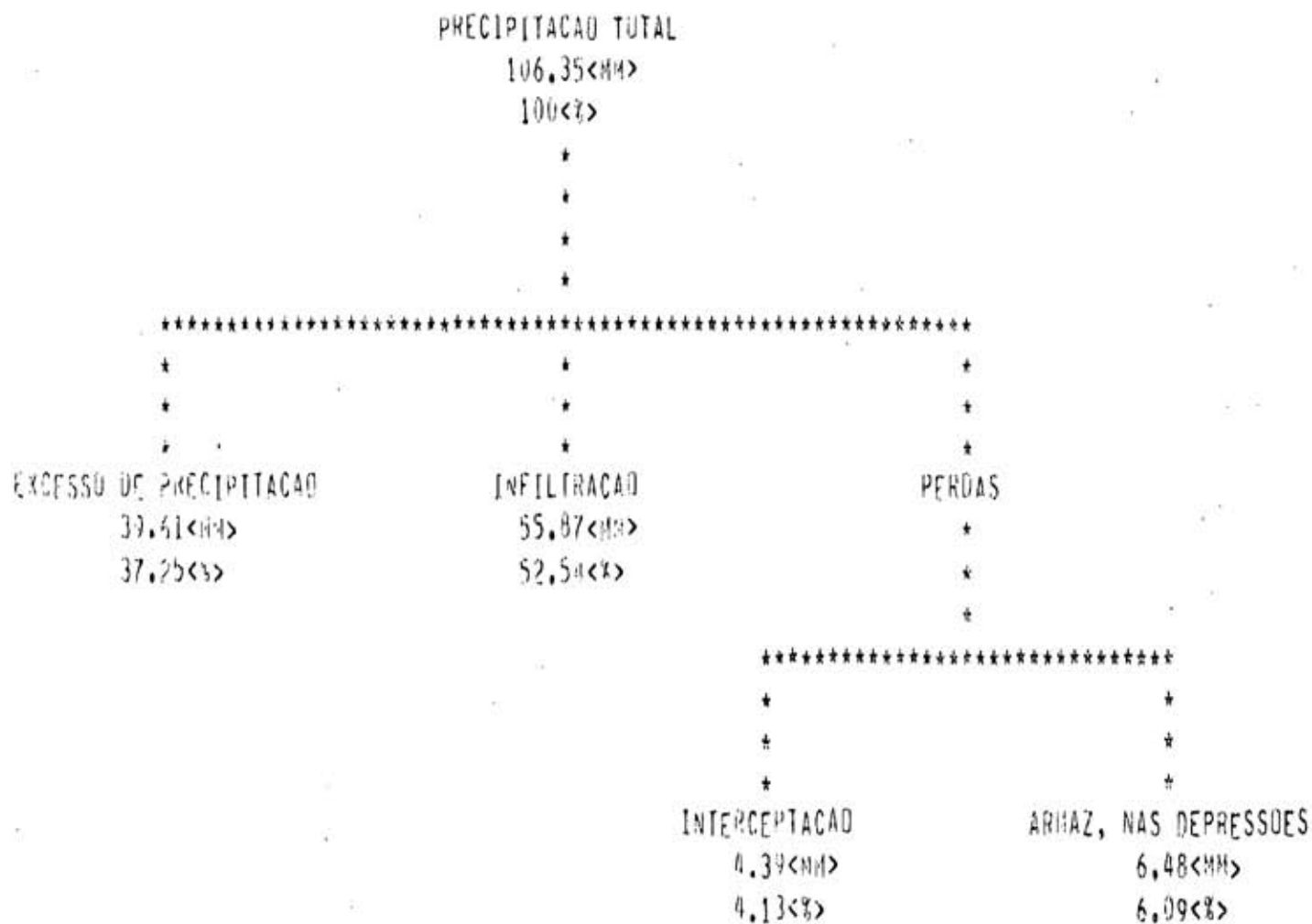


Figura 4.9 - Árvore de Decomposição da Precipitação Correspondente ao Experimento 3.

4.4 - Avaliação do Modelo SDE

Nesta seção é feita uma análise dos resultados obtidos dos experimentos, de maneira a possibilitar uma avaliação do modelo proposto. A análise será conduzida através dos seguintes estudos:

4.4.1 - Comparação de Hidrogramas

Nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.8 são mostrados os hidrogramas unitários de três horas, obtidos pelo método de Snyder e pelo Modelo SDE, para diferentes intensidades de chuva.

Deve-se notar que os hidrogramas unitários obtidos pelo método de Snyder são os mesmos para os três experimentos, dado que independem da intensidade da chuva. Por outro lado, os hidrogramas derivados do Modelo SDE apresentam uma variação significativa na vazão e tempo de pico. No entanto esse comportamento é esperado, como será visto nas seções 4.4.2 e 4.4.3.

De uma maneira geral, essa comparação revelou um bom comportamento do modelo proposto. Com uma intensidade de chuva de 25 mm/h, conseguiu-se um bom ajuste com relação à vazão e ao tempo de pico (v. Figura 4.6). No entanto, a curva de ascensão obtida para a intensidade de 35 mm/h (Figura 4.8) apresentou um desvio menor com relação à de Snyder. Com respeito à curva de recessão, todas as figuras mostram uma razão

vel aproximação dos dois hidrogramas.

4.4.2 - Comportamento da Vazão de Pico como Função da Intensidade da Chuva

A Tabela 4.2 mostra as vazões de pico dos hidrogramas u nitários obtidos dos experimentos 1, 2 e 3. De acordo com a teoria do hidrograma unitário (Sherman, 1932), estas vazões deveriam ser iguais, pois correspondem a hidrogramas unitários obtidos de precipitações de mesma duração.

Estudos mais recentes têm questionado a validade dessa teoria. Minshall (1960), analisando dados experimentais para pequenas bacias, concluiu que "os hidrogramas unitários mostram uma grande variação para diferentes intensidades de chuva". Outros pesquisadores, tais como Pabst (1966), Amorocho (1963), Linsley et al. (1958), chegaram a conclusões semelhantes.

Machmeier e Larson (1968), utilizando-se de um modelo, concluíram que quanto maior a intensidade de precipitação, maior é a vazão de pico de hidrogramas unitários de mesmo tempo de duração.

Do exposto acima, conclui-se que o comportamento do Modelo SDE é coerente com os resultados esperados.

Tabela 4.2 - Vazão de Pico como Função da
Intensidade da Precipitação.

	Intensidade da Precipitação (mm/h)		
	20	25	35
Vazão de Pico (m ³ /s)	970	1030	1063

4.4.3 - Comportamento do Tempo de Pico como Função da Intensidade de Chuva

A Tabela 4.3 mostra o efeito da intensidade da chuva no tempo de pico do hidrograma. Esses resultados foram obtidos dos experimentos 1, 2 e 3, evidenciando que o tempo de pico diminui quando é aumentada a intensidade da precipitação. De acordo com a teoria do hidrograma unitário, o tempo de pico não deveria ser afetado pela intensidade da chuva. Contudo, estudos recentes (Larson, 1965; Laurenson, 1964) mostraram que o pico se atrasa com uma menor intensidade de precipitação. Este comportamento é esperado devido ao fato de a velocidade média no sistema de drenagem diminuir com um menor volume de escoamento (Machmeier e Larson, 1968).

Tabela 4.3 - Tempo de Pico como Função da
Intensidade de Precipitação.

Tempo de Pico (h)	Intensidade da precipitação (mm/h)		
	20	25	35
	6,45	5,70	5,07

Com os valores da Tabela 4.3, obtêm-se os tempos de atraso, subtraindo-se do tempo de pico metade do tempo de duração da chuva. Esses valores são mostrados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Tempo de Atraso como Função da
Intensidade da Precipitação.

Tempo de Atraso (h)	Intensidade da precipitação (mm/h)		
	20	25	35
	4,95	4,20	3,57

A Figura 4.10, obtida da Tabela 4.4, mostra graficamente o comportamento do tempo de atraso como função de intensidade da precipitação.

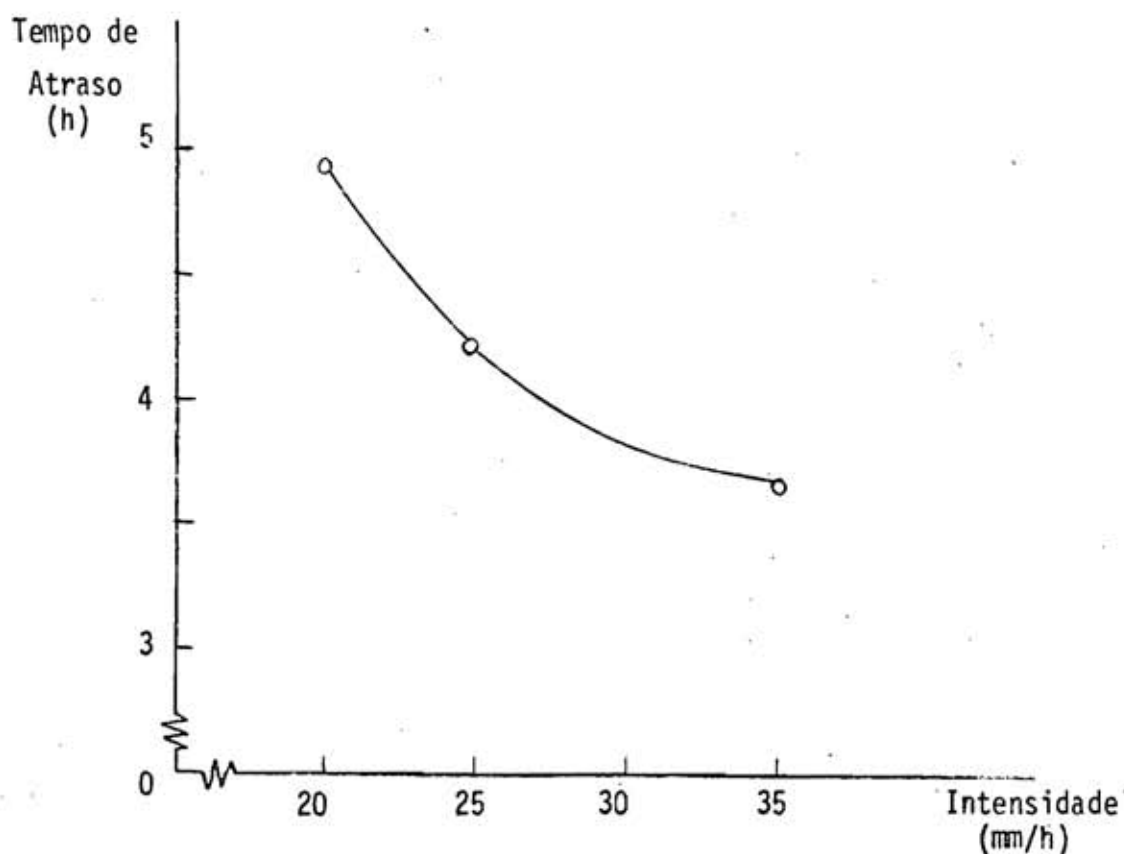


Figura 4.10 - Relação entre Tempo de Atraso e Intensidade da Precipitação.

A forma da função mostrada na figura acima é coerente com resultados alcançados em outros estudos (Machmeier e Larson, 1968; Laurenson, 1964). Uma comparação quantitativa, entre os resultados obtidos pelo Modelo SDE e os obtidos pelos estudos citados, carece de sentido, pois se referem a bacias diferentes.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho consistiu em uma abordagem ao problema do escoamento de águas em uma bacia hidrográfica. Foi desenvolvido um modelo que representa o sistema estudado desde a ocorrência de uma precipitação até a saída de todo escoamento gerado na bacia.

Como se sabe, a física do escoamento em canais é bastante diferente da encontrada no escoamento superficial. Assim sendo, o modelo faz distinções entre esses dois tipos de escoamento, através da adoção de coeficientes de rugosidade diferentes na fórmula de Manning, entre outras coisas. No entanto, foi tentada uma outra solução baseada na resolução numérica das equações diferenciais da continuidade e quantidade de movimento (v. Apêndice C), a qual foi abandonada por problemas de tempo de processamento, condições de contorno e principalmente porque o Modelo SDE já apresentava resultados satisfatórios. Estudos complementares poderão ser dirigidos no sentido de utilizar métodos numéricos na resolução do sistema de equações citado e seu consequente aproveitamento na solução do problema de escoamento transiente em canais. Além disso, pode ser estudada a relação existente entre o acréscimo do coeficiente de rugosidade de Manning, durante o período de precipitação, e as características da bacia hidrográfica. Segundo Abdel-Razaq et al. (1967), este acréscimo é uma função da inclinação da bacia, da intensidade da chuva e da profundidade do escoamento e é necessário para levar em conta uma maior força de resistência ao escoamento, duran

te esse período.

O comportamento do modelo, evidenciado pelos hidrogramas obtidos, é sensível à variação do intervalo de tempo Δt , como se observou em experiências realizadas. Para intervalos de tempo relativamente grandes - da ordem de vinte minutos, para os experimentos apresentados - verificou-se um espalhamento dos pontos do hidrograma, talvez devido a problemas de instabilidade numérica.

Valores demasiadamente grandes para Δt podem contrariar as seguintes hipóteses, assumidas no modelo:

- . Os valores para os parâmetros e variáveis são considerados constantes durante um intervalo de tempo.
- . Durante um intervalo de tempo, o escoamento originado numa célula somente alcança as suas vizinhas.

Portanto, valores menores para Δt tenderiam a eliminar os problemas relacionados acima. No entanto, essa diminuição implica em um aumento no tempo de processamento do modelo. Trabalhos posteriores poderão ser conduzidos no sentido de se determinar uma relação entre o intervalo de tempo e os demais parâmetros, de maneira a se alcançar a solução de compromisso.

Para uma avaliação do modelo foi selecionado o método de Snyder. Na sua implementação deparou-se com dificuldades de convergência no processo, as quais foram contornadas com modificações no trabalho original de Hudlow e Clark (1969). Tais modificações encontram-se descritas nos Apêndices B e D. Esta avaliação revelou um bom comportamento do modelo proposto, como se pode deduzir do exposto na seção 4.1.1. Por outro lado sugere-se, em trabalhos futuros, a avaliação direta do modelo através de dados experimentais.

Com pequenas modificações de caráter operacional, o modelo pode ser utilizado nos seguintes estudos:

- . Controle de enchentes, que se constitui talvez em um dos seus mais importantes usos. Nestes termos, pode-se aplicar o modelo para estudar a influência de modificações de alguns dos parâmetros no comportamento da bacia hidrográfica com respeito às inundações. Tais modificações podem ser a retificação, regulação, desvio e construção de canais de drenagem e até o devastamento de florestas e construção urbana.
- . Irrigação, que é fundamental ao desenvolvimento agrícola em regiões áridas. Assim sendo, pode-se testar a viabilidade da transferência de águas entre regiões, construção de açudes, regulação de canais e utilização de lagos.

- . Abastecimento de água em centros urbanos, utilizando-se dos procedimentos já mencionados no item anterior.
- . Construção de um sistema de barragens, com relação ao número, posição e nível dos reservatórios. Como se sabe, tais parâmetros são importantes na geração de energia elétrica, navegação fluvial, controle de enchentes, irrigação, etc.
- . Planejamento urbano, envolvendo a maioria dos aspectos aqui discutidos, tais como o controle das enchentes, abastecimento de águas, generação de energia elétrica, navegação fluvial, uso dos solos, etc.

APÊNDICE A

FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO MODELO SDE

Este apêndice mostra um fluxograma simplificado do Modelo SDE (Figura A.1).

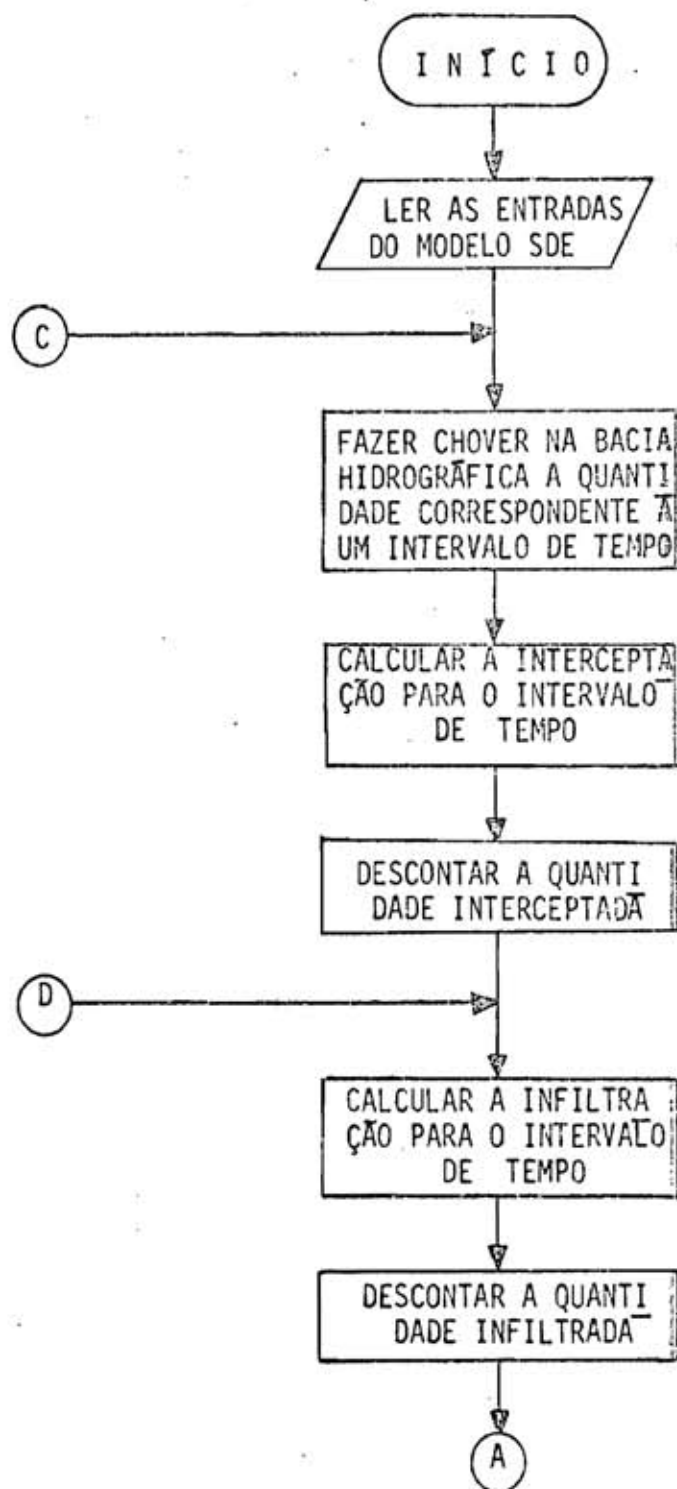


Figura A.1 - Fluxograma Simplificado do Modelo SDE (continua).

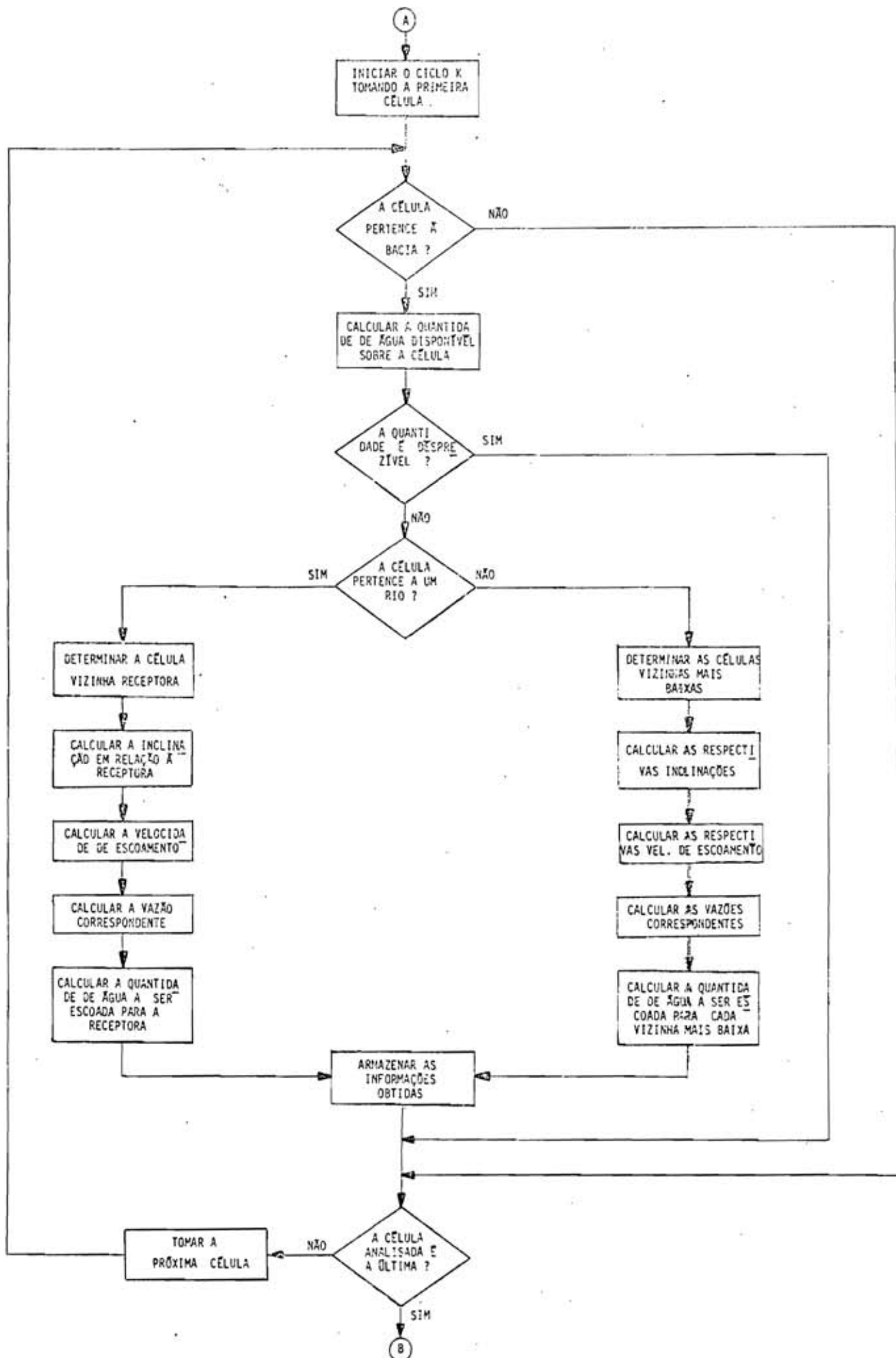


Figura A.1 - Fluxograma Simplificado do Modelo SDE (continuação).

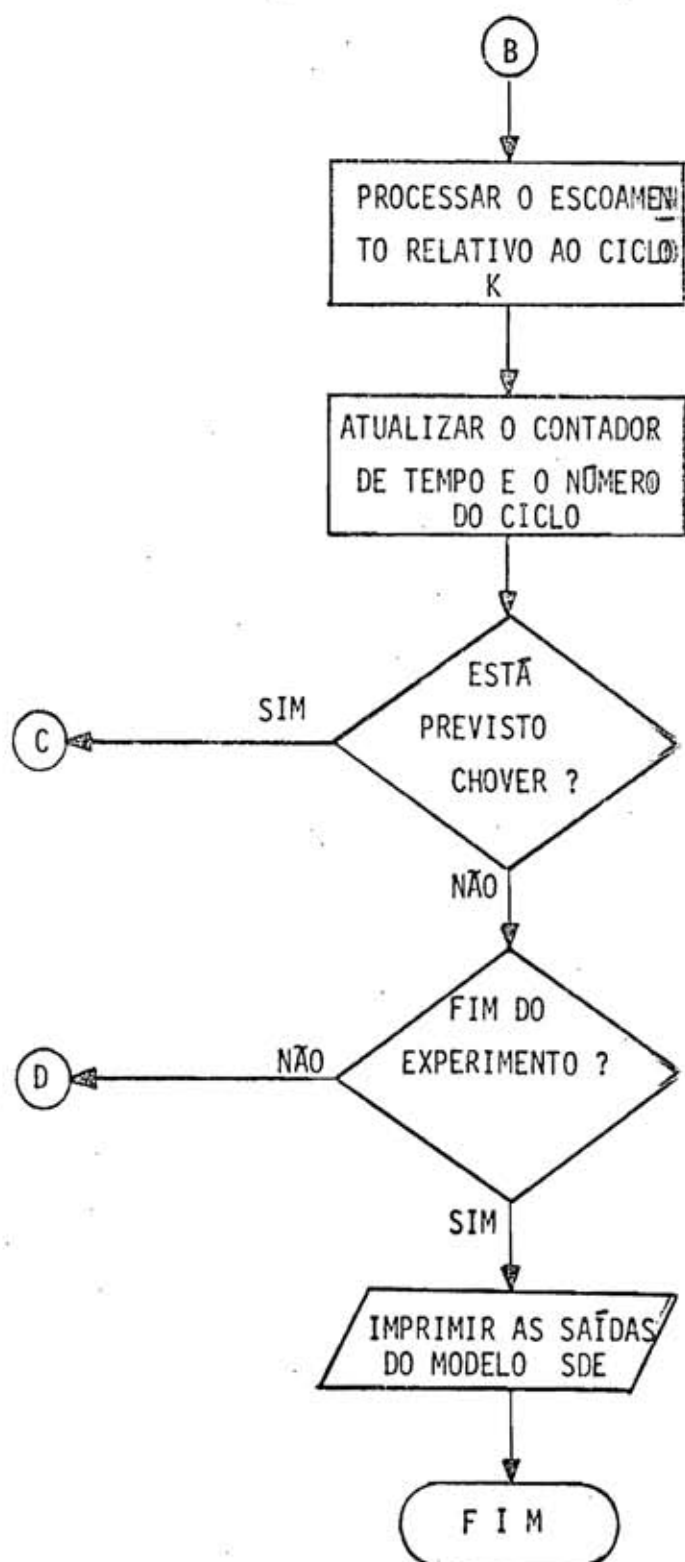


Figura A.1 - Fluxograma Simplificado do Modelo SDE (conclusão).

APÊNDICE B

TÉCNICA DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA AJUSTE DE FUNÇÕES NÃO LINEARES, SUJEITO A RESTRIÇÃO

O procedimento descrito neste apêndice, embora tenha sido utilizado para o ajuste de uma função particular, pode ser estendido para qualquer tipo de função que conduza a equações normais não lineares.

Este procedimento foi utilizado por Hudlow e Clark (1969) na obtenção de hidrogramas sintéticos para determinadas bacias hidrográficas com carência de dados.

O presente trabalho segue o de Hudlow e Clark em suas linhas gerais, com modificação de certos detalhes operacionais.

Como foi visto no capítulo 3, a função Pearson tipo III tem a forma:

$$Q = Q_p \left(\frac{t}{P_r} \right)^a \exp \left[\frac{-(t - P_r)}{c} \right] \quad (B.1)$$

onde: t - variável independente
 a e c - parâmetros a determinar
 Q_p e P_r - constantes conhecidas

Essa função deve ser ajustada aos sete pontos obtidos pelo Método de Snyder, observando-se a restrição de que o hidrograma unitário deve conter uma área equivalente a 1 polegada de escoamento. Esta área pode ser obtida da integral

$$\text{AREA} = \int_0^{\infty} Q \, dt = \int_0^{\infty} Q_p \left(\frac{t}{P_r} \right)^a \exp \left[\frac{-(t - P_r)}{c} \right] dt \quad (\text{B.2})$$

ou

$$\text{AREA} = \frac{Q_p \exp \left(\frac{P_r}{c} \right)}{P_r^a} \int_0^{\infty} t^a \exp \left(-\frac{t}{c} \right) dt \quad (\text{B.3})$$

Efetuando-se a integração e tendo em vista que

$$\Gamma(a+1) = \int_0^{\infty} x^a e^{-x} dx \quad (\text{função gama}), \text{ obtém-se}$$

$$\text{AREA} = \frac{Q_p \exp \left(\frac{P_r}{c} \right) c^{a+1}}{P_r^a} \Gamma(a+1) \quad (\text{B.4})$$

Para valores de a grandes e positivos, a função $\Gamma(a)$ pode ser aproximada por uma forma truncada da fórmula de Stirling, isto é,

$$\Gamma(a) = a^a \exp(-a) \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \left(1 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{288a^2} \right) \quad (\text{B.5})$$

Como, para valores de a positivos, $\Gamma(a+1) = a \Gamma(a)$, a equação B.4 se torna

$$(K \cdot \text{AREA}) = \frac{Q_p \exp\left(\frac{P_r}{c}\right) (c a)^{a+1}}{P_r^a e^a} \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \left(1 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{288a^2}\right) \quad (\text{B.6})$$

onde K é um fator de conversão introduzido para se especificar AREA em polegadas.

O segundo membro de B.6 pode assumir valores muito altos, dependendo dos valores de a e c , o que se torna crítico quando se utiliza processamento em computador. Portanto, toma-se o logaritmo em ambos os membros da expressão.

$$\ln(K \cdot \text{AREA}) = \ln \left[\frac{Q_p \exp\left(\frac{P_r}{c}\right) (c a)^{a+1}}{P_r^a e^a} \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \left(1 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{288a^2}\right) \right] \quad (\text{B.7})$$

Observando-se a expressão acima verifica-se que nem a e nem c podem ser obtidos explicitamente.

Assim, inicialmente arbitra-se um valor para a . Em seguida, calcula-se c pelo método descrito abaixo, fazendo com que a condição de área sob o hidrograma seja satisfeita. Então, um novo valor de a é obtido pela técnica dos mínimos quadrados, ajustando-se a curva B.1 aos sete pontos de Snyder. Os resultados para c e a são ite

rados sucessivamente até que não haja variação significativa nos seus valores.

O algoritmo consiste dos seguintes passos:

I. Início: arbitra-se um valor para a.

II. Determinação de c: para o cálculo de c, utiliza-se o método de Newton para a solução de equações. Neste caso,

$$c_{n+1} = c_n - \frac{f(c_n)}{f'(c_n)} \quad (B.8)$$

onde

$$f(c) = \ln \left[\frac{Q_p \exp \left(\frac{P_r}{c} \right) (c \cdot a)^{a+1}}{(P_r)^a \exp(a)} \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \left(1 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{288a^2} \right) \right] - \ln(K \cdot \text{AREA}) \quad (B.9)$$

$f'(c)$ - derivada de $f(c)$

c_{n+1} - nova estimativa para o valor de c

c_n - antiga estimativa para o valor de c

O valor final de c, obtido desta maneira, será a raiz da equação

$$f(c) = 0 \quad (B.10)$$

Um estudo do comportamento da função $f(c)$ (v. Apêndice D), pelos autores, levou à conclusão que, para se assegurar a convergência da solução de B.10, o valor inicial de $\underline{c}$ a ser utilizado na expressão B.8 deve ser

$$c_0 = \frac{2 P_r}{a+1} \quad (B.11)$$

Também através deste estudo, concluiu-se que quando B.10 não tiver solução, um valor deve ser atribuído a $\underline{c}$ em substituição à raiz (v. Apêndice D). Este valor, dado pela expressão B.12, é utilizado normalmente, como se fosse a raiz da equação B.10, dando sequência ao procedimento. Vários testes foram feitos neste sentido e constatou-se que este procedimento faz com que o processo convirja rapidamente para os valores finais de $\underline{a}$ e $\underline{c}$.

$$c = \frac{P_r}{a+1} \quad (B.12)$$

- III. Determinação de a: com o valor de $\underline{c}$ obtido no passo anterior, quer seja ele raiz da equação B.10 ou o valor dado por B.12, utiliza-se o método dos mínimos quadrados para se obter um melhor valor para o parâmetro $\underline{a}$. Entretanto, para que isso possa ser feito, deve-se antes linearizar a função Q em relação a esse parâmetro. Essa linearização é obtida, tomando-se o desenvolvimento de Q em série de Taylor em torno do valor inicial de $\underline{a}$ e desprezando-se os termos de ordem superior.

$$Q = (Q)_{a_0} + \left\{ \frac{\partial Q}{\partial a} \right\}_{a_0} (a - a_0) \quad (B.13)$$

onde $\left\{ \right\}_{a_0}$ indica que a quantidade entre parêntesis é calculada com o valor do parâmetro igual a a_0 . Considerando a seguinte notação:

$$d = a - a_0$$

$$Q'_a = \frac{\partial Q}{\partial a}$$

$$Q_0 = (Q)_{a_0}$$

$$Q'_{a0} = (Q'_a)_{a_0}$$

a equação B.13 fica sendo

$$Q = Q_0 + Q'_{a0} d \quad (B.14)$$

Denotando os pontos obtidos pelo Método de Snyder por Q_{7i} , o problema passa a ser o de minimizar a expressão

$$s = \sum_{i=1}^7 (Q_{7i} - Q_i)^2$$

$$\text{ou} \quad s = \sum_{i=1}^7 (Q_{7i} - Q_{0i} - Q'_{a0i} d)^2 \quad (B.15)$$

O valor de d que minimiza s pode então ser obtido por

$$d = \frac{\sum_{i=1}^7 (Q_{7i} - Q_{oi}) Q'_{aoi}}{\sum_{i=1}^7 (Q'_{aoi})^2} \quad (B.16)$$

O valor de a calculado através do valor de d, obtido de B.16, pode não satisfazer a restrição de área sob o hidrograma, portanto, com esse valor, dever-se-ia voltar ao passo III. Entretanto, é recomendado por Hartley (1961) que a nova estimativa para a seja obtida através da expressão

$$a_{n+1} = a_n + v.d \quad (B.17)$$

onde: a_{n+1} - novo valor para a
 a_n - antigo valor de a
 v - número entre 0 e 1

Quando se utiliza v igual a 1, a técnica frequentemente diverge (Levenberg, 1944); portanto, é sugerido por Hartley (1961) um critério para a escolha de v. Esse critério consiste em calcular s na expressão B.15 para três valores diferentes de v, inicialmente, 0, 1/2 e 1. Em seguida, ajusta-se uma parábola aos valores obtidos para s e o valor de v que resulta em um erro mínimo é escolhido. Entretanto, se o erro mínimo obtido não for menor do que o obtido com $v = 0$ deve-se repetir o procedimento tomando-se para valores de v, 0, 1/4 e 1/2, i.e., valores contidos no segmento $[0, 1/2]$. Esse procedimento deve ser re

petido tantas vezes quantas forem necessárias, usando-se sempre segmentos com a metade do comprimento do intervalo anterior.

- IV. Final do processo: com o valor de a obtido no passo III volta-se novamente para o passo II. Entretanto, antes disso, é feita uma comparação entre o novo valor de a e seu antigo valor. Se não houver diferença significativa entre esses dois valores, a mesma comparação será feita com respeito ao parâmetro c após se passar pelo passo II. O processo termina se essa segunda comparação tam bém não mostrar diferença significativa; caso contrário, o procedi mento continua.

Pela definição de hidrograma unitário, o valor de AREA, na expressão B.9, deve ser igual a uma polegada; entretanto ajustes mais precisos são obtidos quando se utiliza valores menores para AREA. Hudlow e Clark (1969) sugerem utilizar-se valores até 0,84 polegadas. A corre ção da área sob o hidrograma unitário é feita, então, utilizando-se de uma curva exponencial a partir do ponto onde a vazão cai à metade da va zão de pico - Figura B.1. O fato de se tomar essa recessão exponencial faz com que, além de um melhor ajuste, se tenha uma melhor descrição do ramo descendente do hidrograma.

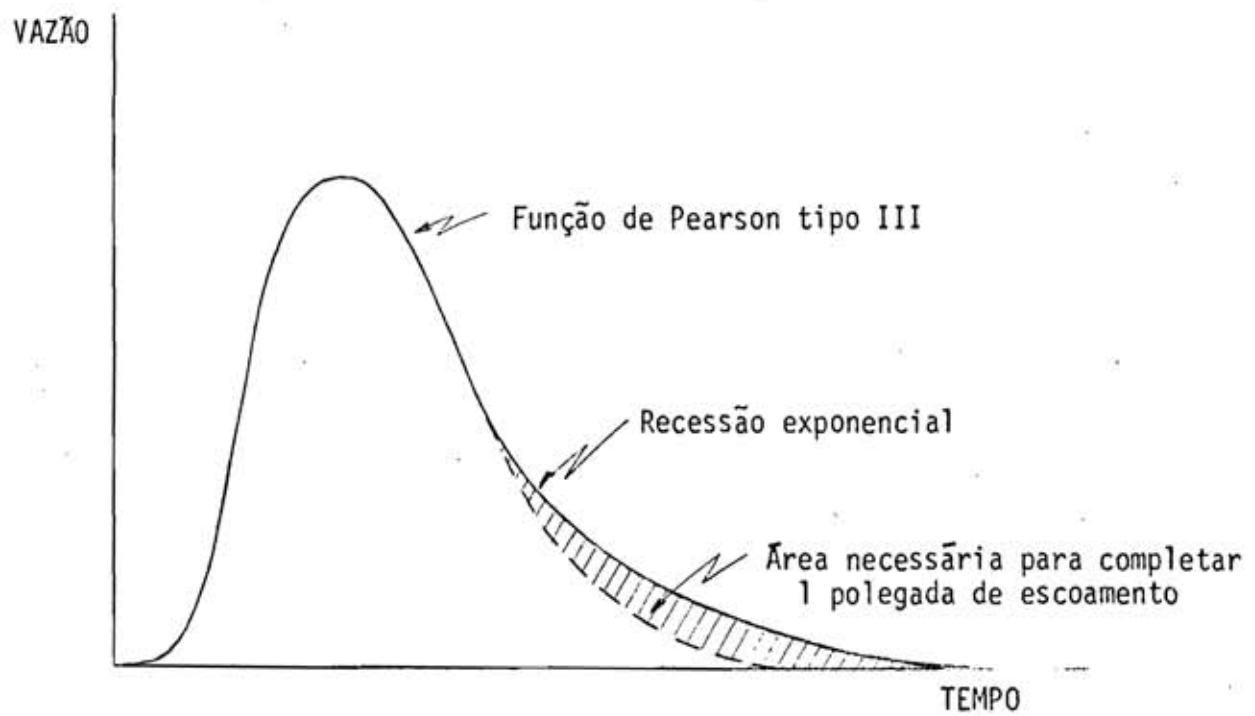


Figura B.1 - Modificação do Ramo Descendente do Hidrograma

APÊNDICE C

UMA SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE ESCOAMENTO TRANSIENTE EM CANAIS

Uma técnica para a solução das equações de um escoamento não permanente para o caso ideal de um canal aberto de inclinação constante, com entradas laterais, é descrita a seguir.

As equações diferenciais parciais, unidimensionais, transientes, não lineares, da quantidade de movimento e continuidade são transformadas em um sistema de equações diferenciais ordinárias e não lineares. Este conjunto de equações pode então ser resolvido numericamente, para dar a velocidade e a profundidade do escoamento em qualquer ponto ao longo do canal.

O procedimento numérico consiste em resolver as equações para as derivadas da velocidade e profundidade com respeito ao tempo, em cada ponto nodal ao longo do canal, para um instante particular. Começando-se com as condições iniciais conhecidas, e usando-se séries de Taylor, a velocidade e a profundidade podem ser calculadas após um incremento de tempo.

A convergência deste tipo de solução foi amplamente estudada e comprovada por Abdel-Razaq et al. (1967).

C.1 - Generalidades

As equações da quantidade de movimento e da continuidade tomam as seguintes formas, quando aplicadas ao problema de escoamento em canais:

$$u_t + u u_x + g h_x = g(S - SF) - \frac{qu}{h} \quad (C.1)$$

$$u h_x + h u_x + h_t = q \quad (C.2)$$

onde: u - velocidade

h - profundidade do fluxo

q - taxa de entrada lateral

g - aceleração da gravidade

S - inclinação do canal

SF - perda de carga

x - distância ao longo do canal

t - tempo

u_t, u_x - derivadas parciais da velocidade com respeito ao tempo e distância, respectivamente

h_t, h_x - derivadas parciais da profundidade com respeito ao tempo e distância, respectivamente

Algumas destas grandezas podem ser vistas na Figura C.1.

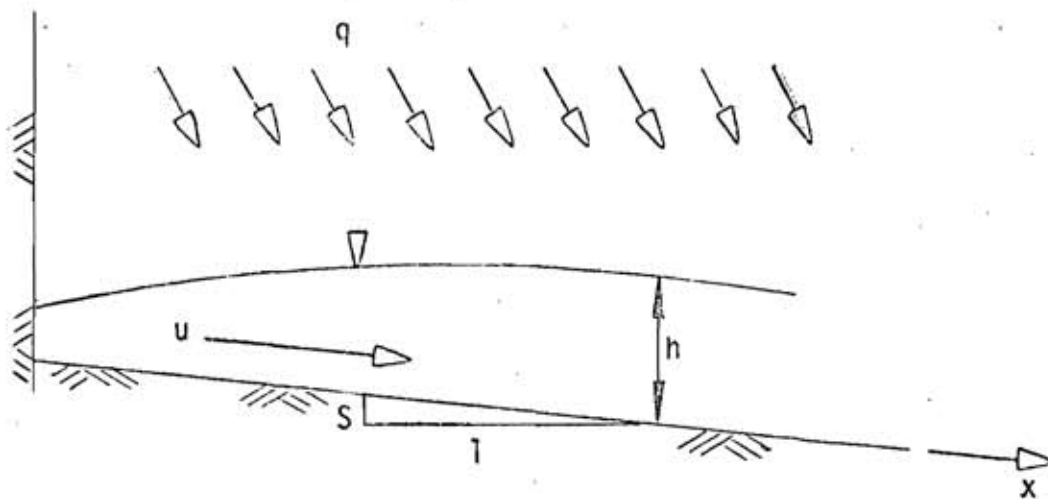


Figura C.1 - Esquema de Definição das Variáveis

A natureza das equações C.1 e C.2 não permite uma solução matemática exata. O método das características se mostrou aplicável na resolução deste conjunto de equações (Stoker, 1957; Chow, 1959; Henderson, 1966), mas a relativa complexidade deste método é um obstáculo que limita suas aplicações. Diversos métodos numéricos de solução foram propostos. O procedimento descrito a seguir se constitui em um deles.

C.2 - Método de Solução (Abdel-Razag et al., 1967)

As equações C.1 e C.2, envolvem duas variáveis dependentes, u e h , e duas independentes, x e t . Utilizando-se a definição de derivada, e reordenando-se os termos, estas duas equações podem ser es

critas na forma seguinte, se diferenças regressivas são usadas:

$$\begin{aligned} u_t(x, t) &= g(S - SF) - \frac{u(x, t)}{\Delta x} [u(x, t) - u(x - \Delta x, t)] - \\ &- \frac{g}{\Delta x} [h(x, t) - h(x - \Delta x, t)] - \frac{q}{h(x, t)} u(x, t) \end{aligned} \quad (C.3)$$

$$\begin{aligned} h_t(x, t) &= q - \frac{u(x, t)}{\Delta x} [h(x, t) - h(x - \Delta x, t)] - \\ &- \frac{h(x, t)}{\Delta x} [u(x, t) - u(x - \Delta x, t)] \end{aligned} \quad (C.4)$$

Se diferenças progressivas são usadas, as equações C.1 e C.2 tomam a forma:

$$\begin{aligned} u_t(x, t) &= g(S - SF) - \frac{u(x, t)}{\Delta x} [u(x + \Delta x, t) - u(x, t)] - \\ &- \frac{g}{\Delta x} [h(x + \Delta x, t) - h(x, t)] - \frac{q}{h(x, t)} u(x, t) \end{aligned} \quad (C.5)$$

$$\begin{aligned} h_t(x, t) &= q - \frac{u(x, t)}{\Delta x} [h(x + \Delta x, t) - h(x, t)] - \\ &- \frac{h(x, t)}{\Delta x} [u(x + \Delta x, t) - u(x, t)] \end{aligned} \quad (C.6)$$

As derivadas em relação ao espaço foram aproximadas por

diferenças regressivas ao longo do canal, exceto na nascente, onde diferenças progressivas foram usadas.

Como indicado na Figura C.2, o eixo x pode ser dividido em N pontos nodais, espaçados um do outro de uma distância Δx , de maneira que

$$x = n \Delta x \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, N \quad (C.7)$$

consequentemente,

$$u(x, t) = u(n \Delta x, t) = u_n(t) \quad (C.8)$$

$$h(x, t) = h(n \Delta x, t) = h_n(t) \quad (C.9)$$

$$u(x - \Delta x, t) = u[(n-1) \Delta x, t] = u_{n-1}(t) \quad (C.10)$$

$$h(x - \Delta x, t) = h[(n-1) \Delta x, t] = h_{n-1}(t) \quad (C.11)$$

$$u(x + \Delta x, t) = u[(n+1) \Delta x, t] = u_{n+1}(t) \quad (C.12)$$

$$h(x + \Delta x, t) = h[(n+1) \Delta x, t] = h_{n+1}(t) \quad (C.13)$$

$$h_t(x, t) = h_t(n \Delta x, t) = h_t n(t) = \frac{dh_n(t)}{dt} \quad (C.14)$$

$$u_t(x, t) = u_t(n \Delta x, t) = u_t n(t) = \frac{d u_n(t)}{dt} \quad (C.15)$$

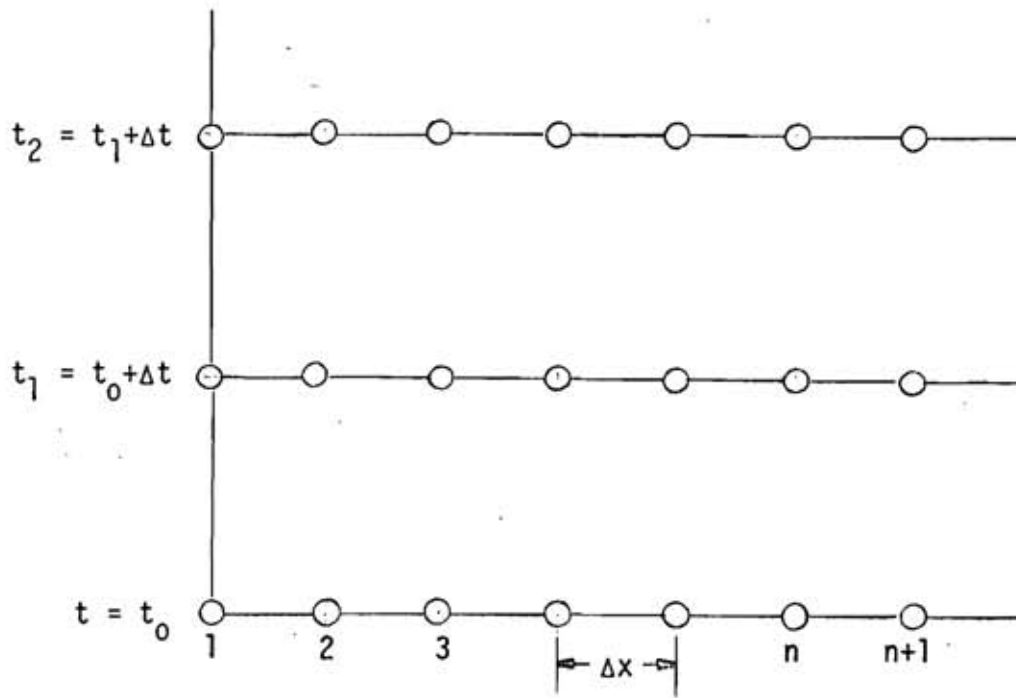


Figura C.2 - O Plano $x - t$

Substituindo-se as equações C.8, C.9, C.10, C.11, C.14 e C.15 nas equações C.3 e C.4,

$$\begin{aligned} \frac{du_n(t)}{dt} = & g(S - SF) - \frac{u_n(t)}{\Delta x} [u_n(t) - u_{n-1}(t)] - \\ & - \frac{g}{\Delta x} [h_h(t) - h_{n-1}(t)] - \frac{q}{h_h(t)} u_n(t) \end{aligned} \quad (C.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_n(t)}{dt} &= q - \frac{u_n(t)}{\Delta x} [h_n(t) - h_{n-1}(t)] - \\ &- \frac{h_n(t)}{\Delta x} [u_n(t) - u_{n-1}(t)] \end{aligned} \quad (C.17)$$

Analogamente, se as equações C.8, C.9, C.12, C.13, C.14 e C.15 são substituídas nas equações C.5 e C.6,

$$\begin{aligned} \frac{du_n(t)}{dt} &= g(S - SF) - \frac{u_n(t)}{\Delta x} [u_{n+1}(t) - u_n(t)] - \\ &- \frac{g}{\Delta x} [h_{n+1}(t) - h_n(t)] - \frac{q}{h_n(t)} u_n(t) \end{aligned} \quad (C.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{dh_n(t)}{dt} &= q - \frac{u_n(t)}{\Delta x} [h_{n+1}(t) - h_n(t)] - \\ &- \frac{h_n(t)}{\Delta x} [u_{n+1}(t) - u_n(t)] \end{aligned} \quad (C.19)$$

Já que u e h são conhecidos no tempo $t = 0$, a série de Taylor é usada para avançar a solução no tempo. Desenvolvendo-se u e h em série de Taylor,

$$u_n(t + \Delta t) = u_n(t) + \Delta t \left[\frac{du_n(t)}{dt} \right] + \dots \quad (C.20)$$

$$h_n(t + \Delta t) = h_n(t) + \Delta t \left[\frac{dh_n(t)}{dt} \right] + \dots \quad (C.21)$$

Os membros direitos das equações C.20 e C.21 são conhecidos no tempo $t = 0$. Isto pode ser usado para se obter os valores de $u(t + \Delta t)$ e $h(t + \Delta t)$ nos pontos nodais. O processo é então repetido para os próximos incrementos de tempo, para se calcular $u(t + K \Delta t)$ e $h(t + K \Delta t)$, onde $K = 2, 3, \dots$

C.3 - Cálculo da Perda de Carga - SF

Este problema foi extensivamente estudado por Abdel-Razaq et al. (1967) usando dados experimentais. Essas pesquisas visaram verificar as duas expressões para o cálculo de SF, que são listadas a seguir:

$$SF = \frac{3 \nu}{g} \frac{u}{h^2} \quad (C.22)$$

onde: ν - viscosidade cinemática da água

SF, g, u, h - como definidos anteriormente

e

$$SF = \frac{1,33}{2 g} \nu^{1/2} \left(\frac{u}{h} \right)^{3/2} \quad (C.23)$$

A expressão C.22 é obtida assumindo-se um fluxo uniforme e laminar, para o qual a velocidade média do escoamento pode ser escrita como

$$u = \frac{g SF}{3 \nu} h^2 \quad (C.24)$$

Para se obter a relação C.23, primeiramente deve-se lembrar que a tensão de cisalhamento pode ser colocada nas duas formas abaixo:

$$\tau = c_0 \rho \frac{u^2}{2} \quad (C.25)$$

onde τ - tensão de cisalhamento
 c_0 - coeficiente de cisalhamento
 ρ - massa específica da água
 u - como definido anteriormente

$$e \quad \tau = \gamma h SF \quad (C.26)$$

onde γ - peso específico da água
 τ, h, SF - como definidos anteriormente

Das equações C.25 e C.26, obtêm-se

$$SF = \frac{c_0}{2g} \frac{u^2}{h} \quad (C.27)$$

Por outro lado, para uma superfície lisa, c_0 pode ser expresso como

$$c_0 = \frac{1,33}{\sqrt{R}} \quad (C.28)$$

onde: R - número de Reynold

c_o - como definido anteriormente

A substituição de C.28 em C.27 fornece

$$SF = \frac{1,33}{2g \sqrt{R}} \frac{u^2}{h} \quad (C.29)$$

Finalmente, já que R é calculado por

$$R = \frac{h u}{\nu} \quad (C.30)$$

pode-se obter a relação C.23 pela substituição de C.30 em C.29.

Abdel-Razaq et al. (1967) concluíram que as relações C.22 e C.23 se mostram insatisfatórias para o cálculo de SF.

Estudos anteriores haviam mostrado que a aproximação de Manning, para a perda de carga, fornece resultados razoavelmente precisos (Stoker, 1957). Comparando-se esta aproximação com os valores dados pelas equações C.22 e C.23, estes pesquisadores chegaram à conclusão que ela ainda se constitui no melhor método disponível. Aplicações desta aproximação, levadas a cabo posteriormente por Baltzer e Lai (1968), Machmeier e Larson (1968), entre outros, comprovaram a sua utilidade. A aproximação de Manning para o cálculo de SF é a seguinte:

$$SF = \frac{u^2}{\left(\frac{1,486}{n}\right)^2 \cdot r^{4/3}} \quad (C.31)$$

onde: n - coeficiente de rugosidade de Manning

r - raio hidráulico

SF, u - como definidos anteriormente

APÊNDICE D

ESTUDO DO DESVIO ENTRE A ÁREA SOB O HIDROGRAMA

E O ESCOAMENTO TOTAL

Neste apêndice é feito um estudo sobre o comportamento da função $f(c)$, referenciada por B.9 no apêndice B e aqui por D.1. São apresentadas algumas conclusões, as quais foram utilizadas no processo de ajuste da função Pearson tipo III aos sete pontos de Snyder.

Como foi visto no apêndice B, a função $f(c)$ é definida por

$$f(c) = \ln \left[\frac{Q_p \exp \left(\frac{P_r}{c} \right) (c.a)^{a+1}}{(P_r)^a \exp(a)} \sqrt{\frac{2\pi}{a}} \left(1 + \frac{1}{12a} + \frac{1}{288a^2} \right) \right] -$$
$$- \ln (K \cdot \text{AREA}) \quad (D.1)$$

Uma subrotina foi preparada, em FORTRAN, para plotar os valores de f versus c para vários valores de a . Os resultados obtidos permitiram uma conclusão sobre a forma da função $f(c)$ que pode ser vista na Figura D.1.

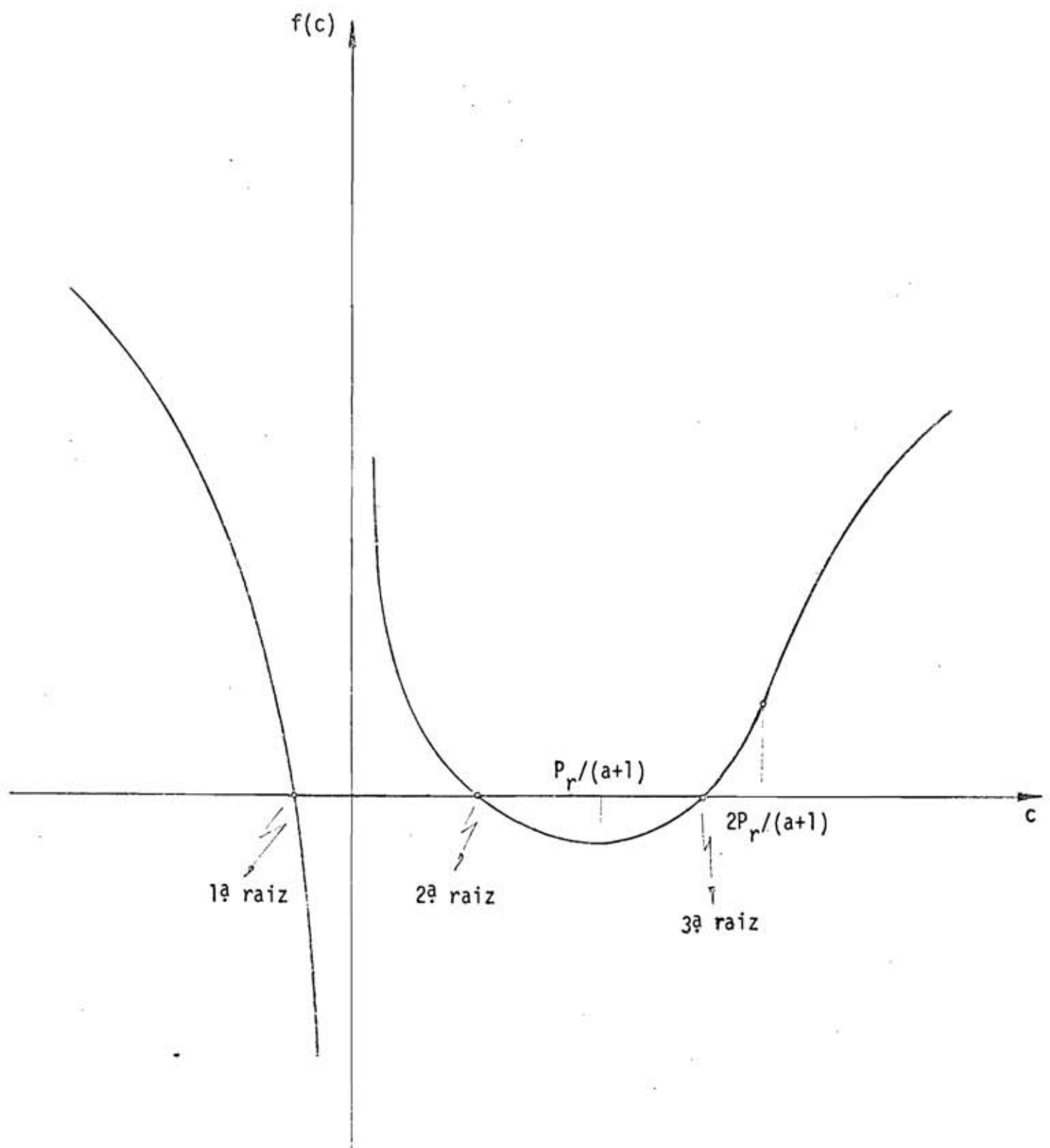


Figura D.1 - Gráfico da Função $f(c)$.

A forma da função $f(c)$, mostrada na Figura D.1, entre tanto, está sujeita a algumas restrições. Para determinados valores de a, a função não é definida no semi-eixo negativo de c, além disso, para outros valores de a, $f(c)$ não tem raiz no semi-eixo positivo de c.

A primeira restrição não é importante, pois o ajuste de que trata o Apêndice B necessita de uma raiz positiva de $f(c)$. No en tanto, a segunda restrição é problemática pois esta raiz procurada pode não existir.

Este problema é contornado, atribuindo-se a c o valor para o qual $f(c)$ atinge um mínimo local, quando esta função não tiver raiz positiva.

Fazendo-se

$$f'(c) = 0 \quad (D.2)$$

onde $f'(c)$ é a derivada de f com respeito a c, obtêm-se facilmente o ponto de mínimo de f pois na equação D.2 o parâmetro c pode ser explicitado. Obtêm-se então

$$c_{\min} = \frac{p_r}{a+1} \quad (D.3)$$

Vários testes foram feitos, utilizando-se esse resultado e se conseguiu uma grande margem de segurança quanto à convergência do método do Apêndice B, para os valores corretos de a e c. Além disso, essa convergência se mostrou bastante rápida.

Analisando-se a Figura D.1, pode-se notar que o método iterativo de Newton (v. Apêndice B), para a determinação da raiz positiva, pode não convergir, dependendo do valor inicial atribuído a c. Ainda da Figura D.1 pode ser visto que, se o valor inicial de c for o ponto de inflexão da função, a convergência para uma raiz positiva (3ª raiz) é assegurada.

O ponto de inflexão de $f(c)$ também pode ser facilmente determinado, pois o valor de c pode ser explicitado na equação abaixo

$$f''(c) = 0 \quad (D.4)$$

Obtém-se

$$c_{inf} = \frac{2 P_r}{a+1} \quad (D.5)$$

Uma subrotina, em FORTRAN, foi desenvolvida para determinar uma raiz positiva de $f(c)$, utilizando-se o método iterativo de Newton. Como valor inicial de c é utilizado o valor obtido por D.5.

Uma tentativa foi feita no sentido de se utilizar a me
nor raiz positiva para o ajuste da curva Pearson tipo III aos sete pon .
tos obtidos pelo Método de Snyder; entretanto, este ajuste se mostrou
menos preciso do que aquele que utiliza a maior raiz positiva, e a idēi
a foi abandonada.

APÊNDICE E

GLOSSÁRIO DE EXPRESSÕES USADAS EM HIDROLOGIA

Bacia Hidrográfica

Toda área que é drenada por um canal ou por um sistema interconectado de canais tal que todo escoamento originado na área é conduzido para uma única saída (Linsley et al., 1949).

Bacia de Drenagem

V. Bacia Hidrográfica.

Ciclo Hidrológico

Movimento cíclico das águas dos mares e rios para a atmosfera e a consequente precipitação (Wilson, 1969).

Curva de Ascensão

Parte do hidrograma compreendida desde o início do excesso de precipitação até o primeiro ponto de inflexão.

Curva de Recessão

Parte do hidrograma a partir do segundo ponto de inflexão.

Excesso de Precipitação

Parte da precipitação total que contribui diretamente para a corrente superficial (Chow, 1964).

Fluxo Direto

Fluxo composto do excesso de precipitação e da parcela de água que se infiltra, caminha paralelamente à superfície e retorna novamente a esta.

Hidrograma de uma Bacia Hidrográfica

Gráfico mostrando a vazão, medida na saída da bacia, em função do tempo. Idênticas precipitações, com mesmas condições antecedentes, produzem hidrogramas iguais.

Hidrograma Sintético

Hidrograma obtido de procedimentos outros que não a expe

rimentação.

Hidrograma Unitário

Gráfico mostrando a variação do fluxo direto com o tempo, obtido de uma precipitação que resulta num escoamento de uma polegada. Por escoamento de uma polegada, entenda-se todo fluxo direto que passa pela saída da bacia resultando num volume igual a uma polegada multiplicada pela área da bacia.

Hidrologia

Parte da Ciência que se preocupa com a ocorrência e movimento das águas, suas propriedades químicas e físicas e sua interação com o meio ambiente (Eagleson, 1970).

Hietograma

Gráfico mostrando a variação da intensidade da chuva com o tempo.

Interceptação

Efeito da vegetação ao reduzir a quantidade de precipitação que alcança o solo. Durante a precipitação, o total interceptado

consiste de duas partes, quais sejam, aquela requerida para satisfazer o armazenamento na vegetação e aquela que se evapora na vegetação, durante a chuva (Linsley et al., 1949).

Ramo Descendente

V. Curva de Recessão.

Tempo de Atraso

Diferença, em tempo, entre os centróides do hietograma e do hidrograma.

Tempo de Base

Tempo decorrido desde o início do excesso de precipitação até o instante em que cessa o fluxo direto.

Teoria do Hidrograma Unitário

Teoria proposta por Sherman em 1932, segundo a qual precipitações uniformemente distribuídas dentro de um período especificado de tempo e uniformemente distribuídas em toda a extensão da bacia de drenagem produzem hidrogramas do fluxo direto com o mesmo tempo de base e ordenadas diretamente proporcionais à quantidade total do fluxo dire

to. Portanto, de posse de um hidrograma unitário, pode-se obter o hidrograma do fluxo direto, resultante de uma precipitação com as características acima. Para isso, basta multiplicar as ordenadas do hidrograma unitário pelo correspondente volume do fluxo direto.

Também, segundo essa teoria, o hidrograma do fluxo direto, resultante de uma precipitação sobre uma dada bacia, reflete todas as características físicas combinadas da bacia (Chow, 1964).

BIBLIOGRAFIA

ABDEL-RAZAQ, A., Viessman, W. Jr., e Hernandez, J. W.

- 1967 "A Solution to the Surface Runoff Problem", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, nº HY6, Proc. Paper 5606, November, pp 335-352.

AMOROCHO, J.

- 1963 "Measures of the Linearity of Hydrologic Systems", Journal of Geophysical Research, vol. 68, nº 8, April 15, pp 2237-2249.

BALTZER, R. A. e Lai, C.

- 1968 "Computer Simulation of Unsteady Flows in Waterways", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, nº HY4, Proc. Paper 6048, July, pp 1083-1117.

CHORAFAS, D. N.

- 1965 System and Simulation, Academic Press, New York.

CHOW, V. T.

- 1964 Handbook of Applied Hydrology, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y.
- 1959 Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y.

CORPS OF ENGINEERS

- 1959 Flood-Hydrograph Analyses and Computation, Engrg.
Manual 1110-2-1405, Office, Chf. of Engrs, Washington,
D.C., 60 pp.

EAGLESON, P. S.

- 1970 Dynamic Hydrology, McGraw-Hill Book Co., Inc.,
New York, N.Y.

GORDON, G.

- 1969 System Simulation, Prentice-Hall, Inc., Englewood
Cliffs, N.J.

HARTLEY, H. O.

- 1961 "The Modified Gauss-Newton Method for the Fitting of
Non-Linear Regression Functions by Least Squares",
Technometrics, vol. 3, n^o 2, May, p 271.

HENDERSON, F. M.

- 1966 Open Channel Flow, The MacMillan Co., New York, N.Y.

HORTON, R. E.

- 1919 "Rainfall Interception",
Monthly Weather Rev., vol. 47, pp. 603-623.

HUDLOW, M. D., e Clark, R. A.

- 1969 "Hydrograph Synthesis by Digital Computer",
Journal of the Hydraulics Division, ASCE, n° HY3,
Proc. Paper 6555, May, pp. 839-859.

LARSON, C. L.

- 1965 "A Two-Phase Approach to Prediction of Peak Rates and
Frequencies of Runoff for Small Ungaged Watersheds",
Stanford University, Department of Civil Engineering,
Tech. Report n° 53, Stanford, California, June.

LAURENSEN, E. M.

- 1964 "A Catchment Storage Model for Runoff Routing",
Journal of Hydrology, vol. 2, pp. 141-163.

LEVENBERG, K.

- 1944 "A Method for the Solution of Certain Nonlinear
Problems in Least Squares",
Quarterly of Applied Mathematics, n° 2, pp. 164-168.

LINSLEY, R. K., Kohler, M. A., e Paulhus, J. L. H.

- 1949 Applied Hydrology, McGraw-Hill Book Co., Inc.,
New York, N.Y.

LINSLEY, R. K., Kohler, M. A., e Paulhus, J. L. H.

1958 Hydrology for Engineer, McGraw-Hill Book Co., Inc.,
New York, N.Y.

MACHMEIER, R. E. e Larson, G. L.

1968 "Runoff Hydrographs for Mathematical Watershed Model",
Journal of the Hydraulics Division, ASCE, nº HY6,
Proc. Paper 6248, November, pp 1453-1474.

MINSHALL, N. E.

1960 "Predicting Storm Runoff on Small Experimental
Watersheds",
Journal of Hydraulics Division, ASCE, vol. 86, nº HY8,
Proc. Paper 2577, August, pp 17-33.

PABST, A. F.

1966 "Hydrograph Linearity in an Elementary Channel",
Tese apresentada para o Departamento de Engenharia Ci
vil, Universidade de Minnesota, Minneapolis, Minn.

PARKER, J. K.

1969 "Introduction to System Analysis",
International City Managers Association, Washington,
D.C. - (tradução: v. LAFE-100, INPE).

SHERMAN, L. K.

- 1932 "Stream flow from Rainfall by the Unit-Graph Method",
Engineers News-Record, vol. 108, pp. 501-505.

SNYDER, F. F.

- 1938 "Synthetic Unit-Graphs",
Transactions, American Geophysical Union, vol. 19,
pp. 447-454.

STOCKER, J. J.

- 1957 Water Waves, Interscience Publishers, New York, N.Y.

WEBBER, N. B.

- 1968 Fluid Mechanics for Civil Engineers, E. & F. N. SPON
LTD, London.

WILSON, E. M.

- 1969 Engineering Hydrology, The MacMillan Press Ltd.,
New York, N.Y.