



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**INPE-9559-TDI/834**

**GLOBAL PROJECTION OF RANGEL - UM SISTEMA DE  
PROJEÇÃO DO GLOBO TERRESTRE SOBRE UM ELIPSÓIDE**

Ricardo Rodrigues Rangel

Tese de Doutorado em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Tatuo Nakanishi e João Bosco Schumann Cunha, aprovada em 12 de setembro de 2002.

INPE  
São José dos Campos  
2003

519.6:528.235

RANGEL, R. R.

Global projection of Rangel-Um sistema de projeção do globo terrestre sobre um elipsóide / R. R. Rangel. – São José dos Campos: INPE, 2002.

220p. – (INPE-9559-TDI/834).

1. Cartografia. 2. Geodésia. 3. Coordenadas geodésicas.  
4. Sistemas de Informações Geográficas (SIG). 5. Sistemas  
de projeção. 6. Projeção global. I. Título.

Aprovado pela Banca Examinadora em  
cumprimento a requisito exigido para a  
obtenção do Título de **Doutor** em  
**Computação Aplicada.**

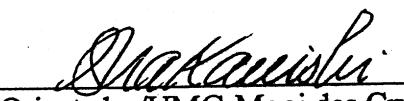
Dr. Solon Venâncio de Carvalho

  
Presidente/INPE-SJCampos/SP

Dr. João Bosco Schumann Cunha

  
Orientador/UNIFEI-Itajubá/MG

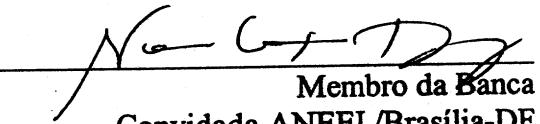
Dr. Tatuo Nakanishi

  
Orientador/UMC-Mogi das Cruzes/SP

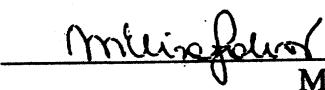
Dr. Nilson Sant'Anna

  
Membro da Banca/INPE-SJCampos/SP

Dr<sup>a</sup> Noris Costa Diniz

  
Membro da Banca  
Convidada ANEEL/Brasília-DF

Dr<sup>a</sup> Maria Elisa Esteves Lopes Galvão

  
Membro da Banca  
Convidada IME/USP/São Paulo-SP

Candidato (a): Ricardo Rodrigues Rangel

São José dos Campos, 12 de setembro de 2002.

Dedico este trabalho a minha querida esposa Simone, pelo intenso apoio e carinho ao longo dos anos que caminhamos juntos, e as minhas filhas Jéssica e Isabela, pela alegria e felicidade que nos proporcionam.



## AGRADECIMENTOS

Aos Drs. Tatuo Nakanishi e João Bosco S. Cunha, pela orientação e amizade demonstrada durante os exaustivos períodos dispendidos no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Dr. Vieira Dias, pelo constante incentivo na área acadêmica.

A minha esposa Simone, pelo carinho, confiança e suporte nas horas difíceis.

As minhas filhas Jéssica e Isabela, pelos momentos de alegria e felicidade.

Aos meus sogros, pelo apoio familiar, e aos meus pais, pela boa educação proporcionada durante a infância e a adolescência.

Finalmente, acima de tudo, a Deus pela criação e inspiração de todos os conhecimentos.



## RESUMO

Este trabalho propõe uma nova metodologia matemática para a representação do globo terrestre sobre um elipsóide, capaz de viabilizar equações para o tratamento de posições geodésicas, georreferência e determinação de distâncias e ângulos, com precisão variável e continuidade das informações em todas as partes do elipsóide. O estudo foi desenvolvido com o intuito de se criar um mecanismo de projeção, em três dimensões, que tenha condições de eliminar ou reduzir as limitações encontradas nos atuais sistemas de projeção cartográfica, tais como a Universal Transverse of Mercator e a Cônica de Lambert. As equações matemáticas foram implementadas e testadas em ambiente computacional. Os resultados foram apresentados estatisticamente e demonstraram que este sistema de projeção consegue proporcionar simultaneamente precisão em altitude, azimute e distância, com erros médios extremamente pequenos, tornando-se aplicável em todas as escalas de mapeamento.



GLOBAL PROJECTION OF RANGEL -  
A PROJECTION SYSTEM OF TERRESTRIAL GLOBE ON AN ELLIPSOID

ABSTRACT

This work proposes a new mathematical methodology to represent the terrestrial globe on an ellipsoid, capable of offering equations for dealing geodetic positions, georeference, and distance and bearings determination, with variable precision and continuity of information in whole ellipsoid. The study has been developed with the intention of creating a projection mechanism, in three dimensions, able to reduce or eliminate all found limitations in actual cartographic projection systems, as Universal Transverse of Mercator and Conical of Lambert. All mathematical equations have been implemented and tested in computational environment. The results were statistically presented and have demonstrated that this projection system can provide simultaneously altitude, bearings and distance precision, with minimal average errors, being applicable in all scale mappings.



DIREITOS RESERVADOS

A metodologia matemática proposta no Sistema de Projeção GPR e a sua implementação computacional encontram-se protegidas contra utilização não autorizada, nacional e internacional, conforme preceitua a Lei Nº 9.609, de 19 de fevereiro de 1998, regulamentada pelo Decreto Nº 2.556, de 20 de abril de 1998, combinada com a Lei Nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998, registro requerido no Instituto Nacional de Propriedade Industrial - INPI (Decreto Nº 2.556/98, Art. 1º), ficando os infratores sujeitos às sanções cíveis e penais previstas nos respectivos diplomas legais. Protocolo Nº 18 Mar 1341 02 000050 - INPI - São Paulo, Brasil, de 18 de março de 2002.

RIGHTS RESERVED

The mathematical methodology proposed in GPR Projection System and its computational implementation are protected against unauthorized utilization, National and International, as described in Law 9609, February 19, 1998, regulated by Decree 2556, April 20, 1998, combined with Law 9610, February 19, 1998, required register on Instituto Nacional de Propriedade Industrial - INPI (Decree 2556/98, Art. 1<sup>st</sup>), being all offenders subject to correlated penalties. Protocol 18 Mar 1341 02 000050 - INPI - São Paulo, Brazil, March 18, 2002.



## SUMÁRIO

Pág.

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	
<b>CAPÍTULO 1 - <u>INTRODUÇÃO</u> .....</b>	<b>27</b>
<b>CAPÍTULO 2 - <u>CONCEITOS DE GEODÉSIA</u> .....</b>	<b>31</b>
2.1 - <u>Introdução</u> .....	31
2.2 - <u>Geometria da Geodésia</u> .....	31
2.2.1 - <u>Geóide</u> .....	32
2.2.2 - <u>Elipsóide</u> .....	33
2.2.3 - <u>Elipse</u> .....	36
2.3 - <u>Datum</u> .....	39
2.4 - <u>Coordenadas Cartesianas</u> .....	41
<b>CAPÍTULO 3 - <u>SISTEMAS DE PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA</u> .....</b>	<b>43</b>
3.1 - <u>Introdução</u> .....	43
3.2 - <u>Classificação das Projeções</u> .....	44
3.2.1 - <u>Classificação por Superfície de Projeção</u> .....	44
3.2.1.1 - <u>Projeção Plana ou Azimutal</u> .....	44
3.2.1.2 - <u>Projeção Cônica</u> .....	45
3.2.1.3 - <u>Projeção Cilíndrica</u> .....	46
3.2.2 - <u>Classificação pelas Propriedades de Deformação</u> .....	47
3.2.2.1 - <u>Projeção Conforme ou Isogonal</u> .....	47
3.2.2.2 - <u>Projeção Equivalente ou Isométrica</u> .....	47
3.2.2.3 - <u>Projeção Equidistante</u> .....	49
3.3 - <u>Projeção Universal Transverse of Mercator</u> .....	49
3.4 - <u>Projeção Cônica Conforme de Lambert</u> .....	52

3.5 – Limitações Gerais nas Projeções .....	54
<b>CAPÍTULO 4 – SISTEMA DE PROJEÇÃO GPR – "GLOBAL PROJECTION OF RANGEL" .....</b>	<b>57</b>
4.1 – Introdução .....	57
4.2 – Elipsóide de Representação .....	58
4.3 – Transformação de Posição $(\phi, \lambda, h)$ em Ponto $(x, y, z)$ .....	59
4.4 – Transformação de Ponto $(x, y, z)$ em Posição $(\phi, \lambda, h)$ .....	62
4.5 – Cálculo da Primeira Interseção Entre Uma Reta e o Elipsóide de Referência .....	69
4.6 – Cálculo do Azimute Verdadeiro Entre Duas Posições Geográficas .....	75
4.7 – Cálculo da Distância Entre Duas Posições Geográficas .....	79
4.7.1 – Determinação da Elipse em Três Dimensões .....	80
4.7.1.1 – Cálculo do Cosseno do Ângulo $\theta$ Entre os Planos $P_{l_e}$ e $x_0z$ .....	81
4.7.1.2 – Determinação dos Semi-eixos da Elipse .....	82
4.7.2 – Projeção dos Pontos Sobre a Elipse de Representação em Duas Dimensões .....	83
4.7.2.1 – Identificação do Ponto de Referência $P_i$ .....	84
4.7.2.2 – Cálculo dos Cossenos .....	89
4.7.2.3 – Projeção dos Pontos na Elipse de Referência .....	90
4.7.3 – Cálculo da Distância por Aproximações Sucessivas .....	92
4.7.3.1 – Seccionamento da Elipse em Setores .....	92
4.7.3.1.1 – Divisão do Primeiro Quadrante em $m$ Setores .....	94
4.7.3.1.2 – Espelhamento das Informações do Primeiro Quadrante .....	96
4.7.3.2 – Seccionamento dos Setores em Subsetores .....	97

4.7.3.2.1 - Identificação dos Azimutes e Setores dos Pontos $P_a$ e $P_b$ .....	98
4.7.3.2.2 - Divisão dos Setores dos Pontos $P_a$ e $P_b$ em n Subsetores .....	99
4.7.3.3 - Seccionamento dos Subsetores em Microsetores .....	102
4.7.3.3.1 - Identificação dos Subsetores dos Pontos $P_a$ e $P_b$ .....	102
4.7.3.3.2 - Divisão dos Subsetores dos Pontos $P_a$ e $P_b$ em 2 Microsetores .....	103
4.7.3.4 - Somatória dos Comprimentos dos Segmentos de curva .....	104
4.7.3.4.1 - Cálculo das Distâncias Entre os Pontos $P_a$ e $P_b$ e o Início dos Setores .....	105
4.7.3.4.2 - Identificação do Sentido de Busca .....	105
4.7.3.4.3 - Somatória dos Comprimentos dos Segmentos de Curva no Sentido Anti-horário .....	106
4.7.3.4.4 - Somatória dos Comprimentos dos Segmentos de Curva no Sentido Horário .....	107
4.8 - Cálculo de uma Nova Posição Após Deslocamento Angular .....	108
4.9 - Cálculo de uma Nova Posição Após Deslocamento ..	112
4.9.1 - Cálculo de uma Posição Estimada .....	113
4.9.2 - Determinação da Elipse em Três Dimensões .....	114
4.9.3 - Projeção dos Pontos Sobre a Elipse de Representação em Duas Dimensões .....	115
4.9.4 - Cálculo da Distância Angular por Aproximações Sucessivas .....	115
4.9.4.1 - Seccionamento da Elipse em Setores .....	116
4.9.4.2 - Seccionamento do Setor do Ponto $P_a$ em Subsetores .....	117
4.9.4.3 - Seccionamento do Subsetor do Ponto $P_a$ em microsetores .....	117
4.9.4.4 - Somatória das Variações Angulares .....	118

4.9.4.4.1 - Cálculo das Distâncias Entre o Ponto $P_a$ e as Extremidades do Setor $sP_a$ .....	118
4.9.4.4.2 - Identificação do Sentido de Busca .....	119
4.9.4.4.3 - Somatória das Variações Angulares no Sentido Anti-horário .....	119
4.9.4.4.3.1 - Caso A: O Ponto $P_c$ se Encontra Dentro do Subsetor do Ponto $P_a$ , Sentido Anti-horário .....	120
4.9.4.4.3.2 - Caso B: O Ponto $P_c$ se Encontra Dentro do Setor do Ponto $P_a$ , mas em Subsetor Diferente, Sentido Anti-horário .....	121
4.9.4.4.3.3 - Caso C: O Ponto $P_c$ se Encontra em Setor Diferente do Ponto $P_a$ , Sentido Anti-horário .....	122
4.9.4.4.4 - Somatória das Variações Angulares no Sentido Horário .....	125
4.9.4.4.4.1 - Caso D: O Ponto $P_c$ se Encontra Dentro do Subsetor do Ponto $P_a$ , Sentido Horário .....	125
4.9.4.4.4.2 - Caso E: O Ponto $P_c$ se Encontra Dentro do Setor do Ponto $P_a$ , mas em Subsetor Diferente, Sentido Horário .....	126
4.9.4.4.4.3 - Caso F: O Ponto $P_c$ se Encontra em Setor Diferente do Ponto $P_a$ , Sentido Horário .	128
4.9.5 - Determinação da Nova Posição .....	130
<u>CAPÍTULO 5 - AVALIAÇÃO DO SISTEMA DE PROJEÇÃO GPR</u> ....	131
5.1 - Introdução .....	131
5.2 - Análise com Diferentes Posições Geodésicas de Referência .....	132
5.2.1 - Metodologia .....	132
5.2.2 - Análise .....	149
5.2.2.1 - Análise dos Erros de Altitude .....	149
5.2.2.2 - Análise dos Erros de Azimute .....	158

5.2.2.3 – Análise dos Erros de Distância.....	166
5.3 – Análise com Diferentes Variáveis de Controle...	175
5.3.1 – Metodologia .....	175
5.3.2 – Análise .....	193
5.3.2.1 – Análise dos Erros de Distância.....	193
5.4 – Análise com Posições Geodésicas Conhecidas .....	204
5.4.1 – Metodologia .....	204
5.4.2 – Análise .....	207
5.5 – Características Gerais .....	209
 <u>CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO</u> .....	211
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	215



## LISTA DE FIGURAS

Pág.

2.1 - Relação entre o geóide e o elipsóide.....	32
2.2 - Latitude geodésica.....	34
2.3 - Longitude geodésica.....	34
2.4 - Variáveis básicas do elipsóide.....	36
2.5 - Elipse em duas dimensões.....	37
2.6 - Pontos focais da elipse.....	37
2.7 - Distância entre a origem e um ponto da elipse..	38
2.8 - Sistema de coordenadas cartesianas .....	41
3.1 - Sistemas de Coordenadas Plano-Retangulares .....	44
3.2 - Exemplo de projeção plana ou azimutal.....	45
3.3 - Exemplo de projeção cônica.....	45
3.4 - Exemplo de projeção cilíndrica.....	46
3.5 - Comparação entre diferentes sistemas de projeção .....	47
3.6 - Brasil dividido em fusos de 6 graus .....	50
3.7 - Representação de um fuso UTM.....	51
3.8 - Projeção Cônica Conforme de Lambert .....	53
4.1 - Sistema de coordenadas .....	57
4.2 - Elipsóide de Representação.....	58
4.3 - Pontos de Referência.....	59
4.4 - Transformação de $(\phi, \lambda, h)$ em $(x, y, z)$ .....	59
4.5 - Seccionamento entre o elipsóide e o plano paralelo a $x_0z$ , com distância $y_s$ do plano equatorial .....	60
4.6 - Visão superior do seccionamento entre o elipsóide e o plano paralelo a $x_0z$ , com distância $y_s$ do plano equatorial .....	61
4.7 - Latitude falsa $\phi_f$ .....	64
4.8 - Pontos $P_s$ e $P_x$ .....	64

4.9 - Pontos $P_s$ e $P_{s'}$ .....	66
4.10 - Pontos $P_s$ e $P_{s''}$ .....	67
4.11 - Interseção de uma reta qualquer com o elipsóide .....	69
4.12 - Interseção de uma reta perpendicular ao plano $x_0z$ com o elipsóide .....	74
4.13 - Planos $Pl_1$ e $Pl_2$ .....	76
4.14 - Seção formada entre o plano $Pl_e$ e o elipsóide .	80
4.15 - Ângulo $\theta$ entre os planos $Pl_e$ e $x_0z$ .....	81
4.16 - Elipse de representação em duas dimensões.....	83
4.17 - Ponto $P_i$ sobre o elipsóide de referência.....	84
4.18 - Ângulos $\gamma_a$ e $\gamma_b$ .....	89
4.19 - Pontos projetados $P_a$ e $P_b$ .....	91
4.20 - Elipse com 4 setores por quadrante, $m=4$ .....	93
4.21 - Convenção de quadrantes para a elipse de referência .....	93
4.22 - Divisão do primeiro quadrante, $m=4$ .....	94
4.23 - Espelhamento do primeiro quadrante, $m=4$ .....	96
4.24 - Divisão dos setores em subsetores, $m=4$ e $n=3$ ..	98
4.25 - Convenção de azimutes.....	98
4.26 - Seccionamento de um setor, $m=4$ e $n=3$ .....	100
4.27 - Divisão dos subsetores em microsetores, $m=4$ e $n=3$ .....	102
4.28 - Seccionamento de um subsetor .....	104
4.29 - Somatória dos comprimentos dos segmentos de curva no sentido anti-horário .....	106
4.30 - Somatória dos comprimentos dos segmentos de curva no sentido horário.....	107
4.31 - Distância entre pontos do mesmo setor.....	108
4.32 - Rotações nos eixos $x$ , $y$ e $z$ .....	111
4.33 - Somatória das variações angulares: caso A.....	120
4.34 - Somatória das variações angulares: caso B.....	121
4.35 - Somatória das variações angulares: caso C.....	123
4.36 - Somatória das variações angulares: caso D.....	125
4.37 - Somatória das variações angulares: caso E.....	126

4.38 - Somatória das variações angulares: caso F.....	129
5.1 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	149
5.2 - Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	150
5.3 - Valor Máximo dos Erros Absolutos de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	151
5.4 - Amplitude Total dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	151
5.5 - Mediana dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	152
5.6 - Moda dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	153
5.7 - Média dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	154
5.8 - Desvio Médio dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	155
5.9 - Desvio Padrão dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	156
5.10 - Variância dos Erros de Altitude, Para Diferentes Posições de Referência .....	156
5.11 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	158
5.12 - Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	159
5.13 - Valor Máximo dos Erros Absolutos de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	160
5.14 - Amplitude Total dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	160
5.15 - Mediana dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	161
5.16 - Moda dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	162

5.17 - Média dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	162
5.18 - Desvio Médio dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	163
5.19 - Desvio Padrão dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	164
5.20 - Variância dos Erros de Azimute, Para Diferentes Posições de Referência .....	164
5.21 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	166
5.22 - Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	167
5.23 - Valor Máximo dos Erros Absolutos de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	168
5.24 - Amplitude Total dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	168
5.25 - Mediana dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	169
5.26 - Moda dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	170
5.27 - Média dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	170
5.28 - Desvio Médio dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	171
5.29 - Desvio Padrão dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	172
5.30 - Variância dos Erros de Distância, Para Diferentes Posições de Referência .....	172
5.31 - Desvio Médio para Diferentes Distâncias, a Partir de Distintas Posições de Referência, em Valores Reais [m] .....	174
5.32 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle .....	194
5.33 - Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle .....	195

5.34 - Valor Máximo dos Erros Absolutos de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	195
5.35 - Amplitude Total dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	196
5.36 - Mediana dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	197
5.37 - Moda dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	197
5.38 - Média dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	198
5.39 - Desvio Médio dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	199
5.40 - Desvio Padrão dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	199
5.41 - Variância dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.....	200
5.42 - Desvio Médio dos Erros para Distintas Distâncias a partir da Posição SBSJ, com Diferentes Variáveis de Controle.....	202
5.43 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Latitude, Longitude e Altitude, para Posições Geodésicas Conhecidas e Variáveis de Controle .....	207



## LISTA DE TABELAS

Pág.

2.1 - Principais estruturas de "datum" .....	40
3.1 - Principais sistemas de projeção cartográfica...	48
5.1 - Resultados obtidos a partir da posição SBSJ, m=10, n=10 .....	134
5.2 - Resultados obtidos a partir da posição KATL, m=10, n=10 .....	139
5.3 - Resultados obtidos a partir da posição EBBR, m=10, n=10 .....	144
5.4 - Comparação dos resultados obtidos com altitude em valores percentuais .....	157
5.5 - Comparação dos resultados obtidos com altitude em valores reais [m] .....	157
5.6 - Comparação dos resultados obtidos com azimute em valores percentuais .....	165
5.7 - Comparação dos resultados obtidos com azimute em valores reais [°] .....	165
5.8 - Comparação dos resultados obtidos com distância em valores percentuais .....	173
5.9 - Comparação dos resultados obtidos com distância em valores reais [m] .....	173
5.10 - Comparação dos desvios médios obtidos com diferentes distâncias, a partir de distintas posições de referência, em valores reais [m] ..	175
5.11 - Resultados obtidos a partir da posição SBSJ, m=3, n=3 .....	178
5.12 - Resultados obtidos a partir da posição SBSJ, m=100, n=100 .....	183
5.13 - Resultados obtidos a partir da posição SBSJ, m=1000, n=1000 .....	188

5.14 - Comparação dos resultados obtidos com distância, empregando diferentes variáveis de controle, a partir da posição SBSJ, em valores percentuais .....	200
5.15 - Comparação dos resultados obtidos com distância, empregando diferentes variáveis de controle, a partir da posição SBSJ, em valores reais [m] .....	201
5.16 - Comparação dos desvios médios obtidos com diferentes distâncias, empregando variáveis de controle distintas, a partir da posição de referência SBSJ .....	203
5.17 - Resultados obtidos a partir de posições geodésicas conhecidas, m=10, n=10 .....	206
5.18 - Comparação dos resultados obtidos com latitude longitude e altitude, empregando pares de posições geodésicas conhecidas, em valores percentuais .....	208

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

Desde o início da história da humanidade, o homem tem necessidade de mapear o espaço a sua volta, de forma a proporcionar meios para conduzir demarcações de terras, dimensionamentos agrários, navegações terrestres, marítimas e aéreas.

Durante séculos, a busca pelo conhecimento da forma e das dimensões da Terra impulsionou pesquisadores e estudiosos, cujos esforços culminaram com a criação de uma nova ciência matemática conhecida como Geodésia.

Antes de Cristo, Pitágoras (Navia, 1990) (O'Meara, 1990), século 6º A.C., e Aristóteles (Ackrill, 1981), século 4º A.C., definiram a Terra como esférica. No século XVII, Newton a considerou como elipsoidal (Westfall, 1993) e, finalmente, no século XVIII, Gauss concluiu que a sua melhor representação seria a forma geoidal (Bühler, 1986).

Tendo em vista a necessidade de se modelar consistentemente o formato irregular da Terra, denominado geóide, adotou-se a figura geométrica do elipsóide como sendo a mais apropriada para ser utilizada como referência nos cálculos de posição, distância, direção e outros elementos geométricos da Cartografia.

Vários sistemas de projeção cartográfica, tais como a Universal de Mercator e a Cônica de Lambert, foram desenvolvidos com o intuito de permitir a representação em papel, em duas dimensões, de posições

geodésicas reais e, ainda, possibilitar mensurar distâncias e direções entre estas posições.

Os sistemas de projeção atuais são empregados largamente em produtos computacionais que necessitam de posicionamento global sobre a superfície terrestre, entretanto, possuem algumas restrições que tornam os cálculos relativamente imprecisos e, em algumas situações, descontínuos.

Como exemplo de limitação, pode-se citar um dos sistemas de projeção mais aplicáveis em navegação aérea, a projeção UTM (Crane, 2002), cujas transformações possibilitam obter precisões nas medições de direção, porém com imprecisões nas distâncias em pelo menos 0,5% e, principalmente, com descontinuidade das informações a cada seis graus em longitude.

Em alguns sistemas de projeção, há a tentativa de melhorar a qualidade das medidas das distâncias em detrimento às determinações de direção, entretanto, em outros, privilegia-se os valores de azimute e os dimensionamentos de áreas.

Assim, tendo como impulso as limitações encontradas nos atuais sistemas de projeção, o objetivo deste trabalho é propor uma modelagem matemática para a representação do globo terrestre sobre um elipsóide, capaz de viabilizar equações para o tratamento de posições geodésicas, georreferência e determinação de distâncias e ângulos, com precisão variável e continuidade das informações em todas as partes do elipsóide.

Para alcançar o objetivo proposto, o trabalho está dividido em 6 capítulos.

No Capítulo 2, será apresentada uma revisão bibliográfica sobre os conceitos básicos de Geodésia.

Alguns sistemas de projeção, atualmente empregados em produtos cartográficos, serão abordados no Capítulo 3.

Os conceitos matemáticos do novo sistema de projeção serão detalhados no Capítulo 4.

No Capítulo 5, os resultados obtidos com o novo sistema de projeção serão analisados estatisticamente.

A conclusão do trabalho e os comentários finais serão apresentados no Capítulo 6.



## CAPÍTULO 2

### CONCEITOS DE GEODÉSIA

#### 2.1 - INTRODUÇÃO

Geodésia é uma ciência tão velha quanto a curiosidade do Homem sobre a Terra, onde se busca conhecer sua forma, posição e relacionamento com as estrelas e os planetas. Segundo (Jursa et al., 1985), Geodésia corresponde a um banco de técnicas matemáticas para a determinação, a partir de observações e medições, do tamanho e da forma da Terra, de pontos sobre a superfície do globo e, ainda, de valores de direção e magnitudes de campos gravitacionais.

Por outro lado, tendo como foco a Cartografia e o Geoprocessamento, Geodésia pode ser definida como a ciência matemática que tem por objeto determinar a forma e as dimensões da Terra, proporcionando meios para o controle e a ordenação de terras, identificação de limites de propriedades, estudos topográficos, medições de distância e cálculos de direção (Charneca, 2001) (Charneca, 1996).

#### 2.2 - GEOMETRIA DA GEODÉSIA

Na Geodésia, existem duas superfícies de referência amplamente conhecidas: o geóide, no qual as observações de altura são referenciadas, e o elipsóide, que é empregado na determinação de posições geodésicas (NIMA, 1984).

### 2.2.1 - GEÓIDE

O geóide pode ser definido como a superfície eqüipotencial do campo da gravidade terrestre que mais se aproxima do nível médio dos mares, estendida continuamente sobre os continentes (D'Alge, 2002)(Rassias, 1991).

Nesta representação da Terra, considerando a direção da gravidade perpendicular ao geóide em qualquer ponto da superfície, as coordenadas astronômicas são definidas por dois ângulos, latitude  $\Phi$  e longitude  $\Lambda$  (Helmert, 1884).

A latitude astronômica  $\Phi$  é o ângulo, com valores positivos no pólo norte, formado pelo vetor da gravidade no ponto da superfície do geóide e o plano equatorial,  $-90^\circ \leq \Phi \leq 90^\circ$ .

A longitude astronômica  $\Lambda$  corresponde ao ângulo, com valores positivos na direção leste, formado pelo plano que contém o vetor gravitacional e os pólos celestiais com o plano meridional de Greenwich,  $-180^\circ \leq \Phi \leq 180^\circ$ .

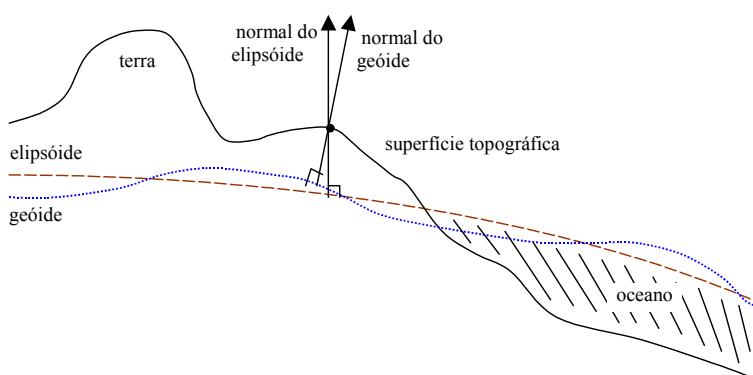


Fig. 2.1 - Relação entre o geóide e o elipsóide.

Devido à irregularidade das massas internas da Terra, o geóide se caracteriza como uma superfície irregular que não pode ser descrita por uma figura geométrica simples, sendo necessário empregar uma outra representação matemática, como pode ser observado na Figura 2.1 (Rapp, 1997) (NIMA, 1984).

### 2.2.2 - ELIPSÓIDE

O elipsóide de referência é uma figura matemática simples que se aproxima do geóide, sendo sua superfície de revolução obtida a partir da rotação de uma elipse sobre o seu eixo menor, resultando num elipsóide achatado nos pólos (Gandt, 1995).

Os elipsóides geodésicos são definidos pelos seguintes parâmetros (Rapp, 1983) (Moritz, 1979):

- |       |                               |
|-------|-------------------------------|
| $a_t$ | - semi-eixo maior equatorial, |
| $b_t$ | - semi-eixo menor polar, e    |
| $f_t$ | - achatamento polar, onde     |

$$f_t = \frac{(a_t - b_t)}{a_t} . \quad (2.1)$$

Similarmente às coordenadas astronômicas do geóide, os pontos sobre o elipsóide são especificados por coordenadas geodésicas definidas por dois ângulos, latitude  $\phi$  e longitude  $\lambda$  (Jursa et al., 1985).

A latitude geodésica  $\phi$  é o ângulo, com valores positivos no pólo norte, formado pelo vetor normal do ponto sobre a superfície do elipsóide e o plano equatorial,  $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ , Figura 2.2.

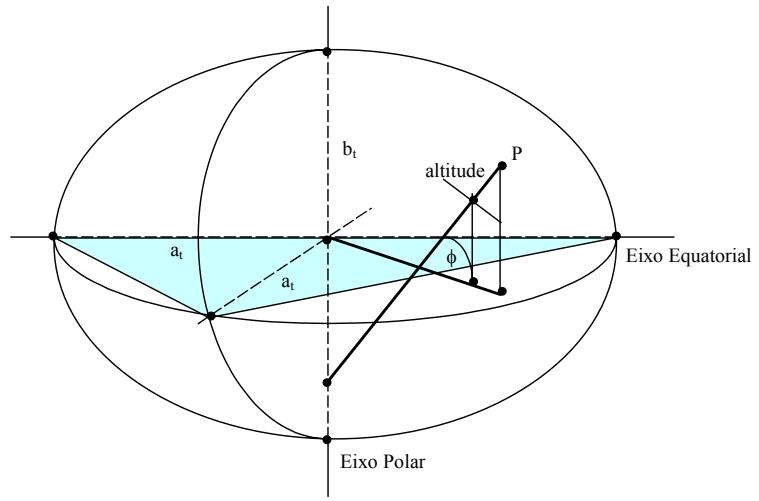


Fig. 2.2 - Latitude geodésica.

A longitude geodésica  $\lambda$  corresponde ao ângulo, com valores positivos na direção leste, formado pelo plano meridional, que passa pelo ponto sobre a superfície do elipsóide, e o plano meridional de Greenwich,  $-180^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ$ , Figura 2.3.

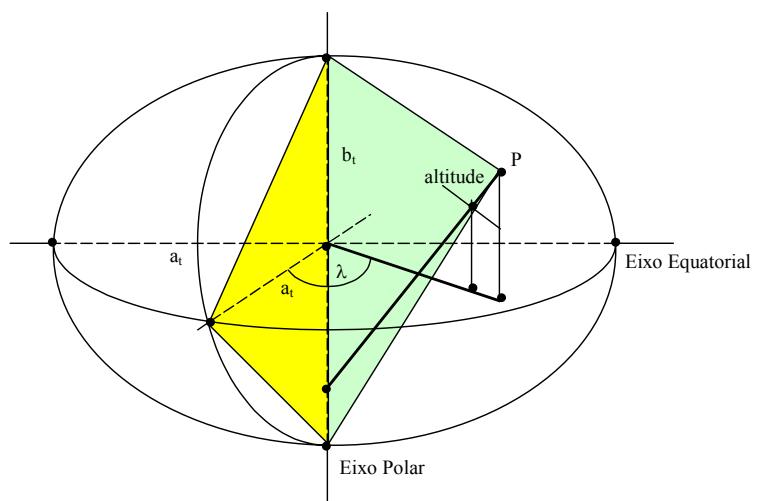


Fig. 2.3 - Longitude geodésica.

Na literatura (Bursa, 1995) (NOAA, 1977), são encontradas algumas equações básicas para a geometria do elipsóide, de acordo com o apresentado na Figura 2.4:

$$e_h^2 = 2f_h - f_h^2 , \quad (2.2)$$

$$g_h = 1 - e_h^2 , \quad (2.3)$$

$$N_h = \frac{a_h}{\sqrt{1 - e_h^2 \cdot \sin^2 \phi}} , \quad (2.4)$$

$$N'_h = g_h \cdot N_h , \quad (2.5)$$

$$N'_h = N_h \cdot (1 - e_h^2) , \quad (2.6)$$

onde

$$a_h = a_t + h , \quad (2.7)$$

$$b_h = b_t + h , \quad (2.8)$$

e, ainda,

- $a_t$  - semi-eixo equatorial da Terra [metros],
- $b_t$  - semi-eixo polar da Terra [metros],
- $h$  - altitude da posição [metros],
- $f_h$  - coeficiente de achatamento "flattening" de relação entre os semi-eixos,
- $e_h^2$  - excentricidade ao quadrado,
- $g_h$  - coeficiente relativo ao quadrado da excentricidade,
- $N_h$  - distância entre a posição geodésica P e a interseção da normal com o eixo polar, e
- $N'_h$  - distância entre a posição geodésica P e a interseção da normal com o plano horizontal que passa pelo Equador (plano equatorial).

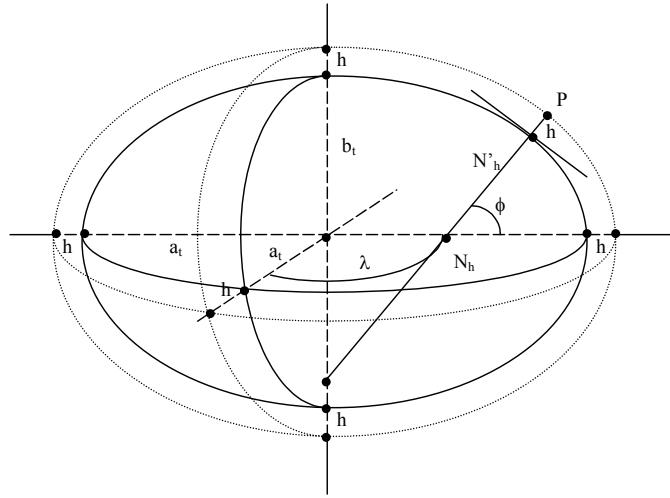


Fig. 2.4 - Variáveis básicas do elipsóide.

### 2.2.3 - ELIPSE

Elipse é a figura cônica de centro básica da formação do elipsóide e corresponde, em duas dimensões, à curva plana dada pela seguinte equação do 2º grau em função de x e y:

$$\frac{(x-x_c)^2}{a^2} + \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1 , \quad (2.9)$$

onde,  $P_c(x_c, y_c)$  representa o ponto central da elipse e as variáveis a e b determinam os valores dos semi-eixos maior e menor, respectivamente, Figura 2.5.

Por outro lado, uma elipse corresponde ao conjunto de pontos  $P(x,y)$  cuja soma das distâncias até dois pontos fixos é constante, sendo os fixos denominados pontos focais da elipse, Figura 2.6.

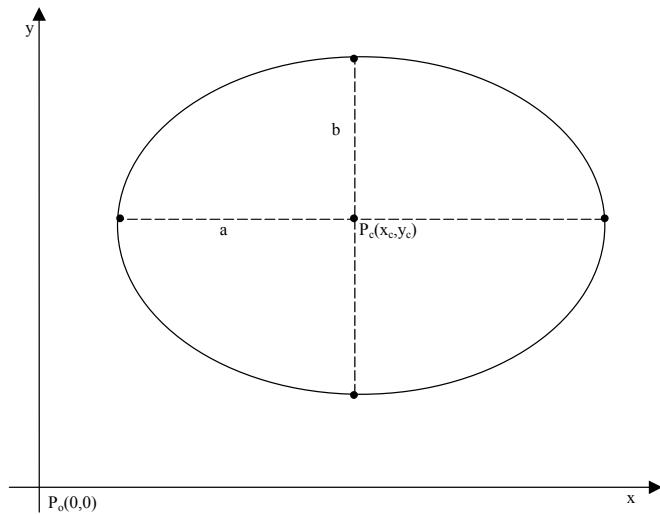


Fig. 2.5 – Elipse em duas dimensões.

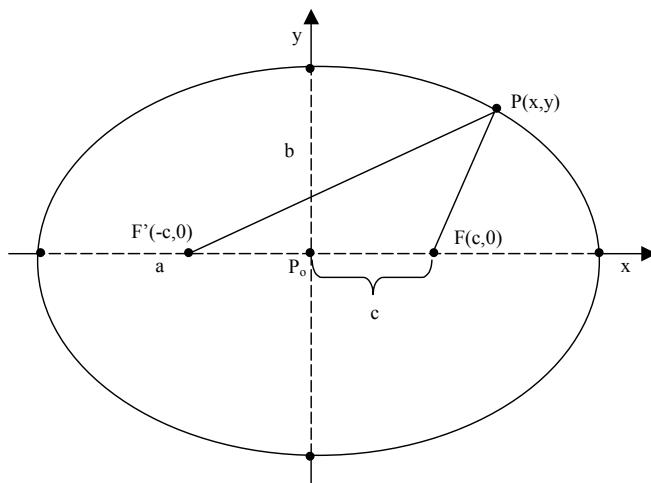


Fig. 2.6 – Pontos focais da elipse.

A partir de relações trigonométricas e dos valores dos semi-eixos, tem-se que a distância  $2c$ , entre os pontos focais  $F(c,0)$  e  $F'(-c,0)$ , é dada por

$$c^2 = a^2 - b^2 . \quad (2.10)$$

Uma outra equação importante pode ser encontrada nas bases da geometria, onde, considerando uma

elipse centrada em  $P_0(0,0)$ , a distância  $r$  da origem até um ponto  $P(x,y)$  qualquer da elipse pode ser obtida por

$$r = \sqrt{\frac{a^2 \cdot b^2}{a^2 \cdot \sin^2 \theta + b^2 \cdot \cos^2 \theta}}, \quad (2.11)$$

na qual  $\theta$  corresponde ao ângulo formado entre o eixo das abscissas e a reta determinada pelos pontos  $P(x,y)$  e  $P_0(0,0)$ , Figura 2.7.

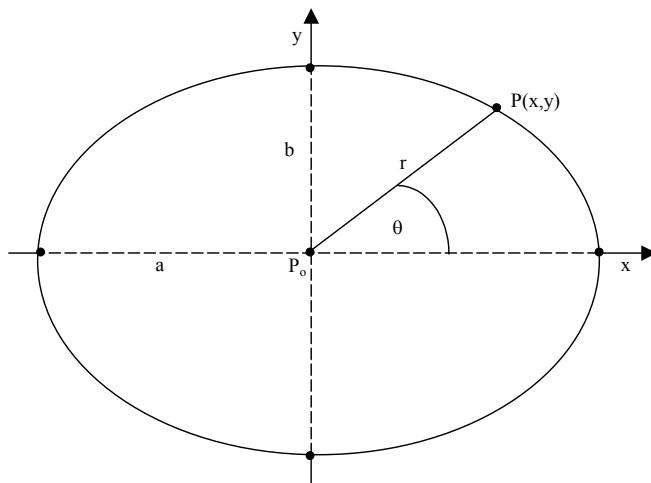


Fig. 2.7 – Distância entre a origem e um ponto da elipse.

Finalmente, o perímetro  $P$  da elipse pode ser calculado a partir de integrais, de forma que

$$P = a \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta}, \text{ onde} \quad (2.12)$$

$$k = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}, \quad (2.13)$$

sendo que, por aproximação,

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} . \quad (2.14)$$

### 2.3 - DATUM

Por se tratar de uma aproximação geométrica do geóide, o elipsóide de referência deve ser escolhido, em termos de valores dos semi-eixos e posição geodésica de referência, a partir de critérios de adequação ou conformidade com a região da superfície terrestre que se deseja mapear.

Desta forma, surge o conceito de "datum geodésico" que pode ser definido como a estrutura básica para o sistema geodésico do país ou região (McMaster et al., 1992).

Com o advento do GPS, surgiram novas estruturas de "datum", denominadas globais, com o intuito de se determinar elipsóides para a representação de áreas extensas do globo terrestre ou, até mesmo, de todo o planeta, como, por exemplo, o "datum" World Geodetic System 84 (WGS-84), desenvolvido pela NASA a partir de informações obtidas por satélite (Cunningham et al., 1996) (Malys et al., 1994) (Swift, 1994) (Maguire et al. 1991).

A Tabela 2.1 apresenta as principais estruturas de "datum" e os dados dos respectivos elipsóides utilizados em trabalhos de mapeamento geodésico no mundo.

TABELA 2.1 - PRINCIPAIS ESTRUTURAS DE "DATUM"

Datum	Semi-eixo Maior [m]	1/(Coeficiente de Achatamento) [m]	Estação de Referência
Australian Geodetic	6378160,000	289,250000000	Johnston Geodetic Station
Arc-Cape (África do Sul)	6378249,145	293,465000000	Buffelsfontein
European 1950	6378388,000	297,000000000	Helmertturm
Indian	6378206,400	300,801700000	Kalianpur
North America Datum 1927	6378206,400	294,978698000	Meades Ranch
Pulkova 42	6378245,000	298,300000000	Pulkovo Observatory
Tokyo	6377397,155	299,152813000	Tokyo Observatory (old)
Astro Chuá	6378388,000	297,000000000	Chuá
Córrego Alegre	6378388,000	297,000745015	Córrego alegre
South America Datum 69/96	6378160,000	298,250000000	Chuá
WGS-84	6378137,000	298,257223563	-

Fonte: Jursa et al. (1985); NIMA (2000).

Segundo (D'Alge, 2002), "o "datum" é formalmente definido por cinco parâmetros: o raio equatorial, o achatamento elipsoidal e os componentes de um vetor de translação entre o centro da Terra real e o do elipsóide. Na Prática, devido às incertezas na determinação do centro da Terra real, trabalha-se com translações relativas entre diferentes datums planimétricos."

Na América do Sul, a estrutura de "datum" mais empregada é o SAD-69/96 que permite a melhor adaptação geodésica para o continente (Li et al., 1993).

## 2.4 - COORDENADAS CARTESIANAS

Segundo o documento técnico 8350.2 da National Imagery and Mapping Agency (NIMA, 2000), as posições geodésicas podem ser representadas através de coordenadas cartesianas ( $x, y, z$ ), onde a origem corresponde ao centro da Terra, os eixos X e Y pertencem ao plano do Equador e o eixo Z coincide com o eixo de rotação do planeta, conforme a Figura 2.8.

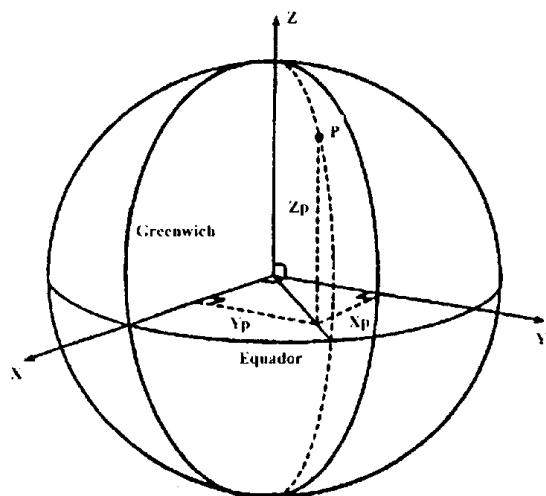


Fig. 2.8 - Sistema de coordenadas cartesianas.

De acordo com a representação gráfica, as coordenadas cartesianas podem ser obtidas a partir das geodésicas através das seguintes equações:

$$x = (N + h) \cdot \cos\phi \cdot \cos\lambda , \quad (2.15)$$

$$y = (N + h) \cdot \cos\phi \cdot \sin\lambda \quad e \quad (2.16)$$

$$z = \left[ \left( \frac{b^2}{a^2} \right) \cdot N + h \right] \cdot \sin\phi , \quad (2.17)$$

onde

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin \phi}} \quad \text{e} \quad (2.18)$$

- $\phi$  - latitude geodésica,
- $\lambda$  - longitude geodésica,
- $h$  - altura elipsoidal,
- $a$  - semi-eixo maior,
- $b$  - semi-eixo menor,
- $N$  - raio de curvatura da vertical principal.

No processo inverso, as coordenadas geodésicas podem ser calculadas a partir das cartesianas por (Silva et al., 1997):

$$\tan \lambda = \frac{y}{x}, \quad (2.19)$$

$$\tan \phi = \frac{(z + e^2 \cdot N \cdot \sin \phi)}{x^2 + y^2} \quad \text{e} \quad (2.20)$$

$$h = x \cdot \sec \phi \cdot \sec \lambda - N = y \cdot \sec \phi \cdot \csc \lambda - N, \quad (2.21)$$

onde a excentricidade é dada por

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}. \quad (2.22)$$

Segundo (Rocha, 2000), embora estas equações sejam utilizadas no posicionamento de satélites, o sistema de coordenadas cartesianas apresentado não é adequado para as medições topográficas em geral, por não proporcionar precisão nos valores das altitudes.

## CAPÍTULO 3

### SISTEMAS DE PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Os mapas são representações aproximadas da superfície terrestre, onde as informações geodésicas são apresentadas em duas dimensões.

Segundo (Krogst, 1993), os dados são aproximados porque não é possível projetar uma superfície curva sobre uma plana sem que hajam deformações. Com isto, alguns sistemas de projeção preservam certas características em detrimento de outras.

De uma forma genérica, o processo de projeção cartográfica ocorre em três etapas distintas (Silva et al., 1997), Figura 3.1:

- a) Adoção de uma superfície curva de referência (datum), onde as posições geodésicas, calculadas na superfície terrestre, serão projetadas;
- b) Estabelecimento de uma relação matemática para possibilitar a projeção das informações sobre uma superfície plana; e
- c) Determinação de um sistema de coordenadas plano e definição de uma escala para apresentação dos dados projetados.

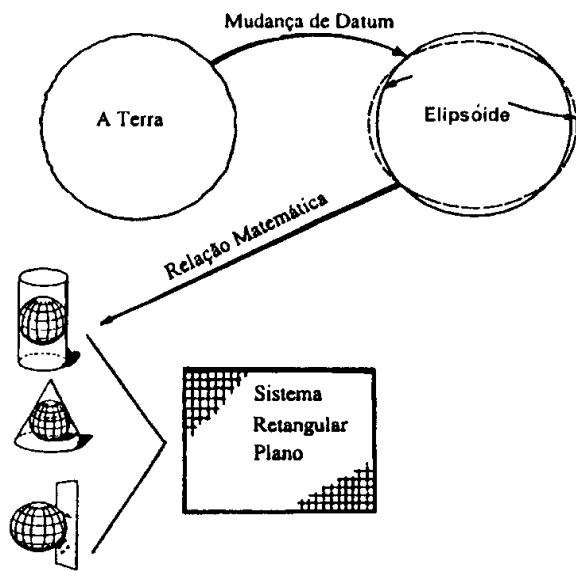


Fig. 3.1 - Sistemas de Coordenadas Plano-Retangulares.  
Fonte: Silva et al. (1997).

### 3.2 – CLASSIFICAÇÃO DAS PROJEÇÕES

Os sistemas de projeção cartográfica são classificados pelo tipo empregado de superfície e pelas propriedades de deformação que as caracterizam (D'Alge, 2002) (Campbell, 2000).

#### 3.2.1 – CLASSIFICAÇÃO POR SUPERFÍCIE DE PROJEÇÃO

Quanto ao tipo de superfície utilizada, as projeções cartográficas podem ser classificadas como planas ou azimutais, cônicas e cilíndricas.

##### 3.2.1.1 – PROJEÇÃO PLANA OU AZIMUTAL

Na projeção plana ou azimutal, o mapa é construído a partir da projeção das informações geodésicas sobre uma superfície plana tangente ou secante a um determinado ponto na superfície da Terra, Figura 3.2.

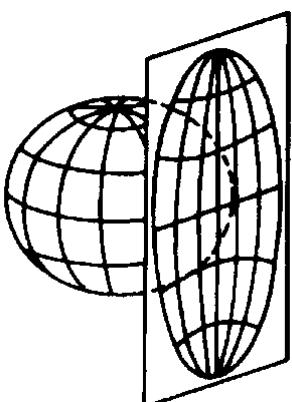


Fig. 3.2 – Exemplo de projeção plana ou azimutal.  
Fonte: D'Alge (2002).

#### 3.2.1.2 – PROJEÇÃO CÔNICA

Na projeção cônica, a superfície de projeção utilizada corresponde a um cone, tangente ou secante, que envolve a Terra e que, em seguida, é desenvolvido para um plano, Figura 3.3.

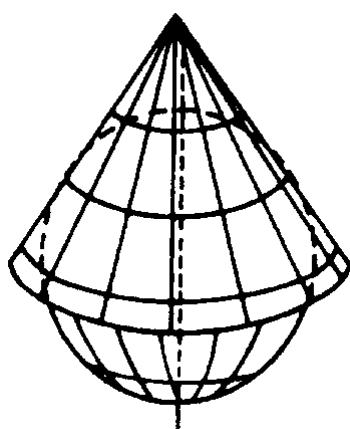


Fig. 3.3 – Exemplo de projeção cônica.  
Fonte: D'Alge (2002).

Em todas as projeções cônicas normais, onde o eixo do cone coincide com o eixo de rotação da Terra, os meridianos são retas que convergem para um ponto, vértice

do cone, e os paralelos são circunferências concêntricas a esse ponto.

### 3.2.1.3 - PROJEÇÃO CILÍNDRICA

Na projeção cilíndrica, emprega-se um cilindro, tangente ou secante, para envolver o globo terrestre e, na seqüência, desenvolvê-lo para um plano, Figura 3.4.

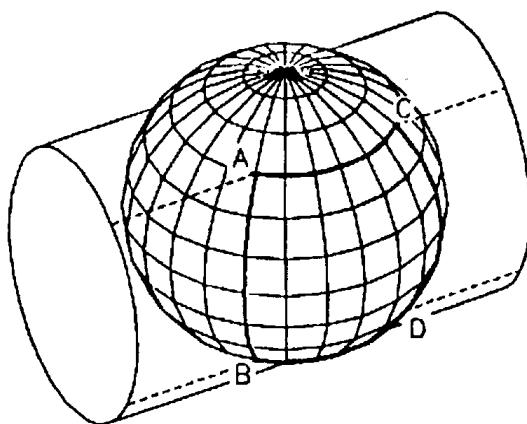


Fig. 3.4 - Exemplo de projeção cilíndrica.  
Fonte: Rocha (2000).

Nas projeções cilíndricas normais, onde o eixo do cilindro coincide com o eixo de rotação da Terra, os meridianos e os paralelos são representados por retas perpendiculares.

A Figura 3.5 apresenta uma comparação da representação de um quarto do hemisfério, utilizando-se diferentes sistemas de projeção.



Fig. 3.5 – Comparação entre diferentes sistemas de projeção.

Fonte: D'Alge (2002).

### 3.2.2 – CLASSIFICAÇÃO PELAS PROPRIEDADES DE DEFORMAÇÃO

Quanto às propriedades de deformação, as projeções cartográficas podem ser classificados como conformes ou isogonais, equivalentes ou isométricas e eqüidistantes (Tyner, 1992).

#### 3.2.2.1 – PROJEÇÃO CONFORME OU ISOGONAL

Nas projeções conformes ou isogonais, os ângulos são mantidos, entretanto, ocorrem distorções nas medidas de distância e no tamanho dos objetos, principalmente nas proximidades das regiões polares.

#### 3.2.2.2 – PROJEÇÃO EQUIVALENTE OU ISOMÉTRICA

Nas projeções equivalentes ou isométricas, as áreas são conservadas sem distorções, porém, os ângulos sofrem deformações.

TABELA 3.1 - PRINCIPAIS SISTEMAS DE PROJEÇÃO CARTOGRÁFICA

Projeção	Classificação	Aplicações	Características
Albers	Cônica Equivalente	Mapeamentos temáticos. Mapeamento de áreas com extensão predominante leste-oeste.	Preserva área. Substitui com vantagens todas as outras cônicas equivalentes.
Bipolar Oblíqua	Cônica Conforme	Indicada para base cartográfica confiável dos continentes americanos.	Preserva ângulos. Usa dois cones oblíquos.
Cilíndrica Eqüidistante	Cilíndrica Eqüidistante	Mapas Mundis. Mapas em escala pequena. Trabalhos computacionais.	Altera área e ângulos.
Gauss-Krüger	Cilíndrica Conforme	Cartas topográficas antigas.	Altera área, porém as distorções não ultrapassam 0,5%. Preserva os ângulos.
Estereográfica Polar	Azimutal Conforme	Mapeamento das regiões polares. Mapeamento da Lua, Marte e Mercúrio.	Preserva ângulos. Tem distorções de escala.
Lambert	Cônica Conforme	Mapas temáticos. Mapas políticos. Cartas militares. Cartas aeronáuticas.	Preserva ângulos.
Lambert Million	Cônica Conforme	Cartas ao milionésimo.	Preserva ângulos.
Mercator	Cilíndrica Conforme	Cartas náuticas. Mapas geológicos. Mapas magnéticos. Mapas Mundis.	Preserva ângulos.
Miller	Cilíndrica	Mapas Mundis. Mapas em escalas pequenas.	Altera área e ângulos.
Policônica	Cônica	Mapeamento temático em escalas pequenas.	Altera área e ângulos.
Universal Transverse of Mercator - UTM	Cilíndrica Conforme	Mapeamento básico em escalas médias e grandes. Cartas topográficas.	Preserva ângulos. Altera áreas, porém as distorções não ultrapassam 0,5%.

Fonte: D'Alge (2002); Tyner (1992).

### **3.2.2.3 - PROJEÇÃO EQUIDISTANTE**

As projeções eqüidistantes conservam a proporção entre as distâncias, em determinadas direções, na superfície que está sendo representada. Essa característica se aplica apenas a partes da área mapeada.

A Tabela 3.1 apresenta uma comparação entre os principais sistemas de projeção cartográfica e suas respectivas aplicações.

### **3.3 - PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSE OF MERCATOR**

O sistema de projeção Universal Transverse of Mercator - UTM foi idealizado inicialmente em 1569 pelo holandês Gerhard Kremer, traduzido para o latim como Gerardus Mercator (Crane, 2002) (Achten, 1995).

A projeção, segundo (NIMA, 1984), foi utilizada pela primeira vez, em larga escala, pelo Instituto de Cartografia do Exército Americano, durante a Segunda Guerra Mundial.

Desde então, a UTM tem sido considerada como um dos mais importantes sistemas de projeção (Kramer, 1980) e aplicada intensamente na Cartografia e em sistemas computacionais que necessitam representar áreas geográficas.

As principais características da projeção UTM são as seguintes (Rocha, 2000) (Silva et al., 1997) (Li et al., 1993) (Maguire et al., 1991):

- Projeção cilíndrica conforme, ou seja, mantém a forma em detrimento das dimensões;

- Representação de informações geodésicas entre os paralelos 80°N e 80°S;
- Capacidade de representação cartográfica para fusos de 6 graus de longitude, Figura 3.6;
- Latitude da origem: 0°, Equador;
- Longitude da origem: longitude do meridiano central do fuso;
- Falso Norte: 10.000.000 m;
- Falso Leste: 500.000 m;

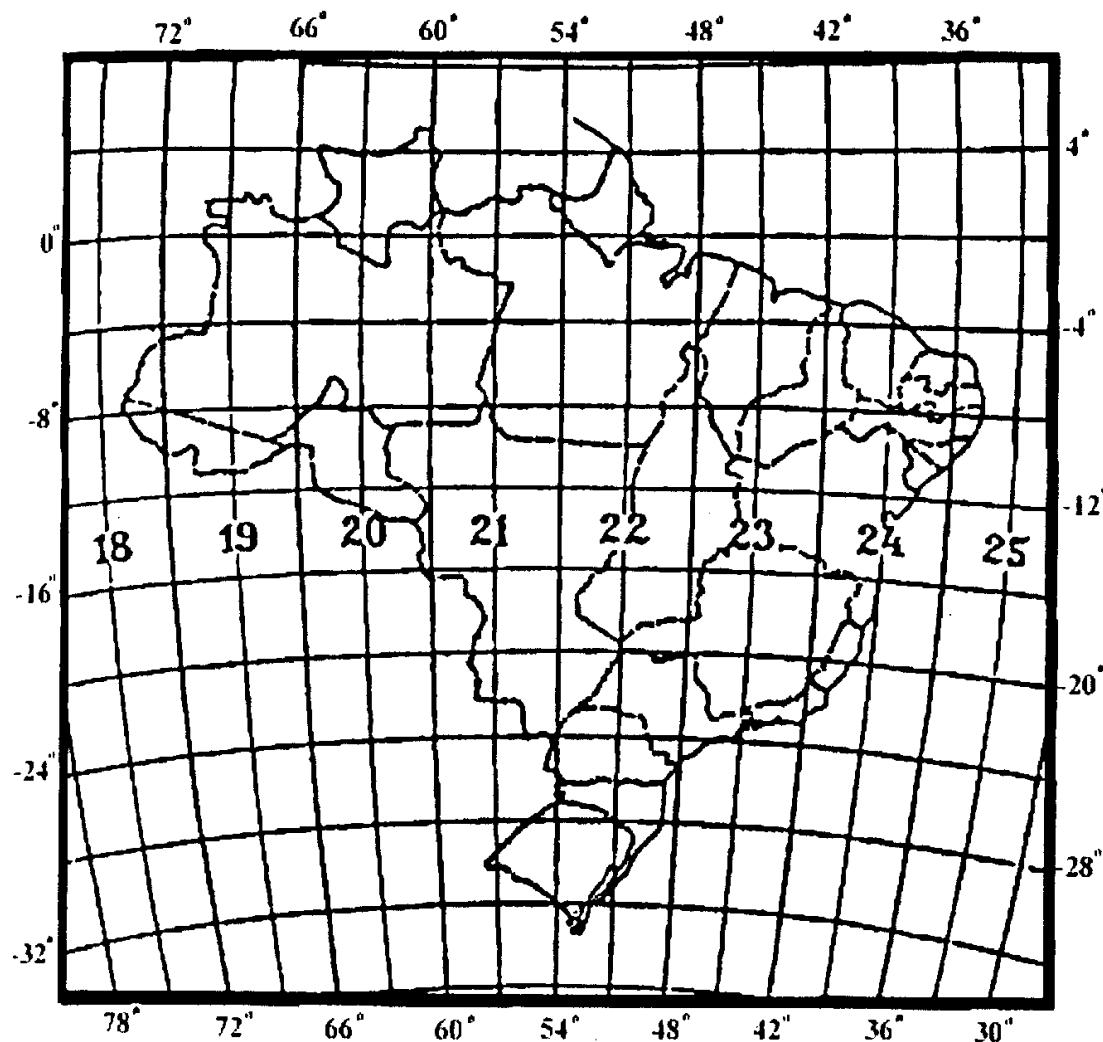


Fig. 3.6 – Brasil dividido em fusos de 6 graus.  
Fonte: Rocha (2000).

- Os meridianos e os paralelos interceptam-se em ângulos retos na projeção;
- A linha do Equador e a do meridiano central de cada fuso são representadas por linhas retas na projeção. Os demais meridianos correspondem a linhas côncavas em relação ao meridiano central e os paralelos a linhas côncavas em relação ao pólo mais próximo, Figura 3.7; e

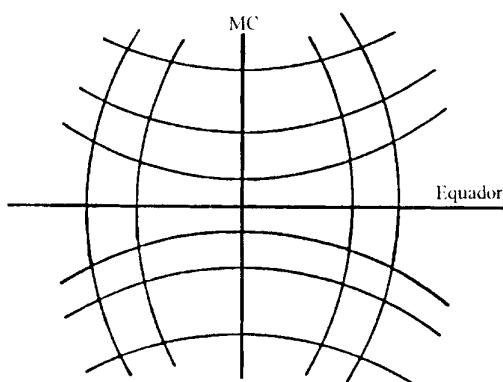


Fig. 3.7 – Representação de um fuso UTM.  
Fonte: Rocha (2000).

- O espaçamento entre os meridianos aumenta à medida em que se afastam do meridiano central. Neste caso, para manter a proporcionalidade da projeção conforme, a escala na direção norte-sul é distorcida, acarretando na existência de diferentes escalas dentro do mesmo fuso.

Mesmo sendo considerada como um dos melhores sistemas de projeção para o mapeamento de médias e grandes escalas, a projeção UTM apresenta algumas limitações para a representação do globo terrestre:

- Mantém precisão dos ângulos, mas possui imprecisões nas medições de áreas e distâncias;
- Emprega diferentes escalas dentro do mesmo fuso de representação;

- Não proporciona continuidade de representação entre diferentes fusos; e
- Os erros aumentam na medida em que os dados se afastam do meridiano central e da latitude de origem.

### 3.4 - PROJEÇÃO CÔNICA CONFORME DE LAMBERT

Segundo (Laurent, 1987) (Steck, 1970), a Projeção Cônica de Lambert teve como origem os estudos do matemático e astrônomo Johann Heinrich Lambert em 1774.

Devido às propriedades apresentadas, esta projeção é muito utilizada em regiões de maior extensão leste-oeste (Douglas et al. 1973), como no caso dos Estados Unidos e Canadá.

Este sistema de projeção foi utilizado inicialmente em 1962 na construção de cartas internacionais do mundo ao milionésimo (CIM), na escala de 1:1.000.000, e tem sido empregado na preparação de cartas aeronáuticas em diversos países e por várias instituições, principalmente pela Organização de Aviação Civil Internacional - ICAO.

As principais características da Projeção Cônica Conforme de Lambert são as seguintes (Rocha, 2000) (Campbell, 2000) (Tyner, 1992):

- Projeção conforme, ou seja, mantém a forma em detrimento das dimensões, entretanto, esta propriedade torna-se inválida para altas latitudes;
- Baseada num cone secante ao globo terrestre, produz dois paralelos padrões, que possibilitam a projeção de uma área maior com baixa deformação;
- Os meridianos são linhas retas que convergem em um único ponto externo aos limites da projeção, Figura 3.8;

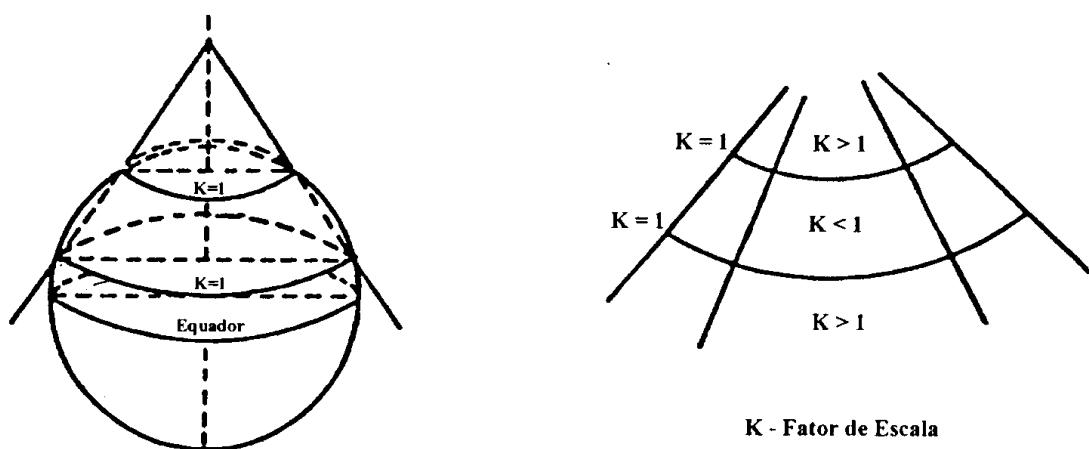


Fig. 3.8 – Projeção Cônica Conforme de Lambert.  
Fonte: Rocha (2000).

- Os paralelos são círculos concêntricos, com centro no ponto de interseção dos meridianos, sendo ortogonal a estes; e
- Emprega escalas reduzidas nos paralelos próximos do ponto de interseção dos meridianos e ampliadas no outro extremo.

Embora seja considerada como um excelente sistema de projeção para áreas extensas, a Projeção Cônica Conforme de Lambert apresenta algumas limitações para a representação do globo terrestre:

- Mantém precisão dos ângulos, mas possui imprecisões nas medições de áreas e distâncias;
- Emprega diferentes escalas dentro da mesma área de representação;
- Não proporciona continuidade de representação entre os hemisférios e entre projeções cônicas distintas; e
- Os erros aumentam na medida em que os dados se afastam da parte central da representação, onde a escala é considerada real.

### **3.5 – LIMITAÇÕES GERAIS NAS PROJEÇÕES**

Os sistemas de projeção cartográfica existentes proporcionam técnicas matemáticas para a determinação de azimutes e distâncias entre duas posições geodésicas e, logicamente, para a solução de problemas inversos relacionados.

Dependendo das características da projeção empregada, existirão distorções nos valores calculados para o azimute ou para a distância, de forma exclusiva. Neste caso, ao se tentar manter os valores dos ângulos, perde-se nas determinações de distância, e vice-versa.

Os cálculos de azimute podem ser considerados precisos em vários sistemas de projeção, entretanto, as técnicas matemáticas apresentadas para a determinação de distância resultam em erros percentuais iguais ou superiores a 0,5%, como acontece, por exemplo, na Projeção UTM (Silva et al. 1997).

Para áreas extensas, os cálculos de distância entre duas posições sobre o globo terrestre são considerados como aproximações imprecisas dos valores reais.

Devido à transformação das informações geodésicas para um plano em duas dimensões, os atuais sistemas de projeção não proporcionam continuidade entre os dados projetados de regiões distintas. Um exemplo clássico pode ser encontrado nas projeções UTM sobre dois fusos adjacentes.

Com relação à literatura, cabe ressaltar que não existem muitas referências bibliográficas disponíveis e atualizadas sobre os assuntos abordados nesta revisão devido ao fato de que não foram apresentadas, nas últimas décadas, novas propostas científicas relacionadas diretamente com o cerne deste trabalho.

Desta forma, tendo em vista a crescente necessidade de se ter um sistema de projeção que viabilize a representação do globo terrestre de forma contínua e, ainda, garantir precisões de azimute e distância entre pontos quaisquer do planeta, este trabalho busca propor técnicas matemáticas que solucionem os problemas encontrados nas projeções cartográficas existentes.

Tais técnicas deverão ser passíveis de implementação em produtos computacionais de tempo real, onde, certamente, possibilitarão um grande ganho em termos de precisão e confiabilidade das informações.



## CAPÍTULO 4

### SISTEMA DE PROJEÇÃO GPR "GLOBAL PROJECTION OF RANGEL"

#### 4.1 - INTRODUÇÃO

A contribuição deste trabalho está centrada na proposição de um conjunto de equações matemáticas, correlacionadas como Sistema de Projeção GPR - "Global Projection of Rangel", para a representação do globo terrestre sobre um elipsóide, através do tratamento de posições geodésicas, georreferência e determinação de distâncias e ângulos, com precisão variável e continuidade das informações em todas as partes do geóide.

As técnicas utilizadas para a idealização desse novo sistema de projeção foram baseadas em conceitos de Álgebra Linear, Computação Gráfica e Cálculo Numérico.

A projeção GPR adota um sistema de coordenadas adequado ao desenvolvimento de aplicações computacionais gráficas, conforme pode ser observado na Figura 4.1.

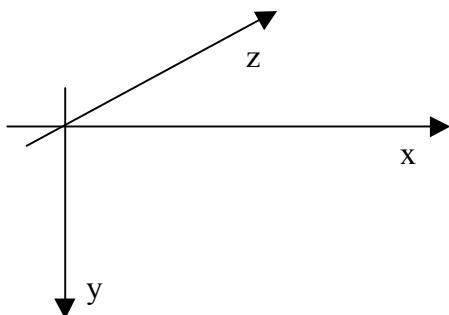


Fig. 4.1 - Sistema de coordenadas.

#### 4.2 - ELIPSÓIDE DE REPRESENTAÇÃO

Similarmente a outros sistemas de projeção cartográfica, nesta proposta, uma posição geográfica é tratada como um ponto no espaço composto por latitude  $\phi$  [radianos], longitude  $\lambda$  [radianos] e altitude  $h$  [metros].

Estas informações geodésicas  $(\phi, \lambda, h)$  são projetadas em três dimensões  $(x, y, z)$  [metros, metros, metros] sobre um Elipsóide de Referência centrado no ponto  $P_o(0, 0, 0)$ , com semi-eixo maior  $a_h$ , nos eixos x e z, e semi-eixo menor  $b_h$ , no eixo y, Figura 4.2.

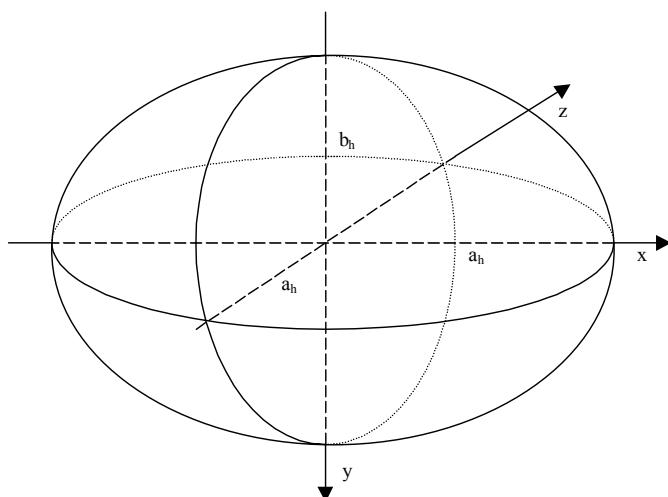


Fig. 4.2 - Elipsóide de Representação.

Na figura geométrica, de acordo com o sistema de coordenadas adotado, a linha do Equador é representada pela interseção entre o elipsóide e o plano horizontal que contém os pontos  $P(x, 0, z)$ , o Pólo Norte por  $P_N(0, -b_h, 0)$ , o Pólo Sul por  $P_s(0, b_h, 0)$  e a posição geográfica  $(\phi=0.0, \lambda=0.0, h=0)$ , que corresponde ao cruzamento da linha do Equador com o Meridiano de Greenwich, por  $P_M(0, 0, -a_h)$ , Figura 4.3.

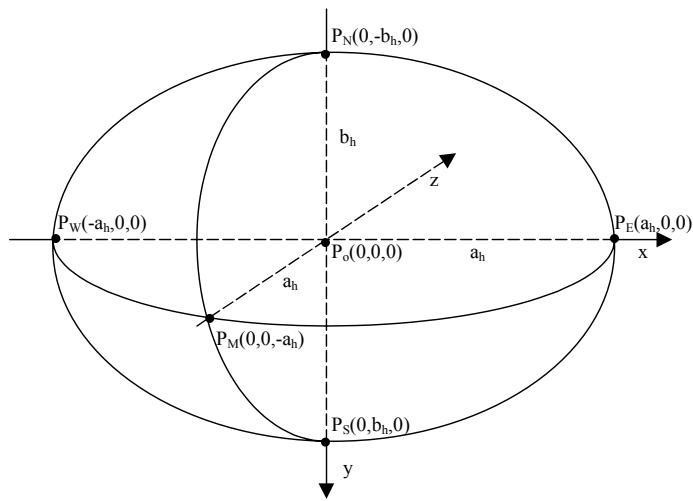


Fig. 4.3 – Pontos de Referência.

#### 4.3 – TRANSFORMAÇÃO DE POSIÇÃO $(\phi, \lambda, h)$ EM PONTO $(x, y, z)$

Tendo em vista que todas os cálculos do sistema de projeção GPR são feitos empregando-se equações consideradas quadráticas, o primeiro problema a ser resolvido é a transformação de uma posição geográfica  $(\phi, \lambda, h)$  em ponto  $(x, y, z)$ , de acordo com o sistema de eixos adotado.

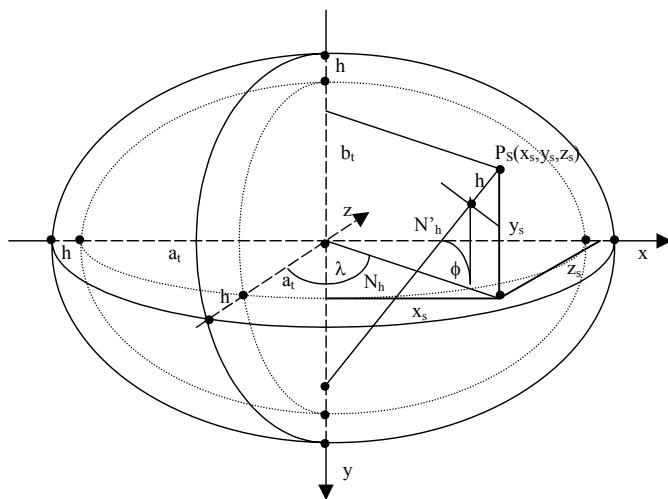


Fig. 4.4 – Transformação de  $(\phi, \lambda, h)$  em  $(x, y, z)$ .

Assim, a partir de uma posição  $(\phi, \lambda, h)$ , Figura 4.4, tem-se que

$$y_s = -N'_h \cdot \sin \phi , \quad (4.1)$$

onde o ponto  $P_s(x_s, y_s, z_s)$  corresponde à posição  $(\phi, \lambda, h)$  em questão e

$$N'_h = g_h \cdot \frac{a_h}{\sqrt{1 - e_h^2 \cdot \sin^2 \phi}} . \quad (4.2)$$

Para o cálculo de  $x_s$  e  $z_s$ , é necessário identificar a seção formada entre o elipsóide e um plano paralelo a  $x_0z$ , com distância  $y_s$  do plano equatorial, Figura 4.5.

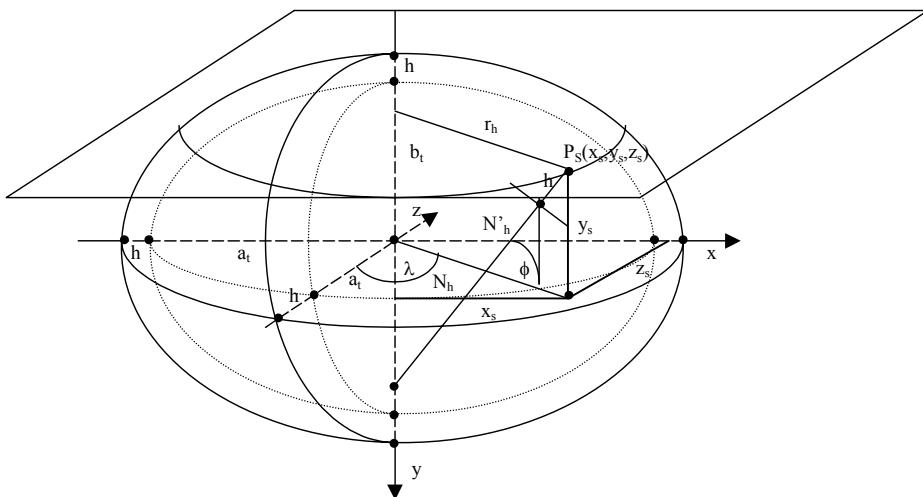


Fig. 4.5 - Seccionamento entre o elipsóide e o plano paralelo a  $x_0z$ , com distância  $y_s$  do plano equatorial.

O raio  $r_h$  do círculo formado pelo seccionamento é obtido por:

$$r_h = N'_h \cdot \cos \phi . \quad (4.3)$$

A partir do círculo formado pelo seccionamento, de acordo com a visão superior apresentada na Figura 4.6, tem-se que

$$P_s(x_s, y_s, z_s) = \{r_h \cdot \cos \lambda, y_s, r_h \cdot \sin \lambda\}, \quad (4.4)$$

onde longitude  $\lambda=0$  implica em  $x=r_h$  e  $z=0$ .

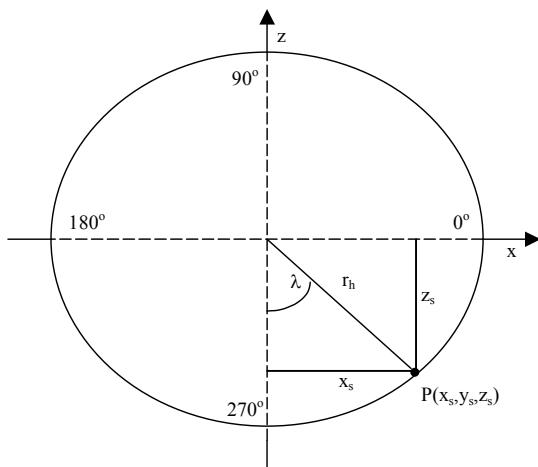


Fig. 4.6 - Visão superior do seccionamento entre o elipsóide e o plano paralelo a  $x_0z$ , com distância  $y_s$  do plano equatorial.

Como o ponto de referência  $P_M(0, 0, -a_n)$  encontra-se defasado em 270 graus em relação ao sistema bidimensional da Figura 4.6, os valores de  $x_s$  e  $z_s$  podem ser obtidos por

$$x_s = r_h \cdot \cos\left(\lambda + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ e} \quad (4.5)$$

$$z_s = r_h \cdot \sin\left(\lambda + \frac{3\pi}{2}\right). \quad (4.6)$$

#### 4.4 - TRANSFORMAÇÃO DE PONTO (X,Y,Z) EM POSIÇÃO ( $\phi, \lambda, h$ )

Similarmente ao processo direto anterior, a transformação de um ponto  $P_s(x_s, y_s, z_s)$  em posição geográfica  $(\phi, \lambda, h)$  pode ser obtida através da determinação da seção formada entre o elipsóide e um plano paralelo a  $x_0z$ , com distância perpendicular  $y_s$  da origem  $P_o$ .

Assim, tem-se que o raio  $r_h$  do círculo obtido com o seccionamento é dado por

$$r_h = \sqrt{x_s^2 + z_s^2} , \quad (4.7)$$

onde

$$x_s = r_h \cdot \cos \lambda , \quad (4.8)$$

$$z_s = r_h \cdot \sin \lambda , \quad (4.9)$$

e, consequentemente,

$$\lambda = \arcsen \left( \frac{z_s}{r_h} \right) . \quad (4.10)$$

Entretanto, como o ponto  $P_m$  encontra-se 270 graus defasados em relação ao sistema bidimensional da Figura 4.6, adotado também no processo inverso, é necessário efetuar correções na longitude  $\lambda$  de acordo com os valores de  $x_s$  e  $z_s$ , de tal forma que

$$\lambda = \arcsen \left( \frac{z_s}{r_h} \right) + \frac{\pi}{2} , \text{ caso } x_s \geq 0 \text{ e } z_s \geq 0 ; \quad (4.11)$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2} - \arcsen \left( \frac{z_s}{r_h} \right) , \text{ caso } x_s \geq 0 \text{ e } z_s < 0 ; \quad (4.12)$$

$$\lambda = -\left( \arcsen\left(\frac{z_s}{r_h}\right) + \frac{\pi}{2} \right), \text{ caso } x_s < 0 \text{ e } z_s \geq 0; \quad (4.13)$$

$$\lambda = \arcsen\left(\frac{z_s}{r_h}\right) - \frac{\pi}{2}, \text{ caso } x_s < 0 \text{ e } z_s < 0. \quad (4.14)$$

Quando o raio  $r_h$  do círculo formado pelo seccionamento é igual a zero, ocorre uma exceção indicando que o ponto  $P_s(x_s, y_s, z_s)$  corresponde à uma posição no Pólo Norte, caso  $y_s < 0$ , ou no Pólo Sul, caso  $y_s \geq 0$ :

$$\begin{cases} \phi = \frac{\pi}{2} \\ \lambda = 0, \text{ caso } r_h = 0 \text{ e } y_s < 0; \\ h = -y_s - b_t \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \phi = -\frac{\pi}{2} \\ \lambda = 0, \text{ caso } r_h = 0 \text{ e } y_s \geq 0; \\ h = y_s - b_t \end{cases} \quad (4.16)$$

Para o cálculo da latitude verdadeira, não é possível empregar as equações do processo direto pois existem duas variáveis ainda não determinadas: latitude  $\phi$  e altitude  $h$ .

Desta forma, inicialmente, será definida uma variável auxiliar  $\phi_f$  como latitude falsa para representar o ângulo formado entre a reta determinada pelos os pontos  $P_0$  e  $P_s$  e o plano  $x0z$ , Figura 4.7. A latitude falsa  $\phi_f$  é dada por

$$\phi_f = \arctan\left(-\frac{y_s}{r_h}\right). \quad (4.17)$$

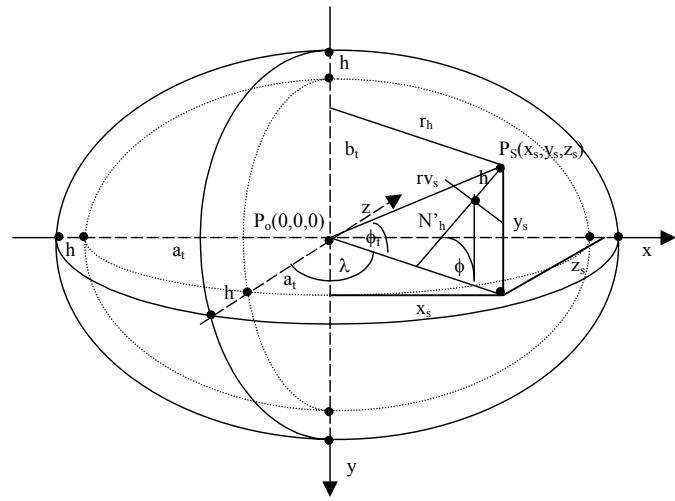


Fig. 4.7 – Latitude falsa  $\phi_f$ .

Para o cálculo da altitude  $h$ , é preciso efetuar uma convergência para a obtenção de seu valor aproximado. Inicialmente, tem-se que a distância  $rv_s$  entre os pontos  $P_s$  e  $P_o$  é dada por

$$rv_s = \sqrt{y_s^2 + r_h^2}. \quad (4.18)$$

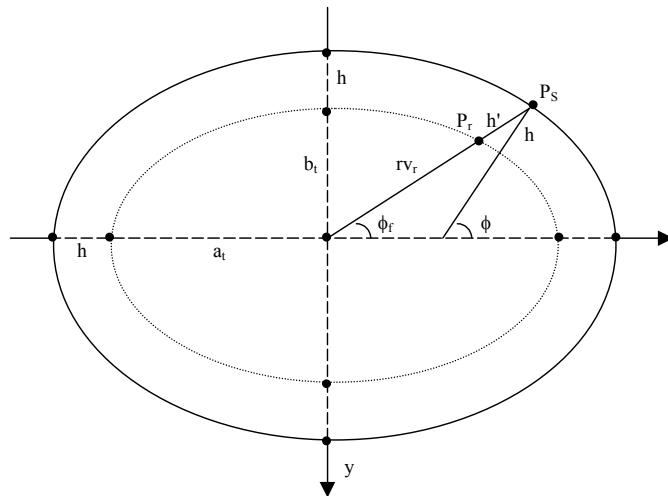


Fig. 4.8 – Pontos  $P_s$  e  $P_r$ .

De acordo com a Figura 4.8, define-se um novo ponto  $P_r$  como sendo o formado pela interseção entre a reta determinada pelos pontos  $P_s$  e  $P_o$  e o elipsóide de referência com semi-eixos  $a_t$  e  $b_t$ .

Assim, a partir da equação 2.11, a distância  $rv_r$  entre os pontos  $P_r$  e  $P_o$  é obtida por

$$rv_r = \sqrt{\frac{a_t^2 \cdot b_t^2}{a_t^2 \cdot \sin^2 \phi_f + b_t^2 \cdot \cos^2 \phi_f}} , \quad (4.19)$$

e a distância  $d_{rs}$  entre os pontos  $P_s$  e  $P_r$  por

$$d_{rs} = rv_s - rv_r , \quad (4.20)$$

cujo valor será considerado como a primeira aproximação da altitude  $h$ , onde

$$h' = d_{rs} . \quad (4.21)$$

Com a primeira aproximação, pode-se definir um novo elipsóide com semi-eixos

$$a_{h'} = a_t + h' , \quad (4.22)$$

$$b_{h'} = b_t + h' . \quad (4.23)$$

Na segunda aproximação, é preciso identificar um novo ponto  $P_{s'}$ , obtido a partir da interseção entre a reta determinada pelos pontos  $P_s$  e  $P_o$  e o elipsóide com semi-eixos  $a_{h'}$  e  $b_{h'}$ , Figura 4.9.

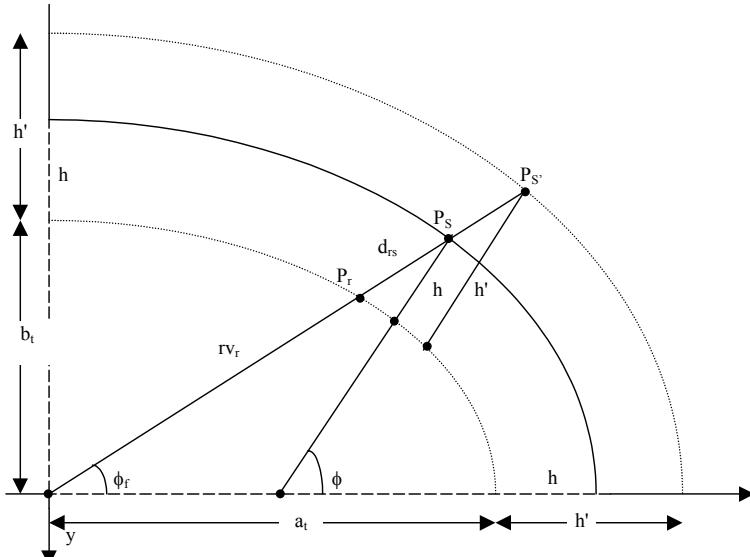


Fig. 4.9 – Pontos  $P_s$  e  $P_{s'}$ .

A distância  $rv_{s'}$ , entre os pontos  $P_{s'}$  e  $P_o$  é dada por

$$rv_{s'} = \sqrt{\frac{a_{h'}^2 \cdot b_{h'}^2}{a_{h'}^2 \cdot \sin^2 \phi_f + b_{h'}^2 \cdot \cos^2 \phi_f}}, \quad (4.24)$$

e a distância  $d_{rs'}$ , entre os pontos  $P_{s'}$  e  $P_r$  por

$$d_{rs'} = rv_{s'} - rv_r. \quad (4.25)$$

Através de regra de três simples, é possível determinar o valor da segunda aproximação  $h''$ , onde

$$h'' = \left( \frac{h' \cdot d_{rs'}}{d_{rs'}} \right). \quad (4.26)$$

Uma terceira aproximação é necessária para garantir precisões de milímetros nos valores da altitude. Assim, deve-se definir um novo elipsóide com semi-eixos

$$a_{h''} = a_t + h'', \quad (4.27)$$

$$b_{h''} = b_t + h''. \quad (4.28)$$

Analogamente à segunda aproximação, identifica-se um novo ponto  $P_{s''}$ , a partir da interseção entre a reta determinada pelos pontos  $P_s$  e  $P_o$  e o elipsóide com semi-eixos  $a_{h''}$  e  $b_{h''}$ , Figura 4.10.

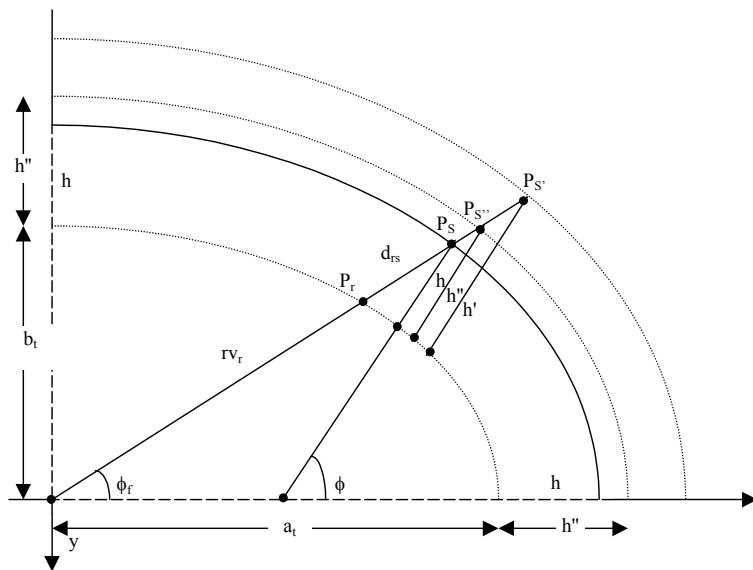


Fig. 4.10 - Pontos  $P_s$  e  $P_{s''}$ .

A distância  $rv_{s''}$  entre os pontos  $P_{s''}$  e  $P_o$  é dada por

$$rv_{s''} = \sqrt{\frac{a_{h''}^2 \cdot b_{h''}^2}{a_{h''}^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \phi_f + b_{h''}^2 \cdot \cos^2 \phi_f}}, \quad (4.29)$$

e a distância  $d_{rs''}$  entre os pontos  $P_{s''}$  e  $P_r$  por

$$d_{rs''} = rv_{s''} - rv_r. \quad (4.30)$$

Novamente, com regra de três simples, é possível determinar o valor convergente da altitude  $h$ , onde

$$h = \left( \frac{h'' \cdot d_{rs}}{d_{rs''}} \right). \quad (4.31)$$

Para a conclusão da transformação do ponto  $P_s(x_s, y_s, z_s)$  em posição geográfica  $(\phi, \lambda, h)$ , ainda é necessário identificar alguma relação básica entre latitude verdadeira  $\phi$  e latitude falsa  $\phi_f$ , que pode ser obtida a partir das equações 2.3, 2.4, 2.5, 4.1, 4.3 e 4.17:

$$-N'_h \cdot \sin \phi = -r_h \cdot \tan \phi_f, \quad (4.32)$$

$$N'_h \cdot \sin \phi = N_h \cdot \cos \phi \cdot \tan \phi_f, \quad (4.33)$$

$$g_h \cdot N_h \cdot \sin \phi = N_h \cdot \cos \phi \cdot \tan \phi_f, \quad (4.34)$$

$$g_h \cdot \tan \phi = \tan \phi_f. \quad (4.35)$$

Assim, a latitude verdadeira  $\phi$  é calculada por

$$\phi = \arctan \left( -\frac{y_s}{r_h \cdot g_h} \right), \quad (4.36)$$

e a latitude falsa  $\phi_f$  por

$$\phi_f = \arctan(g_h \cdot \tan \phi). \quad (4.37)$$

Finalmente, cabe ressaltar que, embora existam outras formas matemáticas para se efetuar a convergência no cálculo da altitude, estas equações foram empregadas por apresentarem um menor custo computacional.

#### 4.5 - CÁLCULO DA PRIMEIRA INTERSEÇÃO ENTRE UMA RETA E O ELIPSÓIDE DE REFERÊNCIA

Por estar o método baseado em funções quadráticas, é imprescindível identificar equações para a determinação da primeira interseção entre uma reta formada por dois pontos  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , correspondentes às posições geográficas  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , e um elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , Figura 4.11.

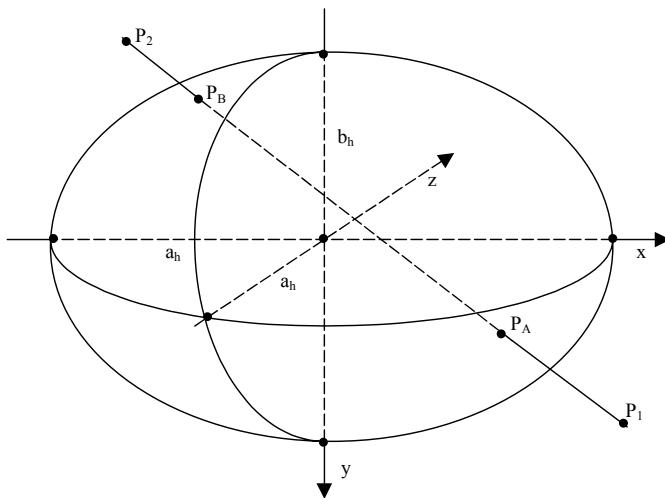


Fig. 4.11 - Interseção de uma reta qualquer com o elipsóide.

Inicialmente, tem-se que a equação da reta entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$  pode ser escrita por

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} . \quad (4.38)$$

No caso de  $z_1$  ter valor diferente de  $z_2$ , é possível estabelecer equações de  $y$  em função de  $z$ , de forma que

$$y = \frac{(y_2 - y_1) \cdot (z - z_1)}{(z_2 - z_1)} + y_1 , \quad (4.39)$$

onde, definindo-se a variável auxiliar  $t_{yz}$ ,

$$y = z \cdot t_{yz} - z_1 \cdot t_{yz} + y_1 \quad \text{e} \quad (4.40)$$

$$t_{yz} = \frac{y_2 - y_1}{z_2 - z_1} . \quad (4.41)$$

Com o auxílio de outra variável auxiliar  $t_{yz}'$ , tem-se que

$$y = z \cdot t_{yz} - t'_{yz} , \quad \text{onde} \quad (4.42)$$

$$t'_{yz} = z_1 \cdot t_{yz} - y_1 . \quad (4.43)$$

Analogamente, pode-se escrever equações de  $x$  em função de  $z$ , com

$$x = z \cdot t_{xz} - t'_{xz} , \quad (4.44)$$

onde, as variáveis  $t_{xz}$  e  $t_{xz}'$  são obtidas por

$$t_{xz} = \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1} \quad \text{e} \quad (4.45)$$

$$t'_{xz} = z_1 \cdot t_{xz} - x_1 . \quad (4.46)$$

Por outro lado, o elipsóide de referência, com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , pode ser descrito na forma quadrática pelas seguintes equações:

$$\frac{x^2}{a_h^2} + \frac{y^2}{b_h^2} + \frac{z^2}{a_h^2} = 1 \quad \text{e} \quad (4.47)$$

$$z^2 = a_h^2 - x^2 - \frac{a_h^2 \cdot y^2}{b_h^2} . \quad (4.48)$$

Com o auxílio das variáveis auxiliares  $s$  e  $t$ , tem-se que

$$z^2 = s - x^2 - t \cdot y^2 , \text{ onde} \quad (4.49)$$

$$s = a_h^2 \quad \text{e} \quad (4.50)$$

$$t = \frac{a_h^2}{b_h^2} . \quad (4.51)$$

A partir das equações 4.42 e 4.44, obtém-se as seguintes equações:

$$z^2 = s - (z \cdot t_{xz} - t'_{xz})^2 - t \cdot (z \cdot t_{yz} - t'_{yz})^2 , \quad (4.52)$$

$$z^2 = s - z^2 \cdot t_{xz}^2 + 2 \cdot z \cdot t_{xz} \cdot t'_{xz} - t'^2_{xz} - z^2 \cdot t \cdot t_{yz}^2 + 2 \cdot z \cdot t \cdot t_{yz} \cdot t'_{yz} - t \cdot t'^2_{yz} \quad \text{e} \quad (4.53)$$

$$(1 + t_{xz}^2 + t \cdot t_{yz}^2) \cdot z^2 + (-2 \cdot t_{xz} \cdot t'_{xz} - 2 \cdot t \cdot t_{yz} \cdot t'_{yz}) \cdot z + (t'^2_{xz} + t \cdot t'^2_{yz} - s) = 0 . \quad (4.54)$$

Considerando as variáveis auxiliares A, B e C, cujos valores são obtidos por

$$A = 1 + t_{xz}^2 + t \cdot t_{yz}^2 , \quad (4.55)$$

$$B = -2 \cdot t_{xz} \cdot t'_{xz} - 2 \cdot t \cdot t_{yz} \cdot t'_{yz} \quad \text{e} \quad (4.56)$$

$$C = t'^2_{xz} + t \cdot t'^2_{yz} - s , \quad (4.57)$$

tem-se uma equação do segundo grau, onde as duas possíveis soluções são dadas por

$$z_a = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad \text{e} \quad (4.58)$$

$$z_b = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} . \quad (4.59)$$

Caso  $B^2 < 4AC$  ou  $A=0$ , a reta definida pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$  não intercepta o elipsóide de referência. Por outro lado, a partir das equações 4.42 e 4.44,

$$y_a = z_a \cdot t_{yz} - t'_{yz}, \quad (4.60)$$

$$y_b = z_b \cdot t_{yz} - t'_{yz}, \quad (4.61)$$

$$x_a = z_a \cdot t_{xz} - t'_{xz} \quad \text{e} \quad (4.62)$$

$$x_b = z_b \cdot t_{xz} - t'_{xz}. \quad (4.63)$$

Com estas equações, são calculados dois pontos,  $P_a$  e  $P_b$ , que correspondem às interseções da reta definida por  $P_1$  e  $P_2$  e o elipsóide de referência.

Por padronização, a primeira interseção será identificada como o ponto mais próximo de  $P_1$ . Assim, empregando-se os módulos dos vetores formados entre os pontos  $P_a$  e  $P_1$  e entre  $P_b$  e  $P_1$ , tem-se que

$$d_a = \sqrt{(x_a - x_1)^2 + (y_a - y_1)^2 + (z_a - z_1)^2}, \quad (4.64)$$

$$d_b = \sqrt{(x_b - x_1)^2 + (y_b - y_1)^2 + (z_b - z_1)^2}, \quad (4.65)$$

onde, finalmente, o ponto correspondente à primeira interseção será  $P_a$ , caso  $d_a$  seja menor do que  $d_b$ , ou  $P_b$ , no caso contrário.

Quando  $z_1$  e  $z_2$  possuem o mesmo valor, ainda é possível estabelecer equações de  $y$  e  $z$  em função de  $x$ , desde que  $x_1$  e  $x_2$  tenham valores diferentes. Assim, a partir de

$$y = \frac{(y_2 - y_1) \cdot (x - x_1)}{(x_2 - x_1)} + y_1, \quad (4.66)$$

tem-se que, analogamente ao desenvolvimento anterior,

$$y = x \cdot t_{yx} - t'_{yx} \quad \text{e} \quad (4.67)$$

$$z = x \cdot t_{zx} - t'_{zx}, \quad \text{onde} \quad (4.68)$$

$$t_{yx} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (4.69)$$

$$t'_{yx} = x_1 \cdot t_{yx} - y_1, \quad (4.70)$$

$$t_{zx} = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad (4.71)$$

$$t'_{zx} = x_1 \cdot t_{zx} - z_1. \quad (4.72)$$

Por outro lado, empregando-se a equação 4.47 para representar o elipsóide de referência, com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , as variáveis auxiliares  $s$  e  $t$  das equações 4.62 e 4.51 e, ainda, as equações 4.67 e 4.68, pode-se escrever:

$$x^2 = a_h^2 - \frac{a_h^2 \cdot y^2}{b_h^2} - z^2, \quad (4.73)$$

$$x^2 = s - t \cdot y^2 - z^2, \quad (4.74)$$

$$x^2 = s - (x \cdot t_{zx} - t'_{zx})^2 - t \cdot (x \cdot t_{yx} - t'_{yx})^2 \quad \text{e} \quad (4.75)$$

$$(1 + t_{zx}^2 + t \cdot t_{yx}^2) \cdot x^2 + (-2 \cdot t_{zx} \cdot t'_{zx} - 2 \cdot t \cdot t_{yx} \cdot t'_{yx}) \cdot x + (t_{zx}^2 + t \cdot t_{yx}^2 - s) = 0. \quad (4.76)$$

Novamente, obteve-se uma equação do segundo grau, onde as duas possíveis soluções são dadas por

$$x_a = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad \text{e} \quad (4.77)$$

$$x_b = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}, \quad \text{onde} \quad (4.78)$$

$$A = 1 + t_{zx}^2 + t \cdot t_{yx}^2 , \quad (4.79)$$

$$B = -2 \cdot t_{zx} \cdot t'_{zx} - 2 \cdot t \cdot t_{yx} \cdot t'_{yx} \quad \text{e} \quad (4.80)$$

$$C = t'_{zx}^2 + t \cdot t'_{yx}^2 - s . \quad (4.81)$$

Quando  $B^2 < 4AC$  ou  $A=0$ , a reta definida pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$  não intercepta o elipsóide de referência. Por outro lado, a partir das equações 4.67 e 4.68,

$$y_a = x_a \cdot t_{yx} - t'_{yx} , \quad (4.82)$$

$$y_b = x_b \cdot t_{yx} - t'_{yx} , \quad (4.83)$$

$$z_a = x_a \cdot t_{zx} - t'_{zx} \quad \text{e} \quad (4.84)$$

$$z_b = x_b \cdot t_{zx} - t'_{zx} . \quad (4.85)$$

Novamente, a primeira interseção será identificada como o ponto mais próximo de  $P_1$ .

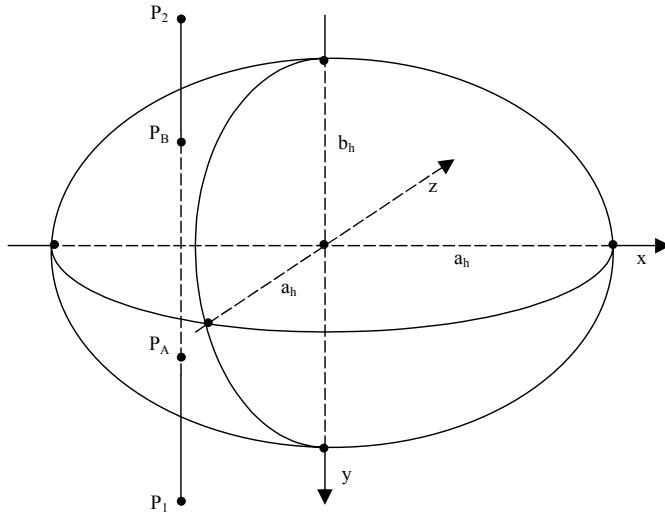


Fig. 4.12 – Interseção de uma reta perpendicular ao plano  $x0z$  com o elipsóide.

Quando  $z_1 = z_2$  e  $x_1 = x_2$ , a reta definida pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$  corresponde a uma perpendicular ao plano  $x_0z$ , conforme a Figura 4.12. Neste caso, a partir da equação 4.49 e das variáveis auxiliares  $s$  e  $t$  das equações 4.50 e 4.51, tem-se que

$$t \cdot y^2 = s - x^2 - z^2 \quad \text{e} \quad (4.86)$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{s - x^2 - z^2}{t}}. \quad (4.87)$$

Assim, os pontos  $P_a$  e  $P_b$ , que correspondem às interseções da reta perpendicular com o elipsóide de referência, são dados por

$$y_a = \sqrt{\frac{s - x_1^2 - z_1^2}{t}}, \quad (4.88)$$

$$y_b = -\sqrt{\frac{s - x_1^2 - z_1^2}{t}}, \quad (4.89)$$

$$x_a = x_b = x_1 \quad \text{e} \quad (4.90)$$

$$z_a = z_b = z_1. \quad (4.91)$$

Quando  $\left(\frac{s - x^2 - z^2}{t}\right) < 0$ , a reta perpendicular não intercepta o elipsóide.

#### 4.6 - CÁLCULO DO AZIMUTE VERDADEIRO ENTRE DUAS POSIÇÕES GEOGRÁFICAS

No Sistema de Projeção GPR, o cálculo do azimute, problema considerado inverso na literatura, está baseado em conceitos de Álgebra Linear de forma a proporcionar equações para a identificação do azimute entre

duas posições geográficas, tendo o norte verdadeiro como referência.

Assim, considerando o ponto inicial  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e o final  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , correspondentes às posições geográficas  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , e, ainda, os pontos  $P_N(0, -b_h, 0)$  e  $P_S(0, b_h, 0)$  como representações dos pólos Norte e Sul no elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , tem-se que o azimute verdadeiro  $\alpha$  pode ser obtido com o uso de planos e vetores.

A idéia básica está centrada na identificação de dois planos,  $Pl_1$  e  $Pl_2$ : o primeiro para representar o que contém os pontos  $P_N(0, -b_h, 0)$ ,  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e  $P_S(0, b_h, 0)$  e o segundo para os pontos  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  e a origem  $P_o(0, 0, 0)$ . O azimute verdadeiro será obtido a partir do valor do ângulo formado por estes planos, Figura 4.13.

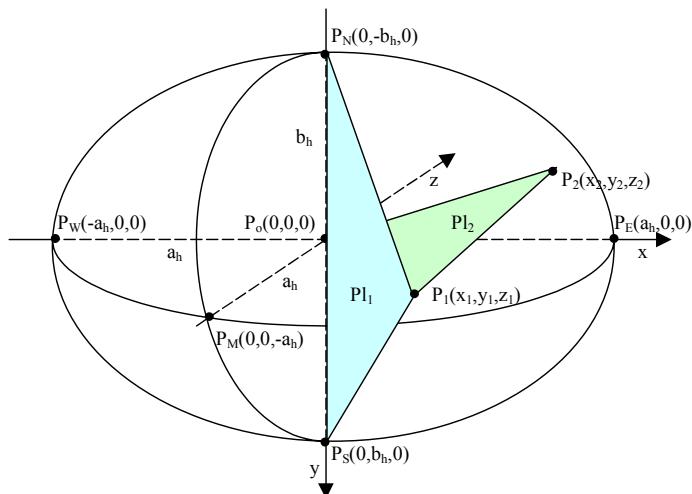


Fig. 4.13 – Planos  $Pl_1$  e  $Pl_2$ .

Inicialmente, para o cálculo do valor do azimute  $\alpha$ , é preciso identificar os vetores normais aos planos  $Pl_1$  e  $Pl_2$ . Como a determinação do vetor normal a um

plano pode ser feita através do produto vetorial entre dois vetores contidos neste plano, serão definidos dois vetores para cada um dos planos  $Pl_1$  e  $Pl_2$ .

Para o plano  $Pl_1$ , serão considerados os vetores  $\vec{v}_a$  e  $\vec{v}_b$ , sendo o primeiro formado pelos pontos  $P_N$  e  $P_o$  e o outro por  $P_1$  e  $P_o$ , onde

$$\vec{v}_a(x, y, z) = \{0, -b_h, 0\} \text{ e} \quad (4.92)$$

$$\vec{v}_b(x, y, z) = \{x_1, y_1, z_1\}. \quad (4.93)$$

Desta forma, o vetor  $\vec{v}_{n1}$ , normal ao plano  $Pl_1$ , é dado por

$$\vec{v}_{n1} = \vec{v}_a \times \vec{v}_b, \quad (4.94)$$

$$\vec{v}_{n1} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -b_h & 0 \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix}, \quad (4.95)$$

$$\vec{v}_{n1} = \begin{vmatrix} -b_h & 0 \\ y_1 & z_1 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ z_1 & x_1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & -b_h \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} \vec{k}, \quad (4.96)$$

$$\vec{v}_{n1} = (-b_h \cdot z_1) \vec{i} + (b_h \cdot x_1) \vec{k} \text{ e} \quad (4.97)$$

$$\vec{v}_{n1}(x, y, z) = \{-b_h \cdot z_1, 0, b_h \cdot x_1\}. \quad (4.98)$$

Para o plano  $Pl_2$ , serão considerados os vetores  $\vec{v}_c$  e  $\vec{v}_d$ , sendo o primeiro formado pelos pontos  $P_1$  e  $P_o$  e o outro por  $P_2$  e  $P_o$ , onde

$$\vec{v}_c(x, y, z) = \{x_1, y_1, z_1\} \text{ e} \quad (4.99)$$

$$\vec{v}_d(x, y, z) = \{x_2, y_2, z_2\}. \quad (4.100)$$

Assim, o vetor  $\vec{v}_{n2}$ , normal ao plano  $P_{l_2}$ , é dado por

$$\vec{v}_{n2} = \vec{v}_c \times \vec{v}_d , \quad (4.101)$$

$$\vec{v}_{n2} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \vec{k} \quad e \quad (4.102)$$

$$\vec{v}_{n2}(x, y, z) = \{y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1, z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1, x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1\}. \quad (4.103)$$

O ângulo formado pelos vetores  $\vec{v}_{n1}$  e  $\vec{v}_{n2}$  corresponde ao ângulo  $\theta$  formado pelos planos  $P_{l_1}$  e  $P_{l_2}$ , cujo valor pode ser obtido por coseno de vetores com as seguintes equações:

$$\cos \theta = \frac{\vec{v}_{n1} \cdot \vec{v}_{n2}}{|\vec{v}_{n1}| \cdot |\vec{v}_{n2}|} \quad e \quad (4.104)$$

$$\theta = \arccos \left( \frac{(-b_h z_1) \cdot (y_1 z_2 - y_2 z_1) + (b_h x_1) \cdot (x_1 y_2 - x_2 y_1)}{\sqrt{(-b_h z_1)^2 + (b_h x_1)^2} \sqrt{(y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (z_1 x_2 - z_2 x_1)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}} \right), \quad (4.105)$$

onde  $\theta$  assume valores entre 0 e  $\pi$ .

Quando  $|\vec{v}_{n1}| \cdot |\vec{v}_{n2}| = 0$ , o ângulo  $\theta$  fica indeterminado. Neste caso, por padronização, assume os seguintes valores:

$$\theta = 0, \text{ caso } (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) < 0, \text{ ou} \quad (4.106)$$

$$\theta = \pi, \text{ caso } (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) \geq 0. \quad (4.107)$$

Como o azimute verdadeiro deve assumir valores entre 0 e  $2\pi$ , é preciso tratar o valor do ângulo  $\theta$  para a correta determinação de  $\alpha$ . Assim, finalmente, o azimute verdadeiro será dado por

$$\alpha = \theta, \text{ caso } (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1) \leq 0, \text{ ou} \quad (4.108)$$

$$\alpha = 2\pi - \theta, \text{ caso } (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1) > 0. \quad (4.109)$$

#### 4.7 - CÁLCULO DA DISTÂNCIA ENTRE DUAS POSIÇÕES GEOGRÁFICAS

De uma forma mais complexa, a distância entre duas posições geográficas pode ser determinada empregando-se equações quadráticas sobre o elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ .

Este problema, também considerado como inverso na literatura, é solucionado com o uso de uma nova técnica de aproximações sucessivas sobre uma elipse de representação em duas dimensões, que possibilita a obtenção do valor correspondente à real integral do traçado entre duas posições sobre a superfície do elipsóide.

Desta forma, considerando o ponto inicial  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e o final  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , correspondentes às posições geográficas  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , o cálculo da distância entre estas posições geodésicas é efetuado em três etapas distintas:

- a) Determinação da elipse em três dimensões que passa pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$ ;
- b) Projeção dos pontos  $P_1$  e  $P_2$  sobre uma elipse de representação em duas dimensões; e
- c) Cálculo da distância por aproximações sucessivas.

#### 4.7.1 - DETERMINAÇÃO DA ELIPSE EM TRÊS DIMENSÕES

A solução do problema está baseado na identificação de uma elipse em três dimensões que passa pelos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , de forma a reduzir os cálculos do processo de aproximações sucessivas.

Esta elipse corresponde ao resultado da interseção entre a superfície do elipsóide de referência e o plano  $Pl_e$ , que contém os pontos  $P_1$ ,  $P_2$  e a origem  $P_o(0,0,0)$ , conforme a Figura 4.14.

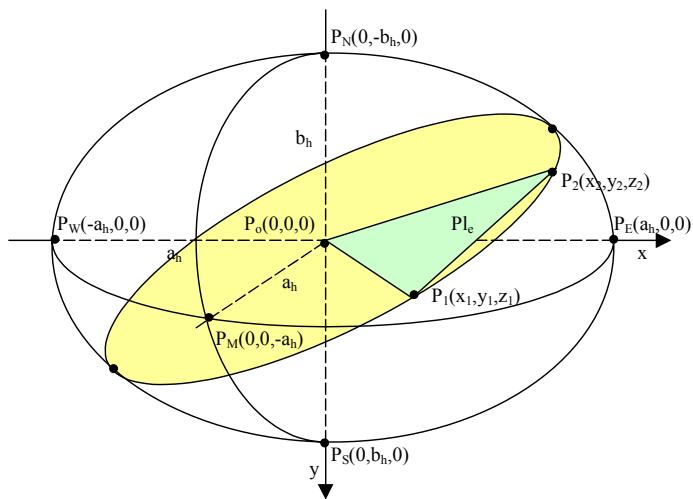


Fig. 4.14 - Seção formada entre o plano  $Pl_e$  e o elipsóide.

Nesta figura, os pontos  $P_N(0, -b_h, 0)$  e  $P_S(0, b_h, 0)$  representam, respectivamente, os pólos Norte e Sul em relação ao ponto de referência  $P_M(0, 0, -a_h)$ .

A identificação da elipse é obtida através da determinação de semi-eixos  $a_s$  e  $b_s$ , cujos valores somente podem ser definidos após a determinação do coseno do ângulo formado entre os planos  $Pl_e$  e  $x0z$ .

4.7.1.1 - CÁLCULO DO COSENO DO ÂNGULO  $\theta$  ENTRE OS PLANOS  $P_{l_e}$  E  $x0z$

O coseno do ângulo  $\theta$ , Figura 4.15, formado entre os planos  $P_{l_e}$  e  $x0z$ , é calculado novamente através de coseno de vetores entre os vetores normais aos planos.

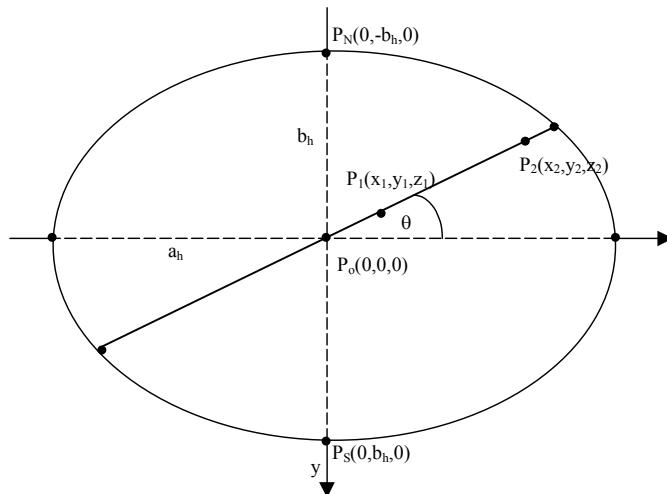


Fig. 4.15 – Ângulo  $\theta$  entre os planos  $P_{l_e}$  e  $x0z$ .

Assim, por ortogonalidade dos eixos, é preciso utilizar o vetor  $\vec{v}_{nx0z}$  para representar o vetor normal ao plano  $x0z$ , sendo definido por

$$\vec{v}_{nx0z}(x, y, z) = \{0, b_h, 0\}. \quad (4.110)$$

Para o plano  $P_{l_e}$ , similarmente às equações 4.99, 4.100, 4.101 e 4.102, o vetor normal  $\vec{v}_{ne}$  é dado por

$$\vec{v}_{ne}(x, y, z) = \{y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1, z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1, x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1\}. \quad (4.111)$$

O coseno do ângulo  $\theta$  equivale ao coseno do ângulo formado pelos vetores  $\vec{v}_{nx0z}$  e  $\vec{v}_{ne}$ , cujo valor é obtido com as seguintes equações:

$$\cos \theta = \frac{\vec{v}_{nx0z} \cdot \vec{v}_{ne}}{|\vec{v}_{nx0z}| \cdot |\vec{v}_{ne}|}, \quad (4.112)$$

$$\cos \theta = \frac{(b_h) \cdot (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1)}{\sqrt{(b_h)^2} \sqrt{(y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1)^2 + (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1)^2 + (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)^2}} \quad e \quad (4.113)$$

$$\cos \theta = \frac{(z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1)}{\sqrt{(y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1)^2 + (z_1 \cdot x_2 - z_2 \cdot x_1)^2 + (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1)^2}}, \quad (4.114)$$

onde  $\theta$  assume valores entre 0 e  $\pi$ .

#### 4.7.1.2 – DETERMINAÇÃO DOS SEMI-EIXOS DA ELIPSE

Após a identificação do coseno do ângulo  $\theta$ , é preciso definir os valores dos semi-eixos  $a_s$  e  $b_s$  da elipse resultante da interseção do plano  $P_{l_e}$  com a superfície do elipsóide de representação.

Por geometria, independente de  $\theta$ , o semi-eixo maior  $a_s$  da elipse em três dimensões é dado por

$$a_s = a_h \quad (4.115)$$

e o semi-eixo menor  $b_s$ , dependente do valor de  $\theta$ , assume valores entre  $a_h$  e  $b_h$  e é obtido por

$$b_s = \sqrt{\frac{a_h^2 \cdot b_h^2}{a_h^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \theta + b_h^2 \cdot \cos^2 \theta}}. \quad (4.116)$$

Quando os pontos  $P_1$  e  $P_2$  são diametralmente opostos no elipsóide de referência, ou seja,  $x_1 = -x_2$ ,  $y_1 = -y_2$  e  $z_1 = -z_2$ , ocorre uma exceção, pois não é possível determinar o vetor  $\vec{v}_{ne}$  e nem, consequentemente, o coseno do ângulo  $\theta$ .

Neste caso, o valor do semi-eixo menor é dado por

$$b_s = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \quad (4.117)$$

e a distância entre as duas posições geográficas pode ser obtida a partir do perímetro da elipse, de forma que

$$d = \pi \cdot \sqrt{\frac{a_s^2 + b_s^2}{2}}. \quad (4.118)$$

#### 4.7.2 - PROJEÇÃO DOS PONTOS SOBRE A ELIPSE DE REPRESENTAÇÃO EM DUAS DIMENSÕES

Tendo identificada a elipse em três dimensões que passa pelas posições geográficas inicial e final, é viável vislumbrar uma elipse de representação que possa expressar informações em duas dimensões equivalentes às posições geográficas do elipsóide de representação.

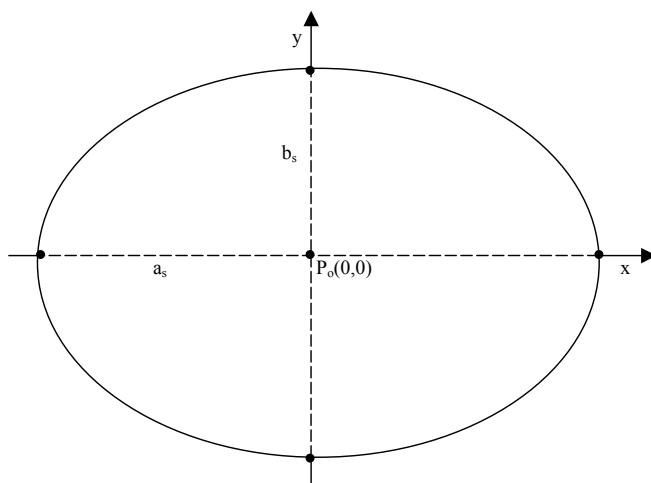


Fig. 4.16 - Elipse de representação em duas dimensões.

Nesta fase, a idéia básica é projetar os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , que possuem coordenadas em três dimensões, sobre uma elipse de representação em duas dimensões, gerando dois pontos,  $P_a$  e  $P_b$ , equivalentes em duas dimensões. A Figura 4.16 apresenta a elipse de representação em duas dimensões e o sistema de eixos adotado.

#### 4.7.2.1 - IDENTIFICAÇÃO DO PONTO DE REFERÊNCIA $P_i$

Para a projeção dos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , há necessidade de se definir um ponto de referência que possibilite a transformação dos valores das coordenadas. Assim, por padronização, o ponto  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ , resultante da interseção entre a superfície do elipsóide de referência e os planos  $Pl_e$  e  $x0z$ , será utilizado como balizamento nos cálculos da projeção, Figura 4.17.

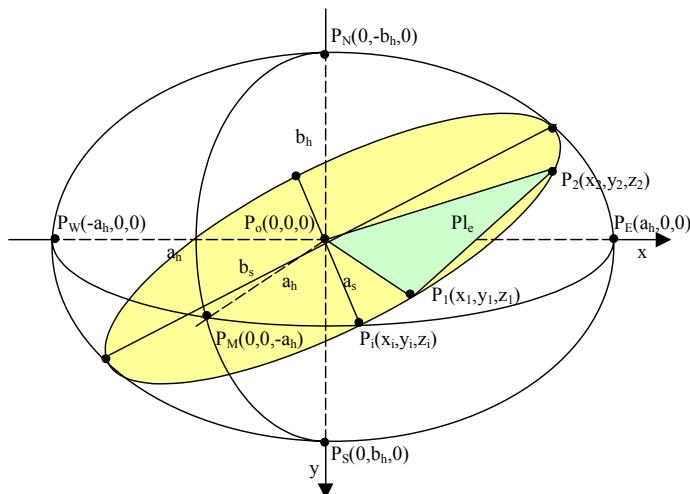


Fig. 4.17 - Ponto  $P_i$  sobre o elipsóide de referência.

Inicialmente, para a identificação de  $P_i$ , é preciso empregar o produto de vetores entre os vetores  $\vec{v}_{ne}$  e  $\vec{v}_{nx0z}$ , normais aos planos  $Pl_e$  e  $x0z$ , cujo resultado

permitirá representar uma reta, contida no plano x0z, que passa pela origem  $P_0$ . O vetor  $\vec{v}_{nh}$  resultante é obtido por

$$\vec{v}_{nh} = \vec{v}_{nx0z} \times \vec{v}_{ne}, \quad (4.119)$$

$$\vec{v}_{nh} = \begin{vmatrix} b_h & 0 \\ z_1x_2 - z_2x_1 & x_1y_2 - x_2y_1 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ x_1y_2 - x_2y_1 & y_1z_2 - y_2z_1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & b_h \\ y_1z_2 - y_2z_1 & z_1x_2 - z_2x_1 \end{vmatrix} \vec{k} \quad (4.120)$$

$$\vec{v}_{nh}(x, y, z) = \{b_h \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1), 0, -b_h \cdot (y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1)\}. \quad (4.121)$$

Analogamente às equações descritas na Seção 4.5, pode-se determinar a interseção entre o elipsóide de referência, com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , e a reta que passa pela origem  $P_0$  e que possui direção  $\vec{v}_{nh}$ .

Desta forma, a equação da reta definida pelos pontos

$$P_{nh}(x, y, z) = \{x_{nh}, 0, z_{nh}\} \quad (4.122)$$

a origem  $P_0(0, 0, 0)$ , onde

$$x_{nh} = b_h \cdot (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) \quad (4.123)$$

$$z_{nh} = -b_h \cdot (y_1 \cdot z_2 - y_2 \cdot z_1), \quad (4.124)$$

pode ser escrita por

$$\frac{x - x_{nh}}{x_{nh}} = \frac{z - z_{nh}}{z_{nh}}. \quad (4.125)$$

No caso de  $z_{nh}$  ter valor diferente de zero, é possível estabelecer equações de  $x$  em função de  $z$ , de forma que

$$x = x_{nh} \cdot \left( \frac{z - z_{nh}}{z_{nh}} \right) + x_{nh} , \quad (4.126)$$

onde, definindo-se a variável auxiliar  $t_{xz}$ ,

$$x = z \cdot t_{xz} - z_{nh} \cdot t_{xz} + x_{nh} \quad \text{e} \quad (4.127)$$

$$t_{xz} = \frac{x_{nh}}{z_{nh}} . \quad (4.128)$$

Com o auxílio de outra variável auxiliar  $t'_{xz}$ , tem-se que

$$x = z \cdot t_{xz} - t'_{xz} , \quad \text{onde} \quad (4.129)$$

$$t'_{xz} = z_{nh} \cdot t_{xz} - x_{nh} . \quad (4.130)$$

Por outro lado, a elipse resultante da interseção entre o plano  $x0z$  e o elipsóide de referência, com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , pode ser descrito na forma quadrática pelas seguintes equações:

$$\frac{x^2}{a_h^2} + \frac{z^2}{a_h^2} = 1 \quad \text{e} \quad (4.131)$$

$$z^2 = a_h^2 - x^2 . \quad (4.132)$$

Com o auxílio da variável auxiliar  $s$ , definida na equação 4.50, tem-se que

$$z^2 = s - x^2 . \quad (4.133)$$

A partir das equações 4.129 e 4.130, obtém-se as seguintes equações:

$$z^2 = s - (z \cdot t_{xz} - t'_{xz})^2 \quad \text{e} \quad (4.134)$$

$$(1 + t_{xz}^2) \cdot z^2 + (-2 \cdot t_{xz} \cdot t'_{xz}) \cdot z + (t'^2_{xz} - s) = 0. \quad (4.135)$$

Considerando as variáveis auxiliares A, B e C, cujos valores são obtidos por

$$A = 1 + t_{xz}^2, \quad (4.136)$$

$$B = -2 \cdot t_{xz} \cdot t'_{xz} \quad \text{e} \quad (4.137)$$

$$C = t'^2_{xz} - s, \quad (4.138)$$

tem-se uma equação do segundo grau, com duas possíveis soluções, sendo que um dos resultados é dado por

$$z_i = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A}, \quad (4.139)$$

$$x_i = z_i \cdot t_{xz} - t'_{xz}, \quad (4.140)$$

onde, logicamente,  $y_i$  assume o valor zero.

Por convenção, caso  $z_i$  tenha um valor positivo, deve-se utilizar o ponto diametralmente oposto no elipsóide de referência, ou seja,

$$P_i(x, y, z) = \{-x_i, 0, -z_i\}. \quad (4.141)$$

Quando  $z_{nh}$  é igual a zero, ainda é possível estabelecer equações de  $z$  em função de  $x$ , desde que  $x_{nh}$  seja diferente de zero.

Assim, a partir de

$$z = z_{nh} \cdot \left( \frac{x - x_{nh}}{x_{nh}} \right) + z_{nh}, \quad (4.142)$$

tem-se que, analogamente ao desenvolvimento anterior,

$$z = x \cdot t_{zx} - t'_{zx}, \quad \text{onde} \quad (4.143)$$

$$t_{zx} = \frac{z_{nh}}{x_{nh}} \quad \text{e} \quad (4.144)$$

$$t'_{zx} = x_{nh} \cdot t_{zx} - z_{nh}. \quad (4.145)$$

Por outro lado, empregando-se a equação 4.131 para representar o elipsóide de referência, com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , a variável auxiliar  $s$  da equação 4.50 e, ainda, a equação 4.143, pode-se escrever que

$$x^2 = a_h^2 - z^2, \quad (4.146)$$

$$x^2 = s - (x \cdot t_{zx} - t'_{zx})^2 \quad \text{e} \quad (4.147)$$

$$(1 + t_{zx}^2) \cdot x^2 + (-2 \cdot t_{zx} \cdot t'_{zx}) \cdot x + (t'_{zx}^2 - s) = 0. \quad (4.148)$$

Novamente, obtém-se uma equação do segundo grau, onde uma das possíveis soluções é dada por

$$x_i = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} \quad \text{e} \quad (4.149)$$

$$z_i = x_i \cdot t_{zx} - t'_{zx}, \quad \text{com} \quad (4.150)$$

$$A = 1 + t_{zx}^2, \quad (4.151)$$

$$B = -2 \cdot t_{zx} \cdot t'_{zx} \quad \text{e} \quad (4.152)$$

$$C = t'_{zx}^2 - s. \quad (4.153)$$

Novamente, por convenção, caso  $z_i$  tenha um valor positivo, deve-se utilizar o ponto diametralmente oposto no elipsóide de referência, conforme a equação 4.141.

Por outro lado, quando os pontos  $P_1$  e  $P_2$  estão contidos no plano  $x0z$ , ou seja,  $y_1=y_2=0$ , as equações anteriores se tornam indefinidas e a elipse procurada corresponde a um círculo com raio  $a_s$ . Nesta exceção, por padronização, o ponto de referência é definido por

$$P_i(x, y, z) = \{a_s, 0, 0\}. \quad (4.154)$$

#### 4.7.2.2 - CÁLCULO DOS COSENOS

Após a identificação de  $P_i$ , é necessário determinar os cosenos dos ângulos  $\gamma_a$  e  $\gamma_b$ , formados entre os vetores  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_1$ , e, ainda,  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_2$ , conforme a Figura 4.18.

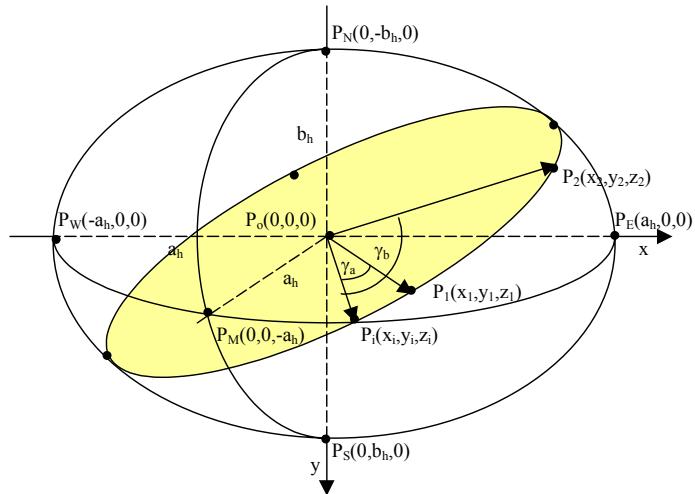


Fig. 4.18 - Ângulos  $\gamma_a$  e  $\gamma_b$ .

Os vetores  $\vec{v}_i$ ,  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  são definidos pela origem e os pontos  $P_i$ ,  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente, onde

$$\vec{v}_i(x, y, z) = \{x_i, y_i, z_i\}, \quad (4.155)$$

$$\vec{v}_1(x, y, z) = \{x_1, y_1, z_1\} \text{ e} \quad (4.156)$$

$$\vec{v}_2(x, y, z) = \{x_2, y_2, z_2\}. \quad (4.157)$$

Assim, empregando-se novamente as equações de cosenos de vetores, tem-se que

$$\cos \gamma_a = \frac{x_i \cdot x_1 + z_i \cdot z_1}{\sqrt{x_i^2 + z_i^2} \cdot \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} \text{ e} \quad (4.158)$$

$$\cos \gamma_b = \frac{x_i \cdot x_2 + z_i \cdot z_2}{\sqrt{x_i^2 + z_i^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}. \quad (4.159)$$

#### 4.7.2.3 - PROJEÇÃO DOS PONTOS NA ELIPSE DE REFERÊNCIA

Para a projeção dos pontos  $P_1$  e  $P_2$ , basta usar a elipse de representação em duas dimensões, com semi-eixos  $a_s$  e  $b_s$ , e, ainda, considerar um novo ponto de referência  $P_i$  em duas dimensões dado por

$$P_i(x, y) = \{a_s, 0\}. \quad (4.160)$$

A partir deste novo ponto de referência, dos cosenos dos ângulos  $\gamma_a$  e  $\gamma_b$  e, ainda, dos valores dos semi-eixos da elipse de referência, é possível, finalmente, determinar os pontos projetados  $P_a$  e  $P_b$ , Figura 4.19.

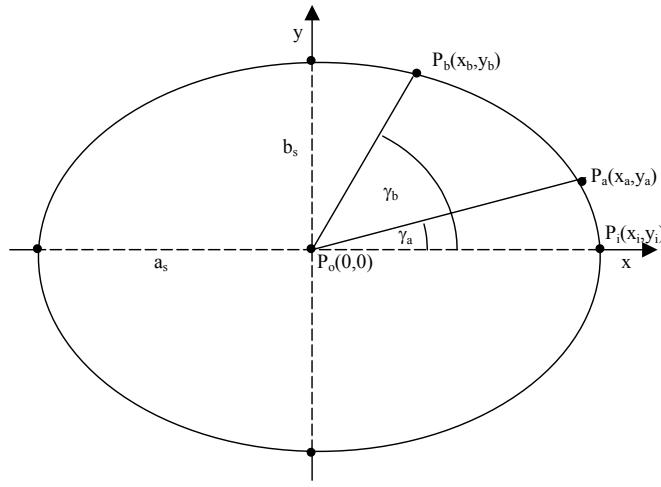


Fig. 4.19 – Pontos projetados  $P_a$  e  $P_b$ .

Assim, empregando-se equações da elipse, tem-se que a distância  $r\nu_a$  entre os pontos  $P_b$  e  $P_0(0,0)$  é dada por

$$r\nu_a = \sqrt{\frac{a_s^2 \cdot b_s^2}{a_s^2 \cdot (1 - \cos^2 \gamma_a) + b_s^2 \cdot \cos^2 \gamma_a}}, \quad (4.161)$$

e, por trigonometria sobre a elipse em duas dimensões,

$$x_a = r\nu_a \cdot \cos \gamma_a. \quad (4.162)$$

Também por trigonometria, obtém-se que

$$y_a = \sqrt{r\nu_a^2 - x_a^2}, \quad \text{caso } y_1 < 0, \quad \text{e} \quad (4.163)$$

$$y_a = -\sqrt{r\nu_a^2 - x_a^2}, \quad \text{caso } y_1 \geq 0. \quad (4.164)$$

Da mesma forma, o ponto  $P_b$  pode ser descrito por

$$P_b(x, y) = \left\{ r\nu_b \cdot \cos \gamma_b, \pm \sqrt{r\nu_b^2 - x_b^2} \right\}, \text{ onde} \quad (4.165)$$

$$r\nu_b = \sqrt{\frac{a_s^2 \cdot b_s^2}{a_s^2 \cdot (1 - \cos^2 \gamma_{ba}) + b_s^2 \cdot \cos^2 \gamma_{ba}}} . \quad (4.166)$$

#### 4.7.3 - CÁLCULO DA DISTÂNCIA POR APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS

A solução final do problema está baseada num processo de aproximações sucessivas sobre a elipse de representação em duas dimensões para possibilitar a determinação do valor da integral correspondente ao traçado entre as duas posições geográficas sobre a superfície do elipsóide.

Basicamente, ao invés de se empregar cálculos de integrais de alto custo computacional, propõe-se a utilização de segmentação de retas e curvas e seqüências de somatórias para a identificação dos valores de distância, cujos resultados são obtidos em quatro etapas distintas:

- a) Seccionamento da elipse em setores;
- b) Seccionamento dos setores em subsetores;
- c) Seccionamento dos subsetores em microsetores; e
- d) Somatória dos comprimentos dos segmentos de curva.

##### 4.7.3.1 - SECCIONAMENTO DA ELIPSE EM SETORES

Na primeira fase, a elipse de referência em duas dimensões é dividida em  $m$  setores por quadrante, conforme pode ser observado no exemplo da Figura 4.20.

Neste processo, quanto maior o número de setores, maior a precisão dos resultados e maior o custo computacional para os cálculos.

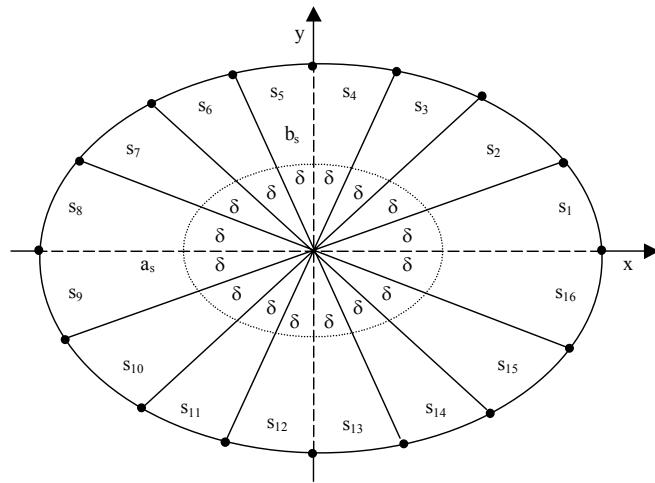


Fig. 4.20 – Elipse com 4 setores por quadrante, m=4.

Por convenção, serão adotados os quatro quadrantes apresentados na Figura 4.21.

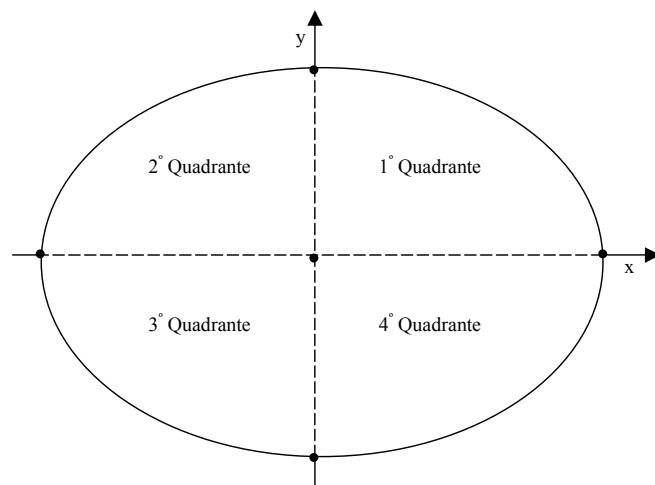


Fig. 4.21 – Convenção de quadrantes para a elipse de referência.

#### 4.7.3.1.1 - DIVISÃO DO PRIMEIRO QUADRANTE EM $m$ SETORES

Inicialmente, com o intuito de minimizar o custo computacional dos cálculos de particionamento, propõe-se a divisão do primeiro quadrante em  $m$  setores para posterior espelhamento das informações nos demais quadrantes.

Desta forma, considerando a variação angular  $\delta$  como o arco formado por cada setor, onde

$$\delta = \frac{\pi}{2 \cdot m}, \quad (4.167)$$

tem-se a determinação de  $m+1$  pontos sobre o primeiro quadrante da elipse de referência, conforme pode ser observado na Figura 4.22.

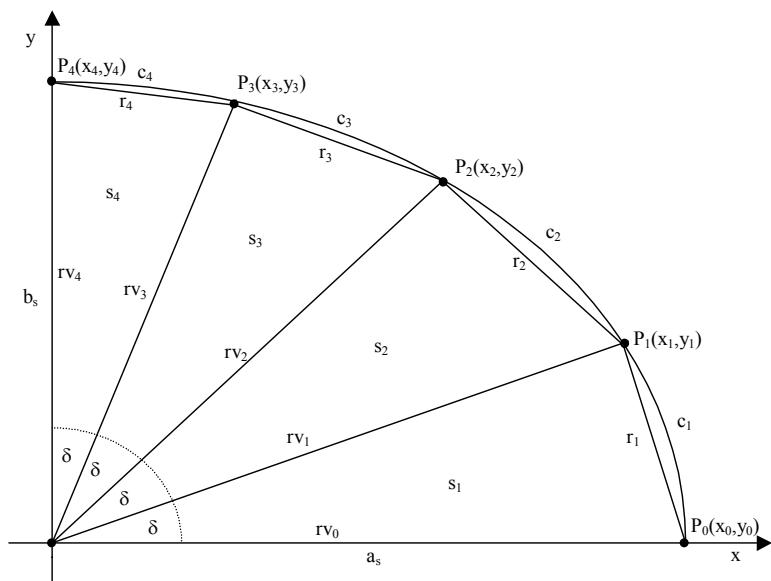


Fig. 4.22 – Divisão do primeiro quadrante,  $m=4$ .

Os pontos  $P_i$  do primeiro quadrante, aqui denominados nós, são obtidos por

$$P_i(x, y) = \{rv_i \cdot \cos\varpi_i, rv_i \cdot \sin\varpi_i\}, \text{ onde} \quad (4.168)$$

$$rv_i = \sqrt{\frac{a_s^2 \cdot b_s^2}{a_s^2 \cdot (1 - \cos^2 \varpi_i) + b_s^2 \cdot \cos^2 \varpi_i}} \quad \text{e} \quad (4.169)$$

$$\varpi_i = i \cdot \delta, \text{ para } i=0, \dots, m. \quad (4.170)$$

Com os pontos  $P_i$ , é possível determinar segmentos de reta  $r_i$  entre dois pontos consecutivos, cujos comprimentos são definidos por

$$r_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}, \text{ para } i=1, \dots, m. \quad (4.171)$$

Consequentemente, a somatória  $R$  dos segmentos de reta  $r_i$  do primeiro quadrante é dada por

$$R = \sum_{i=1}^m r_i \quad (4.172)$$

e corresponde proporcionalmente ao comprimento  $C$  do segmento de curva da elipse no primeiro quadrante, sendo calculado, de acordo com as equações 2.12, 2.13 e 2.14, por:

$$C = a_s \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \cdot \sin^2 \varpi} \cdot d\varpi, \quad (4.173)$$

$$C = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{a_s^2 + b_s^2}{2}}, \text{ onde} \quad (4.174)$$

$$k = \sqrt{\frac{a_s^2 - b_s^2}{a_s^2}}. \quad (4.175)$$

Embora os setores tenham a mesma variação angular  $\delta$ , os segmentos de arco  $c_i$  formados apresentam comprimentos diferentes, entretanto, podem ser calculados por regra de três, empregando-se a somatória  $R$  dos segmentos de reta  $r_i$  e o comprimento de curva  $C$  do primeiro quadrante da elipse, de forma que

$$c_i = \frac{r_i \cdot C}{R}, \text{ para } i=1, \dots, m, \text{ e} \quad (4.176)$$

$$C = \sum_{i=1}^m c_i. \quad (4.177)$$

#### 4.7.3.1.2 - ESPERLHAMENTO DAS INFORMAÇÕES DO PRIMEIRO QUADRANTE

As informações obtidas para o primeiro quadrante devem ser espelhadas para os demais quadrantes com a finalidade de completar o processo de seccionamento da elipse, proporcionando a criação de  $4m$  setores, Figura 4.23.

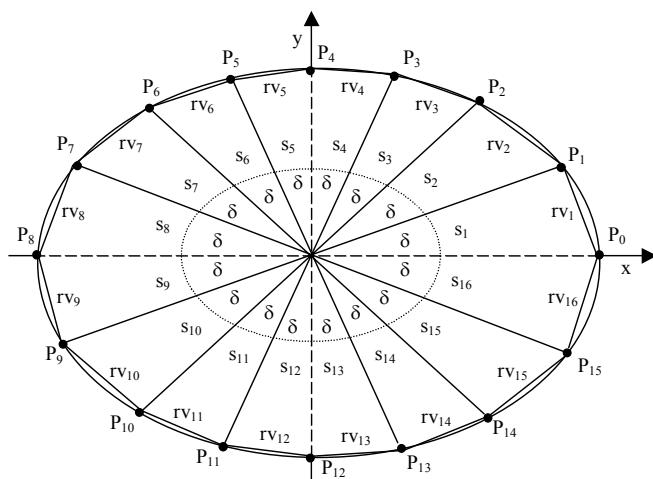


Fig. 4.23 - Espelhamento do primeiro quadrante,  $m=4$ .

Assim, de acordo com a convenção de quadrantes adotada, as coordenadas dos nós e os valores dos segmentos de reta e curva para o segundo quadrante são obtidos por

$$P_{2m-i}(x, y) = \{-x_i, y_i\}, \quad (4.178)$$

$$r_{2m-i} = r_{i+1} \text{ e} \quad (4.179)$$

$$c_{2m-i} = c_{i+1}, \text{ para } i=0, \dots, m-1. \quad (4.180)$$

Para o terceiro quadrante, tem-se que

$$P_{2m+i}(x, y) = \{-x_i, -y_i\}, \quad (4.181)$$

$$r_{2m+i} = r_i \text{ e} \quad (4.182)$$

$$c_{2m+i} = c_i, \text{ para } i=0, \dots, m, \quad (4.183)$$

e, finalmente, para o quarto quadrante, o transporte de dados é feito por

$$P_{4m-i}(x, y) = \{x_i, -y_i\}, \quad (4.184)$$

$$r_{4m-i} = r_{i+1} \text{ e} \quad (4.185)$$

$$c_{4m-i} = c_{i+1}, \text{ para } i=0, \dots, m-1. \quad (4.186)$$

#### 4.7.3.2 - SECCIONAMENTO DOS SETORES EM SUBSETORES

Na segunda fase, os setores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$  são particionados novamente em  $n$  subsetores, conforme o exemplo apresentado na Figura 4.24.

Similarmente à primeira fase, quanto maior o número de subsetores, maior a precisão dos resultados e maior o custo computacional para os cálculos.

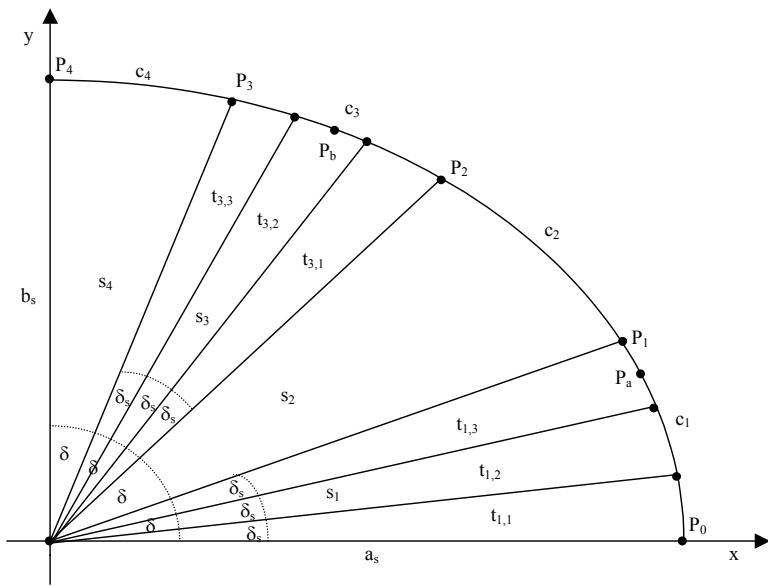


Fig. 4.24 – Divisão dos setores em subsetores,  $m=4$  e  $n=3$ .

#### 4.7.3.2.1 – IDENTIFICAÇÃO DOS AZIMUTES E SETORES DOS PONTOS P<sub>a</sub> E P<sub>b</sub>

Antes de iniciar o processo de segmentação dos setores, é necessário definir os azimutes dos pontos  $P_a$  e  $P_b$  em relação ao ponto de referência  $P_{ref}(a_s, 0)$ , de acordo com a convenção apresentada na Figura 4.25.

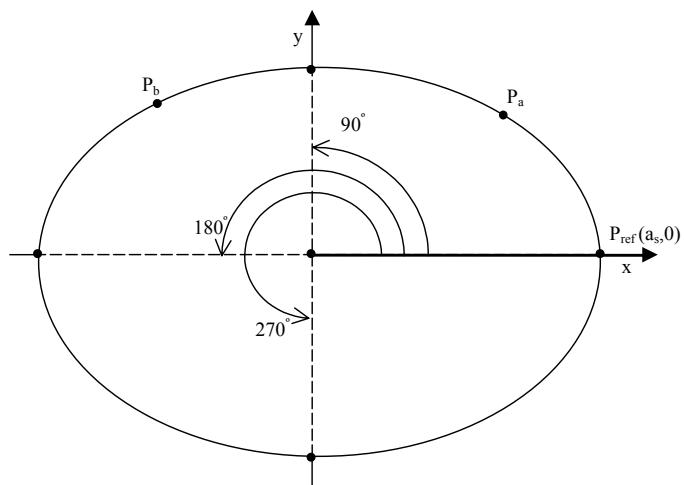


Fig. 4.25 – Convenção de azimutes.

Assim, a partir dos cosenos dos ângulos  $\gamma_a$  e  $\gamma_b$ , obtidos no elipsóide e descritos nas equações 4.177 e 4.178, os valores dos azimutes  $azP_a$  e  $azP_b$  dos pontos  $P_a$  e  $P_b$ , em relação à referência adotada, são dados por

$$azP = \arccos(\cos\gamma), \text{ caso } y \geq 0, \text{ e} \quad (4.187)$$

$$azP = 2\pi - \arccos(\cos\gamma), \text{ caso } y < 0, \quad (4.188)$$

onde  $azP$  assume o valor de  $azP_a$  ou  $azP_b$ , conforme a identificação do azimute do ponto  $P_a$  ou  $P_b$ .

Quando ( $azP_b < azP_a$ ), há necessidade de permutar as coordenadas dos pontos  $P_a$  e  $P_b$ , de forma a garantir que o ponto  $P_a$  sempre tenha o menor valor de azimute. Por outro lado, como tratamento de exceção, caso  $azP_a$  seja igual a  $azP_b$ , a distância procurada assume o valor zero.

Após a determinação dos azimutes, é preciso identificar os setores  $sP_a$  e  $sP_b$ , correspondentes aos setores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$ , respectivamente, através da seguinte equação:

$$sP = \frac{azP}{\delta} + 1. \quad (4.189)$$

#### 4.7.3.2.2 - DIVISÃO DOS SETORES DOS PONTOS $P_a$ E $P_b$ EM $n$ SUBSETORES

A divisão dos setores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$  em  $n$  subsetores acontece com a identificação de um azimute inicial  $az_i$ , a partir do setor  $sP$  que contém o ponto:

$$az_i = (sP - 1) \cdot \delta, \quad (4.190)$$

onde  $sP$  assume o valor de  $sP_a$  ou  $sP_b$ , conforme a subsetorização do ponto  $P_a$  ou  $P_b$ .

Desta forma, considerando a variação angular  $\delta_s$  como o arco formado por cada subsetor, onde

$$\delta_s = \frac{\delta}{n}, \quad (4.191)$$

tem-se a determinação de  $n+1$  pontos sobre o setor  $sP$ , conforme pode ser observado na Figura 4.26.

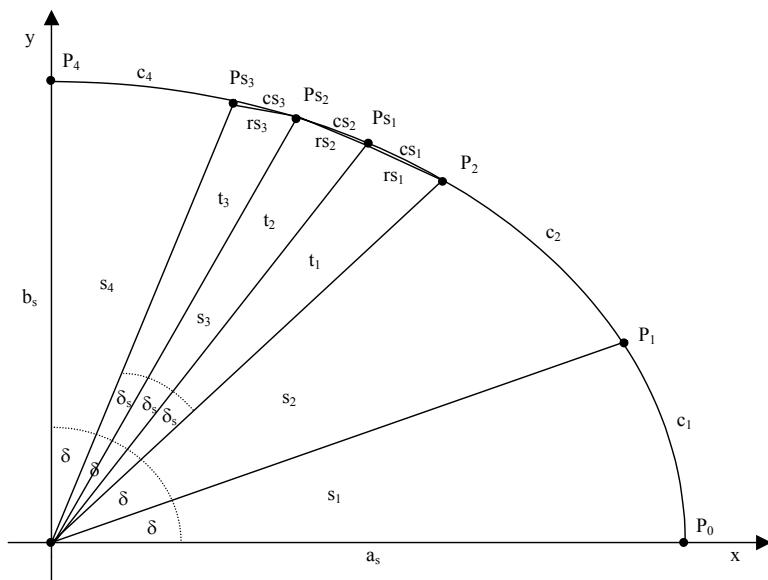


Fig. 4.26 – Secccionamento de um setor,  $m=4$  e  $n=3$ .

Os pontos  $Ps_j$  do setor  $sP$ , aqui denominados nós intermediários do setor, são obtidos por

$$Ps_j(x, y) = \{r v_{ij} \cdot \cos \varpi_{ij}, r v_{ij} \cdot \sin \varpi_{ij}\}, \text{ onde} \quad (4.192)$$

$$r_{v_{ij}} = \sqrt{\frac{a_s^2 \cdot b_s^2}{a_s^2 \cdot (1 - \cos^2 \varpi_{ij}) + b_s^2 \cdot \cos^2 \varpi_{ij}}} \quad e \quad (4.193)$$

$$\varpi_{ij} = az_i + j \cdot \delta_s, \text{ para } j=0, \dots, n. \quad (4.194)$$

Com os pontos  $P_{S_j}$ , é possível determinar segmentos de reta  $rs_j$  entre dois pontos intermediários do setor, cujos comprimentos são calculados por

$$rs_j = \sqrt{(x_{S_j} - x_{S_{j-1}})^2 + (y_{S_j} - y_{S_{j-1}})^2}, \text{ para } j=1, \dots, n. \quad (4.195)$$

Consequentemente, a somatória  $Rs$  dos segmentos de reta  $rs_j$  do setor  $sP$  é dada por

$$Rs = \sum_{j=1}^n rs_j \quad (4.196)$$

e corresponde proporcionalmente ao comprimento  $c_{sP}$  do segmento de curva do setor  $sP$ , conforme descrito na equação 4.176.

Embora os subsetores tenham a mesma variação angular  $\delta_s$ , os segmentos de arco  $cs_j$  formados apresentam comprimentos diferentes, entretanto, podem ser calculados por regra de três, empregando-se a somatória  $Rs$  dos segmentos de reta  $rs_j$  e o comprimento de curva  $c_{sP}$  do segmento de curva do setor  $sP$ , de forma que

$$cs_j = \frac{rs_j \cdot c_{sP}}{Rs}, \text{ para } j=1, \dots, n. \quad (4.197)$$

Caso os pontos  $P_a$  e  $P_b$  se encontrem no mesmo setor, não há necessidade de repetir os cálculos, reduzindo, desta forma, o custo computacional.

#### 4.7.3.3 - SECCIONAMENTO DOS SUBSETORES EM MICROSETORES

Na terceira fase, os subsetores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$  são partitionados novamente em 2 microsetores, conforme o exemplo apresentado na Figura 4.27.

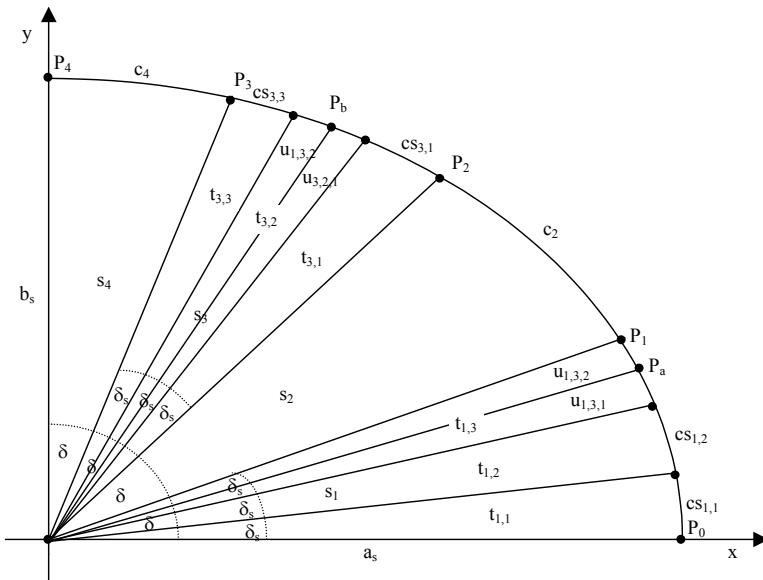


Fig. 4.27 - Divisão dos subsetores em microsetores,  $m=4$  e  $n=3$ .

##### 4.7.3.3.1 - IDENTIFICAÇÃO DOS SUBSETORES DOS PONTOS $P_a$ E $P_b$

Antes de iniciar o processo de secccionamento em microsetores, é preciso identificar os subsetores  $tP_a$  e  $tP_b$ , correspondentes aos subsetores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$ , respectivamente, através da seguinte equação:

$$tP = \frac{azP - az_i}{\delta_s} + 1 , \quad (4.198)$$

onde  $tP$  assume o valor de  $tP_a$  ou  $tP_b$ , conforme a microsetorização do ponto  $P_a$  ou  $P_b$ .

#### 4.7.3.3.2 - DIVISÃO DOS SUBSETORES DOS PONTOS $P_a$ E $P_b$ EM 2 MICROSETORES

A divisão dos subsetores que contém os pontos  $P_a$  e  $P_b$  em 2 microsetores acontece com determinação dos segmentos de curva entre os pontos e as extremidades do subsetor em que se encontram.

Desta forma, adotando-se o mesmo procedimento para os dois pontos, tem-se que o comprimento do segmento de reta  $rT_iP$  entre o ponto  $P(x,y)$  e a extremidade inicial do subsetor  $tP$  é dado por

$$rT_iP = \sqrt{(x - xs_{tP-1})^2 + (y - ys_{tP-1})^2} \quad (4.199)$$

e o comprimento do segmento de reta  $rT_fP$  entre o ponto  $(x,y)$  e a extremidade final do subsetor  $tP$  por

$$rT_fP = \sqrt{(x - xs_{tP})^2 + (y - ys_{tP})^2}, \quad (4.200)$$

onde  $tP$  assume o valor de  $tP_a$  ou  $tP_b$ , conforme o seccionamento do subsetor do ponto  $P_a$  ou  $P_b$ .

Consequentemente, a somatória  $Rt$  dos segmentos de reta do subsetor em questão é calculada por

$$Rt = rT_iP + rT_fP \quad (4.201)$$

e corresponde proporcionalmente ao comprimento  $cs_{tP}$  do segmento de curva do subsetor  $tP$ , conforme descrito na equação 4.197.

Novamente, os segmentos de curva  $cT_iP$  e  $cT_fP$ , obtidos com o seccionamento, apresentam comprimentos diferentes, entretanto, podem ser calculados por regra de

três, empregando-se a somatória  $Rt$  e o comprimento de curva  $Cs_{tp}$  do segmento de curva do subsetor  $tp$ , Figura 4.28, de forma que

$$cT_iP = \frac{rT_iP \cdot cs_{tp}}{Rt} \quad \text{e} \quad (4.202)$$

$$cT_fP = \frac{rT_fP \cdot cs_{tp}}{Rt}. \quad (4.203)$$

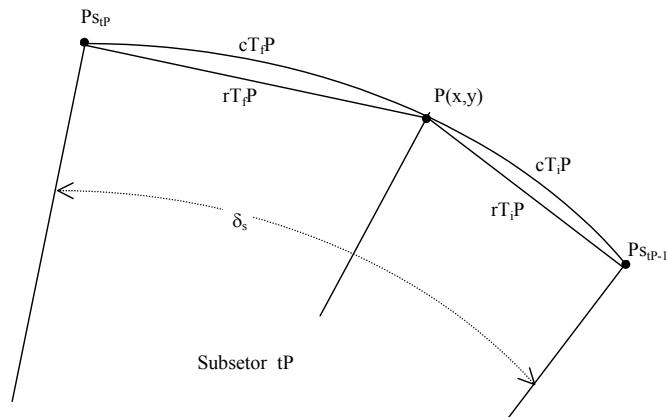


Fig. 4.28 - Seccionamento de um subsetor.

#### 4.7.3.4 - SOMATÓRIA DOS COMPRIMENTOS DOS SEGMENTOS DE CURVA

Na quarta fase, o processo se baseia na somatória dos comprimentos dos segmentos de curva entre os pontos  $P_a$  e  $P_b$ , determinando inicialmente os valores entre estes pontos e as extremidades dos respectivos setores e, seqüencialmente, acrescentando os valores dos comprimentos dos segmentos de curva relativos aos setores e subsetores encontrados no caminho.

#### 4.7.3.4.1 - CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS ENTRE OS PONTOS $P_a$ E $P_b$ E O INÍCIO DOS SETORES

Inicialmente, há necessidade de identificar as distâncias  $cS_iP_a$  e  $cS_iP_b$  entre os pontos  $P_a$  e  $P_b$  e o início dos respectivos setores, cujos valores devem ser obtidos através da somatória dos comprimentos de:

- a) Segmento de curva entre o ponto e o início do subsetor  $tP$ ; e
- b) Segmentos de curva dos subsetores encontrados entre o início do setor  $sP$  e o subsetor  $tP$ , exclusivamente;

sendo a distância descrita por

$$cS_iP = cT_iP + \sum_{j=1}^{tP-1} cs_j . \quad (4.204)$$

#### 4.7.3.4.2 - IDENTIFICAÇÃO DO SENTIDO DE BUSCA

Padronizando-se o valor procurado como a menor distância a ser percorrida entre os dois pontos, observa-se que os cálculos podem ser efetuados no sentido horário ou anti-horário, dependendo das coordenadas dos pontos  $P_a$  e  $P_b$ .

Desta forma, quando a diferença de azimute entre os pontos  $P_a$  e  $P_b$  for maior do que 180 graus, ou seja,  $(azP_b - azP_a) > \pi$ , os cálculos serão efetuados no sentido horário e, caso contrário, no sentido anti-horário.

#### 4.7.3.4.3 - SOMATÓRIA DOS COMPRIMENTOS DOS SEGMENTOS DE CURVA NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO

No sentido anti-horário, a distância  $d$  corresponde à somatória dos comprimentos de:

- Segmento de curva entre o ponto  $P_a$  e o final do setor  $sP_a$ ;
- Segmentos de curva dos setores encontrados entre o setor  $sP_a$ , exclusive, e o setor  $sP_b$ , exclusive; e
- Segmento de curva entre o ponto  $P_b$  e o início do setor  $sP_b$ ;

sendo descrita, conforme a representação gráfica da Figura 4.29, por

$$d = (c_{sP_a} - cS_i P_a) + \sum_{j=sP_a+1}^{sP_b-1} c_j + cS_i P_b . \quad (4.205)$$

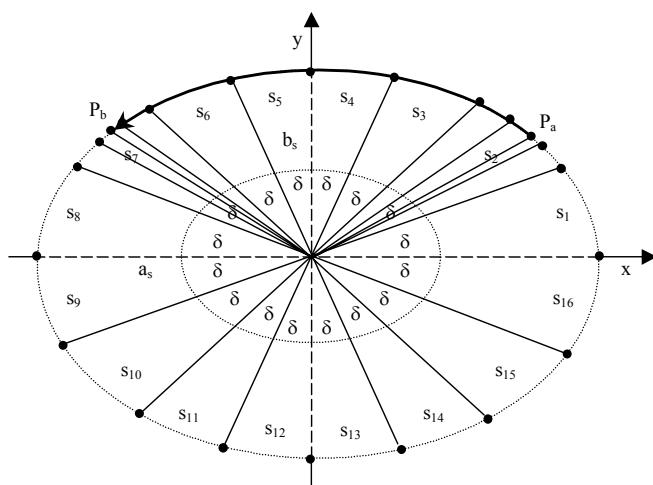


Fig. 4.29 - Somatória dos comprimentos dos segmentos de curva no sentido anti-horário.

#### 4.7.3.4.4 - SOMATÓRIA DOS COMPRIMENTOS DOS SEGMENTOS DE CURVA NO SENTIDO HORÁRIO

Analogamente, no sentido horário, a distância  $d$  é equivalente à somatória dos comprimentos de:

- Segmento de curva entre o ponto  $P_a$  e o início do setor  $sP_a$ ;
- Segmentos de curva dos setores encontrados entre o primeiro setor, inclusive, e setor  $sP_a$ , exclusive;
- Segmentos de curva dos setores encontrados entre o setor  $sP_b$ , exclusive, e o último setor, inclusive;
- Segmento de curva entre o ponto  $P_b$  e o final do setor  $sP_b$ ;

sendo descrita, de acordo com a Figura 4.30, por

$$d = cS_i P + \sum_{j=1}^{sP_a-1} c_j + \sum_{j=sP_b+1}^{4m} c_j + (c_{sP_b} - cS_i P_b). \quad (4.206)$$

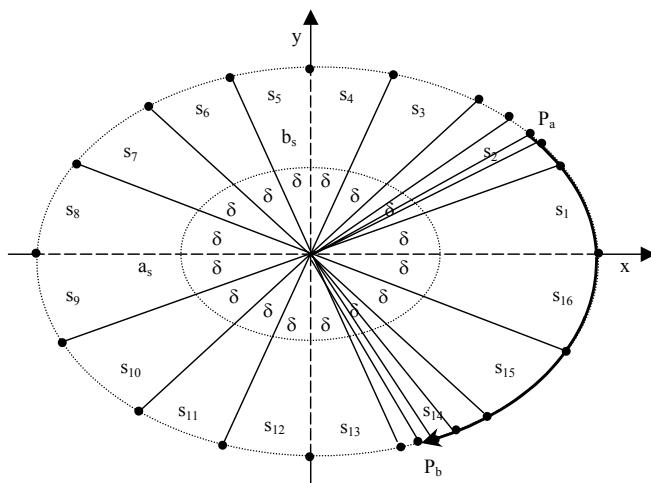


Fig. 4.30 - Somatória dos comprimentos dos segmentos de curva no sentido horário.

Quando os pontos  $P_a$  e  $P_b$  se encontram no mesmo setor, ou seja,  $sP_a$  é igual a  $sP_b$ , Figura 4.31, a distância  $d$  entre as posições geográficos é obtida por

$$d = cS_i P_b - cS_i P_a . \quad (4.207)$$

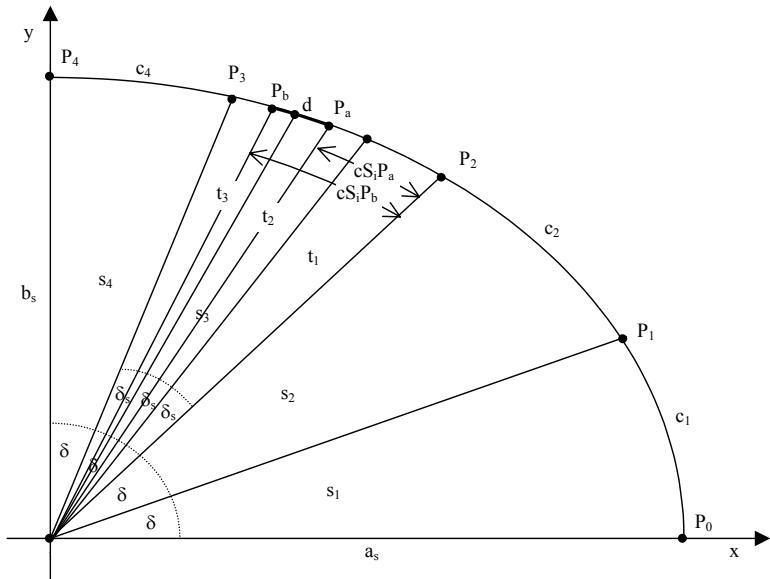


Fig. 4.31 – Distância entre pontos do mesmo setor.

Finalmente, cabe ressaltar que, embora existam outras formas matemáticas para se efetuar a convergência nos cálculos de distância, tais como processos interativos, as equações e os seccionamentos foram propostos com variáveis pré-determinadas de  $m$ ,  $n$  e  $\sigma$  para possibilitar resultados controlados e análises comparativas.

#### 4.8 – CÁLCULO DE UMA NOVA POSIÇÃO APÓS DESLOCAMENTO ANGULAR

Tendo em vista que o método proposto está embasado em funções quadráticas, é necessário identificar equações que permitam determinar novas posições geográficas

após deslocamentos angulares sobre a superfície do elipsóide que representa o globo terrestre.

Nesta proposta, novas posições geográficas podem ser determinadas a partir de posições geográficas iniciais, empregando-se equações quadráticas sobre o elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , desde que sejam fornecidas informações adicionais, tais como distância angular  $\beta$  e azimute verdadeiro  $\alpha$  de deslocamento.

Assim, baseando-se em matrizes de transformação e no conceito de latitude falsa descrito na seção 4.4, é possível identificar um novo ponto  $P_{2f}(x_{2f}, y_{2f}, z_{2f})$ , correspondente à posição geográfica final, com altitude ainda indefinida.

O conceito tem como sustentação a rotação do ponto  $P_m(0, 0, -a_h)$  sobre os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , empregando-se matrizes de transformação com os valores dos arcos de distância angular, azimute de deslocamento e, ainda, longitude e latitude falsa da posição geográfica inicial, Figura 4.32, conforme se segue:

$$\begin{bmatrix} x_{2f} & y_{2f} & z_{2f} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -a_h & 1 \end{bmatrix} \cdot mT , \quad (4.208)$$

$$mT = mRX \cdot mRz \cdot mRx \cdot mRy , \quad (4.209)$$

$$mRX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\beta) & \sin(-\beta) & 0 \\ 0 & -\sin(-\beta) & \cos(-\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad (4.210)$$

$$mRz = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.211)$$

$$mRx = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\phi_{f1}) & \sin(-\phi_{f1}) & 0 \\ 0 & -\sin(-\phi_{f1}) & \cos(-\phi_{f1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.212)$$

$$mRy = \begin{bmatrix} \cos(-\lambda_1) & 0 & -\sin(-\lambda_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(-\lambda_1) & 0 & \cos(-\lambda_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ onde} \quad (4.213)$$

- mRx - matriz de rotação no eixo x,
- mRy - matriz de rotação no eixo y,
- mRz - matriz de rotação no eixo z,
- mRX - matriz de rotação no eixo x,
- mT - matriz de transformação,
- $\beta$  - distância angular,
- $\phi_{f1}$  - latitude falsa da posição geográfica inicial,
- $\lambda_1$  - longitude da posição geográfica inicial,
- $\alpha$  - azimute verdadeiro para deslocamento,

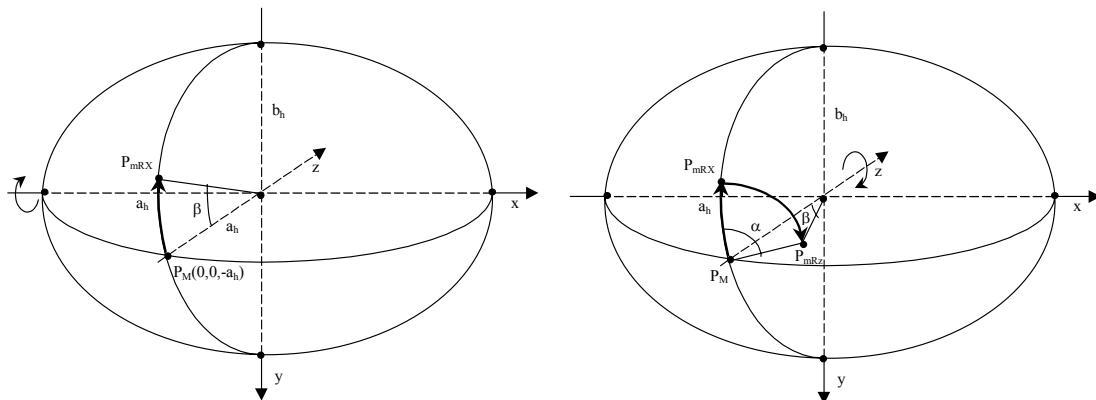
e, consequentemente,

$$x_{2f} = -a_h \cdot (\sin(\alpha) \cdot \sin(-\beta) \cdot \cos(-\lambda_1) + \sin(-\lambda_1) \cdot (-\sin(-\phi_{f1}) \cdot \sin(-\beta) \cdot \cos(\alpha) + \cos(-\phi_{f1}) \cdot \cos(-\beta))), \quad (4.214)$$

$$y_{2f} = -a_h \cdot (-\sin(-\beta) \cdot \cos(-\phi_{f1}) \cdot \cos(\alpha) - \sin(-\phi_{f1}) \cdot \cos(-\beta)), \quad \text{e} \quad (4.215)$$

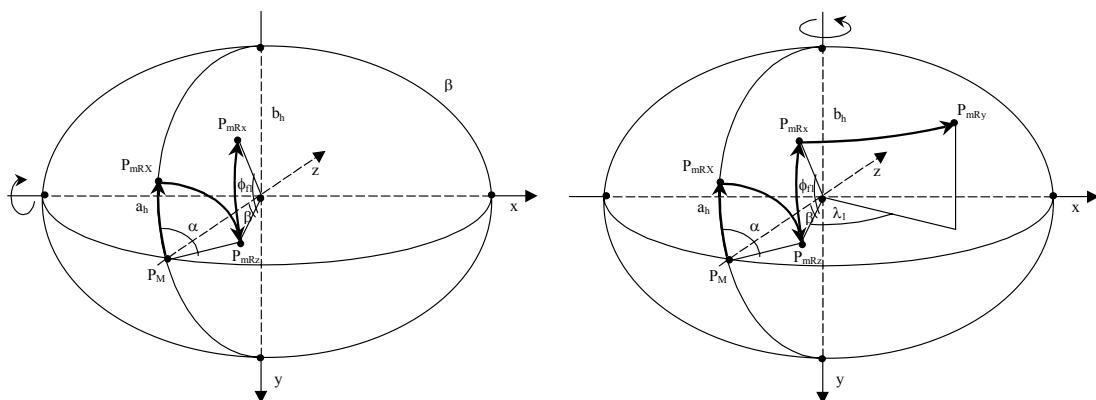
$$z_{2f} = -a_h \cdot (-\sin(\alpha) \cdot \sin(-\beta) \cdot \sin(-\lambda_1) + \cos(-\lambda_1) \cdot (-\sin(-\phi_{f1}) \cdot \sin(-\beta) \cdot \cos(\alpha) + \cos(-\phi_{f1}) \cdot \cos(-\beta))). \quad (4.216)$$

Os valores das coordenadas do ponto  $P_{2f}(x_{2f}, y_{2f}, z_{2f})$  devem ser corrigidos para que se possa determinar o ponto final procurado  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , correspondente à nova posição geográfica  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , com valores precisos de altitude.



a) Rotação no eixo x: mRX;

b) Rotação no eixo z: mRz;



c) Rotação no eixo x: mRx;

d) Rotação no eixo y: mRy.

Fig. 4.32 – Rotações no eixos x, y e z.

Desta forma, considerando-se a altitude da posição geográfica final como igual à altitude da posição geográfica inicial, ou seja,  $h_2 = h_1$ , é viável utilizar as equações descritas na seção 4.5 para a determinação da primeira interseção entre a reta formada pelos pontos

$P_{2f}(x_{2f}, y_{2f}, z_{2f})$  e  $P_o(0, 0, 0)$  e o elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ .

Como resultado, obtém-se o ponto final  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , que representa a posição geográfica procurada  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , com distância angular de deslocamento  $\beta$ , na direção  $\alpha$ , a partir da posição geográfica inicial  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$ .

#### 4.9 - CÁLCULO DE UMA NOVA POSIÇÃO APÓS DESLOCAMENTO

De maneira similar ao processo de cálculo de distância, novas posições geográficas podem ser determinadas a partir de posições geográficas iniciais, empregando-se equações quadráticas sobre o elipsóide de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , desde que sejam fornecidas informações adicionais, tais como distância a ser percorrida e azimute verdadeiro de deslocamento.

Este problema, considerado como direto na literatura, também é solucionado com o uso da técnica de aproximações sucessivas sobre uma elipse de representação em duas dimensões, que possibilita a obtenção da posição geográfica correspondente ao resultado do deslocamento na direção determinada sobre a superfície do elipsóide.

Desta forma, considerando o ponto inicial  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ , correspondente à posição geográfica  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$ , a distância  $d$  e o azimute verdadeiro  $\alpha$ , o cálculo da nova posição  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$  é efetuado em cinco etapas distintas:

- a) Identificação de uma posição geográfica estimada sem precisão, com o uso de matrizes de transformação;

- b) Determinação da elipse em três dimensões que passa pelo ponto  $P_1$  e possui direção de deslocamento  $\alpha$ ;
- c) Projeção dos pontos sobre uma elipse de representação em duas dimensões;
- d) Cálculo da distância angular  $\beta$  correspondente à distância  $d$  a ser percorrida a partir da posição geográfica inicial, através de aproximações sucessivas;
- e) Determinação da nova posição geográfica, com o emprego de matrizes de rotação.

#### 4.9.1 - CÁLCULO DE UMA POSIÇÃO ESTIMADA

Tendo em vista que a determinação da elipse em três dimensões, que passa pelo ponto  $P_1$  e possui direção de deslocamento  $\alpha$ , requer a existência de dois pontos sobre o elipsóide de referência, há necessidade de se estimar uma posição geográfica que tenha o mesmo azimute verdadeiro  $\alpha$  em relação à posição geográfica inicial e, ainda, distância aproximada do valor real a ser percorrido.

Como primeiro passo, deve-se utilizar uma regra de três simples entre a distância  $d$  e perímetro da elipse de referência com semi-eixos  $a_h$  e  $b_h$ , de tal forma que a distância angular  $\beta_e$ , entre a posição geográfica inicial e a estimada, seja descrita por

$$\beta_e = \frac{d}{\sqrt{\frac{a_h^2 + b_h^2}{2}}} . \quad (4.217)$$

Caso  $\beta_e = \pi$  ou  $\beta_e = -\pi$ , ocorre uma exceção, pois dois pontos diametralmente opostos não possibilitam a determinação de um único plano que os contenha. Nesta ocorrência, por padronização, a distância angular deve ser

reduzida em um pequena fração para que o problema seja solucionado, como, por exemplo,

$$\beta_e = \beta_e - \frac{\pi}{18000}. \quad (4.218)$$

O novo ponto  $P_{2e}(x_{2e}, y_{2e}, z_{2e})$ , correspondente à posição geográfica estimada, é calculado a partir da distância angular estimada e das equações descritas na seção 4.8, onde são empregadas rotações do ponto  $P_m(0, 0, -a_n)$  sobre os eixos x, y e z.

Como a altitude  $h_e$  do ponto estimado  $P_{2e}(x_{2e}, y_{2e}, z_{2e})$  não influencia na determinação da elipse em três dimensões, não é preciso utilizar as equações da seção 4.8 para correção das coordenadas.

#### 4.9.2 - DETERMINAÇÃO DA ELIPSE EM TRÊS DIMENSÕES

Analogamente à seção 4.7, a solução do problema direto está baseada na identificação de uma elipse em três dimensões que passa pelos pontos  $P_1$  e  $P_{2e}$ , de forma a reduzir os cálculos do processo de aproximações sucessivas.

Esta elipse corresponde ao resultado da interseção entre a superfície do elipsóide de referência e o plano  $P_{l_e}$ , que contém os pontos  $P_1$ ,  $P_{2e}$  e a origem  $P_o(0, 0, 0)$  e, ainda, possui direção de deslocamento  $\alpha$  em relação à posição geográfica inicial.

A determinação da elipse é obtida com as mesmas equações descritas nas seções 4.7.1.1 e 4.7.1.2, onde são calculados:

- a) O coseno do ângulo  $\theta$ , formado entre os planos  $P_{1e}$  e  $x0z$ ;
- e
- b) Os semi-eixos  $a_s$  e  $b_s$  da elipse.

#### 4.9.3 - PROJEÇÃO DOS PONTOS SOBRE A ELIPSE DE REPRESENTAÇÃO EM DUAS DIMENSÕES

Após a identificação da elipse em três dimensões, pode-se usar os conceitos da seção 4.7.2 para projetar os pontos  $P_1$  e  $P_{2e}$  sobre uma elipse de representação que seja capaz de expressar informações em duas dimensões equivalentes às posições geográficas do elipsóide de representação.

Nesta fase, de acordo com as equações das seções 4.7.2.1, 4.7.2.2 e 4.7.2.3, são efetuados os seguintes passos:

- a) Identificação do ponto de referência  $P_i(x_i, y_i, z_i)$ , resultante da interseção entre a superfície do elipsóide de referência e os planos  $P_{1e}$  e  $x0z$ ;
- b) Cálculo dos cosenos dos ângulos  $\gamma_a$  e  $\gamma_b$ , formados entre os vetores  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_1$ , e, ainda,  $\vec{v}_i$  e  $\vec{v}_{2e}$ , descritos nas equações 4.155, 4.156 e 4.157; e
- c) Projeção dos pontos  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  e  $P_{2e}(x_{2e}, y_{2e}, z_{2e})$  sobre a elipse de representação em duas dimensões, gerando os pontos  $P_a(x_a, y_a)$  e  $P_b(x_b, y_b)$ .

#### 4.9.4 - CÁLCULO DA DISTÂNCIA ANGULAR POR APROXIMAÇÕES SUCESSIVAS

A solução do problema direto está centrada num processo de aproximações sucessivas similar ao apresentado na proposta para o cálculo de distância entre duas posições geográficas.

Novamente, ao invés de se empregar cálculos de integrais de alto custo computacional e algoritmos repetitivos de convergência, propõe-se a utilização de segmentação de retas e curvas e seqüências de somatórias para a identificação da distância angular  $\beta$ , correspondente à distância  $d$  a ser percorrida a partir da posição geográfica inicial, cujo resultado é obtido em quatro etapas distintas:

- a) Seccionamento da elipse em setores;
- b) Seccionamento do setor do ponto  $P_a$  em subsetores;
- c) Seccionamento do subsetor do ponto  $P_a$  em microsetores; e
- d) Somatória das variações angulares.

#### 4.9.4.1 - SECCIONAMENTO DA ELIPSE EM SETORES

Na primeira fase, a elipse de referência em duas dimensões é dividida em  $4m$  setores, exatamente como detalhado nas seções 4.7.3.1.1 e 4.7.3.1.2, de acordo com os seguintes passos:

- a) Divisão do primeiro quadrante em  $m$  setores:
  - Identificação da variação angular  $\delta$  de cada setor;
  - Definição de  $m+1$  pontos sobre o quadrante;
  - Determinação dos segmentos de reta  $r_i$ ; e
  - Cálculo dos segmentos de curva  $c_i$ ;
- b) Espelhamento das informações do primeiro quadrante para os demais quadrantes, proporcionando a criação de  $4m$  setores sobre a elipse.

Neste processo, quanto maior o valor de  $m$ , maior a precisão dos resultados e maior o custo computacional para os cálculos.

#### 4.9.4.2 - SECCIONAMENTO DO SETOR DO PONTO $P_a$ EM SUBSETORES

Na segunda fase, o setor que contém o ponto  $P_a$  é particionado novamente em  $n$  subsetores, precisamente como descrito nas seções 4.7.3.2.1 e 4.7.3.2.2, onde ocorre o seguinte:

- a) Identificação do azimute  $azP_a$  do ponto  $P_a$ ;
- b) Determinação do setor  $sP_a$  que contém o ponto  $P_a$ ; e
- c) Divisão do setor  $sP_a$  em  $n$  subsetores:
  - Identificação da variação angular  $\delta_s$  de cada subsetor;
  - Definição de  $n+1$  pontos sobre o setor  $sP_a$ ;
  - Determinação dos segmentos de reta  $rs_j$ ; e
  - Cálculo dos segmentos de curva  $cs_j$ .

Similarmente, quanto maior o valor de  $n$ , maior a precisão dos resultados e maior o custo computacional para os cálculos.

#### 4.9.4.3 - SECCIONAMENTO DO SUBSETOR DO PONTO $P_a$ EM MICROSETORES

Na terceira fase, o subsetor que contém o ponto  $P_a$  é seccionado novamente em 2 microsetores, da mesma forma como acontece nas seções 4.7.3.3.1 e 4.7.3.3.2, onde são efetuados os seguintes passos:

- a) Identificação do subsetor  $tP_a$  que contém o ponto  $P_a$ ;
- b) Divisão do subsetor  $tP_a$  em dois microsetores:
  - Determinação dos segmentos de reta  $rT_iP_a$  e  $rT_fP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e as extremidades do subsetor  $tP_a$ ;
  - Determinação dos segmentos de curva  $cT_iP_a$  e  $cT_fP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e as extremidades do subsetor  $tP_a$ .

#### 4.9.4.4 - SOMATÓRIA DAS VARIAÇÕES ANGULARES

Na quarta fase, o processo se baseia na determinação da distância angular  $\beta$ , correspondente à distância  $d$  a ser percorrida a partir da posição geográfica inicial, através da somatória das variações angulares dos segmentos de curva.

A somatória das variações angulares começa a partir do ponto inicial  $P_a$  e prossegue sobre os segmentos de curva dos microsetores, subsetores e setores que encontrar, até que a somatória dos comprimentos destes segmentos seja igual à distância  $d$  a ser percorrida.

##### 4.9.4.4.1 - CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS ENTRE O PONTO $P_a$ E AS EXTREMIDADES DO SETOR $sP_a$

Tendo em vista que o cálculo da distância angular depende da somatória dos comprimentos dos segmentos de curva, há necessidade de se determinar as distâncias entre o ponto  $P_a$  e as extremidades do próprio setor.

Assim, de acordo com a equação 4.204, a distância  $cS_iP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o início do setor  $sP_a$ , é obtida através da somatória dos comprimentos de:

- Segmento de curva  $cT_iP_a$  entre o ponto  $P_a$  e o início do subsetor  $tP_a$ ; e
- Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados entre o início do setor  $sP_a$  e o subsetor  $tP_a$ , exclusivamente.

Por outro lado, a distância  $cS_fP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o final do setor  $sP_a$ , é dada por

$$cS_fP_a = c_{sP_a} - cS_iP_a . \quad (4.219)$$

#### 4.9.4.4.2 - IDENTIFICAÇÃO DO SENTIDO DE BUSCA

Antes de iniciar o processo de cálculo da distância angular, é imprescindível identificar o sentido da busca para as somatórias: horário ou anti-horário.

As somatórias serão efetuadas no sentido horário quando o azimute do ponto estimado for menor ou igual ao azimute do ponto de início de deslocamento, ou seja, caso ( $azP_b \leq azP_a$ ). Na situação contrária, a busca ocorrerá no sentido anti-horário. O cálculo do azimute  $azP_b$  do ponto estimado é obtido através das equações 4.187 e 4.188.

Por padronização, caso a diferença entre os azimutes seja maior do que 180 graus, o sentido da busca deverá ser invertido.

#### 4.9.4.4.3 - SOMATÓRIA DAS VARIAÇÕES ANGULARES NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO

Tendo em vista que as técnicas apresentadas devem ser capazes de realizar os cálculos com precisão em diversas situações, tais como distâncias de deslocamento milimétricas e intercontinentais, os diferentes casos devem ser abordados de forma a permitir a melhor performance em todas as possibilidades.

Assim, nos três casos apresentados a seguir, com busca no sentido anti-horário, o ponto  $P_a$  corresponde à posição geográfica inicial, o ponto  $P_c$  representa a posição geográfica procurada sobre a elipse em duas dimensões com semi-eixos  $a_s$  e  $b_s$  e, ainda,

$\beta_p$  - somatória parcial da variação angular;

- $d_p$  - somatória parcial dos comprimentos dos segmentos de curva ou somatória parcial de deslocamento; e  
 $\Delta d$  - diferença entre a distância de deslocamento  $d$  e a somatória parcial de deslocamento  $d_p$ .

#### 4.9.4.4.3.1 - CASO A: O PONTO $P_c$ SE ENCONTRA DENTRO DO SUBSETOR DO PONTO $P_a$ , SENTIDO ANTI-HORÁRIO

O primeiro caso ocorre quando a distância de deslocamento  $d$  representa um valor menor ou igual à distância  $cT_f P_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o final do subsetor  $tP_a$ , Figura 4.33, com busca no sentido anti-horário.

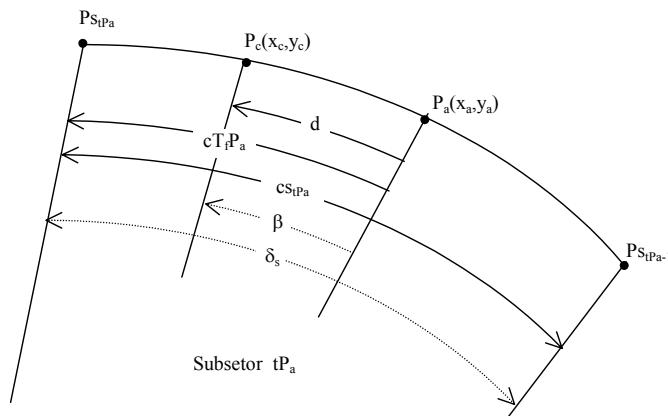


Fig. 4.33 – Somatória das variações angulares: caso A.

Nesta situação, o ponto procurado  $P_c$  se encontra dentro do subsetor  $tP_a$ , o que permite que a distância angular  $\beta$  seja calculada diretamente, por regra de três, sobre a variação angular  $\delta_s$  do subsetor, de forma que

$$\beta = \frac{d \cdot \delta_s}{cs_{tP_a}}. \quad (4.220)$$

**4.9.4.4.3.2 - CASO B: O PONTO  $P_c$  SE ENCONTRA DENTRO DO SETOR DO PONTO  $P_a$ , MAS EM SUBSETOR DIFERENTE, SENTIDO ANTI-HORÁRIO**

O segundo caso acontece quando a distância de deslocamento  $d$  tem um valor maior do que a distância  $cT_f P_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o final do subsetor  $tP_a$ , e menor ou igual à distância  $cS_f P_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o final do setor  $sP_a$ , ou seja,  $cT_f P_a < d \leq cS_f P_a$ , com busca no sentido anti-horário.

Nesta circunstância, o ponto procurado  $P_c$  se encontra dentro do setor  $sP_a$ , mas em subsetor diferente, proporcionando o cálculo da distância angular  $\beta$ , conforme a Figura 4.34, a partir da somatória das variações angulares correspondentes a:

- a) Segmento de curva  $cT_f P_a$  entre o ponto  $P_a$  e o final do subsetor  $tP_a$ ;

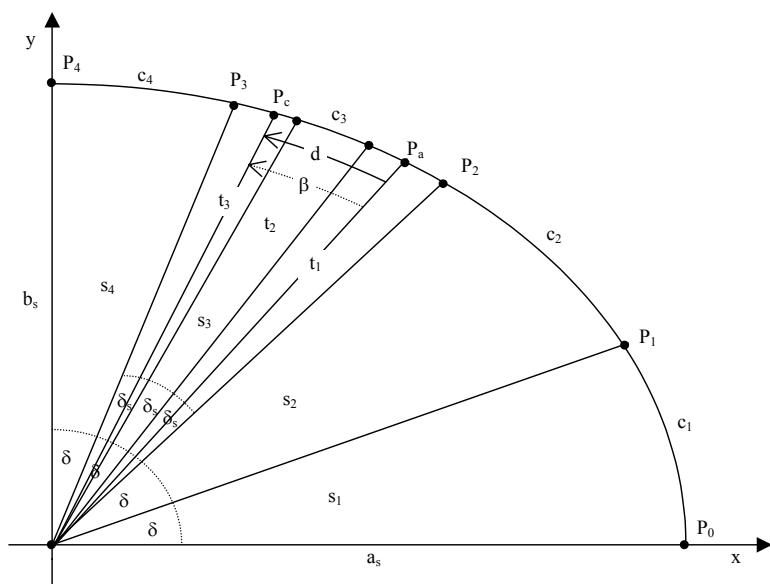


Fig. 4.34 - Somatória das variações angulares: caso B.

- b) Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de  $(tP_a+1)$  até  $(n-1)$ , no sentido anti-horário dentro do setor  $sP_a$ , enquanto não identificar o subsetor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do subsetor  $j$ ; e
- c) Segmento de curva relativo à diferença  $\Delta d$  no subsetor identificado como o que contém o ponto  $P_c$ .

O seguinte algoritmo apresenta um exemplo de implementação em pseudocódigo:

$$\beta_p = \frac{cT_f P_a \cdot \delta_s}{cs_{tP_a}}$$

$$d_p = cT_f P_a$$

varre os subsetores  $j$  do setor  $sP_a$ , variando  $j$  de  $tP_a+1$  até  $n-1$   
{

$$\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq cs_j)$ ,  $j$  corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\frac{\Delta d \cdot \delta_s}{cs_j}$  e sai do laço

caso contrário,  $j$  não corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\delta_s$

incrementa  $d_p$  em  $cs_j$

}

$$\beta = \beta_p$$

#### 4.9.4.4.3.3 - CASO C: O PONTO $P_c$ SE ENCONTRA EM SETOR DIFERENTE DO PONTO $P_a$ , SENTIDO ANTI-HORÁRIO

O terceiro caso acontece quando a distância de deslocamento  $d$  tem um valor maior do que a distância  $cs_f P_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o final do setor  $sP_a$ , com busca no sentido anti-horário.

Nesta ocasião, o ponto procurado  $P_c$  se encontra em setor diferente do que contém o ponto  $P_a$ , propiciando o cálculo da distância angular  $\beta$ , de acordo com a Figura 4.35, a partir da somatória das variações angulares correspondentes a:

- Segmento de curva  $cT_fP_a$  entre o ponto  $P_a$  e o final do subsetor  $tP_a$ ;
- Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de  $(tP_a+1)$  até  $(n-1)$ , no sentido anti-horário dentro do setor  $sP_a$ ;
- Segmentos de curva  $c_i$  dos setores encontrados a partir de  $(sP_a+1)$  até  $4m$ , no sentido anti-horário, enquanto não identificar o setor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do setor  $i$ ;

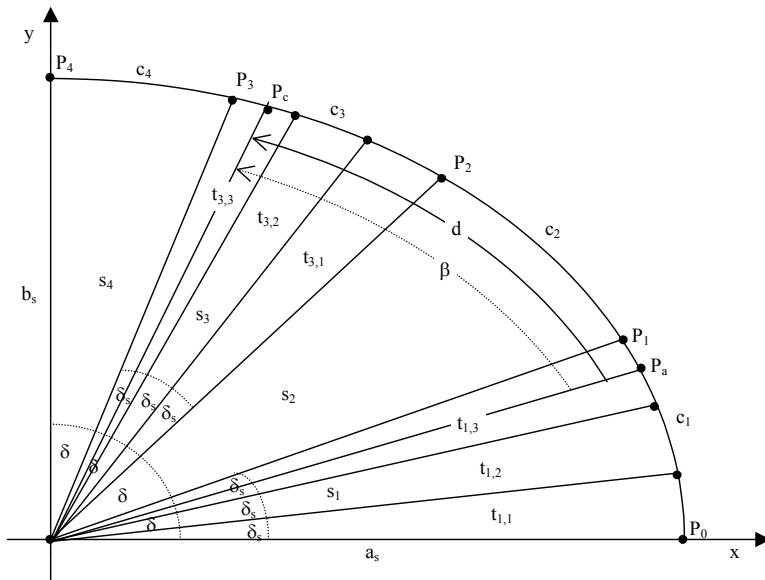


Fig. 4.35 - Somatória das variações angulares: caso C.

- Segmentos de curva  $c_i$  dos setores encontrados a partir de 1 até  $sP_a$ , caso a busca prossiga após o setor  $4m$ , no sentido anti-horário, enquanto não identificar o setor

do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do setor  $i$ ;

- e) Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de 1 até  $n$ , no sentido anti-horário dentro do setor identificado do ponto  $P_c$ , enquanto não determinar o subsetor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do subsetor  $j$ ; e
- f) Segmento de curva relativo à diferença  $\Delta d$  no subsetor identificado como o que contém o ponto  $P_c$ .

O seguinte algoritmo apresenta um exemplo de implementação em pseudocódigo:

$$\beta_p = \frac{cT_f P_a \cdot \delta_s}{cs_{tP_a}} + (n - tP_a) \cdot \delta_s$$

$$d_p = cS_f P_a$$

varre os setores  $i$ , variando  $i$  de  $sP_a + 1$  até  $sP_a$ : anti-horário

$$\{\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq c_i)$ ,  $i$  corresponde ao setor do ponto  $P_c$ :

divide o setor  $i$  em  $n$  subsetores

varre os subsetores  $j$  do setor  $i$ , variando  $j$  de 1 até  $n$

$$\{\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq cs_j)$ ,  $j$  corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\frac{\Delta d \cdot \delta_s}{cs_j}$  e sai do laço

caso contrário,  $j$  não corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\delta_s$

incrementa  $d_p$  em  $cs_j$

}

caso contrário,  $i$  não corresponde ao setor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\delta$

incrementa  $d_p$  em  $c_i$

}

$$\beta = \beta_p$$

#### 4.9.4.4.4 - SOMATÓRIA DAS VARIAÇÕES ANGULARES NO SENTIDO HORÁRIO

Similarmente aos processos apresentados para a somatória das variações angulares no sentido anti-horário, três casos devem ser abordados de formas distintas no sentido horário, com o intuito de maximizar a performance dos cálculos e garantir o mesmo nível de precisão em todas as situações.

##### 4.9.4.4.4.1 - CASO D: O PONTO $P_c$ SE ENCONTRA DENTRO DO SUBSETOR DO PONTO $P_a$ , SENTIDO HORÁRIO

O quarto caso ocorre quando a distância de deslocamento  $d$  representa um valor menor ou igual à distância  $cT_iP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o início do subsetor  $tP_a$ , com busca no sentido horário, Figura 4.36.

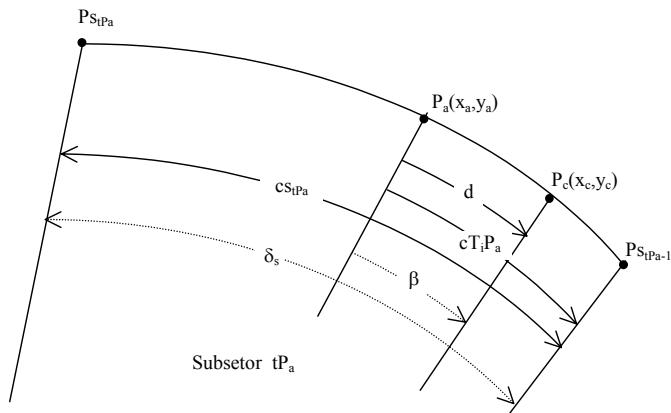


Fig. 4.36 - Somatória das variações angulares: caso D.

Nesta situação, o ponto procurado  $P_c$  se encontra dentro do subsetor  $tP_a$ , o que permite que a distância angular  $\beta$  seja calculada diretamente, por regra

de três, sobre a variação angular  $\delta_s$  do subsetor, conforme descrito na equação 4.220.

**4.9.4.4.4.2 – CASO E: O PONTO  $P_c$  SE ENCONTRA DENTRO DO SETOR DO PONTO  $P_a$ , MAS EM SUBSETOR DIFERENTE, SENTIDO HORÁRIO**

O quinto caso acontece quando a distância de deslocamento  $d$  tem um valor maior do que a distância  $cT_iP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o início do subsetor  $tP_a$ , e menor ou igual à distância  $cS_iP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o início do setor  $sP_a$ , ou seja,  $cT_iP_a < d \leq cS_iP_a$ , com busca no sentido horário.

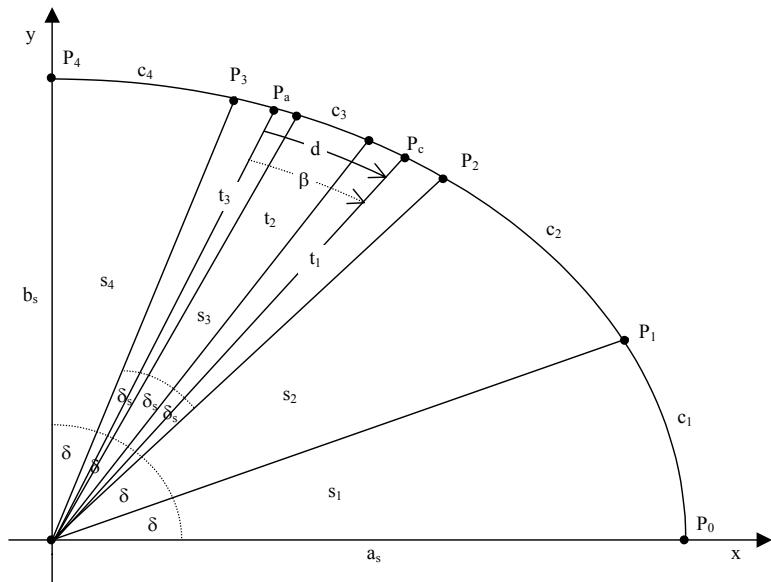


Fig. 4.37 – Somatória das variações angulares: caso E.

Nesta circunstância, o ponto procurado  $P_c$  se encontra dentro do setor  $sP_a$ , mas em subsetor diferente, proporcionando o cálculo da distância angular  $\beta$ , conforme a Figura 4.37, a partir da somatória das variações angulares correspondentes a:

- a) Segmento de curva  $cT_iP_a$  entre o ponto  $P_a$  e o início do subsetor  $tP_a$ ;
- b) Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de  $(tP_a-1)$  até 1, no sentido horário dentro do setor  $sP_a$ , enquanto não identificar o subsetor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do subsetor  $j$ ; e
- c) Segmento de curva relativo à diferença  $\Delta d$  no subsetor identificado como o que contém o ponto  $P_c$ .

O seguinte algoritmo apresenta um exemplo de implementação em pseudocódigo:

$$\beta_p = \frac{cT_iP_a \cdot \delta_s}{cs_{tP_a}}$$

$$d_p = cT_iP_a$$

varre os subsetores  $j$  do setor  $sP_a$ , variando  $j$  de  $tP_a-1$  até 1

$$\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq cs_j)$ ,  $j$  corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\frac{\Delta d \cdot \delta_s}{cs_j}$  e sai do laço

caso contrário,  $j$  não corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\delta_s$

incrementa  $d_p$  em  $cs_j$

}

$$\beta = \beta_p$$

4.9.4.4.4.3 - CASO F: O PONTO  $P_c$  SE ENCONTRA EM SETOR DIFERENTE DO PONTO  $P_a$ , SENTIDO HORÁRIO

O sexto caso acontece quando a distância de deslocamento  $d$  tem um valor maior do que a distância  $cS_iP_a$ , entre o ponto  $P_a$  e o início do setor  $sP_a$ , com busca no sentido horário.

Nesta ocasião, o ponto procurado  $P_c$  se encontra em setor diferente do que contém o ponto  $P_a$ , propiciando o cálculo da distância angular  $\beta$ , de acordo com a Figura 4.38, a partir da somatória das variações angulares correspondentes a:

- a) Segmento de curva  $cT_iP_a$  entre o ponto  $P_a$  e o início do subsetor  $tP_a$ ;
- b) Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de  $(tP_a-1)$  até 1, no sentido horário dentro do setor  $sP_a$ ;
- c) Segmentos de curva  $c_i$  dos setores encontrados a partir de  $(sP_a-1)$  até 1, no sentido horário, enquanto não identificar o setor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do setor  $i$ ;
- d) Segmentos de curva  $c_i$  dos setores encontrados a partir de 4m até  $sP_a$ , caso a busca prossiga após o setor 1, no sentido horário, enquanto não identificar o setor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do setor  $i$ ;
- e) Segmentos de curva  $cs_j$  dos subsetores encontrados a partir de  $n$  até 1, no sentido horário dentro do setor identificado do ponto  $P_c$ , enquanto não determinar o subsetor do ponto  $P_c$ , ou seja, enquanto a diferença  $\Delta d$  for maior do que comprimento do segmento de curva do subsetor  $j$ ; e

f) Segmento de curva relativo à diferença  $\Delta d$  no subsetor identificado como o que contém o ponto  $P_c$ .

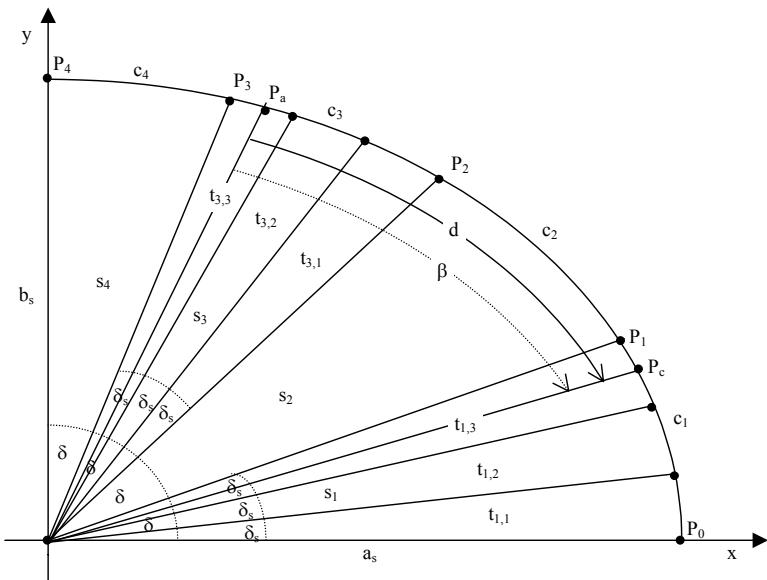


Fig. 4.38 – Somatória das variações angulares: caso F.

O seguinte algoritmo apresenta um exemplo de implementação em pseudocódigo:

$$\beta_p = \frac{cT_i P_a \cdot \delta_s}{cS_{iP_a}} + (tP_a - 1) \cdot \delta_s$$

$$d_p = cS_i P_a$$

varre os setores  $i$ , variando  $i$  de  $sP_a - 1$  até  $sP_a$ : horário  
{

$$\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq c_i)$ ,  $i$  corresponde ao setor do ponto  $P_c$ :

divide o setor  $i$  em  $n$  subsetores

varre os subsetores  $j$  do setor  $i$ , variando  $j$  de  $n$  até 1

{

$$\Delta d = d - d_p$$

se  $(\Delta d \leq c_{sj})$ ,  $j$  corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :

incrementa  $\beta_p$  em  $\frac{\Delta d \cdot \delta_s}{cs_j}$  e sai do laço  
 caso contrário, j não corresponde ao subsetor do ponto  $P_c$ :  
     incrementa  $\beta_p$  em  $\delta_s$   
     incrementa  $d_p$  em  $cs_j$   
     }  
 caso contrário, i não corresponde ao setor do ponto  $P_c$ :  
     incrementa  $\beta_p$  em  $\delta$   
     incrementa  $d_p$  em  $c_i$   
 }  
 $\beta = \beta_p$

Na convergência dos cálculos de ângulo, cabe ressaltar que, embora tenham sido efetuados alguns passos interativos para a identificação do término do processo, novamente, foram utilizadas variáveis pré-determinadas de m, n e o para possibilitar resultados controlados e análises comparativas.

#### 4.9.5 - DETERMINAÇÃO DA NOVA POSIÇÃO

Finalmente, após a determinação da variação angular  $\beta$ , relativa ao deslocamento  $d$ , na direção  $\alpha$ , a partir da posição geográfica inicial  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$ , obtém-se o ponto final  $P_2(x_2, y_2, z_2)$ , correspondente à posição geográfica procurada  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , através dos conceitos de rotação apresentados na seção 4.8.

## CAPÍTULO 5

### AVALIAÇÃO DO SISTEMA DE PROJEÇÃO GPR

#### 5.1 - INTRODUÇÃO

As técnicas matemáticas propostas no Sistema de Projeção GPR foram implementadas em Linguagem Java e testadas exaustivamente no ambiente operacional Linux. A sua utilização demonstrou ser totalmente viável em sistemas de tempo real, entretanto, os resultados devem ser analisados estatisticamente a fim de permitirem uma perfeita avaliação dos erros obtidos com o método.

Tendo em vista que o novo sistema de projeção possui características totalmente distintas dos demais sistemas de projeção cartográfica, tais como continuidade das informações e precisão simultânea em azimute e distância, optou-se por analisar os resultados a partir dos erros encontrados entre as soluções dos problemas direto e inverso.

Por outro lado, como esse sistema de projeção viabiliza variáveis para controlar a magnitude da precisão dos resultados, os trabalhos de análise foram efetuados em duas situações distintas: na primeira, foram empregadas várias posições geodésicas como referência inicial e variáveis de controle fixas e, na segunda, foi utilizada uma única posição geodésica de referência com distintas variáveis de controle.

Finalmente, todos os cálculos matemáticos foram implementados com a estrutura de "datum" World Geodetic System 84 (WGS-84), desenvolvida pela NASA, conforme (Malys et al., 1997).

## 5.2 - ANÁLISE COM DIFERENTES POSIÇÕES GEODÉSICAS DE REFERÊNCIA

### 5.2.1 - METODOLOGIA

Na primeira fase da análise, a idéia básica está calcada na obtenção de erros de altitude, azimute e distância, a partir da solução dos problemas direto e inverso, em três partes distintas do globo terrestre, com as mesmas variáveis de controle  $m$  e  $n$ .

Desta forma, o conceito do problema direto é empregado como processo de ida, onde determina-se uma nova posição geodésica  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , através do deslocamento  $d_1$ , na direção  $\alpha_1$ , a partir da posição inicial  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$ .

Similarmente, o conceito literário do problema inverso é utilizado como processo de retorno, no qual calcula-se os valores da distância  $d_2$  e do azimute  $\alpha_2$  entre as posições geodésicas  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$  do processo anterior.

Para isto, inicialmente, foram escolhidas três posições geodésicas a serem usadas como ponto de partida para os cálculos matemáticos:

1. SBSJ: Aeroporto de São José dos Campos - Brasil  
Latitude: S  $23^{\circ} 17' 18,0''$   
Longitude: W  $45^{\circ} 52' 12,0''$   
Altitude: 646,1838575957083 m

2. KATL: Atlanta International Airport - USA  
Latitude: N  $33^{\circ} 37' 11,0''$   
Longitude: W  $84^{\circ} 25' 48,0''$   
Altitude: 312,7286027798098 m

3. EBBR: Brussels National Airport - England  
Latitude: N 50° 54' 0,0"  
Longitude: W 4° 29' 0,0"  
Altitude: 1524,01853206535 m

A partir das posições geodésicas de referência, foram efetuados os seguintes passos:

1. Escolha da posição geodésica inicial ( $\phi_1, \lambda_1, h_1$ );
2. Definição das variáveis de controle  $m$  e  $n$ ;
3. Variação de azimute e distância de deslocamento;
4. Cálculo da nova posição geodésica ( $\phi_2, \lambda_2, h_2$ ), a partir dos deslocamentos definidos;
5. Determinação de azimute e distância entre as posições geodésicas;
6. Identificação dos erros reais e percentuais de altitude, azimute e distância.

Os erros reais correspondem às diferenças encontradas entre os valores de distância  $d_1$  e  $d_2$  e de azimute  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , determinados nas soluções dos problemas direto e inverso, respectivamente, e, ainda, às desigualdades de altitude entre as posições ( $\phi_1, \lambda_1, h_1$ ) e ( $\phi_2, \lambda_2, h_2$ ). Os erros percentuais eqüivalem às percentagens de desvio em relação aos valores iniciais de distância  $d_1$ , azimute  $\alpha_1$  e altitude  $h_1$ .

Nesta fase, as variáveis de controle foram fixadas em  $m=10$  e  $n=10$ , o azimute de deslocamento sofreu variações de 0 a 360 graus, com intervalos de 18 graus, e a distância de deslocamento teve uma progressão geométrica de 1 até 10.000.000 m, com fator de progressão 10. As tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 descrevem os resultados obtidos com as variáveis de controle  $m=10$  e  $n=10$  sobre as posições de referência SBSJ, KATL e EBBR, respectivamente.

TABELA 5.1 - RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, m=10, n=10

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	S 23° 17' 17.96749707"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	0,9999895199	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,0480114724E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,0480114724E-03
18,0	1,0	S 23° 17' 17.96908807"	W 45° 52' 11,98912707"	646,1838575959	18,0000000800	0,9999903563	2,2737367544E-10	8,0000000000E-08	-9,6437288448E-06	3,5187148792E-11	4,4444444444E-07	-9,6437288448E-04
36,0	1,0	S 23° 17' 17.97370483"	W 45° 52' 11,97931852"	646,1838575959	36,0000000900	0,9999936218	2,2737367544E-10	9,0000000000E-08	-6,3781626523E-06	3,5187148792E-11	2,5000000000E-07	-6,3781626523E-04
54,0	1,0	S 23° 17' 17.98089502"	W 45° 52' 11,97153376"	646,1838575959	54,0000001000	1,0000186807	2,2737367544E-10	1,0000000000E-07	1,8680701032E-05	3,5187148792E-11	1,8518518519E-07	1,8680701032E-03
72,0	1,0	S 23° 17' 17.989956"	W 45° 52' 11,96653619"	646,1838575959	72,0000000300	1,0000061300	2,2737367544E-10	3,0000000000E-08	6,1299651861E-06	3,5187148792E-11	4,1666666667E-08	6,1299651861E-04
90,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 11,96481422"	646,1838575950	90,0000000500	1,0000102178	-7,039488917E-10	5,0000000000E-08	1,0217761271E-05	-1,0893941266E-10	5,55555555556E-08	1,0217761271E-03
108,0	1,0	S 23° 17' 18,010044"	W 45° 52' 11,96653619"	646,1838575969	107,9999999900	1,0000061307	1,1586962501E-09	-1,0000000000E-08	6,1306691350E-06	1,7931371024E-10	-9,2592592593E-09	6,1306691350E-04
126,0	1,0	S 23° 17' 18,01910498"	W 45° 52' 11,97153375"	646,1838575959	125,9999999900	1,0000186808	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	1,8680817448E-05	3,5187148792E-11	-7,9365079365E-09	1,8680817448E-03
144,0	1,0	S 23° 17' 18,02629517"	W 45° 52' 11,97931851"	646,1838575959	143,9999999300	0,9999936200	2,2737367544E-10	-7,0000000000E-08	-6,3800252974E-06	3,5187148792E-11	-4,8611111111E-08	-6,3800252974E-04
162,0	1,0	S 23° 17' 18,0309193"	W 45° 52' 11,98912707"	646,1838575959	161,9999999000	0,9999903560	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-07	-9,6439616755E-06	3,5187148792E-11	-6,1728395062E-08	-9,6439616755E-04
180,0	1,0	S 23° 17' 18,03250293"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,0000000000	0,9999895213	-7,039488917E-10	5,0000000000E+00	-1,0478717741E-05	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	-1,0478717741E-03
198,0	1,0	S 23° 17' 18,03091193"	W 45° 52' 12,01087293"	646,1838575959	197,9999999200	0,9999903565	2,2737367544E-10	-8,0000000000E-08	-9,6434960142E-06	3,5187148792E-11	-4,0404040404E-08	-9,6434960142E-04
216,0	1,0	S 23° 17' 18,02629517"	W 45° 52' 12,02068149"	646,1838575959	215,9999999200	0,9999936183	2,2737367544E-10	-8,0000000000E-08	-6,3816551119E-06	3,5187148792E-11	-3,7037037037E-08	-6,3816551119E-04
234,0	1,0	S 23° 17' 18,01910498"	W 45° 52' 12,02846625"	646,1838575959	233,9999999300	1,0000186805	2,2737367544E-10	-7,0000000000E-08	1,8680468202E-05	3,5187148792E-11	-2,9914529915E-08	1,8680468202E-03
252,0	1,0	S 23° 17' 18,010044"	W 45° 52' 12,03346381"	646,1838575959	251,9999999200	1,0000061267	2,2737367544E-10	-8,0000000000E-08	6,1267055571E-06	3,5187148792E-11	-3,1746031746E-08	6,1267055571E-04
270,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 12,03518578"	646,1838575950	269,9999999500	1,0000102148	-7,039488917E-10	-5,0000000000E-08	1,0214756613E-05	-1,0893941266E-10	-1,8518515191E-08	1,0214756613E-03
288,0	1,0	S 23° 17' 17,989956"	W 45° 52' 12,03346381"	646,1838575959	287,9999999600	1,0000061275	2,2737367544E-10	-4,0000000000E-08	6,1274586187E-06	3,5187148792E-11	-1,3888888889E-08	6,1274586187E-04
306,0	1,0	S 23° 17' 17,98089502"	W 45° 52' 12,02846624"	646,1838575959	305,9999999900	1,0000186781	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	1,8678139895E-05	3,5187148792E-11	-3,269738562E-09	1,8678139895E-03
324,0	1,0	S 23° 17' 17,97370483"	W 45° 52' 12,02068148"	646,1838575959	324,0000000300	0,9999936167	2,2737367544E-10	3,0000000000E-08	-6,3832849264E-06	3,5187148792E-11	9,2592592593E-09	-6,3832849264E-04
342,0	1,0	S 23° 17' 17,96908807"	W 45° 52' 12,01087293"	646,1838575959	342,0000000400	0,9999903513	2,2737367544E-10	4,0000000000E-08	-9,6486764960E-06	3,5187148792E-11	1,1695906433E-08	-9,6486764960E-04
0,0	10,0	S 23° 17' 17,67497074"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	9,99998952135	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,0478653712E-04	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,0478653712E-03
18,0	10,0	S 23° 17' 17,69088073"	W 45° 52' 11,89127073"	646,1838575950	18,0000000000	9,9999035337	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	-9,6466275863E-05	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	-9,6466275863E-04
36,0	10,0	S 23° 17' 17,73704824"	W 45° 52' 11,79318527"	646,1838575950	36,0000000100	9,9999361716	-7,039488917E-10	1,0000000000E-08	-6,3828425482E-05	-1,0893941266E-10	2,7777777778E-08	-6,3828425482E-04
54,0	10,0	S 23° 17' 17,80895013"	W 45° 52' 11,71533765"	646,1838575941	54,0000000100	10,0001868361	-1,6352714738E-09	1,0000000000E-08	1,8683611415E-04	-2,5306597411E-10	1,8518518519E-08	1,8683611415E-03
72,0	10,0	S 23° 17' 17,8995598"	W 45° 52' 11,66536196"	646,1838575959	72,0000000000	10,0000613215	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	6,1321537942E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	6,1321537942E-04
90,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 11,64814222"	646,1838575969	90,0000000000	10,0001021373	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	1,0213728861E-04	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	1,0213728861E-03
108,0	10,0	S 23° 17' 18,10043992"	W 45° 52' 11,66536183"	646,1838575959	108,0000000000	10,0000612653	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	6,1265291151E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	6,1265291151E-04
126,0	10,0	S 23° 17' 18,19104973"	W 45° 52' 11,71533743"	646,1838575950	126,0000000000	10,0001867544	-7,039488917E-10	0,0000000000E+00	1,86781439060E-04	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	1,8675439060E-03
144,0	10,0	S 23° 17' 18,26295168"	W 45° 52' 11,79318504"	646,1838575959	143,9999999900	9,9999361960	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-6,3803978264E-05	3,5187148792E-11	-6,9444444444E-09	-6,3803978264E-04
162,0	10,0	S 23° 17' 18,30911924"	W 45° 52' 11,89127059"	646,1838575959	161,9999999900	9,9999035441	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-9,6455856692E-05	3,5187148792E-11	-6,1728395062E-09	-9,6455856692E-04
180,0	10,0	S 23° 17' 18,32502925"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	180,0000000000	9,9998952003	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,0479969205E-04	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,0479969205E-03
198,0	10,0	S 23° 17' 18,30911924"	W 45° 52' 12,10872941"	646,1838575959	197,9999999900	9,9999035446	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-9,6455449238E-05	3,5187148792E-11	-5,0505050505E-09	-9,6455449238E-04

Tabela 5.1 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	S 23° 17' 18,26295168"	W 45° 52' 12,20681496"	646,1838575959	216,0000000000	9,9999361972	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-6,3802814111E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-6,3802814111E-04
234,0	10,0	S 23° 17' 18,19104973"	W 45° 52' 12,28466257"	646,1838575950	233,9999999990	10,0001867514	-7,039488917E-10	-1,0000000000E-08	1,8675136380E-04	-1,0893941266E-10	-4,2735042735E-09	1,8675136380E-03
252,0	10,0	S 23° 17' 18,10043992"	W 45° 52' 12,33463817"	646,1838575959	252,0000000000	10,0000612647	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	6,1264727265E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	6,1264727265E-04
270,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 12,35185778"	646,1838575959	270,0000000000	10,0001021365	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,0213651694E-04	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,0213651694E-03
288,0	10,0	S 23° 17' 17,89995598"	W 45° 52' 12,33463804"	646,1838575959	288,0000000000	10,0000613195	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	6,1319500674E-05	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	6,1319500674E-04
306,0	10,0	S 23° 17' 17,80895013"	W 45° 52' 12,28466235"	646,1838575959	306,0000000000	10,0001868329	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,8683285452E-04	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,8683285452E-03
324,0	10,0	S 23° 17' 17,73704824"	W 45° 52' 12,20681473"	646,1838575969	324,0000000000	9,9999361738	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-6,3826213591E-05	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-6,3826213591E-04
342,0	10,0	S 23° 17' 17,69088073"	W 45° 52' 12,10872927"	646,1838575950	342,00000000100	9,9999035312	-7,0406258601E-10	1,0000000000E-08	-9,6468778793E-05	-1,0895700623E-10	2,9239766082E-09	-9,6468778793E-04
0,0	100,0	S 23° 17' 14,74970718"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,0000000000	99,9989525893	-7,0428995969E-10	0,0000000000E+00	-1,0474106530E-03	-1,0899219338E-10	0,0000000000E+00	-1,0474106530E-03
18,0	100,0	S 23° 17' 14,90880618"	W 45° 52' 10,91271354"	646,1838575978	18,0000000000	99,99990347346	2,0896777642E-09	0,0000000000E+00	-9,6526538255E-04	3,2338749097E-10	0,0000000000E+00	-9,6526538255E-04
36,0	100,0	S 23° 17' 15,37047886"	W 45° 52' 9,93186275"	646,1838575969	36,0000000000	99,9993606057	1,1583551895E-09	0,0000000000E+00	-6,3939427491E-04	1,7926092952E-10	0,0000000000E+00	-6,3939427491E-04
54,0	100,0	S 23° 17' 16,0894948"	W 45° 52' 9,15338663"	646,1838575950	54,0000000000	100,0018719437	-7,0417627285E-10	0,0000000000E+00	1,8719437066E-03	-1,0897459981E-10	0,0000000000E+00	1,8719437066E-03
72,0	100,0	S 23° 17' 16,99558995"	W 45° 52' 8,65362588"	646,1838575950	72,0000000000	100,0006156329	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	6,1563285999E-04	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	6,1563285999E-04
90,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 8,48142224"	646,1838575978	90,0000000000	100,0010186008	2,0900188247E-09	0,0000000000E+00	1,0186007863E-03	3,2344027170E-10	0,0000000000E+00	1,0186007863E-03
108,0	100,0	S 23° 17' 19,00439029"	W 45° 52' 8,65361201"	646,1838575959	108,0000000000	100,0006102387	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	6,1023866147E-04	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	6,1023866147E-04
126,0	100,0	S 23° 17' 19,91049077"	W 45° 52' 9,15336419"	646,1838575959	126,0000000000	100,0018639627	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	1,8639627378E-03	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	1,8639627378E-03
144,0	100,0	S 23° 17' 20,62951329"	W 45° 52' 9,93184031"	646,1838575959	144,0000000000	99,9993631053	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-6,3689472154E-04	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-6,3689472154E-04
162,0	100,0	S 23° 17' 21,09119129"	W 45° 52' 10,91269967"	646,1838575959	162,0000000000	99,9990360354	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-9,6396455774E-04	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-9,6396455774E-04
180,0	100,0	S 23° 17' 21,25029232"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575941	180,0000000000	99,9989515312	-1,6349304133E-09	0,0000000000E+00	-1,0484687518E-03	-2,5301319339E-10	0,0000000000E+00	-1,0484687518E-03
198,0	100,0	S 23° 17' 21,09119129"	W 45° 52' 13,08730033"	646,1838575959	198,0000000000	99,9990360350	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-9,6396496519E-04	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-9,6396496519E-04
216,0	100,0	S 23° 17' 20,62951329"	W 45° 52' 14,06815969"	646,1838575959	216,0000000000	99,9993631014	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-6,3689856324E-04	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-6,3689856324E-04
234,0	100,0	S 23° 17' 19,91049077"	W 45° 52' 14,84663581"	646,1838575969	234,0000000000	100,0018639548	1,1589236237E-09	0,0000000000E+00	1,8639548216E-03	1,7934889739E-10	0,0000000000E+00	1,8639548216E-03
252,0	100,0	S 23° 17' 19,00439029"	W 45° 52' 15,34638799"	646,1838575959	252,0000000000	100,0006102319	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	6,1023188755E-04	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	6,1023188755E-04
270,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 15,51857776"	646,1838575959	270,0000000000	100,0010185984	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,0185984165E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,0185984165E-03
288,0	100,0	S 23° 17' 16,99558995"	W 45° 52' 15,34637412"	646,1838575959	288,0000000000	100,0006156282	2,2725998861E-10	0,0000000000E+00	6,1562817245E-04	3,5169555212E-11	0,0000000000E+00	6,1562817245E-04
306,0	100,0	S 23° 17' 16,0894948"	W 45° 52' 14,84661337"	646,1838575950	306,0000000000	100,0018719418	-7,0417627285E-10	0,0000000000E+00	1,8719418440E-03	-1,0897459981E-10	0,0000000000E+00	1,8719418440E-03
324,0	100,0	S 23° 17' 15,37047886"	W 45° 52' 14,06813725"	646,1838575969	324,0000000000	99,9993606056	1,1583551895E-09	0,0000000000E+00	-6,3939439133E-04	1,7926092952E-10	0,0000000000E+00	-6,3939439133E-04
342,0	100,0	S 23° 17' 14,90880618"	W 45° 52' 13,0872646"	646,1838575969	342,0000000000	99,9990347333	1,1583551895E-09	0,0000000000E+00	-9,6526666312E-04	1,7926092952E-10	0,0000000000E+00	-9,6526666312E-04
0,0	1000,0	S 23° 16' 45,4970494"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	999,9895751589	2,2362200980E-10	0,0000000000E+00	-1,0424841079E-02	3,4606560837E-11	0,0000000000E+00	-1,0424841079E-03
18,0	1000,0	S 23° 16' 47,08794787"	W 45° 52' 1,12775934"	646,1838575959	18,0000000000	999,9902908085	2,2384938347E-10	0,0000000000E+00	-9,7091915086E-03	3,4641747986E-11	0,0000000000E+00	-9,7091915086E-04
36,0	1000,0	S 23° 16' 51,70443511"	W 45° 51' 51,31963718"	646,1838575969	36,0000000000	999,9934956222	1,1556267054E-09	0,0000000000E+00	-6,5043778159E-04	1,7883868374E-10	0,0000000000E+00	-6,5043778159E-04
54,0	1000,0	S 23° 16' 58,89429831"	W 45° 51' 43,53487606"	646,1838575978	54,0000000000	1000,0190805325	2,0878587748E-09	0,0000000000E+00	1,9080532482E-02	3,2310599378E-10	0,0000000000E+00	1,9080532482E-03

Tabela 5.1 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	S 23° 17' 7,9550102"	W 45° 51' 38,53688292"	646,1838575969	72,00000000000	1000,0064011288	1,1575593817E-09	0,0000000000E+00	6,4011288341E-03	1,7913777450E-10	0,0000000000E+00	6,4011288341E-04
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 51' 36,81422243"	646,1838575959	90,00000000000	1000,0099114196	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	9,9114195980E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	9,9114195980E-04
108,0	1000,0	S 23° 17' 28,0430135"	W 45° 51' 38,53549597"	646,1838575941	108,00000000000	1000,0058616009	-1,6340209186E-09	0,0000000000E+00	5,8616008555E-03	-2,5287244479E-10	0,0000000000E+00	5,8616008555E-04
126,0	1000,0	S 23° 17' 37,10425785"	W 45° 51' 43,5326319"	646,1838575959	126,00000000000	1000,0182825616	2,2964741220E-10	0,0000000000E+00	1,8282561563E-02	3,5539020280E-11	0,0000000000E+00	1,8282561563E-03
144,0	1000,0	S 23° 17' 44,2947793"	W 45° 51' 51,31739312"	646,1838575969	144,00000000000	999,9937455120	1,1617657947E-09	0,0000000000E+00	-6,2544880202E-03	1,7978873675E-10	0,0000000000E+00	-6,2544880202E-04
162,0	1000,0	S 23° 17' 48,91179901"	W 45° 52' 1,12637243"	646,1838575969	162,00000000000	999,9904209161	1,1623342289E-09	0,0000000000E+00	-9,5790839405E-03	1,7987670463E-10	0,0000000000E+00	-9,5790839405E-04
180,0	1000,0	S 23° 17' 50,50290086"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	179,9999991500	999,9894700845	2,3112534109E-10	-8,5000000000E-07	-1,0529915453E-02	3,5767736747E-11	-4,7222222222E-07	-1,0529915453E-03
198,0	1000,0	S 23° 17' 48,91179901"	W 45° 52' 22,87362757"	646,1838575959	198,00000000000	999,9904209136	2,3101165425E-10	0,0000000000E+00	-9,5790864434E-03	3,5750143173E-11	0,0000000000E+00	-9,5790864434E-04
216,0	1000,0	S 23° 17' 44,2947793"	W 45° 52' 32,68260688"	646,1838575959	216,00000000000	999,9937455135	2,3044322006E-10	0,0000000000E+00	-6,2544865068E-03	3,5662175301E-11	0,0000000000E+00	-6,2544865068E-04
234,0	1000,0	S 23° 17' 37,10425785"	W 45° 52' 40,4673681"	646,1838575959	234,00000000000	1000,0182825597	2,2953372536E-10	0,0000000000E+00	1,8282559700E-02	3,5521426706E-11	0,0000000000E+00	1,8282559700E-03
252,0	1000,0	S 23° 17' 28,0430135"	W 45° 52' 45,46450403"	646,1838575969	252,00000000000	1000,0058615990	1,1598331184E-09	0,0000000000E+00	5,8615989983E-03	1,7948964599E-10	0,0000000000E+00	5,8615989983E-04
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 52' 47,18577757"	646,1838575959	270,00000000000	1000,0099114159	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	9,9114158968E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	9,9114158968E-04
288,0	1000,0	S 23° 17' 7,9550102"	W 45° 52' 45,46311708"	646,1838575969	288,00000000000	1000,0064011276	1,1575593817E-09	0,0000000000E+00	6,4011275863E-03	1,7913777450E-10	0,0000000000E+00	6,4011275863E-04
306,0	1000,0	S 23° 16' 58,89429831"	W 45° 52' 40,46512394"	646,1838575959	306,00000000000	1000,0190805283	2,2509939389E-10	0,0000000000E+00	1,9080528291E-02	3,4835277304E-11	0,0000000000E+00	1,9080528291E-03
324,0	1000,0	S 23° 16' 51,70443511"	W 45° 52' 32,68036282"	646,1838575969	324,00000000000	999,9934956209	1,1556267054E-09	0,0000000000E+00	-6,5043790964E-03	1,7883868374E-10	0,0000000000E+00	-6,5043790964E-04
342,0	1000,0	S 23° 16' 47,08794787"	W 45° 52' 22,87224066"	646,1838575959	342,00000000000	999,9902908114	2,2384938347E-10	0,0000000000E+00	-9,7091885982E-03	3,4641747986E-11	0,0000000000E+00	-9,7091885982E-04
0,0	10000,0	S 23° 11' 52,96825825"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,00000000000	9999,9025095972	-7,4192030297E-10	0,0000000000E+00	-9,7490402812E-02	-1,1481566651E-10	0,0000000000E+00	-9,7490402812E-04
18,0	10000,0	S 23° 12' 8,86810853"	W 45° 50' 23,33988265"	646,1838575959	18,00000000000	9999,8990777769	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	-1,092222306E-01	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	-1,092222306E-03
36,0	10000,0	S 23° 12' 55,00905702"	W 45° 48' 45,29719515"	646,1838575950	36,00000000000	9999,9257406215	-7,3475803219E-10	0,0000000000E+00	-7,4259378482E-02	-1,1370727132E-10	0,0000000000E+00	-7,4259378482E-04
54,0	10000,0	S 23° 14' 6,88064688"	W 45° 47' 27,45345739"	646,1838575968	54,00000000000	10000,0571333347	1,1364136299E-09	0,0000000000E+00	5,713334758E-02	1,7586536966E-10	0,0000000000E+00	5,713334758E-04
72,0	10000,0	S 23° 15' 37,46122504"	W 45° 46' 37,43124637"	646,1838575959	72,00000000000	10000,0903302747	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	9,0330274776E-02	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	9,0330274776E-04
90,0	10000,0	S 23° 17' 17,89101619"	W 45° 46' 20,14227647"	646,1838575959	90,00000000000	10000,0734833317	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	7,348331764E-02	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	7,348331764E-04
108,0	10000,0	S 23° 18' 58,34114467"	W 45° 46' 37,29255199"	646,1838575969	108,00000000000	10000,0363670313	1,1705196812E-09	0,0000000000E+00	3,6367031342E-02	1,8114344198E-10	0,0000000000E+00	3,6367031342E-04
126,0	10000,0	S 23° 20' 28,9775274"	W 45° 47' 27,22523582"	646,1838575960	126,00000000000	10000,1489468548	2,4976998247E-10	0,0000000000E+00	1,4894685487E-01	3,8653082948E-11	0,0000000000E+00	1,4894685487E-03
144,0	10000,0	S 23° 21' 40,9164657"	W 45° 48' 45,06957326"	646,1838575960	144,00000000000	10000,0903614452	2,5829649530E-10	0,0000000000E+00	9,0361452545E-02	3,9972601028E-11	0,0000000000E+00	9,0361452545E-04
162,0	10000,0	S 23° 22' 27,10657894"	W 45° 50' 23,20119088"	646,1838575950	162,00000000000	9999,9120935057	-6,6756911110E-10	0,0000000000E+00	-8,7906494271E-02	-1,0330946885E-10	0,0000000000E+00	-8,7906494271E-04
180,0	10000,0	S 23° 22' 43,02676805"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,00000000000	9999,892021948	-6,6575012170E-10	0,0000000000E+00	-1,0799780523E-01	-1,0302797166E-10	0,0000000000E+00	-1,0799780523E-03
198,0	10000,0	S 23° 22' 27,10657894"	W 45° 54' 0,79880912"	646,1838575950	198,00000000000	9999,9120934994	-6,6756911110E-10	0,0000000000E+00	-8,7906500557E-02	-1,0330946885E-10	0,0000000000E+00	-8,7906500557E-04
216,0	10000,0	S 23° 21' 40,9164657"	W 45° 55' 38,93042674"	646,1838575960	216,00000000000	10000,0903614483	2,5829649530E-10	0,0000000000E+00	9,0361448354E-02	3,9972601028E-11	0,0000000000E+00	9,0361448354E-04
234,0	10000,0	S 23° 20' 28,97752741"	W 45° 56' 56,77476418"	646,1838575969	234,00000000000	10000,1489468520	1,1810925571E-09	0,0000000000E+00	1,4894685207E-01	1,8277964440E-10	0,0000000000E+00	1,4894685207E-03
252,0	10000,0	S 23° 18' 58,34114467"	W 45° 57' 46,70744801"	646,1838575969	252,00000000000	10000,0363753587	1,1705196812E-09	0,0000000000E+00	3,63735358701E-02	1,8114344198E-10	0,0000000000E+00	3,63735358701E-04
270,0	10000,0	S 23° 17' 17,89101619"	W 45° 58' 3,85772353"	646,1838575969	270,00000000000	10000,0734833273	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	7,3483327398E-02	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	7,3483327398E-04

(continua)

Tabela 5.1 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	S 23° 15' 37,46122504"	W 45° 57' 46,56875363"	646,1838575959	288,00000000000	10000,0903198000	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	9,0319800096E-02	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	9,0319800096E-04
306,0	10000,0	S 23° 14' 6,88064688"	W 45° 56' 56,54654261"	646,1838575959	306,00000000000	10000,0571333310	2,0509105525E-10	0,0000000000E+00	5,7133331089E-02	3,1738808211E-11	0,0000000000E+00	5,7133331089E-04
324,0	10000,0	S 23° 12' 55,00905702"	W 45° 55' 38,70280485"	646,1838575950	324,00000000000	9999,9257406224	-7,3475803219E-10	0,0000000000E+00	-7,4259377550E-02	-1,1370727132E-10	0,0000000000E+00	-7,4259377550E-04
342,0	10000,0	S 23° 12' 8,86810853"	W 45° 54' 0,66011735"	646,1838575959	342,00000000000	9999,8990830621	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	-1,0091693792E-01	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	-1,0091693792E-03
0,0	100000,0	S 22° 23' 7,494835"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575965	0,00000000000	100000,0133048290	7,8898665379E-10	0,0000000000E+00	1,3304829947E-02	1,2209940631E-10	0,0000000000E+00	1,3304829947E-05
18,0	100000,0	S 22° 25' 45,57358269"	W 45° 34' 11,52296355"	646,1838575956	18,00000000000	100000,0062317020	-1,2482814782E-10	0,0000000000E+00	6,2317029806E-03	-1,9317744687E-11	0,0000000000E+00	6,2317029806E-06
36,0	100000,0	S 22° 33' 24,61638577"	W 45° 17' 54,91444326"	646,1838575956	36,00000000000	100000,0025205350	-7,3896444519E-11	0,0000000000E+00	2,5205351267E-03	-1,1435823357E-11	0,0000000000E+00	2,5205351267E-06
54,0	100000,0	S 22° 45' 20,40001183"	W 45° 4' 56,5553171"	646,1838575976	54,00000000000	99999,9976767449	1,8692389858E-09	0,0000000000E+00	-2,3232550884E-03	2,8927355022E-10	0,0000000000E+00	-2,3232550884E-06
72,0	100000,0	S 23° 0' 23,78506948"	W 44° 56' 32,58834748"	646,1838575949	72,00000000000	99999,9983025399	-8,2172846305E-10	0,0000000000E+00	-1,6974600876E-03	-1,2716635573E-10	0,0000000000E+00	-1,6974600876E-06
90,0	100000,0	S 23° 17' 7,10195888"	W 44° 53' 33,47497871"	646,1838575969	90,00000000000	99999,9984984947	1,1574456948E-09	0,0000000000E+00	-1,5015052486E-03	1,7912018093E-10	0,0000000000E+00	-1,5015052486E-06
108,0	100000,0	S 23° 33' 52,46326146"	W 44° 56' 18,68352906"	646,1838575942	108,00000000000	99999,9985193510	-1,5177192836E-09	0,0000000000E+00	-1,4806489926E-03	-2,3487421819E-10	0,0000000000E+00	-1,4806489926E-06
126,0	100000,0	S 23° 49' 1,20064348"	W 45° 34' 0,05559242"	646,1838575943	126,00000000000	99999,9976312775	-1,4086936062E-09	0,0000000000E+00	-2,3687224602E-03	-2,1800198034E-10	0,0000000000E+00	-2,3687224602E-06
144,0	100000,0	S 24° 1' 3,60715332"	W 45° 17' 32,40766227"	646,1838575953	144,00000000000	100000,0025237580	-3,8949110603E-10	0,0000000000E+00	2,52375800994E-03	-6,0275585881E-11	0,0000000000E+00	2,52375800994E-06
162,0	100000,0	S 24° 8' 48,00647805"	W 45° 33' 57,61164375"	646,1838575944	162,00000000000	100000,0061527660	-1,2637428881E-09	0,0000000000E+00	6,1527667567E-03	-1,9557017293E-10	0,0000000000E+00	6,1527667567E-06
180,0	100000,0	S 24° 11' 28,13127777"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575954	180,00000000000	100000,0129636570	-3,1275249057E-10	0,0000000000E+00	1,2963657500E-02	-4,8399923164E-11	0,0000000000E+00	1,2963657500E-05
198,0	100000,0	S 24° 8' 48,00647805"	W 46° 10' 26,38835625"	646,1838575954	198,00000000000	100000,0061527670	-3,3242031350E-10	0,0000000000E+00	6,1527675716E-03	-5,1443611534E-11	0,0000000000E+00	6,1527675716E-06
216,0	100000,0	S 24° 1' 3,60715332"	W 46° 26' 51,59233773"	646,1838575953	216,00000000000	100000,0025237550	-3,8949110603E-10	0,0000000000E+00	2,5237555383E-03	-6,0275585881E-11	0,0000000000E+00	2,5237555383E-06
234,0	100000,0	S 23° 49' 1,20064348"	W 46° 39' 49,94440758"	646,1838575952	234,00000000000	99999,9976312739	-4,7737103159E-10	0,0000000000E+00	-2,3687260691E-03	-7,3875418889E-11	0,0000000000E+00	-2,3687260691E-06
252,0	100000,0	S 23° 33' 52,46326146"	W 46° 48' 5,31647094"	646,1838575961	252,00000000000	99999,9982332108	3,4481217881E-10	0,0000000000E+00	-1,7667891225E-03	5,3361311143E-11	0,0000000000E+00	-1,7667891225E-06
270,0	100000,0	S 23° 17' 7,10195888"	W 46° 50' 50,52502129"	646,1838575959	270,00000000000	99999,9984984880	2,2612312023E-10	0,0000000000E+00	-1,5015119134E-03	3,4993619474E-11	0,0000000000E+00	-1,5015119134E-06
288,0	100000,0	S 23° 0' 23,78507221"	W 46° 47' 51,41164363"	646,1838575949	288,00000000000	99999,9977692322	-8,2172846305E-10	0,0000000000E+00	-2,2307677282E-03	-1,2716635573E-10	0,0000000000E+00	-2,2307677282E-06
306,0	100000,0	S 22° 45' 20,40001183"	W 46° 39' 27,4446829"	646,1838575948	306,00000000000	99999,9976767427	-9,2472873803E-10	0,0000000000E+00	-2,3232572566E-03	-1,4310613414E-10	0,0000000000E+00	-2,3232572566E-06
324,0	100000,0	S 22° 33' 24,61638577"	W 46° 26' 29,08555674"	646,1838575956	324,00000000000	100000,0025205350	-7,3896444519E-11	0,0000000000E+00	2,5205350539E-03	-1,1435823357E-11	0,0000000000E+00	2,5205350539E-06
342,0	100000,0	S 22° 25' 45,57358269"	W 46° 10' 12,47703645"	646,1838575956	342,00000000000	100000,0062317000	-1,2482814782E-10	0,0000000000E+00	6,2317009433E-03	-1,9317744687E-11	0,0000000000E+00	6,2317009433E-06
0,0	1000000,0	S 14° 15' 18,06505165"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575961	0,00000000000	999999,1100379630	4,3144154915E-10	0,0000000000E+00	-8,8996203616E-01	6,6767614833E-11	0,0000000000E+00	-8,8996203616E-05
18,0	1000000,0	S 14° 40' 23,32010779"	W 43° 0' 41,40784972"	646,1838575934	18,00000000000	1000000,0630051200	-2,2965878088E-09	0,0000000000E+00	6,3005125034E-02	-3,5540779638E-10	0,0000000000E+00	6,3005125034E-06
36,0	1000000,0	S 15° 53' 27,86019042"	W 40° 23' 43,3542052"	646,1838575964	36,00000000000	1000000,0231218200	7,1736394602E-10	0,0000000000E+00	2,3121828097E-02	1,1101545444E-10	0,0000000000E+00	2,3121828097E-06
54,0	1000000,0	S 17° 48' 9,317809"	W 38° 14' 53,25641401"	646,1838575959	54,00000000000	1000000,1315373100	2,1941559680E-10	0,0000000000E+00	1,3153731055E-01	3,3955598584E-11	0,0000000000E+00	1,3153731055E-05
72,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55840656"	W 36° 46' 2,22331818"	646,1838575948	72,00000000000	999999,9865480510	-9,2575191957E-10	0,0000000000E+00	-1,3451948646E-02	-1,4326447631E-10	0,0000000000E+00	-1,3451948646E-06
90,0	1000000,0	S 22° 59' 11,558811928"	W 36° 6' 38,71609539"	646,1838575967	90,00000000000	999999,9838891140	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-1,6110886005E-02	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-1,6110886005E-06
108,0	1000000,0	S 25° 47' 18,11737824"	W 36° 23' 4,52477132"	646,1838575952	108,00000000000	999999,9796814530	-5,0499693316E-10	0,0000000000E+00	-2,0318547031E-02	-7,8150657467E-11	0,0000000000E+00	-2,0318547031E-06
126,0	1000000,0	S 28° 22' 19,99706519"	W 37° 37' 25,41041314"	646,1838575965	126,00000000000	999999,9753523240	7,8648554336E-10	0,0000000000E+00	-2,4647675571E-02	1,2171234767E-10	0,0000000000E+00	-2,4647675571E-06

(continua)

Tabela 5.1 - Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	S 30° 28' 1,29412857"	W 39° 45' 51,89965817"	646,1838575948	144,0000000000	1000000,0235725200	-9,1608853836E-10	0,0000000000E+00	2,3572522332E-02	-1,4176902248E-10	0,0000000000E+00	2,3572522332E-06
162,0	1000000,0	S 31° 50' 7,01503478"	W 42° 37' 5,50777574"	646,1838575946	162,0000000000	1000000,0553156100	-1,1361862562E-09	0,0000000000E+00	5,5315613165E-02	-1,7583018251E-10	0,0000000000E+00	5,5315613165E-06
180,0	1000000,0	S 32° 18' 40,7565741"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575948	179,9999991500	1000000,11222100	-8,9187324193E-10	-8,5000000000E-07	1,1122210114E-01	-1,3802159114E-10	-4,7222222222E-07	1,1122210114E-05
198,0	1000000,0	S 31° 50' 7,01503478"	W 49° 7' 18,49222426"	646,1838575964	198,0000000000	1000000,0553156100	7,2645889304E-10	0,0000000000E+00	5,5315616075E-02	1,1242294039E-10	0,0000000000E+00	5,5315616075E-06
216,0	1000000,0	S 30° 28' 1,29412857"	W 51° 58' 32,10034183"	646,1838575957	216,0000000000	1000000,2457612300	1,5234036255E-11	0,0000000000E+00	2,4576123198E-01	2,3575389691E-12	0,0000000000E+00	2,4576123198E-05
234,0	1000000,0	S 28° 22' 19,99998308"	W 54° 6' 58,59478169"	646,1838575946	234,0000000000	1000000,1429296900	-1,0761596059E-09	0,0000000000E+00	1,4292969671E-01	-1,6654077523E-10	0,0000000000E+00	1,4292969671E-05
252,0	1000000,0	S 25° 47' 18,11737824"	W 55° 21' 19,47522868"	646,1838575971	252,0000000000	999999,9796814510	1,3576482161E-09	0,0000000000E+00	-2,0318548311E-02	2,1010246544E-10	0,0000000000E+00	-2,0318548311E-06
270,0	1000000,0	S 22° 59' 11,58811928"	W 55° 37' 45,28390461"	646,1838575958	270,0000000000	999999,9838891090	1,0129497241E-10	0,0000000000E+00	-1,6110890196E-02	1,5675874787E-11	0,0000000000E+00	-1,6110890196E-06
288,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55840656"	W 54° 58' 21,77668182"	646,1838575966	288,0000000000	999999,9865480480	9,3689322966E-10	0,0000000000E+00	-1,3451951207E-02	1,4498864660E-10	0,0000000000E+00	-1,3451951207E-06
306,0	1000000,0	S 17° 48' 9,32089569"	W 53° 29' 30,73955905"	646,1838575959	306,0000000000	999999,9796319510	2,1941595680E-10	0,0000000000E+00	-2,0368048921E-02	3,39555988584E-11	0,0000000000E+00	-2,0368048921E-06
324,0	1000000,0	S 15° 53' 27,86019042"	W 51° 20' 40,6457948"	646,1838575955	324,0000000000	1000000,0231218200	-2,1395862859E-10	0,0000000000E+00	2,3121828213E-02	-3,311107013E-11	0,0000000000E+00	2,3121828213E-06
342,0	1000000,0	S 14° 40' 23,32010779"	W 48° 43' 42,59215028"	646,1838575934	342,0000000000	1000000,0630051200	-2,2965878088E-09	0,0000000000E+00	6,3005126547E-02	-3,5540779638E-10	0,0000000000E+00	6,3005126547E-06
0,0	1000000,0	N 66° 53' 39,60646789"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,0000000000	1000000,4342021000	-7,1247541200E-10	0,0000000000E+00	4,3420210853E-01	-1,1025893074E-10	0,0000000000E+00	4,3420210853E-06
18,0	1000000,0	N 61° 3' 43,88500849"	W 6° 25' 19,3607397"	646,1838575960	18,0000000000	1000000,1012056000	2,4704149837E-10	0,0000000000E+00	1,0120561160E-01	3,8230837163E-11	0,0000000000E+00	1,0120561160E-06
36,0	1000000,0	N 48° 10' 46,71461667"	E 15° 33' 34,86072517"	646,1838575957	36,0000000000	1000000,0882836000	-4,0813574742E-11	0,0000000000E+00	8,8283671066E-02	-6,3160932082E-12	0,0000000000E+00	8,8283671066E-07
54,0	1000000,0	N 32° 49' 10,12007949"	E 28° 1' 52,67751279"	646,1838575951	54,0000000000	1000000,19525207000	-6,3414518081E-10	0,0000000000E+00	1,9525207803E+00	-9,8136957981E-11	0,0000000000E+00	1,9525207803E-05
72,0	1000000,0	N 16° 32' 41,91570009"	E 36° 41' 43,82678878"	646,1838575966	72,0000000000	1000000,2296097000	8,5321971710E-10	0,0000000000E+00	2,2960971668E-01	1,3203977584E-10	0,0000000000E+00	2,2960971668E-06
90,0	1000000,0	S 0° 3' 39,6444616"	E 43° 59' 17,70455874"	646,1838575965	90,0000000000	9999999,9029561500	7,7102413343E-10	0,0000000000E+00	-9,7043843940E-02	1,1931962155E-10	0,0000000000E+00	-9,7043843940E-07
108,0	1000000,0	S 16° 39' 43,5383806"	E 51° 17' 39,76689668"	646,1838575957	108,0000000000	1000000,1060469000	-5,2523319027E-11	0,0000000000E+00	1,0604697652E-01	-8,1282313710E-12	0,0000000000E+00	1,0604697652E-06
126,0	1000000,0	S 32° 55' 21,94373397"	E 59° 59' 50,40077208"	646,1838575951	126,0000000000	9999999,8462161900	-5,8219029597E-10	0,0000000000E+00	-1,5378380194E-01	-9,0096694482E-11	0,0000000000E+00	-1,5378380194E-06
144,0	1000000,0	S 48° 15' 46,7732597"	E 72° 31' 44,96666729"	646,1838575975	144,0000000000	9999999,8218809000	1,8076207198E-09	0,0000000000E+00	-1,7811909690E-01	2,7973783290E-10	0,0000000000E+00	-1,7811909690E-06
162,0	1000000,0	S 61° 7' 31,09208767"	E 94° 35' 17,03275762"	646,1838575959	162,0000000000	9999999,7245455600	2,1407231543E-10	0,0000000000E+00	-2,7545443363E-01	3,3128700558E-11	0,0000000000E+00	-2,7545443363E-06
180,0	1000000,0	S 66° 56' 52,492742"	E 134° 7' 48,0"	646,1838575959	179,9999987900	9999999,2753790600	1,9622348191E-10	-1,2100000000E-06	-7,2462093271E-01	3,0366509408E-11	-6,7222222222E-07	-7,2462093271E-06
198,0	1000000,0	S 61° 7' 31,09208767"	E 173° 40' 18,96724238"	646,1838575959	198,0000000000	9999999,7245455600	2,1407231543E-10	0,0000000000E+00	-2,7545443177E-01	3,3128700558E-11	0,0000000000E+00	-2,7545443177E-06
216,0	1000000,0	S 48° 15' 46,7732597"	W 164° 16' 8,96666729"	646,1838575957	216,0000000000	9999999,8218809000	-5,5024429457E-11	0,0000000000E+00	-1,7811909690E-01	-8,5125900777E-12	0,0000000000E+00	-1,7811909690E-06
234,0	1000000,0	S 32° 55' 21,94373397"	W 151° 44' 14,40077208"	646,1838575961	234,0000000000	9999999,8462161900	3,4913227864E-10	0,0000000000E+00	-1,5378380753E-01	5,4029866970E-11	0,0000000000E+00	-1,5378380753E-06
252,0	1000000,0	S 16° 39' 43,5383806"	W 143° 2' 3,76689668"	646,1838575966	252,0000000000	9999999,8371336100	8,787992559E-10	0,0000000000E+00	-1,6286638565E-01	1,3599833008E-10	0,0000000000E+00	-1,6286638565E-06
270,0	1000000,0	S 0° 3' 39,6444616"	W 135° 43' 41,70455874"	646,1838575946	270,0000000000	9999999,9029562000	-1,0161201058E-09	0,0000000000E+00	-9,7044372931E-02	-1,6893350135E-10	0,0000000000E+00	-9,7044372931E-07
288,0	1000000,0	N 16° 32' 41,91570009"	W 128° 26' 7,82678878"	646,1838575956	288,0000000000	10000000,2296097000	-7,8216544352E-11	0,0000000000E+00	2,2960970737E-01	-1,2104379185E-11	0,0000000000E+00	2,2960970737E-06
306,0	1000000,0	N 32° 49' 10,12007949"	W 119° 46' 16,67751279"	646,1838575960	306,0000000000	10000000,1540997000	2,9717739380E-10	0,0000000000E+00	1,5409975126E-01	4,5989603471E-11	0,0000000000E+00	1,5409975126E-06
324,0	1000000,0	N 48° 10' 46,71461667"	W 107° 17' 58,86072517"	646,1838575957	324,0000000000	10000000,0882836000	-4,0813574742E-11	0,0000000000E+00	8,8283669204E-02	-6,3160932082E-12	0,0000000000E+00	8,8283669204E-07
342,0	1000000,0	N 61° 3' 43,88500849"	W 85° 19' 4,63392603"	646,1838575960	342,0000000000	10000000,1012056000	2,4704149837E-10	0,0000000000E+00	1,0120561160E-01	3,8230837163E-11	0,0000000000E+00	1,0120561160E-06

TABELA 5.2 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO KATL, m=10, n=10

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	N 33° 37' 11,03245625"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027803	0,0000000000	1,0000186879	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	1,8687918782E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	1,8687918782E-03
18,0	1,0	N 33° 37' 11,03086702"	W 84° 25' 47,98801221"	312,7286027794	18,0000000500	0,9999895846	-4,1688963393E-10	5,0000000000E-08	-1,0415358702E-05	-1,330716481E-10	2,7777777778E-07	-1,0415358702E-03
36,0	1,0	N 33° 37' 11,02625706"	W 84° 25' 47,97719785"	312,7286027794	36,0000000700	0,9999919694	-4,1688963393E-10	7,0000000000E-08	-8,0305617303E-06	-1,330716481E-10	1,9444444444E-07	-8,0305617303E-04
54,0	1,0	N 33° 37' 11,01907681"	W 84° 25' 47,96861565"	312,7286027794	54,0000000200	0,9999916054	-4,1688963393E-10	2,0000000000E-08	-8,3945924416E-06	-1,330716481E-10	3,7037037037E-08	-8,3945924416E-04
72,0	1,0	N 33° 37' 11,01002937"	W 84° 25' 47,96310511"	312,7286027803	72,0000000200	1,0000082531	5,1443294069E-10	2,0000000000E-08	8,2531478256E-06	1,6449820583E-10	2,7777777778E-08	8,2531478256E-04
90,0	1,0	N 33° 37' 11,0"	W 84° 25' 47,96120663"	312,7286027803	90,0000000200	1,0000101556	5,1443294069E-10	2,0000000000E-08	1,0155607015E-05	1,6449820583E-10	2,2222222222E-08	1,0155607015E-03
108,0	1,0	N 33° 37' 10,98897063"	W 84° 25' 47,96310511"	312,7286027813	108,0000000100	1,0000082540	1,4457555153E-09	1,0000000000E-08	8,2540209405E-06	4,6230357647E-10	9,2592592593E-09	8,2540209405E-04
126,0	1,0	N 33° 37' 10,98092319"	W 84° 25' 47,96861565"	312,7286027785	125,9999999500	0,9999916057	-1,3482690520E-09	-5,0000000000E-08	-8,3943014033E-06	-4,3113071205E-10	-3,9682539683E-08	-8,3943014033E-04
144,0	1,0	N 33° 37' 10,97374293"	W 84° 25' 47,97719785"	312,7286027785	143,9999999500	0,9999919670	-1,3482122085E-09	-5,0000000000E-08	-8,0330064520E-06	-4,3111253546E-10	-3,4722222222E-08	-8,0330064520E-04
162,0	1,0	N 33° 37' 10,96913298"	W 84° 25' 47,98801221"	312,7286027785	161,9999999400	0,9999895850	-1,3482690520E-09	-6,0000000000E-08	-1,0414980352E-05	-4,3113071205E-10	-3,7037037037E-08	-1,0414980352E-03
180,0	1,0	N 33° 37' 10,96754375"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027803	180,0000000000	1,0000186877	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	1,8687685952E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	1,8687685952E-03
198,0	1,0	N 33° 37' 10,96913298"	W 84° 25' 48,01198779"	312,7286027785	197,9999999400	0,9999895844	-1,3482690520E-09	-6,0000000000E-08	-1,0415620636E-05	-4,3113071205E-10	-3,0303030303E-08	-1,0415620636E-03
216,0	1,0	N 33° 37' 10,97374293"	W 84° 25' 48,02280215"	312,7286027785	215,9999999400	0,9999919657	-1,3482122085E-09	-6,0000000000E-08	-8,0342870206E-06	-4,3111253546E-10	-2,7777777778E-08	-8,0342870206E-04
234,0	1,0	N 33° 37' 10,98092319"	W 84° 25' 48,03138435"	312,7286027794	233,9999999300	0,9999916049	-4,1694647734E-10	-7,0000000000E-08	-8,3950581029E-06	-1,3325341411E-10	-2,9914529915E-08	-8,3950581029E-04
252,0	1,0	N 33° 37' 10,98997063"	W 84° 25' 48,03689489"	312,7286027794	251,9999999900	1,0000082515	-4,1688963393E-10	-1,0000000000E-08	8,2515180111E-06	-1,330716481E-10	-3,9682539683E-09	8,2515180111E-04
270,0	1,0	N 33° 37' 11,0"	W 84° 25' 48,03879337"	312,7286027794	269,9999999800	1,0000101534	-4,1688963393E-10	-2,0000000000E-08	1,0153383615E-05	-1,330716481E-10	-7,4074074074E-09	1,0153383615E-03
288,0	1,0	N 33° 37' 11,01002937"	W 84° 25' 48,03689489"	312,7286027803	288,00000000800	1,0000082511	5,1443294069E-10	8,0000000000E-08	8,2510523498E-06	1,6449820583E-10	2,7777777778E-08	8,2510523498E-04
306,0	1,0	N 33° 37' 11,01907681"	W 84° 25' 48,03138435"	312,7286027794	306,00000000400	0,9999916027	-4,1688963393E-10	-4,0000000000E-08	-8,39732802017E-06	-1,330716481E-10	1,3071895425E-08	-8,39732802017E-04
324,0	1,0	N 33° 37' 11,02625706"	W 84° 25' 48,02280215"	312,7286027813	324,0000000500	0,9999919659	1,4457555153E-09	5,0000000000E-08	-8,0341123976E-06	4,6230357647E-10	1,5432098765E-08	-8,0341123976E-04
342,0	1,0	N 33° 37' 11,03086702"	W 84° 25' 48,01198779"	312,7286027803	342,0000000600	0,9999895806	5,1443294069E-10	6,0000000000E-08	-1,0419404134E-05	1,6449820583E-10	1,7543859649E-08	-1,0419404134E-03
0,0	10,0	N 33° 37' 11,3245625"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027803	0,0000000000	10,0001868320	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	1,8683203962E-04	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	1,8683203962E-03
18,0	10,0	N 33° 37' 11,30867017"	W 84° 25' 47,88012195"	312,7286027813	18,0000000100	9,9998958154	1,4457555153E-09	1,0000000000E-08	-1,0418461170E-04	4,6230357647E-10	5,55555555556E-08	-1,0418461170E-03
36,0	10,0	N 33° 37' 11,26257059"	W 84° 25' 47,77197834"	312,7286027794	36,0000000100	9,9999196557	-4,1688963393E-10	1,0000000000E-08	-8,0344267190E-05	-1,330716481E-10	2,7777777778E-08	-8,0344267190E-04
54,0	10,0	N 33° 37' 11,19076796"	W 84° 25' 47,68615629"	312,7286027803	54,0000000000	9,9999160358	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	-8,3964201622E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	-8,3964201622E-04
72,0	10,0	N 33° 37' 11,10029356"	W 84° 25' 47,631051"	312,7286027803	72,0000000000	10,0000824952	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	8,2495156676E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	8,2495156676E-04
90,0	10,0	N 33° 37' 10,99999983"	W 84° 25' 47,61206632"	312,7286027794	90,0000000100	10,0001015182	-4,1694647734E-10	1,0000000000E-08	1,0151823517E-04	-1,3325341411E-10	1,1111111111E-08	1,0151823517E-03
108,0	10,0	N 33° 37' 10,89970613"	W 84° 25' 47,63105124"	312,7286027803	108,0000000000	10,0000825525	5,1437609727E-10	0,0000000000E+00	8,2552520325E-05	1,6448002923E-10	0,0000000000E+00	8,2552520325E-04
126,0	10,0	N 33° 37' 10,80923182"	W 84° 25' 47,68615667"	312,7286027803	126,0000000000	9,9999160412	5,1437609727E-10	0,0000000000E+00	-8,39584846517E-05	1,6448002923E-10	0,0000000000E+00	-8,39584846517E-04
144,0	10,0	N 33° 37' 10,737374299"	W 84° 25' 47,77197872"	312,7286027803	143,9999999900	9,9999196846	5,1437609727E-10	-1,0000000000E-08	-8,0315396190E-05	1,6448002923E-10	-6,9444444444E-09	-8,0315396190E-04
162,0	10,0	N 33° 37' 10,69132979"	W 84° 25' 47,88012218"	312,7286027803	162,0000000000	9,9998958448	5,1437609727E-10	0,0000000000E+00	-1,0415515862E-04	1,6448002923E-10	0,0000000000E+00	-1,0415515862E-03
180,0	10,0	N 33° 37' 10,67543749"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027822	179,9999991500	10,0001869244	2,3770212465E-09	-8,5000000000E-07	1,8692435697E-04	7,600907052E-10	-4,7222222222E-07	1,8692435697E-03
198,0	10,0	N 33° 37' 10,69132979"	W 84° 25' 48,11987782"	312,7286027813	197,9999999900	9,9998958433	1,4456986719E-09	-1,0000000000E-08	-1,0415667202E-04	4,6228539988E-10	-5,0505050505E-09	-1,0415667202E-03

Tabela 5.2 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	N 33° 37' 10.73742929"	W 84° 25' 48.22802128"	312,7286027794	215,99999999900	9,9999196834	-4,1694647734E-10	-1,0000000000E-08	-8,0316560343E-05	-1,3332534141E-10	-4,6296296296E-09	-8,0316560343E-04
234,0	10,0	N 33° 37' 10.80923182"	W 84° 25' 48.31384333"	312,7286027803	234,00000000000	9,9999160386	5,1437609727E-10	0,0000000000E+00	-8,3961407654E-05	1,6448002923E-10	0,0000000000E+00	-8,3961407654E-04
252,0	10,0	N 33° 37' 10.899970613"	W 84° 25' 48.36894876"	312,7286027794	252,00000000000	10,0000825508	-4,1694647734E-10	0,0000000000E+00	8,2550803199E-05	-1,3332534141E-10	0,0000000000E+00	8,2550803199E-04
270,0	10,0	N 33° 37' 10.99999983"	W 84° 25' 48.38793368"	312,7286027803	270,00000000000	10,0001015163	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	1,0151626799E-04	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	1,0151626799E-03
288,0	10,0	N 33° 37' 11.10029356"	W 84° 25' 48.368949"	312,7286027803	288,0000000100	10,0000824918	5,1443294069E-10	1,0000000000E-08	8,2491751527E-05	1,6449820583E-10	3,4722222222E-09	8,2491751527E-04
306,0	10,0	N 33° 37' 11.19076796"	W 84° 25' 48.31384371"	312,7286027803	306,00000000000	9,9999160351	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	-8,3964900114E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	-8,3964900114E-04
324,0	10,0	N 33° 37' 11.26257059"	W 84° 25' 48.22802166"	312,7286027803	324,00000000000	9,9999196542	5,1443294069E-10	0,0000000000E+00	-8,0345838796E-05	1,6449820583E-10	0,0000000000E+00	-8,0345838796E-04
342,0	10,0	N 33° 37' 11.30867017"	W 84° 25' 48.11987805"	312,7286027794	342,0000000100	9,9998958155	-4,1688963393E-10	1,0000000000E-08	-1,0418449529E-04	-1,3330716481E-10	2,9239766082E-09	-1,0418449529E-03
0,0	100,0	N 33° 37' 14.24562473"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027803	0,0000000000	100,0018642438	5,1466031437E-10	0,0000000000E+00	1,8642437644E-03	1,6457091222E-10	0,0000000000E+00	1,8642437644E-03
18,0	100,0	N 33° 37' 14.08670004"	W 84° 25' 46.80120883"	312,7286027803	18,00000000000	99,9989568631	5,1466031437E-10	0,0000000000E+00	-1,0431368719E-03	1,6457091222E-10	0,0000000000E+00	-1,0431368719E-03
36,0	100,0	N 33° 37' 13.62570048"	W 84° 25' 45.71976617"	312,7286027785	36,00000000000	99,9991952548	-1,3480416783E-09	0,0000000000E+00	-8,0474524293E-04	-4,3105800566E-10	0,0000000000E+00	-8,0474524293E-04
54,0	100,0	N 33° 37' 12.90766955"	W 84° 25' 44.86154572"	312,7286027803	54,00000000000	99,9991602083	5,1454662753E-10	0,0000000000E+00	-8,3979172632E-04	1,6453455902E-10	0,0000000000E+00	-8,3979172632E-04
72,0	100,0	N 33° 37' 12.0029219"	W 84° 25' 44.31049936"	312,7286027803	72,00000000000	100,0008222631	5,1448978411E-10	0,0000000000E+00	8,2226307131E-04	1,6451638243E-10	0,0000000000E+00	8,2226307131E-04
90,0	100,0	N 33° 37' 10.99998318"	W 84° 25' 44.12066321"	312,7286027785	90,00000000000	100,0010124136	-1,3482699520E-09	0,0000000000E+00	1,0124136461E-03	-4,3113071205E-10	0,0000000000E+00	1,0124136461E-03
108,0	100,0	N 33° 37' 9.99704762"	W 84° 25' 44.31052299"	312,7286027813	108,00000000000	100,0008281958	1,4456986719E-09	0,0000000000E+00	8,2819577074E-04	4,6228539988E-10	0,0000000000E+00	8,2819577074E-04
126,0	100,0	N 33° 37' 9.09230822"	W 84° 25' 44.86158396"	312,7286027794	126,00000000000	99,9991605783	-4,1700332076E-10	0,0000000000E+00	-8,3942170022E-04	-1,3334351801E-10	0,0000000000E+00	-8,3942170022E-04
144,0	100,0	N 33° 37' 8.37428748"	W 84° 25' 45.71980441"	312,7286027822	144,00000000000	99,9991981238	2,3769075597E-09	0,0000000000E+00	-8,0187618732E-04	7,6005441732E-10	0,0000000000E+00	-8,0187618732E-04
162,0	100,0	N 33° 37' 7.91329618"	W 84° 25' 46.8012346"	312,7286027803	162,00000000000	99,9989597158	5,1420556701E-10	0,0000000000E+00	-1,0402841726E-03	1,6442549944E-10	0,0000000000E+00	-1,0402841726E-03
180,0	100,0	N 33° 37' 7.75473463"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027803	180,00000000000	100,0018733171	5,1420556701E-10	0,0000000000E+00	1,8733170582E-03	1,6442549944E-10	0,0000000000E+00	1,8733170582E-03
198,0	100,0	N 33° 37' 7.91329618"	W 84° 25' 49.19876754"	312,7286027803	198,00000000000	99,9989597176	5,1420556701E-10	0,0000000000E+00	-1,0402823973E-03	1,6442549944E-10	0,0000000000E+00	-1,0402823973E-03
216,0	100,0	N 33° 37' 8.37428748"	W 84° 25' 50.28019559"	312,7286027803	216,00000000000	99,9991981236	5,1420556701E-10	0,0000000000E+00	-8,0187642016E-04	1,6442549944E-10	0,0000000000E+00	-8,0187642016E-04
234,0	100,0	N 33° 37' 9.09230822"	W 84° 25' 51.13841604"	312,7286027803	234,00000000000	99,9991605756	5,1431925385E-10	0,0000000000E+00	-8,3942443598E-04	1,6446185264E-10	0,0000000000E+00	-8,3942443598E-04
252,0	100,0	N 33° 37' 9.99704762"	W 84° 25' 51.68947701"	312,7286027803	252,00000000000	100,0008281936	5,1437609727E-10	0,0000000000E+00	8,2819361705E-04	1,6448002923E-10	0,0000000000E+00	8,2819361705E-04
270,0	100,0	N 33° 37' 10.99998318"	W 84° 25' 51.87933679"	312,7286027794	270,00000000000	100,0010124416	-4,1688963393E-10	0,0000000000E+00	1,0124116473E-03	-1,3330716481E-10	0,0000000000E+00	1,0124116473E-03
288,0	100,0	N 33° 37' 12.0029219"	W 84° 25' 51.68950064"	312,7286027794	288,00000000000	100,0008222609	-4,1683279051E-10	0,0000000000E+00	8,2226094673E-04	-1,3328898822E-10	0,0000000000E+00	8,2226094673E-04
306,0	100,0	N 33° 37' 12.90766955"	W 84° 25' 51.13845428"	312,7286027813	306,00000000000	99,9991602041	1,4458692021E-09	0,0000000000E+00	-8,3979585906E-04	4,6233992967E-10	0,0000000000E+00	-8,3979585906E-04
324,0	100,0	N 33° 37' 13.62570048"	W 84° 25' 50.28023383"	312,7286027813	324,00000000000	99,9991952506	1,4459260456E-09	0,0000000000E+00	-8,0474943388E-04	4,6235810627E-10	0,0000000000E+00	-8,0474943388E-04
342,0	100,0	N 33° 37' 14.08670004"	W 84° 25' 49.19879117"	312,7286027794	342,00000000000	99,9989568624	-4,1671910367E-10	0,0000000000E+00	-1,0431376286E-03	-1,3325263502E-10	0,0000000000E+00	-1,0431376286E-03
0,0	1000,0	N 33° 37' 43.45621895"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027794	0,00000000000	1000,0182361348	-4,1472958401E-10	0,0000000000E+00	1,8236134783E-02	-1,3261645411E-10	0,0000000000E+00	1,8236134783E-03
18,0	1000,0	N 33° 37' 41.866683012"	W 84° 25' 36.01102454"	312,7286027794	18,00000000000	999,99894422106	-4,1484327085E-10	0,0000000000E+00	-1,0557789385E-02	-1,3265280731E-10	0,0000000000E+00	-1,0557789385E-03
36,0	1000,0	N 33° 37' 37.25646317"	W 84° 25' 25.19594058"	312,7286027785	36,00000000000	999,9918253509	-1,3464500626E-09	0,0000000000E+00	-8,1746490905E-03	-4,3054906094E-10	0,0000000000E+00	-8,1746490905E-04
54,0	1000,0	N 33° 37' 30.07569478"	W 84° 25' 16.61373622"	312,7286027813	54,00000000000	999,9915873519	1,4470060705E-09	0,0000000000E+00	-8,4126481088E-03	4,6270346161E-10	0,0000000000E+00	-8,4126481088E-04

Tabela 5.2 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	N 33° 37' 21.02784693"	W 84° 25' 11.10393008"	312,7286027813	72.00000000000	1000,0079576662	1,4463807929E-09	0.0000000000E+00	7,9576661810E-03	4,6250351904E-10	0.0000000000E+00	7,9576661810E-04
90,0	1000,0	N 33° 37' 10.99831802"	W 84° 25' 9.20663227"	312,7286027803	90.00000000000	1000,0098499558	5,1443294069E-10	0.0000000000E+00	9,8499557935E-03	1,6449820583E-10	0.0000000000E+00	9,8499557935E-04
108,0	1000,0	N 33° 37' 0.96910428"	W 84° 25' 11.10629351"	312,7286027794	108.00000000000	1000,0085509659	-4,1757175495E-10	0.0000000000E+00	8,5509658675E-03	-1,3352528398E-10	0.0000000000E+00	8,5509658675E-04
126,0	1000,0	N 33° 36' 51.92208169"	W 84° 25' 16.61756026"	312,7286027803	126.00000000000	999,9916245415	5,1318238548E-10	0.0000000000E+00	-8,3754585357E-03	1,6409832069E-10	0.0000000000E+00	-8,3754585357E-04
144,0	1000,0	N 33° 36' 44.74233331"	W 84° 25' 25.19976465"	312,7286027803	144.00000000000	999,9921124805	5,1267079471E-10	0.0000000000E+00	-7,8875195468E-03	1,6393473131E-10	0.0000000000E+00	-7,8875195468E-04
162,0	1000,0	N 33° 36' 40.13279158"	W 84° 25' 36.01338794"	312,7286027803	162.00000000000	999,9897276382	5,1238657761E-10	0.0000000000E+00	-1,0272361804E-02	1,6384384833E-10	0.0000000000E+00	-1,0272361804E-03
180,0	1000,0	N 33° 36' 38.54371795"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027794	180.00000000000	1000,0191435327	-4,1904968384E-10	0.0000000000E+00	1,9143532729E-02	-1,3399787551E-10	0.0000000000E+00	1,9143532729E-03
198,0	1000,0	N 33° 36' 40.13279158"	W 84° 25' 59.98661206"	312,7286027803	198.00000000000	999,9897276332	5,1238657761E-10	0.0000000000E+00	-1,0272366781E-02	1,6384384833E-10	0.0000000000E+00	-1,0272366781E-03
216,0	1000,0	N 33° 36' 44.74233331"	W 84° 26' 10.80023535"	312,7286027785	216.00000000000	999,9921123185	-1,3499743545E-09	0.0000000000E+00	-7,8876814805E-03	-4,3167600997E-10	0.0000000000E+00	-7,8876814805E-04
234,0	1000,0	N 33° 36' 51.92208169"	W 84° 26' 19.38243974"	312,7286027794	234.00000000000	999,9916245375	-4,1819703256E-10	0.0000000000E+00	-8,3754624939E-03	-1,3372522655E-10	0.0000000000E+00	-8,3754624939E-04
252,0	1000,0	N 33° 37' 0.96910428"	W 84° 26' 24.89370649"	312,7286027803	252.00000000000	1000,0085509638	5,1375081966E-10	0.0000000000E+00	8,5509638302E-03	1,6428008666E-10	0.0000000000E+00	8,5509638302E-04
270,0	1000,0	N 33° 37' 10.99831802"	W 84° 26' 26.79336773"	312,7286027785	270.00000000000	1000,0098499537	-1,3482122085E-09	0.0000000000E+00	9,8499537438E-03	-4,3111253546E-10	0.0000000000E+00	9,8499537438E-04
288,0	1000,0	N 33° 37' 21.02784693"	W 84° 26' 24.89606992"	312,7286027803	288.00000000000	1000,0079576637	5,1505821830E-10	0.0000000000E+00	7,9576636781E-03	1,6469814840E-10	0.0000000000E+00	7,9576636781E-04
306,0	1000,0	N 33° 37' 30.07569478"	W 84° 26' 19.38626378"	312,7286027813	306.00000000000	999,9915873480	1,4470067050E-09	0.0000000000E+00	-8,4126520087E-03	4,6270346161E-10	0.0000000000E+00	-8,4126520087E-04
324,0	1000,0	N 33° 37' 37.25646317"	W 84° 26' 10.80405942"	312,7286027803	324.00000000000	999,9918253503	5,1613824326E-10	0.0000000000E+00	-8,1746496726E-03	1,6504350375E-10	0.0000000000E+00	-8,1746496726E-04
342,0	1000,0	N 33° 37' 41.86683012"	W 84° 25' 59.98897546"	312,7286027803	342.00000000000	999,9894422132	5,1647930377E-10	0.0000000000E+00	-1,0557786794E-02	1,6515256333E-10	0.0000000000E+00	-1,0557786794E-03
0,0	10000,0	N 33° 42' 35.55934879"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027794	0.0000008500	10000,1435605130	-3,9551650843E-10	8,5000000000E-07	1,4356051304E-01	-1,2647276422E-10	0.0000000000E+00	1,4356051304E-03
18,0	10000,0	N 33° 42' 19.65124924"	W 84° 23' 48,00369254"	312,7286027794	18.00000000000	9999,8836100314	-3,9653968997E-10	0.0000000000E+00	-1,1638996862E-01	-1,2679994297E-10	0.0000000000E+00	-1,1638996862E-03
36,0	10000,0	N 33° 41' 33.51038851"	W 84° 21' 59.78707031"	312,7286027794	36.00000000000	9999,9073644029	-3,9960923459E-10	0.0000000000E+00	-9,2635597102E-02	-1,2778147922E-10	0.0000000000E+00	-9,2635597102E-04
54,0	10000,0	N 33° 40' 21.656777301"	W 84° 20' 33.96514967"	312,7286027813	54.00000000000	9999,9162318461	1,4583179109E-09	0.0000000000E+00	-8,3768153912E-02	4,6632060448E-10	0.0000000000E+00	-8,3768153912E-04
72,0	10000,0	N 33° 38' 51.14118922"	W 84° 19' 38.93299852"	312,7286027794	72.00000000000	10000,05190102048	-4,1029579734E-10	0.0000000000E+00	5,4910204839E-02	-1,3119867952E-10	0.0000000000E+00	5,4910204839E-04
90,0	10000,0	N 33° 37' 10.83180168"	W 84° 19' 20.06646024"	312,7286027803	90.00000000000	10000,0729111873	5,1443294069E-10	0.0000000000E+00	7,2911187308E-02	1,6449820583E-10	0.0000000000E+00	7,2911187308E-04
108,0	10000,0	N 33° 35' 30.5593122"	W 84° 19' 39.16934177"	312,7286027794	108.00000000000	10000,1142401983	-4,2354031393E-10	0.0000000000E+00	1,1424019840E-01	-1,3543382670E-10	0.0000000000E+00	1,1424019840E-03
126,0	10000,0	N 33° 34' 0,12087447"	W 84° 20' 34.34755386"	312,7286027794	126.00000000000	9999,9199507083	-4,2950887291E-10	0.0000000000E+00	-8,0049291719E-02	-1,3734236942E-10	0.0000000000E+00	-8,0049291719E-04
144,0	10000,0	N 33° 32' 48,36925976"	W 84° 22' 0,16947776"	312,7286027803	144.00000000000	9999,9360775506	4,9709569794E-10	0.0000000000E+00	-6,3922449364E-02	1,5895434364E-10	0.0000000000E+00	-6,3922449364E-04
162,0	10000,0	N 33° 32' 2,31092085"	W 84° 23' 48,24003343"	312,7286027784	162.00000000000	9999,9121520519	-1,3686189959E-09	0.0000000000E+00	-8,7847948074E-02	-4,3763793390E-10	0.0000000000E+00	-8,7847948074E-04
180,0	10000,0	N 33° 31' 46,43434154"	W 84° 25' 48,0"	312,7286027794	180.00000000000	10000,2343004136	-4,3831960284E-10	0.0000000000E+00	2,3430041363E-01	-1,4015974201E-10	0.0000000000E+00	2,3430041363E-03
198,0	10000,0	N 33° 32' 2,31092085"	W 84° 27' 47.75996657"	312,7286027812	198.00000000000	9999,9121520499	1,4253487279E-09	0.0000000000E+00	-8,7847950112E-02	4,5577817803E-10	0.0000000000E+00	-8,7847950112E-04
216,0	10000,0	N 33° 32' 48,36925976"	W 84° 29' 35.83052224"	312,7286027794	216.00000000000	9999,9360775491	-4,3428372010E-10	0.0000000000E+00	-6,3922450878E-02	-1,3886920360E-10	0.0000000000E+00	-6,3922450878E-04
234,0	10000,0	N 33° 34' 0,12087447"	W 84° 31' 1,65244614"	312,7286027784	234.00000000000	9999,9199507090	-1,3608314475E-09	0.0000000000E+00	-8,0049291020E-02	-4,3514774006E-10	0.0000000000E+00	-8,0049291020E-04
252,0	10000,0	N 33° 35' 30.5593122"	W 84° 31' 56,83065823"	312,7286027812	252.00000000000	10000,1142401963	1,4391048353E-09	0.0000000000E+00	1,1424019630E-01	4,6017691459E-10	0.0000000000E+00	1,1424019630E-03
270,0	10000,0	N 33° 37' 10.83180168"	W 84° 32' 15.93353976"	312,7286027794	270.00000000000	10000,0729111852	-4,1688693393E-10	0.0000000000E+00	7,2911185231E-02	-1,3330716481E-10	0.0000000000E+00	7,2911185231E-04

(continua)

Tabela 5.2 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	N 33° 38' 51,14118922"	W 84° 31' 57,06700148"	312,7286027803	288,00000000000	10000,0549102035	5,2102677728E-10	0,0000000000E+00	5,4910203558E-02	1,6660669112E-10	0,0000000000E+00	5,4910203558E-04
306,0	10000,0	N 33° 40' 21,65677301"	W 84° 31' 2,03485033"	312,7286027813	306,00000000000	9999,9162282301	1,4583179109E-09	0,0000000000E+00	-8,3771769889E-02	4,6632060448E-10	0,0000000000E+00	-8,3771769889E-04
324,0	10000,0	N 33° 41' 33,51038851"	W 84° 29' 36,21292969"	312,7286027803	324,00000000000	9999,9073644016	5,3171334002E-10	0,0000000000E+00	-9,2635598441E-02	1,7002389142E-10	0,0000000000E+00	-9,2635598441E-04
342,0	10000,0	N 33° 42' 19,65124924"	W 84° 27' 47,99630746"	312,7286027794	342,00000000000	9999,8836100304	-3,9653968997E-10	0,0000000000E+00	-1,1638996960E-01	-1,2679994297E-10	0,0000000000E+00	-1,1638996960E-03
0,0	100000,0	N 34° 31' 16,33327661"	W 84° 25' 48,0,"	312,7286027796	0,00000000000	100000,0024374130	-2,0673951440E-10	0,0000000000E+00	2,4374137865E-03	-6,6108284487E-11	0,0000000000E+00	2,4374137865E-06
18,0	100000,0	N 34° 28' 35,87275542"	W 84° 5' 37,16319327"	312,7286027805	18,00000000000	100000,0069946020	7,1440808824E-10	0,0000000000E+00	6,9946022995E-03	2,2844347523E-10	0,0000000000E+00	6,9946022995E-06
36,0	100000,0	N 34° 20' 50,66237612"	W 83° 47' 28,35475327"	312,7286027805	36,00000000000	100000,0036136080	6,8473582360E-10	0,0000000000E+00	3,6136084236E-03	2,1895529143E-10	0,0000000000E+00	3,6136084236E-06
54,0	100000,0	N 34° 8' 47,48274852"	W 83° 33' 10,24970823"	312,7286027786	54,00000000000	99999,9995751554	-1,2244072423E-09	0,0000000000E+00	-4,2484456208E-04	-3,9152390647E-10	0,0000000000E+00	-4,2484456208E-07
72,0	100000,0	N 33° 53' 38,61031075"	W 83° 24' 6,74089101"	312,7286027795	72,00000000000	99999,9968303021	-3,5208813642E-10	0,0000000000E+00	-3,1696978258E-03	-1,1258584386E-10	0,0000000000E+00	-3,1696978258E-06
90,0	100000,0	N 33° 38' 54,18094839"	W 83° 21' 8,80211656"	312,7286027803	90,00000000000	99999,9990606204	5,1335291573E-10	0,0000000000E+00	-9,3937954807E-04	1,6415285048E-10	0,0000000000E+00	-9,3937954807E-07
108,0	100000,0	N 33° 20' 12,91763703"	W 83° 24' 30,42696581"	312,7286027803	108,00000000000	99999,9968850662	4,4690295908E-10	0,0000000000E+00	-3,1149337738E-03	1,4290440820E-10	0,0000000000E+00	-3,1149337738E-06
126,0	100000,0	N 33° 5' 12,33483262"	W 83° 33' 48,57989467"	312,7286027793	126,00000000000	100000,0032146740	-5,4473048294E-10	0,0000000000E+00	3,2146749436E-03	-1,7418633221E-10	0,0000000000E+00	3,2146749436E-06
144,0	100000,0	N 32° 53' 19,40352783"	W 83° 48' 6,68946157"	312,7286027801	144,00000000000	100000,0041135370	3,3855940273E-10	0,0000000000E+00	4,1135379579E-03	1,0825981369E-10	0,0000000000E+00	4,1135379579E-06
162,0	100000,0	N 32° 45' 42,48562577"	W 84° 6' 0,85815261"	312,7286027792	162,00000000000	100000,0075525750	-6,2374283516E-10	0,0000000000E+00	7,5525753200E-03	-1,9945180249E-10	0,0000000000E+00	7,5525753200E-06
180,0	100000,0	N 32° 43' 5,19291165"	W 84° 25' 48,0,"	312,7286027801	180,00000000000	100000,0027027220	2,9695002013E-10	0,0000000000E+00	2,7027226752E-03	9,4954544448E-11	0,0000000000E+00	2,7027226752E-06
198,0	100000,0	N 32° 45' 42,48562577"	W 84° 45' 35,14184739"	312,7286027792	198,00000000000	100000,0080289940	-6,2374283516E-10	0,0000000000E+00	8,0289941980E-03	-1,9945180249E-10	0,0000000000E+00	8,0289941980E-06
216,0	100000,0	N 32° 53' 19,40352783"	W 85° 3' 29,31058343"	312,7286027801	216,00000000000	100000,0041135360	3,3855940273E-10	0,0000000000E+00	4,1135362117E-03	1,0825981369E-10	0,0000000000E+00	4,1135362117E-06
234,0	100000,0	N 33° 5' 12,33483262"	W 85° 17' 47,42101533"	312,7286027793	234,00000000000	99999,9998975753	5,4473048294E-10	0,0000000000E+00	-1,0124663822E-04	-1,7418633221E-10	0,0000000000E+00	-1,0124663822E-07
252,0	100000,0	N 33° 20' 12,91763703"	W 85° 27' 5,57303419"	312,7286027803	252,00000000000	99999,9968850658	4,4690295908E-10	0,0000000000E+00	-3,1149341958E-03	1,4290440820E-10	0,0000000000E+00	-3,1149341958E-06
270,0	100000,0	N 33° 36' 54,18094839"	W 85° 30' 27,19788344"	312,7286027803	270,00000000000	99999,9990606179	5,1335291573E-10	0,0000000000E+00	-9,3938202190E-04	1,6415285048E-10	0,0000000000E+00	-9,3938202190E-07
288,0	100000,0	N 33° 53' 38,61031075"	W 85° 27' 29,25910899"	312,7286027804	288,00000000000	99999,9968303013	5,7923443819E-10	0,0000000000E+00	-3,16969868989E-03	1,8521952679E-10	0,0000000000E+00	-3,16969868989E-06
306,0	100000,0	N 34° 8' 47,48274852"	W 85° 18' 25,75029177"	312,7286027804	306,00000000000	99999,9995751509	6,3829475039E-10	0,0000000000E+00	-4,2484910227E-04	2,0410501141E-10	0,0000000000E+00	-4,2484910227E-07
324,0	100000,0	N 34° 20' 50,66237612"	W 85° 4' 7,64524674"	312,7286027805	324,00000000000	100000,0036136050	6,8473582360E-10	0,0000000000E+00	3,6136052222E-03	2,1895529143E-10	0,0000000000E+00	3,6136052222E-06
342,0	100000,0	N 34° 28' 35,87275542"	W 84° 45' 58,83680673"	312,7286027805	342,00000000000	100000,0069946000	7,1440808824E-10	0,0000000000E+00	6,9946009899E-03	2,2844347523E-10	0,0000000000E+00	6,9946009899E-06
0,0	1000000,0	N 42° 37' 42,09900964"	W 84° 25' 48,0,"	312,7286027809	0,00000000000	1000000,0127618200	1,0734311218E-09	0,0000000000E+00	1,2761827558E-02	3,4324668397E-10	0,0000000000E+00	1,2761827558E-06
18,0	1000000,0	N 42° 8' 3,11711863"	W 80° 42' 22,10531786"	312,7286027790	18,00000000000	1000000,0436167100	-8,2542328528E-10	0,0000000000E+00	4,3616716284E-02	-2,6394236982E-10	0,0000000000E+00	4,3616716284E-06
36,0	1000000,0	N 40° 43' 15,32714944"	W 77° 29' 10,87936943"	312,7286027798	36,00000000000	1000000,0131840700	-3,2002844819E-11	0,0000000000E+00	1,3184073381E-02	-1,0233424296E-11	0,0000000000E+00	1,3184073381E-06
54,0	1000000,0	N 38° 34' 34,36687981"	W 75° 8' 42,75016714"	312,7286027813	54,00000000000	999999,9813283190	1,5310774870E-09	0,0000000000E+00	-1,8671680591E-02	4,8958664906E-10	0,0000000000E+00	-1,8671680591E-06
72,0	1000000,0	N 35° 57' 34,63537641"	W 73° 52' 19,31711597"	312,7286027809	72,00000000000	999999,9663543150	1,0402345652E-09	0,0000000000E+00	-3,3645684249E-02	3,3263173113E-10	0,0000000000E+00	-3,3645684249E-06
90,0	1000000,0	N 33° 9' 16,86591311"	W 73° 41' 32,30796372"	312,7286027793	90,00000000000	999999,9937022680	-5,2830273489E-10	0,0000000000E+00	-6,2977318885E-03	-1,6893329558E-10	0,0000000000E+00	-6,2977318885E-07
108,0	1000000,0	N 30° 26' 5,3098382"	W 74° 31' 14,04294577"	312,7286027814	108,00000000000	999999,9718506160	1,5888872440E-09	0,0000000000E+00	-2,8149383608E-02	5,0807224855E-10	0,0000000000E+00	-2,8149383608E-06
126,0	1000000,0	N 28° 2' 36,00619567"	W 76° 12' 23,6424374"	312,7286027799	126,00000000000	1000000,4364632100	5,5649707065E-11	0,0000000000E+00	4,3646321993E-01	1,7794888785E-11	0,0000000000E+00	4,3646321993E-05

(continua)

Tabela 5.2 - Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	N 26° 10' 54,81633545"	W 78° 33' 46,92874886"	312,7286027794	144,000000000000	1000000,0626731900	-3,9557335185E-10	0,0000000000E+00	6,2673193403E-02	-1,2649094081E-10	0,0000000000E+00	6,2673193403E-06
162,0	1000000,0	N 25° 0' 7,17216451"	W 81° 22' 46,12297128"	312,7286027791	162,000000000000	1000000,0987745500	-6,6705752033E-10	0,0000000000E+00	9,8774559214E-02	-2,130236966E-10	0,0000000000E+00	9,8774559214E-06
180,0	1000000,0	N 24° 35' 52,78249795"	W 84° 25' 48,"	312,7286027781	180,000000000000	1000000,0404692800	-1,688079009E-09	0,0000000000E+00	4,0469283238E-02	-5,3979041089E-10	0,0000000000E+00	4,0469283238E-06
198,0	1000000,0	N 25° 0' 7,17216451"	W 87° 28' 49,87702872"	312,7286027791	198,000000000000	1000000,0987745500	-6,6705752033E-10	0,0000000000E+00	9,8774557817E-02	-2,130236966E-10	0,0000000000E+00	9,8774557817E-06
216,0	1000000,0	N 26° 10' 54,81633545"	W 90° 17' 49,07125114"	312,7286027813	216,000000000000	1000000,0626731900	1,4670717974E-09	0,0000000000E+00	6,2673191773E-02	4,6911980047E-10	0,0000000000E+00	6,2673191773E-06
234,0	1000000,0	N 28° 2' 36,00619567"	W 92° 39' 12,3575626"	312,7286027789	234,000000000000	1000000,0133158900	-8,7567286755E-10	0,0000000000E+00	1,3315898133E-02	-2,8001048186E-10	0,0000000000E+00	1,3315898133E-06
252,0	1000000,0	N 30° 26' 5,3098382"	W 94° 20' 21,95705423"	312,7286027805	252,000000000000	999999,9718506120	6,5756466938E-10	0,0000000000E+00	-2,8149387217E-02	2,1026687791E-10	0,0000000000E+00	-2,8149387217E-06
270,0	1000000,0	N 33° 9' 16,86591311"	W 95° 10' 3,69203628"	312,7286027784	270,000000000000	999999,9887265820	-1,4596253095E-09	0,0000000000E+00	-1,1273417855E-02	-4,6673866622E-10	0,0000000000E+00	-1,1273417855E-06
288,0	1000000,0	N 35° 34,63537641"	W 94° 59' 16,68288403"	312,7286027809	288,000000000000	999999,9663543150	1,0402345652E-09	0,0000000000E+00	-3,3645684598E-02	3,3263173113E-10	0,0000000000E+00	-3,3645684598E-06
306,0	1000000,0	N 38° 34' 34,36687981"	W 93° 42' 53,24983286"	312,7286027795	306,000000000000	999999,9813283160	-3,3156766222E-10	0,0000000000E+00	-1,8671683501E-02	-1,0602409222E-10	0,0000000000E+00	-1,8671683501E-06
324,0	1000000,0	N 40° 43' 15,32714944"	W 91° 22' 25,12063057"	312,7286027798	324,000000000000	1000000,0131840600	-3,2002844819E-11	0,0000000000E+00	1,3184069539E-02	-1,0233424296E-11	0,0000000000E+00	1,3184069539E-06
342,0	1000000,0	N 42° 8' 3,111711863"	W 88° 9' 13,89468214"	312,7286027808	342,000000000000	1000000,0436167200	1,0372218640E-09	0,0000000000E+00	4,3616720010E-02	3,3166837147E-10	0,0000000000E+00	4,3616720010E-06
0,0	10000000,0	N 56° 40' 7,52769397"	E 95° 34' 12,0,"	312,7286027812	0,000000000000	9999999,2467673500	1,4262582226E-09	0,0000000000E+00	-7,5323264860E-01	4,5606900359E-10	0,0000000000E+00	-7,5323264860E-06
18,0	1000000,0	N 52° 39' 44,36719380"	E 65° 4' 58,14743177"	312,7286027802	18,000000000000	9999999,9662645800	4,2268766265E-10	0,0000000000E+00	-1,037354187E+00	1,3516117774E-10	0,0000000000E+00	-1,037354187E-05
36,0	1000000,0	N 42° 38' 31,90107873"	E 42° 45' 45,66503095"	312,7286027781	36,000000000000	9999999,0451662100	-1,7196271074E-09	0,0000000000E+00	-5,9483378135E-01	-5,4987842241E-10	0,0000000000E+00	-9,5483378135E-06
54,0	1000000,0	N 29° 33' 39,88481494"	E 27° 21' 22,85129726"	312,7286027802	54,000000000000	9999999,3922144700	4,3644377001E-10	0,0000000000E+00	-6,0778552480E-01	1,3955991429E-10	0,0000000000E+00	-6,0778552480E-06
72,0	1000000,0	N 15° 5' 25,77610436"	E 15° 38' 44,46421998"	312,7286027804	72,000000000000	9999999,8291835500	5,7190163716E-10	0,0000000000E+00	-1,7081644200E-01	1,8287474537E-10	0,0000000000E+00	-1,7081644200E-06
90,0	1000000,0	N 0° 4' 13,47444299"	E 5° 27' 50,7746435"	312,7286027800	90,000000000000	9999999,9088904300	2,1935875338E-10	0,0000000000E+00	-9,1109570116E-02	7,0134890949E-11	0,0000000000E+00	-9,1109570116E-07
108,0	1000000,0	S 14° 57' 22,85827063"	W 4° 42' 15,83225273"	312,7286027822	108,000000000000	1000000,02481293000	2,4232917895E-09	0,0000000000E+00	2,4812933616E-01	7,7488652075E-10	0,0000000000E+00	2,4812933616E-06
126,0	1000000,0	S 29° 26' 45,34121169"	W 16° 22' 38,88002946"	312,7286027802	126,000000000000	1000000,04745649000	4,0733993956E-10	0,0000000000E+00	4,7456492297E-01	1,3025349646E-10	0,0000000000E+00	4,7456492297E-06
144,0	1000000,0	S 42° 33' 17,81643821"	W 31° 43' 39,44625249"	312,7286027809	144,000000000000	1000000,09152663000	1,0684289009E-09	0,0000000000E+00	9,1526631825E-01	3,4164732340E-10	0,0000000000E+00	9,1526631825E-06
162,0	1000000,0	S 52° 36' 14,86374936"	W 53° 59' 14,92326198"	312,7286027793	162,000000000000	1000000,06688483000	-4,9794834922E-10	0,0000000000E+00	9,6884839050E-01	-1,5922699260E-10	0,0000000000E+00	9,6884839050E-06
180,0	1000000,0	S 56° 37' 28,21806302"	W 84° 25' 48,"	312,7286027794	180,000000000000	1000000,08175617000	-4,2587089411E-10	0,0000000000E+00	8,1756173074E-01	-1,3617906719E-10	0,0000000000E+00	8,1756173074E-06
198,0	1000000,0	S 52° 36' 14,86374936"	W 114° 52' 21,07673802"	312,7286027793	198,000000000000	1000000,09688483000	-4,9794834922E-10	0,0000000000E+00	9,6884839237E-01	-1,5922699260E-10	0,0000000000E+00	9,6884839237E-06
216,0	1000000,0	S 42° 33' 17,81643821"	W 137° 7' 56,55374751"	312,7286027799	216,000000000000	1000000,09152663000	1,3710632629E-10	0,0000000000E+00	9,1526631825E-01	4,3841952758E-11	0,0000000000E+00	9,1526631825E-06
234,0	1000000,0	S 29° 26' 45,34121169"	W 152° 28' 57,11997054"	312,7286027793	234,000000000000	1000000,04745649000	-5,2392579164E-10	0,0000000000E+00	4,7456491739E-01	-1,6753369758E-10	0,0000000000E+00	4,7456491739E-06
252,0	1000000,0	S 14° 57' 22,85827063"	W 164° 9' 20,16774727"	312,7286027804	252,000000000000	1000000,02481293000	5,6064664022E-10	0,0000000000E+00	2,4812935293E-01	1,7927577946E-10	0,0000000000E+00	2,4812935293E-06
270,0	1000000,0	N 0° 4' 13,47444299"	W 174° 19' 26,7746435"	312,7286027800	270,000000000000	9999999,9088904200	2,1935875338E-10	0,0000000000E+00	-9,1109575704E-02	7,0143489094E-11	0,0000000000E+00	-9,1109575704E-07
288,0	1000000,0	N 15° 5' 25,77610436"	E 175° 29' 39,53578002"	312,7286027795	288,000000000000	9999999,8291835500	-3,5942093746E-10	0,0000000000E+00	-1,7081644572E-01	-1,1493062491E-10	0,0000000000E+00	-1,7081644572E-06
306,0	1000000,0	N 29° 33' 39,85426034"	E 163° 47' 1,10586598"	312,7286027802	306,000000000000	1000000,08804874000	4,3644377001E-10	0,0000000000E+00	8,8048749603E-01	1,3955991429E-10	0,0000000000E+00	8,8048749603E-06
324,0	1000000,0	N 42° 38' 31,90107873"	E 148° 22' 38,33496905"	312,7286027800	324,000000000000	9999999,0451662200	1,4301804185E-10	0,0000000000E+00	-9,5483377390E-01	4,5732318880E-11	0,0000000000E+00	-9,5483377390E-06
342,0	1000000,0	N 52° 39' 44,36719380"	E 126° 3' 25,85256823"	312,7286027802	342,000000000000	9999998,9662645800	4,2268766265E-10	0,0000000000E+00	-1,037354168E+00	1,3516117774E-10	0,0000000000E+00	-1,037354168E-05

TABELA 5.3 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO EBBR, m=10, n=10

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	N 50° 54' 0.03235303"	W 4° 29' 0.0"	1524,0185320666	0,0000012100	1,0000042688	1,2100827007E-09	1,2100000000E-06	4,2688334361E-06	7,9400786490E-11	0,000000000E+00	4,2688334361E-04
18,0	1,0	N 50° 54' 0.03076873"	W 4° 28' 59,98419062"	1524,0185320656	18,0000000100	0,9999849832	2,7898749977E-10	1,0000000000E-08	-1,5016761608E-05	1,8306043785E-11	5,55555555556E-08	-1,5016761608E-03
36,0	1,0	N 50° 54' 0.02617361"	W 4° 28' 59,96992858"	1524,0185320647	35,9999999700	0,9999879469	-6,5233507485E-10	-3,0000000000E-08	-1,2053060345E-05	-4,2803618271E-11	-8,3333333333E-08	-1,2053060345E-03
54,0	1,0	N 50° 54' 0.01901648"	W 4° 28' 59,95860972"	1524,0185320647	54,0000000000	0,9999960523	-6,5278982220E-10	0,0000000000E+00	-3,9477017708E-06	-4,2833456973E-11	0,0000000000E+00	-3,9477017708E-04
72,0	1,0	N 50° 54' 0.00999759"	W 4° 28' 59,95134262"	1524,0185320647	72,0000000000	1,0000033665	-6,5233507485E-10	0,0000000000E+00	3,3664982766E-06	-4,2803618271E-11	0,0000000000E+00	3,3664982766E-04
90,0	1,0	N 50° 54' 0.0"	W 4° 28' 59,94883881"	1524,0185320647	89,9999999900	1,0000100324	-6,5233507485E-10	-1,0000000000E-08	1,0032402769E-05	-4,2803618271E-11	-1,1111111111E-08	1,0032402769E-03
108,0	1,0	N 50° 53' 59,9900024"	W 4° 28' 59,95134262"	1524,0185320666	107,9999999300	1,0000033671	1,2100827007E-09	-7,0000000000E-08	3,3670803532E-06	7,9400786490E-11	-6,4814814815E-08	3,3670803532E-04
126,0	1,0	N 50° 53' 59,98098351"	W 4° 28' 59,95860973"	1524,0185320656	125,9999999700	0,9999960525	2,7898749977E-10	-3,0000000000E-08	-3,9474689402E-06	1,8306043785E-11	-2,3809523810E-08	-3,9474689402E-04
144,0	1,0	N 50° 53' 59,97382639"	W 4° 28' 59,96992859"	1524,0185320647	143,9999999600	0,9999879459	-6,5233507485E-10	-4,0000000000E-08	-1,2054108083E-05	-4,2803618271E-11	-2,7777777778E-08	-1,2054108083E-03
162,0	1,0	N 50° 53' 59,96923127"	W 4° 28' 59,98419063"	1524,0185320656	161,9999999900	0,9999849842	2,7876012609E-10	-1,0000000000E-08	-1,5015830286E-05	1,8291124434E-11	-6,1728395062E-09	-1,5015830286E-03
180,0	1,0	N 50° 53' 59,96764697"	W 4° 29' 0.0"	1524,0185320666	179,9999987900	1,0000042694	1,2100827007E-09	-1,2100000000E-06	4,2694155127E-06	7,9400786490E-11	-6,7222222222E-07	4,2694155127E-04
198,0	1,0	N 50° 53' 59,96923127"	W 4° 29' 0.01580937"	1524,0185320647	198,0000000000	0,9999849834	-6,5233507485E-10	0,0000000000E+00	-1,5016645193E-05	-4,2803618271E-11	0,0000000000E+00	-1,5016645193E-03
216,0	1,0	N 50° 53' 59,97382639"	W 4° 29' 0.03007141"	1524,0185320675	215,9999999700	0,9999879447	2,1414052753E-09	-3,0000000000E-08	-1,2055272236E-05	1,4051044855E-10	-1,388888889E-08	-1,2055272236E-03
234,0	1,0	N 50° 53' 59,98098351"	W 4° 29' 0.04139027"	1524,0185320656	234,0000000000	0,9999960517	2,7876012609E-10	0,0000000000E+00	-3,9483129513E-06	1,8291124434E-11	0,0000000000E+00	-3,9483129513E-04
252,0	1,0	N 50° 53' 59,9900024"	W 4° 29' 0.04865738"	1524,0185320666	252,00000000700	1,0000033663	1,2100827007E-09	7,0000000000E-08	3,3663236536E-06	7,9400786490E-11	2,7777777778E-08	3,3663236536E-04
270,0	1,0	N 50° 54' 0.0"	W 4° 29' 0.05116119"	1524,0185320647	270,0000000600	1,0000100318	-6,5233507485E-10	6,0000000000E-08	1,0031773971E-05	-4,2803618271E-11	2,2222222222E-08	1,0031773971E-03
288,0	1,0	N 50° 54' 0.00999759"	W 4° 29' 0.04865738"	1524,0185320656	288,0000000200	1,0000033653	2,7876012609E-10	2,0000000000E-08	3,3653341234E-06	1,8291124434E-11	6,9444444444E-09	3,3653341234E-04
306,0	1,0	N 50° 54' 0.01901648"	W 4° 29' 0.04139028"	1524,0185320647	306,0000000700	0,9999960518	-6,5233507485E-10	7,0000000000E-08	-3,9481674321E-06	-4,2803618271E-11	2,2875816993E-08	-3,9481674321E-04
324,0	1,0	N 50° 54' 0,02617361"	W 4° 29' 0.03007142"	1524,0185320666	324,0000000300	0,9999879473	1,2100827007E-09	3,0000000000E-08	-1,2052711099E-05	7,9400786490E-11	9,2592592593E-09	-1,2052711099E-03
342,0	1,0	N 50° 54' 0,03076873"	W 4° 29' 0.01580938"	1524,0185320656	342,0000000300	0,9999849834	2,7898749977E-10	3,0000000000E-08	-1,5016645193E-05	1,8306043785E-11	8,7719298246E-09	-1,5016645193E-03
0,0	10,0	N 50° 54' 0,32353035"	W 4° 29' 0.0"	1524,0185320666	0,0000008500	10,0000426525	1,2100827007E-09	8,5000000000E-07	-4,2652478442E-05	7,9400786490E-11	0,0000000000E+00	4,2652478442E-04
18,0	10,0	N 50° 54' 0,30768725"	W 4° 28' 59,84190596"	1524,0185320638	18,0000000000	9,9998498446	-1,5836576495E-09	0,0000000000E+00	-1,5015539248E-04	-1,0391328033E-10	0,0000000000E+00	-1,5015539248E-03
36,0	10,0	N 50° 54' 0,26173602"	W 4° 28' 59,6992854"	1524,0185320656	36,0000000000	9,9998794569	2,7876012609E-10	0,0000000000E+00	-1,2054311810E-04	1,8291124434E-11	0,0000000000E+00	-1,2054311810E-03
54,0	10,0	N 50° 54' 0,19016465"	W 4° 28' 59,58609675"	1524,0185320666	54,0000000000	9,9999605032	1,2103100744E-09	0,0000000000E+00	-3,9496779209E-05	7,9415705841E-11	0,0000000000E+00	-3,9496779209E-04
72,0	10,0	N 50° 54' 0,09997569"	W 4° 28' 59,51342591"	1524,0185320647	72,0000000000	10,0000336408	-6,5278982200E-10	0,0000000000E+00	3,3640768379E-05	-4,2833456973E-11	0,0000000000E+00	3,3640768379E-04
90,0	10,0	N 50° 53' 59,99999969"	W 4° 28' 59,48838813"	1524,0185320638	90,0000000000	10,0001002943	-1,5841123968E-09	0,0000000000E+00	1,0029432689E-04	-1,0394311903E-10	0,0000000000E+00	1,0029432689E-03
108,0	10,0	N 50° 53' 59,90002375"	W 4° 28' 59,51342648"	1524,0185320647	108,0000000000	10,0000336896	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	3,3689604606E-05	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	3,3689604606E-04
126,0	10,0	N 50° 53' 59,80983494"	W 4° 28' 59,56609769"	1524,0185320647	126,0000000000	9,9999605385	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	-3,9461534470E-05	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	-3,9461534470E-04
144,0	10,0	N 50° 53' 59,73826376"	W 4° 28' 59,69928634"	1524,0185320656	144,0000000000	9,9998794661	2,7876012609E-10	0,0000000000E+00	-1,2053392129E-04	1,8291124434E-11	0,0000000000E+00	-1,2053392129E-03
162,0	10,0	N 50° 53' 59,69231269"	W 4° 28' 59,84190654"	1524,0185320647	162,0000000000	9,9998498436	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	-1,5015644021E-04	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	-1,5015644021E-03
180,0	10,0	N 50° 53' 59,67646965"	W 4° 29' 0.0"	1524,0185320656	180,0000000000	10,0000427240	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	4,2723957449E-05	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	4,2723957449E-04
198,0	10,0	N 50° 53' 59,69231269"	W 4° 29' 0,15809346"	1524,0185320656	198,0000000000	9,9998498433	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	-1,5015667304E-04	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	-1,5015667304E-03

Tabela 5.3 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	N 50° 53' 59,73826376"	W 4° 29' 0,30071366"	1524,0185320656	216,0000000000	9,9998794649	2,7876012609E-10	0,0000000000E+00	-1,2053514365E-04	1,8291124434E-11	0,0000000000E+00	-1,2053514365E-03
234,0	10,0	N 50° 53' 59,80983494"	W 4° 29' 0,41390231"	1524,0185320647	234,0000000000	9,9999605376	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	-3,9462407585E-05	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	-3,9462407585E-04
252,0	10,0	N 50° 53' 59,90002375"	W 4° 29' 0,48657352"	1524,0185320647	252,0000000000	10,0000336893	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	3,3689313568E-05	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	3,3689313568E-04
270,0	10,0	N 50° 53' 59,99999969"	W 4° 29' 0,51161187"	1524,0185320656	270,0000000000	10,000102938	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	1,0029380494E-04	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	1,0029380494E-03
288,0	10,0	N 50° 54' 0,09997569"	W 4° 29' 0,48657409"	1524,0185320656	288,0000000000	10,0000336402	2,7853275242E-10	0,0000000000E+00	3,3640186302E-05	1,8276205083E-11	0,0000000000E+00	3,3640186302E-04
306,0	10,0	N 50° 54' 0,19016465"	W 4° 29' 0,41390325"	1524,0185320647	306,0000000000	9,9999605021	-6,5256244852E-10	0,0000000000E+00	-3,9497885155E-05	-4,2818537622E-11	0,0000000000E+00	-3,9497885155E-04
324,0	10,0	N 50° 54' 0,26173602"	W 4° 29' 0,3007146"	1524,0185320647	324,0000000000	9,9998794597	-6,5233507485E-10	0,0000000000E+00	-1,2054026593E-04	-4,2803618271E-11	0,0000000000E+00	-1,2054026593E-03
342,0	10,0	N 50° 54' 0,30768725"	W 4° 29' 0,15809404"	1524,0185320666	342,0000000000	9,9998498450	1,2100827007E-09	0,0000000000E+00	-1,5015504323E-04	7,9400786490E-11	0,0000000000E+00	-1,5015504323E-03
0,0	100,0	N 50° 54' 3,23530316"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320656	0,0000008500	100,0004233544	2,7830537874E-10	8,5000000000E-07	4,2335444596E-04	1,8261285732E-11	0,0000000000E+00	4,2335444596E-04
18,0	100,0	N 50° 54' 3,07686954"	W 4° 28' 58,41903361"	1524,0185320647	18,0000000000	99,9984984628	-6,5301719587E-10	0,0000000000E+00	-1,5015371608E-03	-4,2848376324E-11	0,0000000000E+00	-1,5015371608E-03
36,0	100,0	N 50° 54' 2,61735032"	W 4° 28' 56,99281199"	1524,0185320675	36,0000000000	99,9987942310	2,1409505280E-09	0,0000000000E+00	-1,2057689601E-03	1,4048060984E-10	0,0000000000E+00	-1,2057689601E-03
54,0	100,0	N 50° 54' 1,90162812"	W 4° 28' 55,86092549"	1524,0185320675	54,0000000000	99,9996034591	2,1411779016E-09	0,0000000000E+00	-3,9654091233E-04	1,4049552919E-10	0,0000000000E+00	-3,9654091233E-04
72,0	100,0	N 50° 54' 0,9997316"	W 4° 28' 55,1342331"	1524,0185320656	72,0000000000	100,0003342306	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	3,3423060086E-04	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	3,3423060086E-04
90,0	100,0	N 50° 53' 59,99996895"	W 4° 28' 54,8838813"	1524,0185320666	90,0000000000	100,0010001891	1,2100827007E-09	0,0000000000E+00	1,001891052E-03	7,9400786490E-11	0,0000000000E+00	1,001891052E-03
108,0	100,0	N 50° 53' 59,00021215"	W 4° 28' 55,13429083"	1524,0185320656	108,0000000000	100,00003390759	2,7876012609E-10	0,0000000000E+00	3,3907586476E-04	1,8291124434E-11	0,0000000000E+00	3,3907586476E-04
126,0	100,0	N 50° 53' 58,098331"	W 4° 28' 55,8610189"	1524,0185320656	126,0000000000	99,9996069521	2,7944224712E-10	0,0000000000E+00	-3,9304787060E-04	1,8335882487E-11	0,0000000000E+00	-3,9304787060E-04
144,0	100,0	N 50° 53' 57,38262779"	W 4° 28' 56,99290539"	1524,0185320666	144,0000000000	99,9987950160	1,2105374481E-09	0,0000000000E+00	-1,2049840298E-03	7,9430625192E-11	0,0000000000E+00	-1,2049840298E-03
162,0	100,0	N 50° 53' 56,92312392"	W 4° 28' 58,41909134"	1524,0185320638	162,0000000000	99,9984984216	-1,5832029021E-09	0,0000000000E+00	-1,5015783720E-03	-1,0388344162E-10	0,0000000000E+00	-1,5015783720E-03
180,0	100,0	N 50° 53' 56,76469617"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320656	180,0000000000	100,0004304197	2,7944224712E-10	0,0000000000E+00	4,3041969184E-04	1,8335882487E-11	0,0000000000E+00	4,3041969184E-04
198,0	100,0	N 50° 53' 56,92312392"	W 4° 29' 1,58090866"	1524,0185320647	198,0000000000	99,9984984199	-6,5142558014E-10	0,0000000000E+00	-1,5015801182E-03	-4,2743940867E-11	0,0000000000E+00	-1,5015801182E-03
216,0	100,0	N 50° 53' 57,38262779"	W 4° 29' 3,00709461"	1524,0185320656	216,0000000000	99,9987950153	2,7944224712E-10	0,0000000000E+00	-1,2049846700E-03	1,8335882487E-11	0,0000000000E+00	-1,2049846700E-03
234,0	100,0	N 50° 53' 58,098331"	W 4° 29' 4,1389811"	1524,0185320656	234,0000000000	99,9996069517	2,7944224712E-10	0,0000000000E+00	-3,9304827806E-04	1,8335882487E-11	0,0000000000E+00	-3,9304827806E-04
252,0	100,0	N 50° 53' 59,00021215"	W 4° 29' 4,86570917"	1524,0185320656	252,0000000000	100,0003390759	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	3,3907586476E-04	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	3,3907586476E-04
270,0	100,0	N 50° 53' 59,99996895"	W 4° 29' 5,1161187"	1524,0185320638	270,0000000000	100,0010001885	-1,5836576495E-09	0,0000000000E+00	1,0001884837E-03	-1,0391328033E-10	0,0000000000E+00	1,0001884837E-03
288,0	100,0	N 50° 54' 0,9997316"	W 4° 29' 4,86576691"	1524,0185320666	288,0000000000	100,0003342306	1,2098553270E-09	0,0000000000E+00	3,42420360086E-04	7,9385867139E-11	0,0000000000E+00	3,42420360086E-04
306,0	100,0	N 50° 54' 1,90162812"	W 4° 29' 4,13907451"	1524,0185320647	306,0000000000	99,9996034591	-6,5278982220E-10	0,0000000000E+00	-3,9654094144E-04	-4,2833456973E-11	0,0000000000E+00	-3,9654094144E-04
324,0	100,0	N 50° 54' 2,61735032"	W 4° 29' 3,00718801"	1524,0185320675	324,0000000000	99,9987942306	2,1409505280E-09	0,0000000000E+00	-1,2057694257E-03	1,4048060984E-10	0,0000000000E+00	-1,2057694257E-03
342,0	100,0	N 50° 54' 3,07686954"	W 4° 29' 1,58096639"	1524,0185320647	342,0000000000	99,9984984612	-6,5301719587E-10	0,0000000000E+00	-1,5015387908E-03	-4,2848376324E-11	0,0000000000E+00	-1,5015387908E-03
0,0	1000,0	N 50° 54' 32,35300156"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320666	0,00000012100	1000,0039176649	1,2037162378E-09	1,2100000000E-06	3,9176648716E-03	-1,0391328033E-10	0,0000000000E+00	3,9176648716E-04
18,0	1000,0	N 50° 54' 30,76840131"	W 4° 28' 44,18773777"	1524,0185320656	18,0000000000	999,9849885086	2,72393366318E-10	0,0000000000E+00	-1,5011491370E-02	1,7873382603E-11	0,0000000000E+00	-1,5011491370E-03
36,0	1000,0	N 50° 54' 26,17251773"	W 4° 28' 29,92391585"	1524,0185320656	36,0000000000	999,9879090033	2,7353053156E-10	0,0000000000E+00	-1,2090996723E-02	1,7947979359E-11	0,0000000000E+00	-1,2090996723E-03
54,0	1000,0	N 50° 54' 19,01444129"	W 4° 28' 18,60505123"	1524,0185320656	54,0000000000	999,9958794483	2,7512214729E-10	0,0000000000E+00	-4,1205517191E-03	1,8052414816E-11	0,0000000000E+00	-4,1205517191E-04

Tabela 5.3 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	N 50° 54' 9,99478496"	W 4° 28' 11,33973343"	1524,0185320647	72,0000000000	1000,0031263079	-6,5460881160E-10	0,0000000000E+00	3,1263078563E-03	-4,2952811782E-11	0,0000000000E+00	3,1263078563E-04
90,0	1000,0	N 50° 53' 59,99689458"	W 4° 28' 8,8388136"	1524,0185320656	90,0000000000	1000,0097285950	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	9,7285950069E-03	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	9,7285950069E-04
108,0	1000,0	N 50° 53' 49,99959086"	W 4° 28' 11,34550643"	1524,0185320656	108,0000000000	1000,0036108254	2,8103386285E-10	0,0000000000E+00	3,6108253989E-03	1,8440317945E-11	0,0000000000E+00	3,6108253989E-04
126,0	1000,0	N 50° 53' 40,98147058"	W 4° 28' 18,61439206"	1524,0185320656	126,0000000000	999,9962287363	2,8262547858E-10	0,0000000000E+00	-3,7712637277E-03	1,8544753402E-11	0,0000000000E+00	-3,7712637277E-04
144,0	1000,0	N 50° 53' 33,82529281"	W 4° 28' 29,93325644"	1524,0185320675	144,0000000000	999,9879875267	2,1468622435E-09	0,0000000000E+00	-1,2012473308E-02	1,4086851297E-10	0,0000000000E+00	-1,2012473308E-03
162,0	1000,0	N 50° 53' 29,23094521"	W 4° 28' 44,1935105"	1524,0185320647	162,0000000000	999,9849843837	-6,4596861193E-10	0,0000000000E+00	-1,5015616314E-02	-4,2385876441E-11	0,0000000000E+00	-1,5015616314E-03
180,0	1000,0	N 50° 53' 27,64693164"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320656	180,0000000000	1000,0046241527	2,8535396268E-10	0,0000000000E+00	4,6241526725E-03	1,8723785615E-11	0,0000000000E+00	4,6241526725E-04
198,0	1000,0	N 50° 53' 29,23094521"	W 4° 29' 15,8064895"	1524,0185320647	198,0000000000	999,9849843830	-6,4642335929E-10	0,0000000000E+00	-1,5015617013E-02	-4,2415715143E-11	0,0000000000E+00	-1,5015617013E-03
216,0	1000,0	N 50° 53' 33,82529281"	W 4° 29' 30,06674356"	1524,0185320656	216,0000000000	999,9879875272	2,8421709430E-10	0,0000000000E+00	-1,2012472842E-02	1,8649188860E-11	0,0000000000E+00	-1,2012472842E-03
234,0	1000,0	N 50° 53' 40,98147058"	W 4° 29' 41,38560794"	1524,0185320656	234,0000000000	999,9962287362	2,8262547858E-10	0,0000000000E+00	-3,7712637568E-03	1,8544753402E-11	0,0000000000E+00	-3,7712637568E-04
252,0	1000,0	N 50° 53' 49,99959086"	W 4° 29' 48,65449357"	1524,0185320647	252,0000000000	1000,0036108256	-6,5028871177E-10	0,0000000000E+00	3,6108256318E-03	-4,2669344111E-11	0,0000000000E+00	3,6108256318E-04
270,0	1000,0	N 50° 53' 59,99689458"	W 4° 29' 51,1611864"	1524,0185320666	270,0000000000	1000,0097285944	1,2100827007E-09	0,0000000000E+00	9,7285944074E-03	7,9400786490E-11	0,0000000000E+00	9,7285944074E-04
288,0	1000,0	N 50° 54' 9,99478496"	W 4° 29' 48,66026657"	1524,0185320647	288,0000000000	1000,0031263081	-6,5460881160E-10	0,0000000000E+00	3,1263080891E-03	-4,2952811782E-11	0,0000000000E+00	3,1263080891E-04
306,0	1000,0	N 50° 54' 19,01444129"	W 4° 29' 41,39494877"	1524,0185320656	306,0000000000	999,9958794474	2,7512214729E-10	0,0000000000E+00	-4,1205525631E-02	1,8052414816E-11	0,0000000000E+00	-4,1205525631E-04
324,0	1000,0	N 50° 54' 26,17251773"	W 4° 29' 30,07608415"	1524,0185320647	324,0000000000	999,9879090029	-6,5779204306E-10	0,0000000000E+00	-1,2090997130E-02	-4,3161682697E-11	0,0000000000E+00	-1,2090997130E-03
342,0	1000,0	N 50° 54' 30,76840131"	W 4° 29' 15,81226223"	1524,0185320647	342,0000000000	999,9849885083	-6,5870153776E-10	0,0000000000E+00	-1,5011491720E-02	-4,3221360102E-11	0,0000000000E+00	-1,5011491720E-03
0,0	10000,0	N 50° 23,52701008"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320656	0,0000000000	10000,0094199329	2,1373125492E-10	0,0000000000E+00	9,4199329615E-03	1,4024190023E-11	0,0000000000E+00	9,4199329615E-05
18,0	10000,0	N 50° 59' 7,65507312"	W 4° 26' 21,61670983"	1524,0185320656	18,0000000000	9999,8693003793	2,1714186005E-10	0,0000000000E+00	-1,3069962070E-01	1,4247980289E-11	0,0000000000E+00	-1,3069962070E-03
36,0	10000,0	N 50° 58' 21,62645166"	W 4° 23' 58,81807891"	1524,0185320656	36,0000000000	9999,8775915220	2,2646418074E-10	0,0000000000E+00	-1,2240847800E-01	1,4859673684E-11	0,0000000000E+00	-1,2240847800E-03
54,0	10000,0	N 50° 57' 9,96017189"	W 4° 22' 5,62986668"	1524,0185320656	54,0000000000	9999,9451116678	2,4056134862E-10	0,0000000000E+00	-5,4888332204E-02	1,5784673451E-11	0,0000000000E+00	-5,4888332204E-04
72,0	10000,0	N 50° 55' 39,69456176"	W 4° 20' 53,13787838"	1524,0185320656	72,0000000000	10000,0114951266	2,5897861633E-10	0,0000000000E+00	1,1495126644E-02	1,6993140889E-11	0,0000000000E+00	1,1495126644E-04
90,0	10000,0	N 50° 53' 59,68945862"	W 4° 20' 28,3887582"	1524,0185320656	90,0000000000	10000,0717882922	2,7898749977E-10	0,0000000000E+00	7,1788292240E-02	1,8306043785E-11	0,0000000000E+00	7,1788292240E-04
108,0	10000,0	N 50° 52' 19,74302071"	W 4° 20' 53,71517602"	1524,0185320647	108,0000000000	10000,0599468486	-6,3209881773E-10	0,0000000000E+00	5,9946848662E-02	-4,1475796024E-11	0,0000000000E+00	5,9946848662E-04
126,0	10000,0	N 50° 50' 49,63101507"	W 4° 22' 6,56394889"	1524,0185320657	126,0000000000	9999,9800405448	3,1695890357E-10	0,0000000000E+00	-1,9959455240E-02	2,0797575417E-11	0,0000000000E+00	-1,9959455240E-04
144,0	10000,0	N 50° 49' 38,15460172"	W 4° 23' 59,75214009"	1524,0185320647	144,0000000000	9999,8854437855	-6,0049387685E-10	0,0000000000E+00	-1,1455621454E-01	-3,9402006223E-11	0,0000000000E+00	-1,1455621454E-03
162,0	10000,0	N 50° 48' 52,28010962"	W 4° 26' 22,19425937"	1524,0185320638	162,0000000000	9999,8516931750	-1,5227215044E-09	0,0000000000E+00	-1,483062497E-01	-9,9914894236E-11	0,0000000000E+00	-1,483062497E-03
180,0	10000,0	N 50° 48' 36,46630936"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320648	180,0000000000	10000,0800685393	-5,8844307205E-10	0,0000000000E+00	8,0068539362E-02	-3,8611280615E-11	0,0000000000E+00	8,0068539362E-04
198,0	10000,0	N 50° 48' 52,28010962"	W 4° 31' 37,80574063"	1524,0185320657	198,0000000000	9999,8516931755	3,3992364479E-10	0,0000000000E+00	-1,483062450E-01	2,2304429876E-11	0,0000000000E+00	-1,483062450E-03
216,0	10000,0	N 50° 49' 38,15460172"	W 4° 34' 0,24785991"	1524,0185320657	216,0000000000	9999,8854437856	3,3082869777E-10	0,0000000000E+00	-1,1455621436E-01	2,1707655833E-11	0,0000000000E+00	-1,1455621436E-03
234,0	10000,0	N 50° 50' 49,63101507"	W 4° 35' 53,43605111"	1524,0185320657	234,0000000000	9999,9800405456	3,1695890357E-10	0,0000000000E+00	-1,9959454366E-02	2,0797575417E-11	0,0000000000E+00	-1,9959454366E-04
252,0	10000,0	N 50° 52' 19,74302071"	W 4° 37' 6,28428398"	1524,0185320666	252,0000000000	10000,0599468481	1,2303189578E-09	0,0000000000E+00	5,9946848196E-02	8,0728608737E-11	0,0000000000E+00	5,9946848196E-04
270,0	10000,0	N 50° 53' 59,68945862"	W 4° 37' 31,6112418"	1524,0185320638	270,0000000000	10000,0717882914	-1,5838850231E-09	0,0000000000E+00	7,1788291494E-02	-1,0392819968E-10	0,0000000000E+00	7,1788291494E-04

(continua)

Tabela 5.3 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	N 50° 55' 39,69456176"	W 4° 37' 6,86212162"	1524,0185320665	288,00000000000	10000,0114951265	1,1903011909E-09	0,0000000000E+00	1,1495126528E-02	7,8102802945E-11	0,0000000000E+00	1,1495126528E-04
306,0	10000,0	N 50° 57' 9,96017189"	W 4° 35' 54,37013332"	1524,0185320656	306,00000000000	9999,9451116682	2,4056134862E-10	0,0000000000E+00	-5,488831797E-02	1,5784673451E-11	0,0000000000E+00	-5,488831797E-04
324,0	10000,0	N 50° 58' 21,62645166"	W 4° 34' 1,18192109"	1524,0185320656	324,00000000000	9999,8775915226	2,2646418074E-10	0,0000000000E+00	-1,2240847741E-01	1,4859673684E-11	0,0000000000E+00	-1,2240847741E-03
342,0	10000,0	N 50° 59' 7,65506864"	W 4° 31' 38,38328786"	1524,0185320665	342,00000000000	9999,8691547726	1,1484644347E-09	0,0000000000E+00	-1,3084522740E-01	7,5357642345E-11	0,0000000000E+00	-1,3084522740E-03
0,0	100000,0	N 51° 47' 55,02790863"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320659	0,0000008500	99999,9959320998	5,2227733249E-10	8,5000000000E-07	-4,0679001249E-03	3,4269749449E-11	0,0000000000E+00	-4,0679001249E-06
18,0	100000,0	N 51° 45' 13,67540104"	W 4° 2' 9,48701229"	1524,0185320659	18,00000000000	99999,9984128112	5,5842974689E-10	0,0000000000E+00	-1,5871888027E-03	3,6641926272E-11	0,0000000000E+00	-1,5871888027E-06
36,0	100000,0	N 51° 37' 26,29322999"	W 3° 38' 5,28642297"	1524,0185320660	36,00000000000	99999,9918618191	6,6211214289E-10	0,0000000000E+00	-8,1381808268E-03	4,3445150368E-11	0,0000000000E+00	-8,1381808268E-06
54,0	100000,0	N 51° 25' 20,95371544"	W 3° 19' 13,90266859"	1524,0185320652	54,00000000000	99999,9903498239	-1,1095835362E-10	0,0000000000E+00	-9,6501761000E-03	-7,2806433309E-12	0,0000000000E+00	-9,6501761000E-06
72,0	100000,0	N 51° 10' 11,4416993"	W 3° 7' 25,72080076"	1524,0185320664	72,00000000000	99999,9914865129	1,0124974967E-09	0,0000000000E+00	-8,5134870606E-03	6,6435870394E-11	0,0000000000E+00	-8,5134870606E-06
90,0	100000,0	N 50° 53' 28,94929554"	W 3° 3' 44,50961422"	1524,0185320658	90,00000000000	99999,9998872334	2,8512658901E-10	0,0000000000E+00	-1,1276651639E-04	1,8708866264E-11	0,0000000000E+00	-1,1276651639E-07
108,0	100000,0	N 50° 36' 52,33586122"	W 3° 8' 23,50759674"	1524,0185320649	108,00000000000	99999,9916163928	-4,5156411943E-10	0,0000000000E+00	-8,3836071426E-03	-2,9629831261E-11	0,0000000000E+00	-8,3836071426E-06
126,0	100000,0	N 50° 21' 58,21856043"	W 3° 20' 47,42644196"	1524,0185320651	126,00000000000	99999,9907358701	-2,8421709430E-10	0,0000000000E+00	-9,2641298688E-03	-1,8649188860E-11	0,0000000000E+00	-9,2641298688E-06
144,0	100000,0	N 50° 10' 11,9146713"	W 3° 39' 38,83856823"	1524,0185320652	144,00000000000	99999,9956299758	-1,5688783606E-10	0,0000000000E+00	-4,3700241367E-03	-1,0294352251E-11	0,0000000000E+00	-4,3700241367E-06
162,0	100000,0	N 50° 2' 39,93815041"	W 4° 3' 7,31982486"	1524,0185320643	162,00000000000	99999,9987025803	-1,0088569979E-09	0,0000000000E+00	-1,2974196579E-03	-6,6197160777E-11	0,0000000000E+00	-1,2974196579E-06
180,0	100000,0	N 50° 0' 4,47140538"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320644	180,00000000000	99999,9964870966	-9,8202690424E-10	0,0000000000E+00	-3,5129033495E-03	-6,4436677349E-11	0,0000000000E+00	-3,5129033495E-06
198,0	100000,0	N 50° 2' 39,93815041"	W 4° 54' 52,68017514"	1524,0185320643	198,00000000000	99999,9987025812	-1,0088569979E-09	0,0000000000E+00	-1,2974187266E-03	-6,6197160777E-11	0,0000000000E+00	-1,2974187266E-06
216,0	100000,0	N 50° 10' 11,91475947"	W 5° 18' 21,16133433"	1524,0185320661	216,00000000000	99999,9988889307	7,7488948591E-10	0,0000000000E+00	-1,1111069296E-02	5,0845148508E-11	0,0000000000E+00	-1,1111069296E-05
234,0	100000,0	N 50° 21' 58,21856043"	W 5° 37' 12,57355804"	1524,0185320669	234,00000000000	99999,9907358705	1,5784280549E-09	0,0000000000E+00	-9,2641294177E-03	1,0357013525E-10	0,0000000000E+00	-9,2641294177E-06
252,0	100000,0	N 50° 36' 52,33586122"	W 5° 49' 36,49240326"	1524,0185320658	252,00000000000	99999,9916163925	4,7975845519E-10	0,0000000000E+00	-8,3836074919E-03	3,1479830795E-11	0,0000000000E+00	-8,3836074919E-06
270,0	100000,0	N 50° 53' 28,94929554"	W 5° 54' 15,49038578"	1524,0185320656	270,00000000000	99999,9998872329	2,8512658901E-10	0,0000000000E+00	-1,1276709847E-04	1,8708866264E-11	0,0000000000E+00	-1,1276709847E-07
288,0	100000,0	N 51° 10' 11,4416993"	W 5° 50' 34,27919924"	1524,0185320645	288,00000000000	99999,9914865120	-8,5015017248E-10	0,0000000000E+00	-8,5134879337E-03	-5,5783453718E-11	0,0000000000E+00	-8,5134879337E-06
306,0	100000,0	N 51° 25' 20,95371544"	W 5° 38' 46,09733141"	1524,0185320652	306,00000000000	99999,9903498243	-1,1095835362E-10	0,0000000000E+00	-9,6501756634E-03	-7,2806433309E-12	0,0000000000E+00	-9,6501756634E-06
324,0	100000,0	N 51° 37' 26,29322999"	W 5° 19' 54,71357703"	1524,0185320660	324,00000000000	99999,9952160709	6,6211214289E-10	0,0000000000E+00	-4,7839290346E-03	4,3445150368E-11	0,0000000000E+00	-4,7839290346E-06
342,0	100000,0	N 51° 45' 13,67540104"	W 4° 55' 50,51298771"	1524,0185320659	342,00000000000	99999,9984128115	5,5842974689E-10	0,0000000000E+00	-1,5871884534E-03	3,6641926272E-11	0,0000000000E+00	-1,5871884534E-06
0,0	1000000,0	N 59° 52' 48,42240146"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320636	0,00000012100	999999,9349514300	-1,7726051738E-09	1,2100000000E+00	-6,5048569115E-02	-1,1631126108E-10	0,0000000000E+00	-6,5048569115E-06
18,0	1000000,0	N 59° 20' 7,31846918"	E 0° 55' 45,28816675"	1524,0185320670	18,00000000000	999999,9720683840	1,6950707504E-09	0,0000000000E+00	-2,7931615477E-02	1,1122376236E-10	0,0000000000E+00	-2,7931615477E-06
36,0	1000000,0	N 57° 48' 4,1969155"	E 5° 24' 22,19212749"	1524,0185320661	36,00000000000	999999,9349237910	7,7625372796E-10	0,0000000000E+00	-6,5076208906E-02	5,0934664614E-11	0,0000000000E+00	-6,5076208906E-06
54,0	1000000,0	N 55° 31' 56,02831524"	E 8° 22' 45,422007497"	1524,0185320660	54,00000000000	999999,8878351020	6,1777427618E-10	0,0000000000E+00	-1,1216489738E-01	4,0535876906E-11	0,0000000000E+00	-1,1216489738E-05
72,0	1000000,0	N 52° 50' 43,04363797"	E 9° 42' 53,5674483"	1524,0185320659	72,00000000000	999999,9102424850	5,5183591030E-10	0,0000000000E+00	-8,9757514768E-02	3,6209265090E-11	0,0000000000E+00	-8,9757514768E-06
90,0	1000000,0	N 50° 2' 48,62845662"	E 9° 33' 28,37265659"	1524,0185320653	90,00000000000	999999,9981605790	-7,8898665379E-11	0,0000000000E+00	-1,8394200597E-03	-5,1770148275E-12	0,0000000000E+00	-1,8394200597E-07
108,0	1000000,0	N 47° 24' 3,27840145"	E 8° 9' 53,7416306"	1524,0185320656	108,00000000000	999999,9230979980	2,2191670723E-10	0,0000000000E+00	-7,6902001514E-02	1,4561286662E-11	0,0000000000E+00	-7,6902001514E-06
126,0	1000000,0	N 45° 7' 18,38727058"	E 5° 48' 41,15223925"	1524,0185320659	126,00000000000	999999,9261356710	5,6820681493E-10	0,0000000000E+00	-7,3864328209E-02	3,7283458369E-11	0,0000000000E+00	-7,3864328209E-06

(continua)

Tabela 5.3 - Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	N 43° 22' 30,21421492"	E 2° 45' 31,42772658"	1524,0185320648	144,00000000000	999999,9757298100	-5,6274984672E-10	0,0000000000E+00	-2,4270189810E-02	-3,6925393943E-11	0,0000000000E+00	-2,4270189810E-06
162,0	1000000,0	N 42° 16' 45,46504236"	W 0° 44' 59,32406301"	1524,0185320663	162,00000000000	1000000,0003010200	9,7111296782E-10	0,0000000000E+00	3,0102592427E-04	6,3720548496E-11	0,0000000000E+00	3,0102592427E-08
180,0	1000000,0	N 41° 54' 21,77894013"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320652	179,999987900	999999,9902535410	-1,0686562746E-10	-1,2100000000E-06	-9,7464583814E-03	-7,0120950113E-12	-6,7222222222E-07	-9,7464583814E-07
198,0	1000000,0	N 42° 16' 45,46504236"	W 8° 13' 0,67593969"	1524,0185320645	198,00000000000	1000000,0003010200	-8,9153218141E-10	0,0000000000E+00	3,0102743767E-04	-5,8498775616E-11	0,0000000000E+00	3,0102743767E-08
216,0	1000000,0	N 43° 22' 30,21421492"	W 11° 43' 31,42772658"	1524,0185320648	216,00000000000	999999,9757298090	-5,6274984672E-10	0,0000000000E+00	-2,4270190392E-02	-3,6925393943E-11	0,0000000000E+00	-2,4270190392E-06
234,0	1000000,0	N 45° 7' 18,38727058"	W 14° 46' 41,15223925"	1524,0185320659	234,00000000000	999999,9261356690	5,6820681493E-10	0,0000000000E+00	-7,3864330305E-02	3,7283458336E-11	0,0000000000E+00	-7,3864330305E-06
252,0	1000000,0	N 47° 24' 3,27840145"	W 17° 7' 53,7416306"	1524,0185320646	252,00000000000	999999,9230979970	-7,0917849371E-10	0,0000000000E+00	-7,6902002678E-02	-4,6533456043E-11	0,0000000000E+00	-7,6902002678E-06
270,0	1000000,0	N 50° 2' 48,62845662"	W 18° 31' 28,37265659"	1524,0185320653	270,00000000000	999999,9981605780	-7,8898665379E-11	0,0000000000E+00	-1,8394216895E-03	-5,1770148275E-12	0,0000000000E+00	-1,8394216895E-07
288,0	1000000,0	N 52° 50' 43,04363797"	W 18° 40' 53,5674483"	1524,0185320659	288,00000000000	999999,9102424840	5,5183591030E-10	0,0000000000E+00	-8,9757515118E-02	3,6209265090E-11	0,0000000000E+00	-8,9757515118E-06
306,0	1000000,0	N 55° 31' 56,02831524"	W 17° 20' 45,42007497"	1524,0185320660	306,00000000000	999999,8878351020	6,1777427618E-10	0,0000000000E+00	-1,1216489796E-01	4,0535876906E-11	0,0000000000E+00	-1,1216489796E-05
324,0	1000000,0	N 57° 48,1969155"	W 14° 22' 22,19212749"	1524,0185320652	324,00000000000	999999,9349237920	-1,5506846656E-10	0,0000000000E+00	-6,5076207276E-02	-1,0174997442E-11	0,0000000000E+00	-6,5076207276E-06
342,0	1000000,0	N 59° 20' 7,31846918"	W 9° 53' 45,28816675"	1524,0185320661	342,00000000000	999999,9720683850	7,6374817581E-10	0,0000000000E+00	-2,7931615012E-02	5,0114100304E-11	0,0000000000E+00	-2,7931615012E-06
0,0	1000000,0	N 39° 25' 22,28642349"	E 175° 31' 0,0"	1524,0185320657	0,00000000000	999999,7665153100	3,5220182326E-10	0,0000000000E+00	-1,2334846817E+00	2,3110074835E-11	0,0000000000E+00	-1,2334846817E-05
18,0	1000000,0	N 37° 10' 20,89010591"	E 152° 45' 25,1064603"	1524,0185320667	18,00000000000	999999,7025934500	1,3012595446E-09	0,0000000000E+00	-2,9740655050E-01	8,5383446276E-11	0,0000000000E+00	-2,9740655050E-06
36,0	1000000,0	N 30° 58' 18,85422082"	E 132° 20' 5,41069915"	1524,0185320653	36,00000000000	999999,2923914700	-3,2287061913E-11	0,0000000000E+00	-7,0760852657E-01	-2,1185478545E-12	0,0000000000E+00	-7,0760852657E-06
54,0	1000000,0	N 22° 0' 16,00868216"	E 114° 51' 9,12306152"	1524,0185320654	54,00000000000	999999,2602973700	8,4128259914E-11	0,0000000000E+00	-7,3970262334E-01	5,5201599025E-12	0,0000000000E+00	-7,3970262334E-06
72,0	1000000,0	N 11° 24' 35,25247715"	E 99° 35' 31,12396618"	1524,0185320663	72,00000000000	999999,7469645300	9,324599944299E-10	0,0000000000E+00	-5,5303546339E-01	6,1184258811E-11	0,0000000000E+00	-5,5303546339E-06
90,0	1000000,0	N 0° 4' 38,92874187"	E 85° 27' 13,32057654"	1524,0185320657	90,00000000000	999999,9186760900	3,2468960853E-10	0,0000000000E+00	-8,1323904917E-02	2,1304833353E-11	0,0000000000E+00	-8,1323904917E-07
108,0	1000000,0	S 11° 15' 39,54929099"	E 71° 19' 26,53691359"	1524,0185320653	108,00000000000	1000000,03622184000	-2,8421709430E-11	0,0000000000E+00	3,6221843027E-01	-1,8649188860E-12	0,0000000000E+00	3,6221843027E-06
126,0	1000000,0	S 21° 52' 21,5172284"	E 56° 5' 14,39966561"	1524,0185320644	126,00000000000	1000000,08132247000	-9,6656549431E-10	0,0000000000E+00	8,1322477385E-01	-6,3422161475E-11	0,0000000000E+00	8,1322477385E-06
144,0	1000000,0	S 30° 51' 47,93639176"	E 38° 38' 16,73312238"	1524,0185320661	144,00000000000	1000000,0465161000	7,6533979154E-10	0,0000000000E+00	4,6515610442E-01	5,0218535762E-11	0,0000000000E+00	4,6515610442E-06
162,0	1000000,0	S 37° 5' 10,10111608"	E 18° 14' 55,61810654"	1524,0185320656	162,00000000000	1000000,02185950000	2,8853719414E-10	0,0000000000E+00	2,1859500185E-01	1,8932656531E-11	0,0000000000E+00	2,1859500185E-06
180,0	1000000,0	S 39° 20' 39,16741322"	W 4° 29' 0,0"	1524,0185320647	179,9999987900	1000001,2992082000	-6,3482730184E-10	-1,2100000000E-06	1,2992082443E+00	-4,16548237E-11	-6,7222222222E-07	1,2992082443E-05
198,0	1000000,0	S 37° 5' 6,10111608"	W 27° 12' 55,61810654"	1524,0185320647	198,00000000000	1000000,02185950000	-6,4278538048E-10	0,0000000000E+00	2,1859500371E-01	-4,2177005525E-11	0,0000000000E+00	2,1859500371E-06
216,0	1000000,0	S 30° 51' 47,93639176"	W 47° 36' 16,73312238"	1524,0185320661	216,00000000000	1000002,19758422000	7,6533979154E-10	0,0000000000E+00	2,1975842293E+01	5,0218535762E-11	0,0000000000E+00	2,1975842293E-04
234,0	1000000,0	S 21° 52' 21,5172284"	W 65° 3' 14,39966561"	1524,0185320644	234,00000000000	1000000,08132247000	-9,6656549431E-10	0,0000000000E+00	8,1322477013E-01	-6,3422161475E-11	0,0000000000E+00	8,1322477013E-06
252,0	1000000,0	S 11° 15' 39,54929099"	W 80° 17' 26,53691359"	1524,0185320635	252,00000000000	1000000,03622184000	-1,891066857E-09	0,0000000000E+00	3,6221841536E-01	-1,2408424300E-10	0,0000000000E+00	3,6221841536E-06
270,0	1000000,0	N 0° 4' 38,92874187"	W 94° 25' 13,32057654"	1524,0185320629	270,00000000000	999999,9186756800	-2,4692781153E-09	0,0000000000E+00	-8,1324316561E-02	-1,6202415281E-10	0,0000000000E+00	-8,1324316561E-07
288,0	1000000,0	N 11° 24' 35,25247715"	W 108° 33' 31,12396618"	1524,0185320654	288,00000000000	999999,7469645300	1,1368683772E-12	0,0000000000E+00	-2,5303546339E-01	7,4596755439E-14	0,0000000000E+00	-2,5303546339E-06
306,0	1000000,0	N 22° 0' 16,00868216"	W 123° 49' 9,12306152"	1524,0185320654	306,00000000000	999999,2602973700	8,4128259914E-11	0,0000000000E+00	-7,3970262706E-01	5,5201599025E-12	0,0000000000E+00	-7,3970262706E-06
324,0	1000000,0	N 30° 58' 18,85422082"	W 141° 18' 5,41069915"	1524,0185320644	324,00000000000	999999,2923914700	-9,6360963653E-10	0,0000000000E+00	-7,0760852285E-01	-6,3228209910E-11	0,0000000000E+00	-7,0760852285E-06
342,0	1000000,0	N 37° 10' 20,89010591"	W 161° 43' 25,1064603"	1524,0185320657	342,00000000000	999999,7025934400	3,6993696995E-10	0,0000000000E+00	-2,9740655422E-01	2,4273784220E-11	0,0000000000E+00	-2,9740655422E-06

## 5.2.2 - ANÁLISE

Tendo em mente que a análise visual não é suficientemente científica para validar ou não um método ou procedimento, é necessário empregar algumas técnicas estatísticas para comprovar os resultados.

### 5.2.2.1 - ANÁLISE DOS ERROS DE ALTITUDE

As diferenças percentuais entre as altitudes das posições geodésicas inicial e final foram organizadas e distribuídas de acordo com as freqüências das 160 amostras obtidas.

A Figura 5.1 apresenta os polígonos de freqüência relativos às três posições geodésicas de referência.

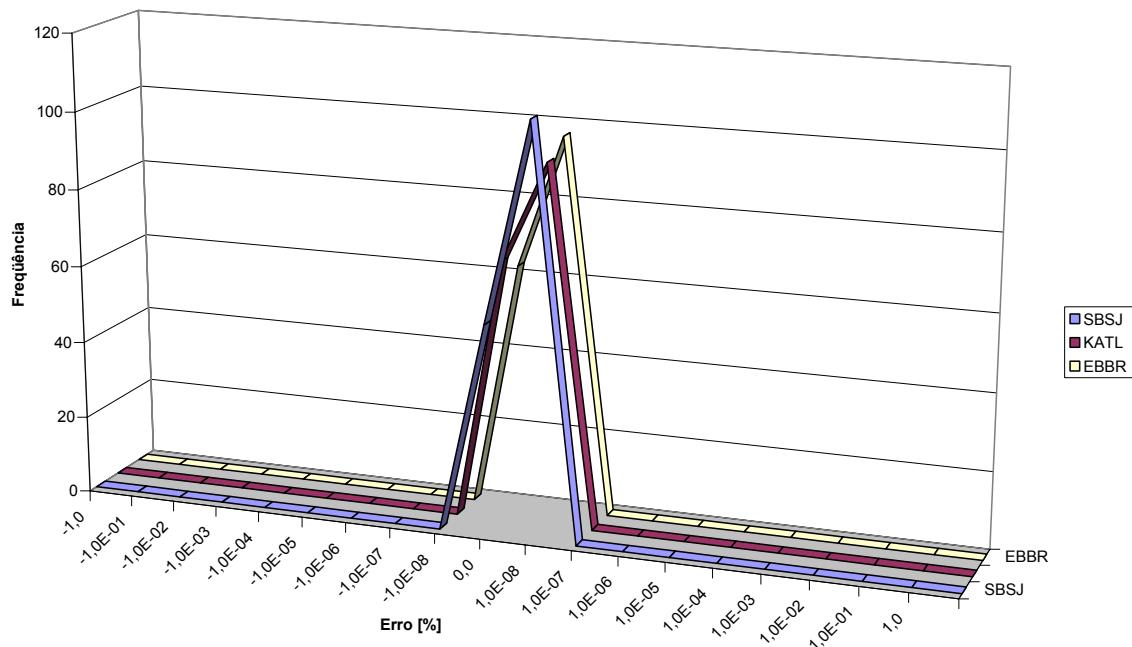


Fig. 5.1 – Polígonos de Freqüência dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

Estudando os polígonos de freqüência, pode-se observar que os erros ficaram concentrados e próximos de zero, com distribuição similar nos três casos, evidenciando um comportamento previsível das equações matemáticas em relação à altitude.

As Figuras 5.2 e 5.3 apresentam os valores máximo e mínimo dos erros percentuais de altitude. A amplitude total dos erros está representada na Figura 5.4.

Analizando estes três gráficos, pode-se notar que os maiores desvios de altitude ficaram na ordem de  $10^{-10}\%$  em relação à altitude inicial, o que representa um erro extremamente desprezível.

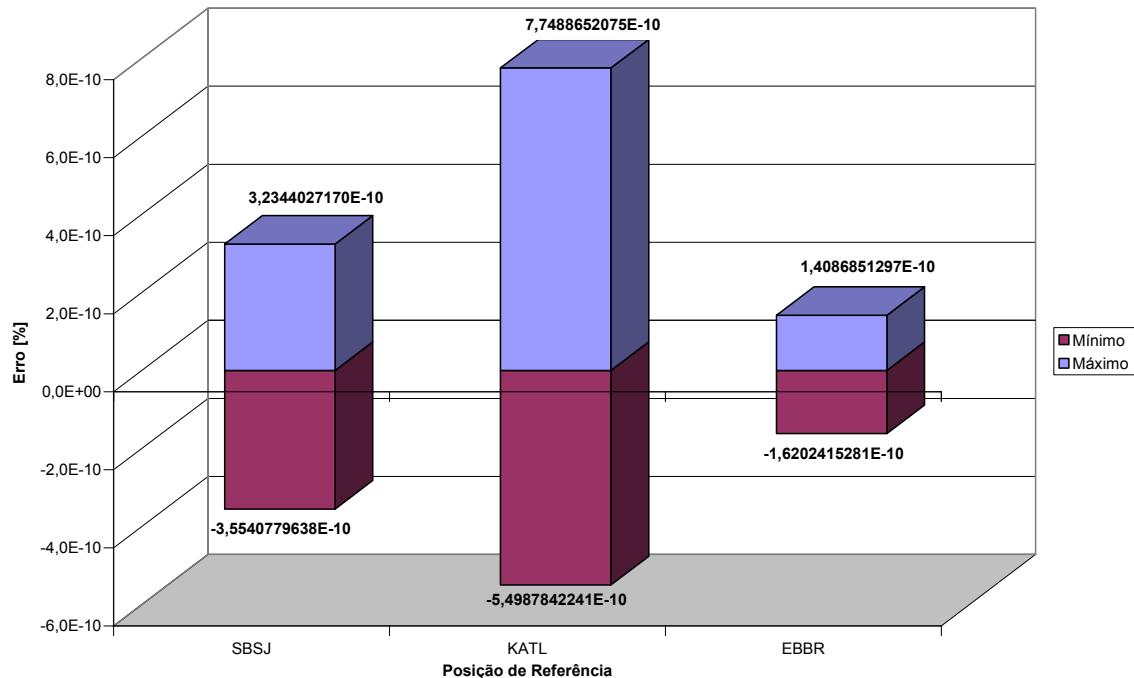


Fig. 5.2 – Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

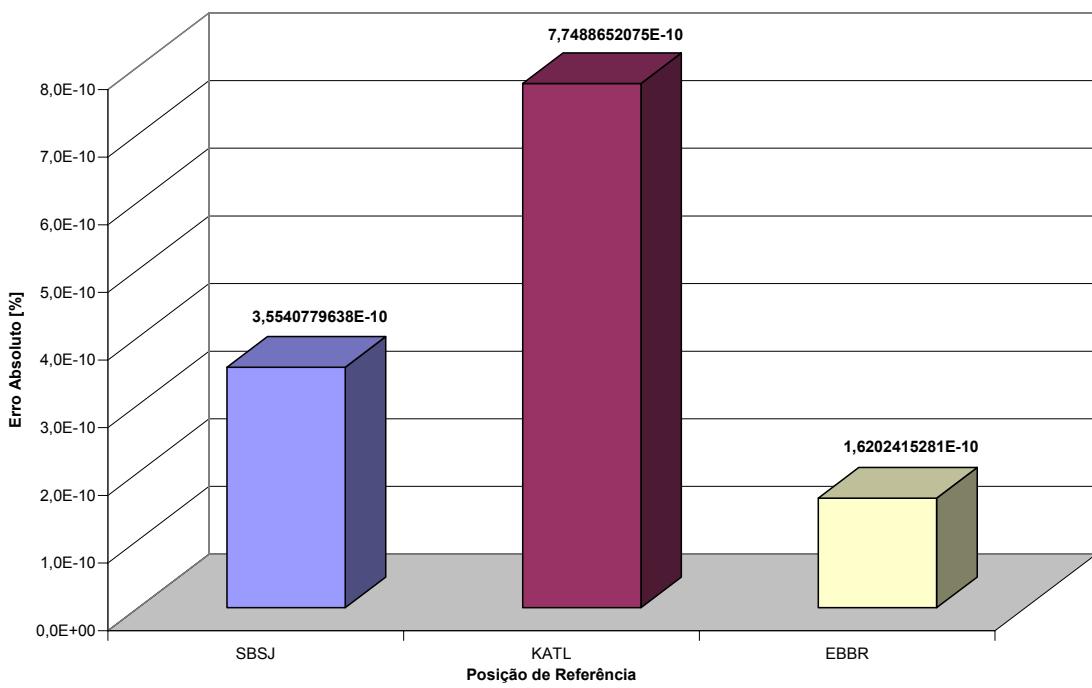


Fig. 5.3 – Valor Máximo dos Erros Absolutos de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

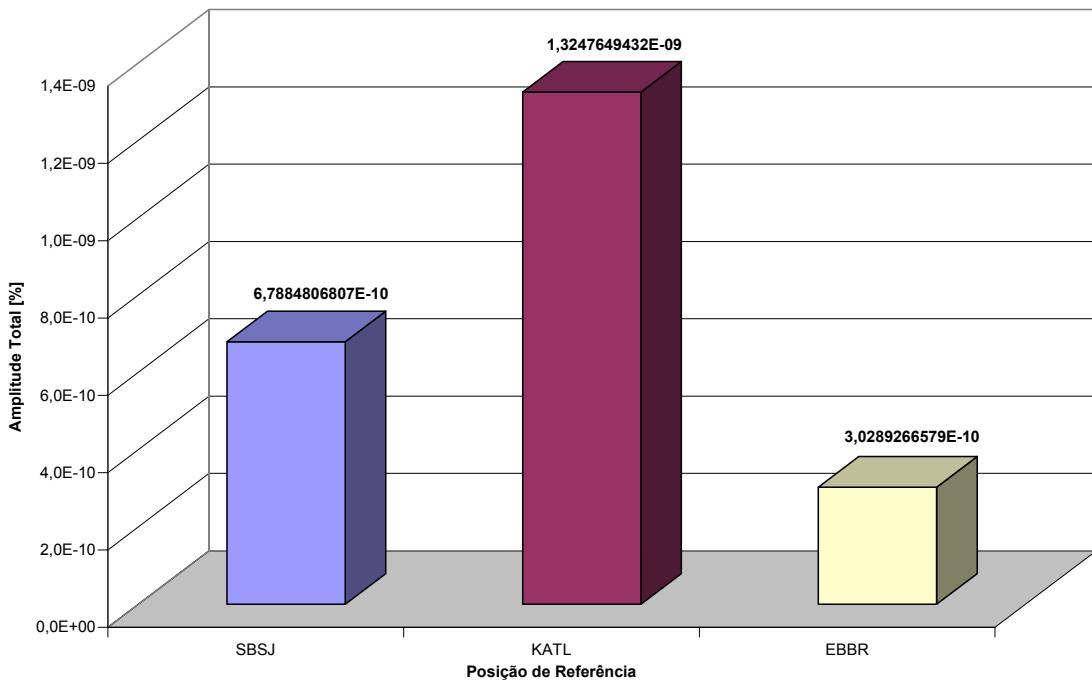


Fig. 5.4 – Amplitude Total dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

Outras características, tais como medidas de tendência central, podem ser extraídas dos polígonos de freqüência de erros. Algumas dessas características são identificadas como mediana, moda e média.

A mediana representa a média aritmética dos dois valores centrais dos erros obtidos. Geometricamente, a mediana corresponde à vertical que divide o histograma em duas partes de áreas iguais.

No gráfico da Figura 5.5, pode-se observar que as medianas correspondem a valores próximos de zero, na ordem de  $10^{-10}$  a  $10^{-11}\%$ , o que permite inferir que os resultados apresentam uma tendência desprezível de aumentar os valores iniciais de altitude.

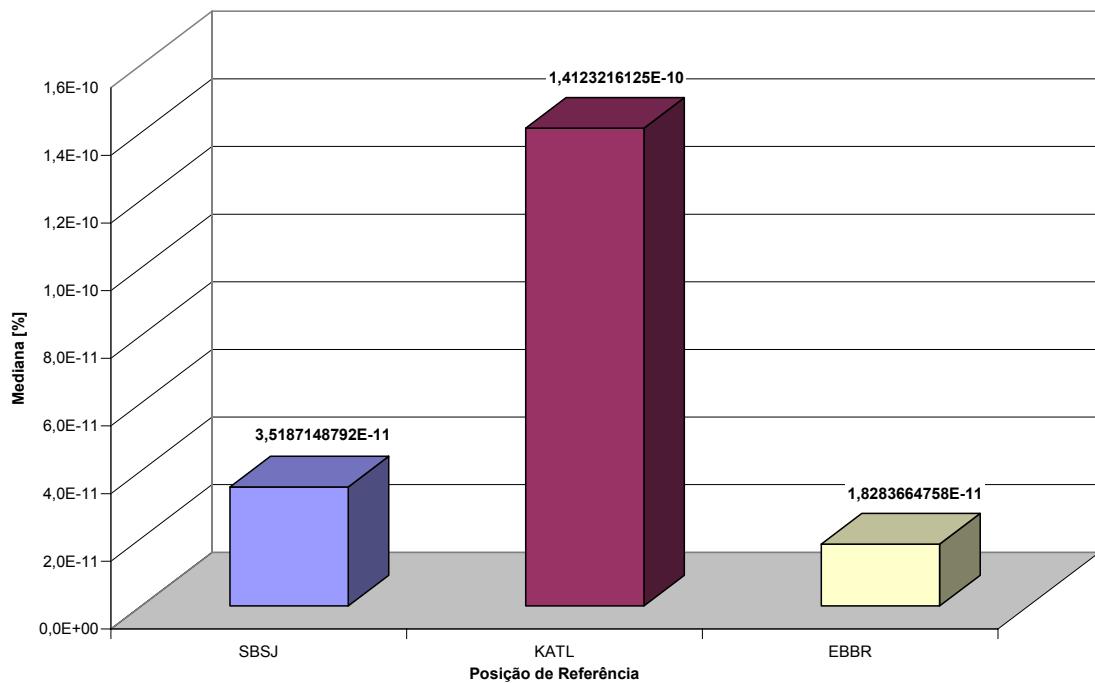


Fig. 5.5 – Mediana dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

A moda de um conjunto de erros representa o desvio que acontece com maior freqüência. De acordo com o gráfico da Figura 5.6, pode-se observar que há uma grande incidência de erros com valores próximos de zero, na ordem de  $10^{-10}$  a  $10^{-11}\%$  dos valores iniciais.

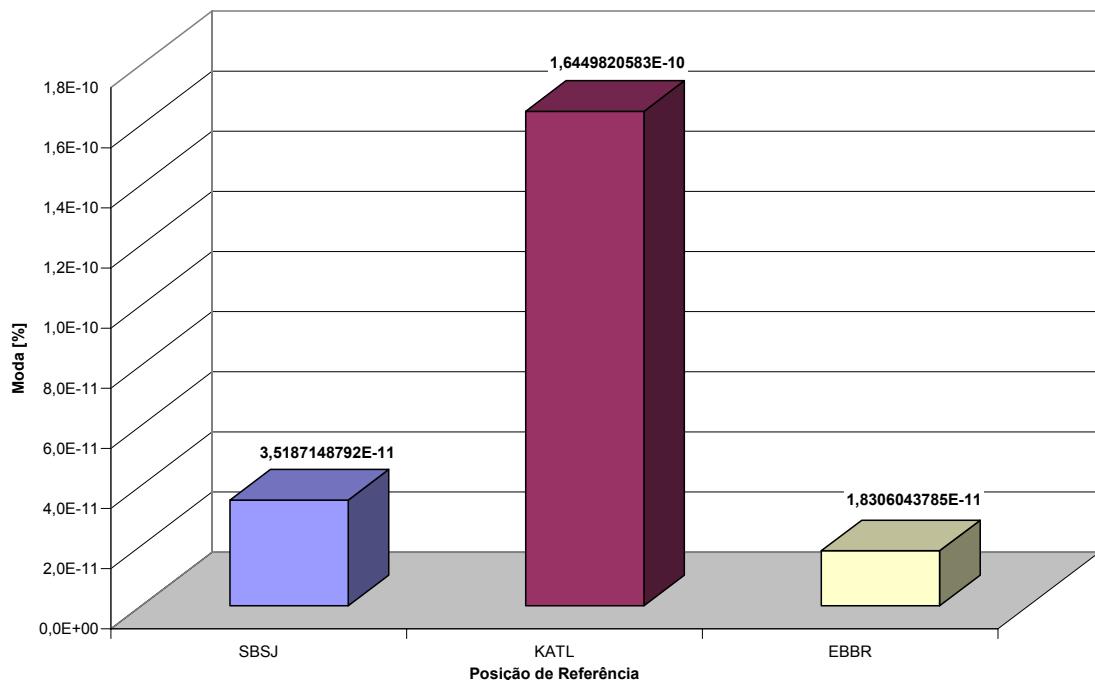


Fig. 5.6 – Moda dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

A média aritmética, ou simplesmente média, de um conjunto de  $n$  erros é definida como a somatória destes valores dividida por  $n$ .

A Figura 5.7 apresenta as médias dos erros de altitude obtidas com as três posições de referência, cujos resultados indicam que, na média, os desvios ficaram na ordem de  $10^{-11}$  a  $10^{-12}\%$  dos valores iniciais.

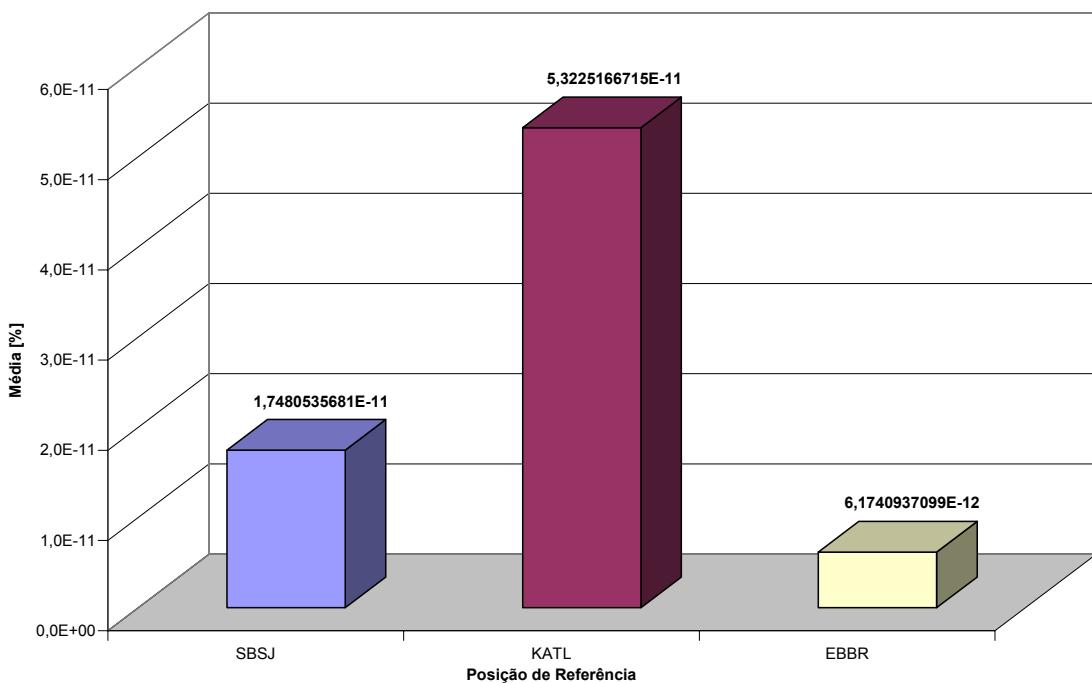


Fig. 5.7 – Média dos Erros de Altitude,  
para Diferentes Posições de Referência.

O grau no qual os dados numéricos tendem a se dispersar em torno de um valor médio chama-se variação ou dispersão dos dados. Existem várias medidas de dispersão ou variação, sendo as mais comuns o desvio médio, o desvio padrão e a variância.

O desvio médio de um conjunto de  $n$  números  $x_1, x_2, \dots, x_n$  é definido por

$$D.M. = \frac{\sum_{j=1}^n |x_j - \bar{x}|}{n}, \quad (5.1)$$

onde  $\bar{x}$  corresponde à média aritmética dos números e  $|x_j - \bar{x}|$  ao valor absoluto do desvio de  $x_j$  em relação a  $\bar{x}$ .

O desvio padrão deste mesmo conjunto de números é representado por  $s$  e calculado por

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n}} \quad (5.2)$$

e a variância é definida como sendo o quadrado do desvio padrão e é representada por  $s^2$ .

As Figuras 5.8, 5.9 e 5.10 apresentam os desvios médios, os desvios padrões e as variâncias dos erros de altitude obtidos com as três posições de referência, respectivamente.

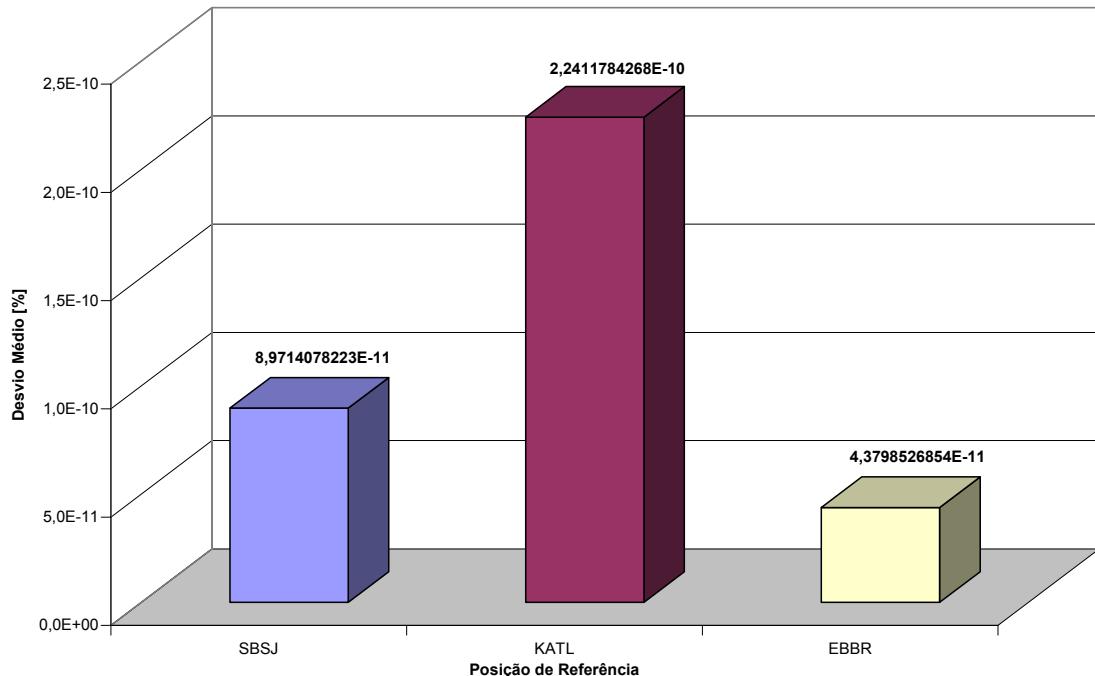


Fig. 5.8 – Desvio Médio dos Erros de Altitude, para Diferentes Posições de Referência.

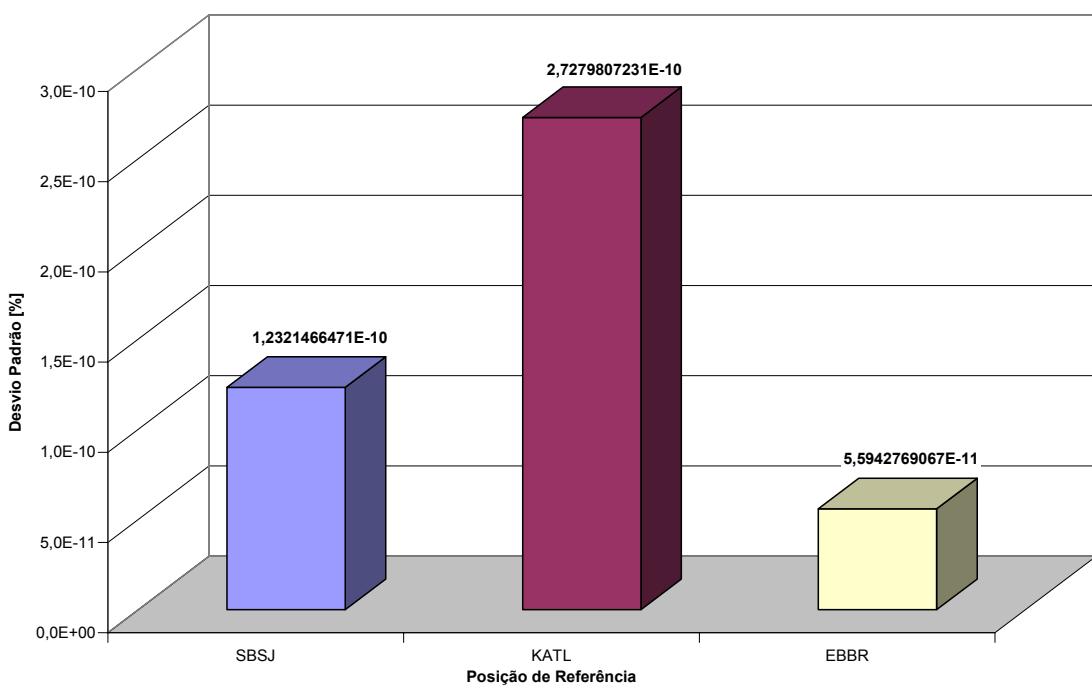


Fig. 5.9 – Desvio Padrão dos Erros de Altitude,  
para Diferentes Posições de Referência.

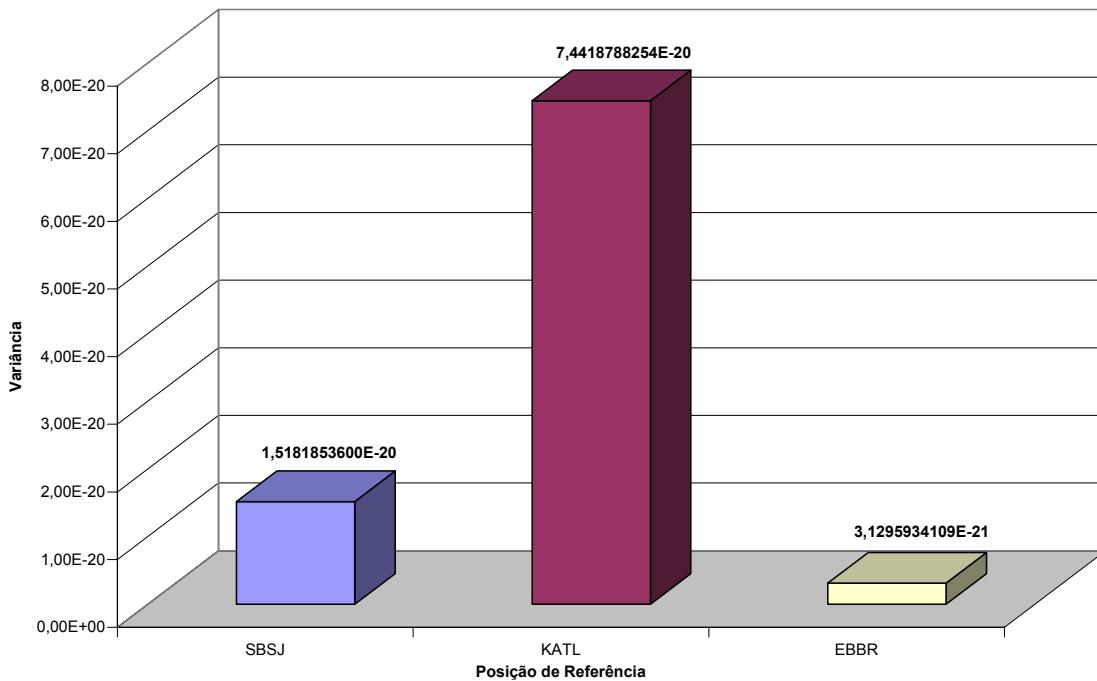


Fig. 5.10 – Variância dos Erros de Altitude,  
para Diferentes Posições de Referência.

Observando estes três gráficos, pode-se verificar que os erros encontrados tendem a se aproximar dos valores médios dos erros de altitude, correspondendo a desvios na ordem de  $10^{-10}$  a  $10^{-11}\%$  dos valores médios.

Os resultados apresentados nos gráficos estatísticos para análise dos erros de altitude estão consolidados, em valores percentuais, na Tabela 5.4 e, em valores reais [metros], na Tabela 5.5.

TABELA 5.4 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM ALTITUDE EM VALORES PERCENTUAIS

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatária	2,7968857089E-09	8,5160266743E-09	9,8785499358E-10
Máximo	3,2344027170E-10	7,7488652075E-10	1,4086851297E-10
Mínimo	-3,5540779638E-10	-5,4987842241E-10	-1,6202415281E-10
Maior Absoluto	3,5540779638E-10	7,7488652075E-10	1,6202415281E-10
Amplitude Total	6,7884806807E-10	1,3247649432E-09	3,0289266579E-10
Mediana	3,5187148792E-11	1,4123216125E-10	1,8283664758E-11
Moda	3,5187148792E-11	1,6449820583E-10	1,8306043785E-11
Média	1,7480535681E-11	5,3225166715E-11	6,1740937099E-12
Desvio Médio	8,9714078223E-11	2,2411784268E-10	4,3798526854E-11
Desvio Padrão	1,2321466471E-10	2,7279807231E-10	5,5942769067E-11
Variância	1,5181853600E-20	7,4418788254E-20	3,1295934109E-21

TABELA 5.5 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM ALTITUDE EM VALORES REAIS [m]

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatária	1,8073023966E-08	2,6632051231E-08	1,5055093172E-08
Máximo	2,0900188247E-09	2,4232917895E-09	2,1468622435E-09
Mínimo	-2,2965878088E-09	-1,7196271074E-09	-2,4692781153E-09
Maior Absoluto	2,2965878088E-09	2,4232917895E-09	2,4692781153E-09
Amplitude Total	4,3866066335E-09	4,1429188968E-09	4,6161403588E-09
Mediana	2,2737367544E-10	4,4167336455E-10	2,7864643926E-10
Moda	2,2737367544E-10	5,1443294069E-10	2,7898749977E-10
Média	1,1295639979E-10	1,6645032019E-10	9,4094332326E-11
Desvio Médio	5,7971789147E-10	7,0088059800E-10	6,6749766603E-10
Desvio Padrão	7,9619327355E-10	8,5311759993E-10	8,5257816793E-10
Variância	6,3392372885E-19	7,2780963931E-19	7,2688953243E-19

#### 5.2.2.2 - ANÁLISE DOS ERROS DE AZIMUTE

As diferenças percentuais entre os azimutes de deslocamento dos problemas diretos e os obtidos na soluções dos problemas inversos, entre as posições geodésicas inicial e final, foram organizadas e distribuídas de acordo com as freqüências das 160 amostras.

A Figura 5.11 apresenta os polígonos de freqüência relativos às três posições geodésicas de referência.

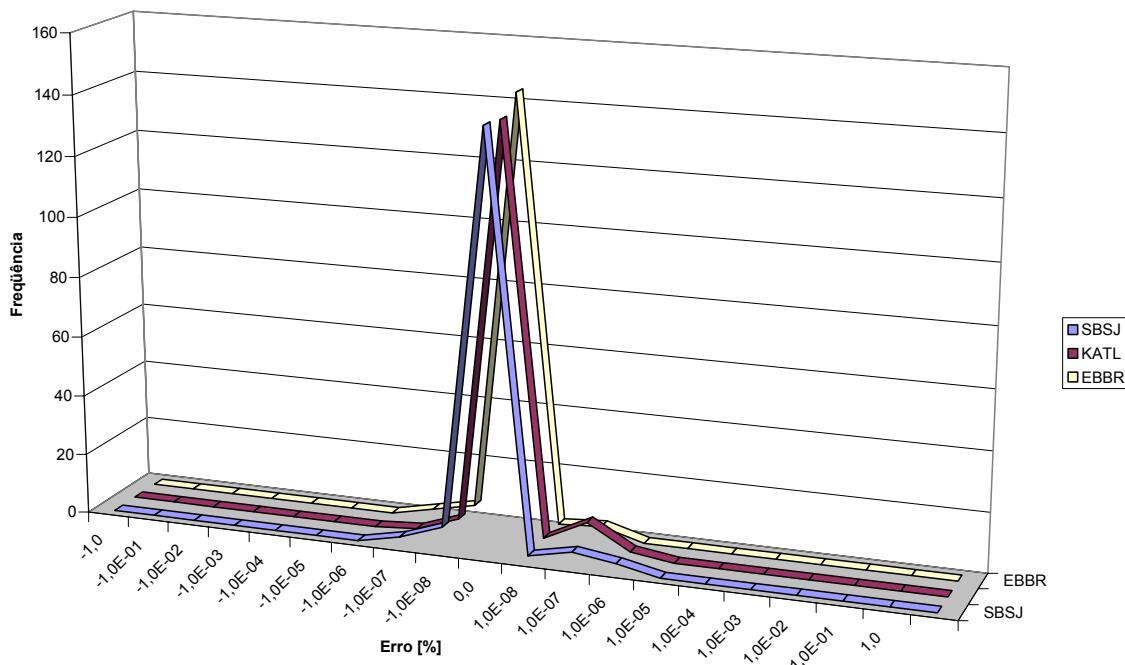


Fig. 5.11 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

Analizando os polígonos de freqüência, pode-se observar que, também neste caso, os erros ficaram concentrados e próximos de zero, com distribuição similar nas três situações, evidenciando um comportamento previsível das equações matemáticas em relação ao azimute.

As Figuras 5.12 e 5.13 apresentam os valores máximo e mínimo dos erros percentuais de azimute. A amplitude total dos erros está representada na Figura 5.14.

Tendo como foco estes três gráficos, pode-se notar que os maiores desvios de azimute ficaram na ordem de  $10^{-7}$  a  $10^{-8}\%$  em relação aos valores iniciais, o que representam erros extremamente desprezíveis.

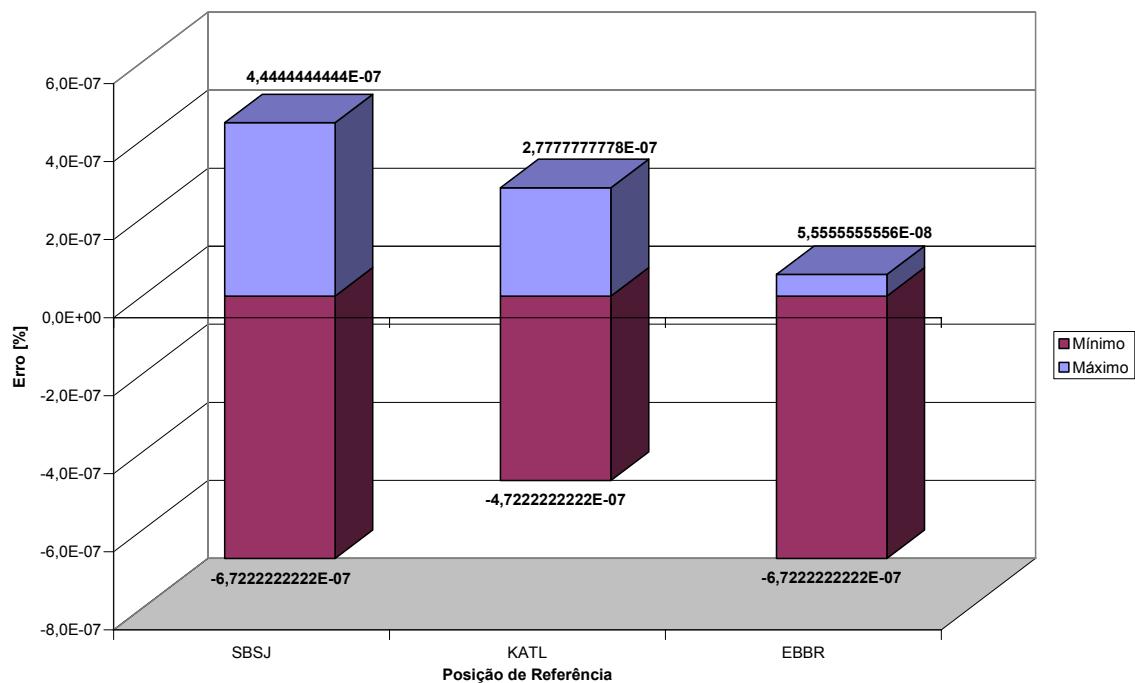


Fig. 5.12 – Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

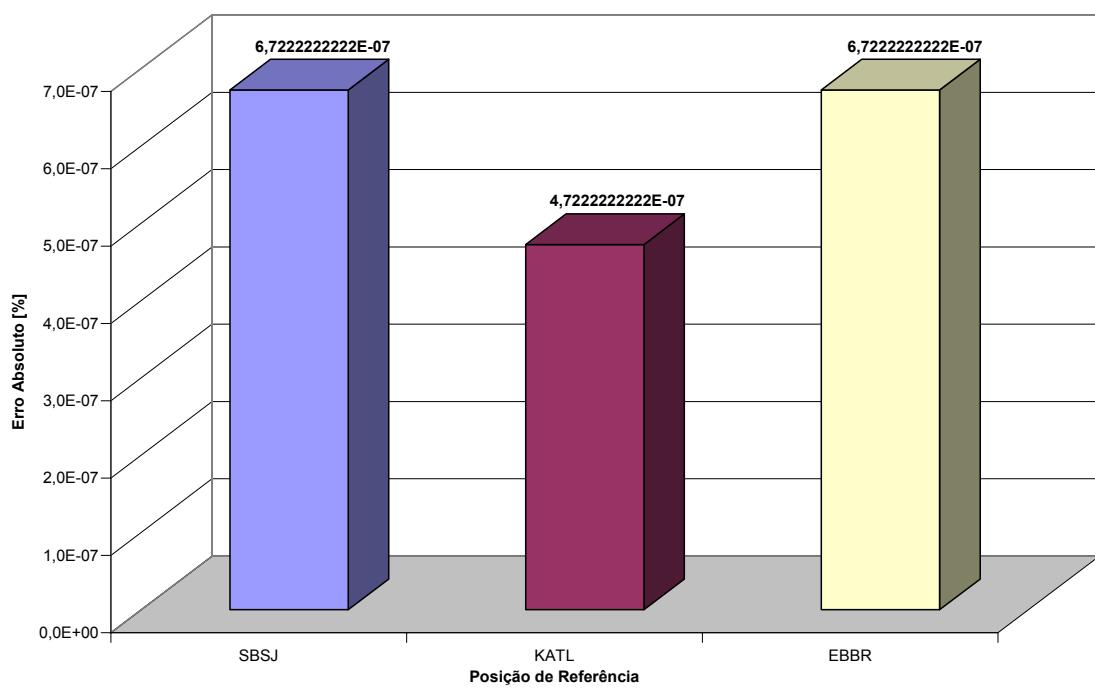


Fig. 5.13 – Valor Máximo dos Erros Absolutos de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

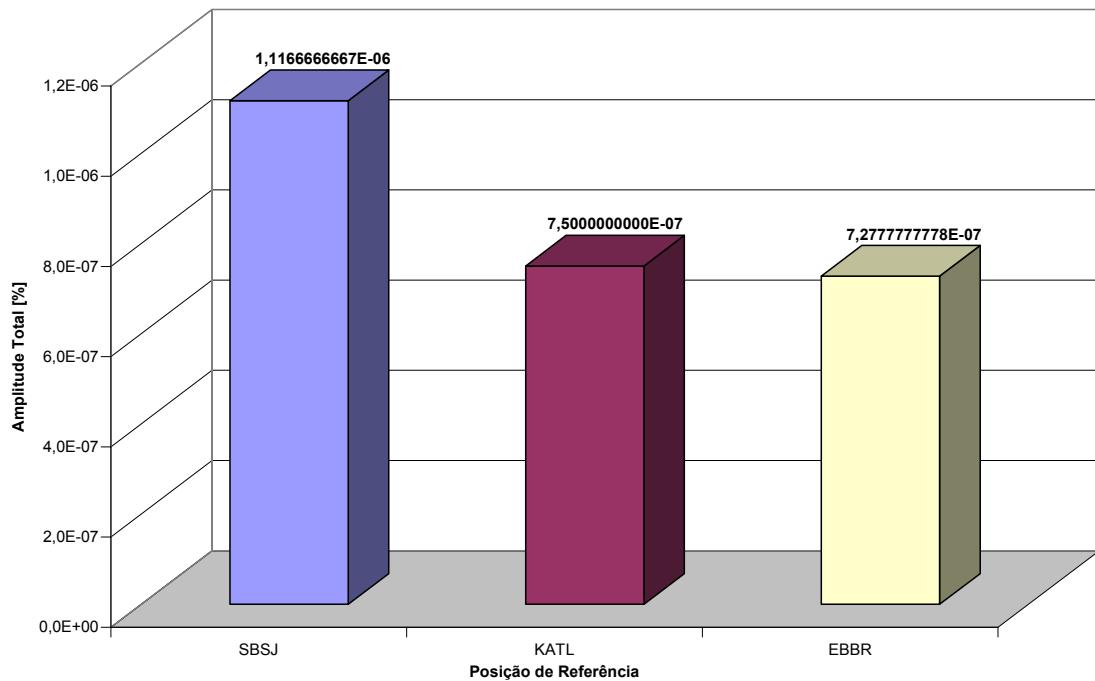


Fig. 5.14 – Amplitude Total dos Erros de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

Com relação às medianas, de acordo com a Figura 5.15, pode-se observar que os histogramas estão totalmente balanceados, tendo suas áreas geométricas divididas exatamente no erro zero. Neste caso, os resultados não apresentam nenhuma tendência de aumentar ou reduzir os valores iniciais de azimute.

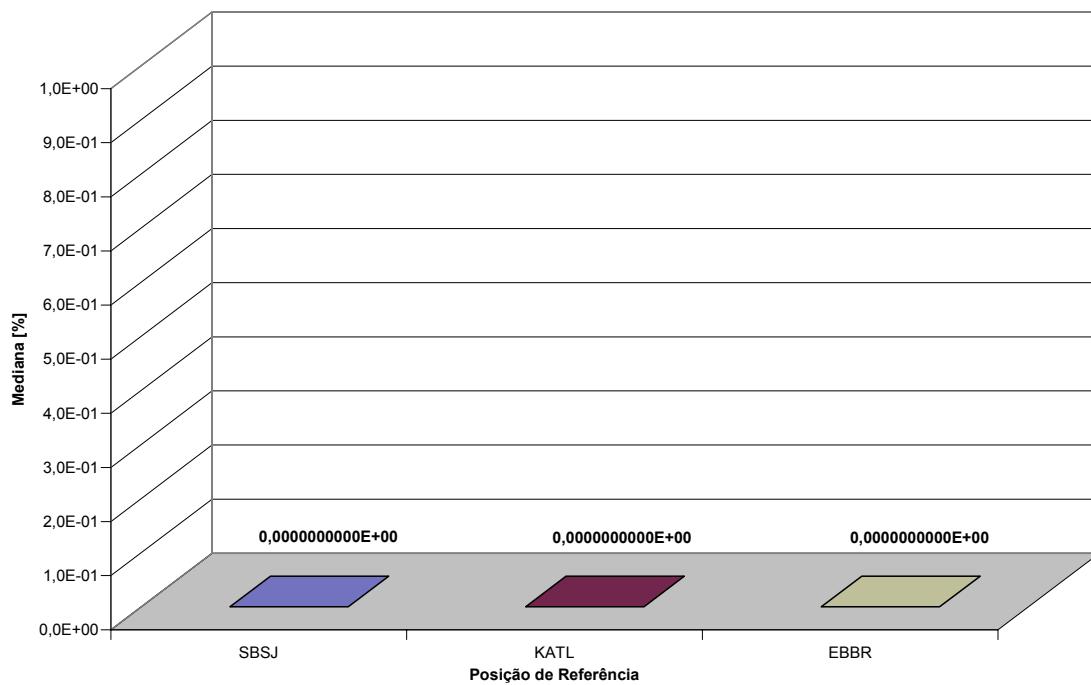


Fig. 5.15 – Mediana dos Erros de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

De forma similar, as modas demonstram que a maior incidência de desvios acontece justamente quando não há erros, ou seja, quando há uma precisão de 100% entre os valores de azimute de deslocamento e os calculados com as equações do problema inverso, Figura 5.16.

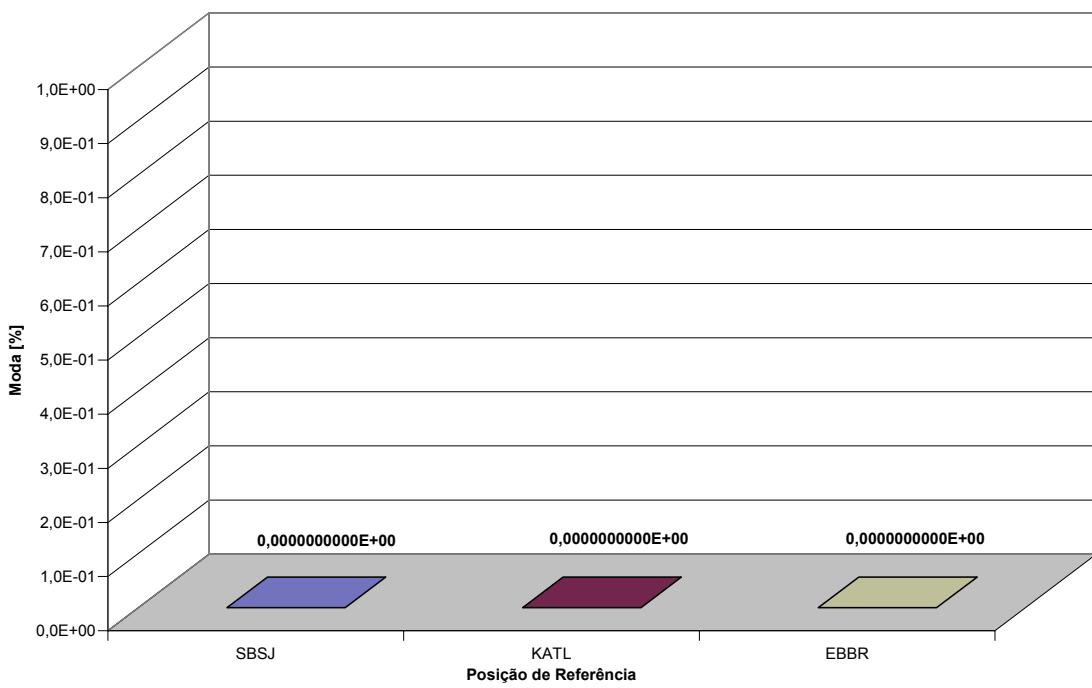


Fig. 5.16 – Moda dos Erros de Azimute,  
para Diferentes Posições de Referência.

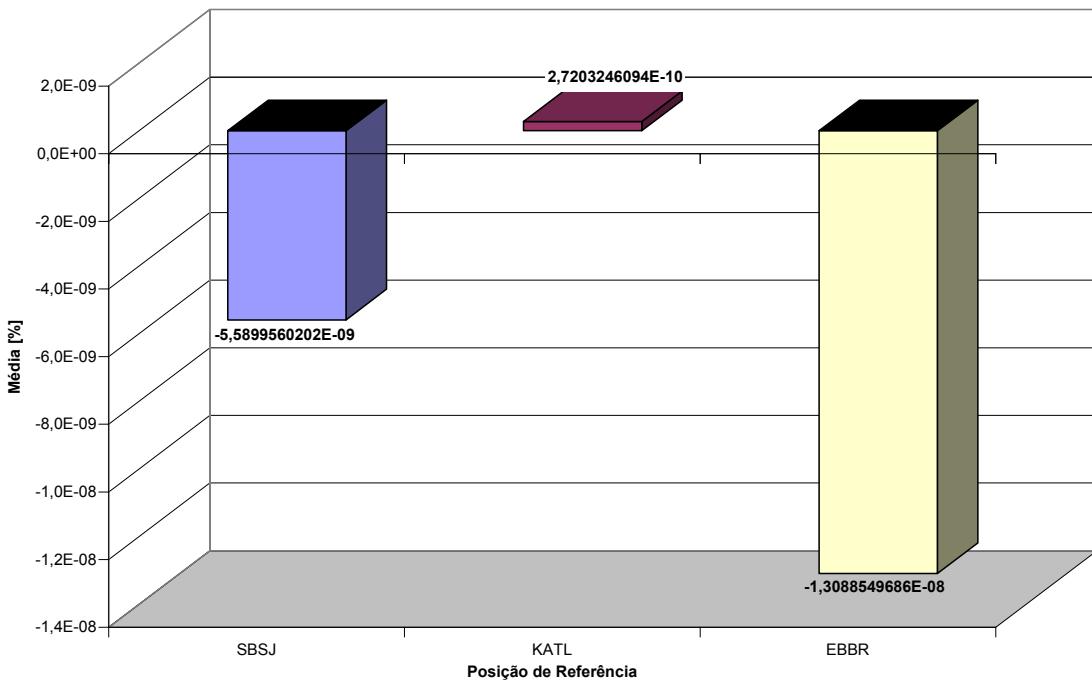


Fig. 5.17 – Média dos Erros de Azimute,  
para Diferentes Posições de Referência.

As médias dos erros de azimute obtidas com as três posições de referência estão apresentadas na Figura 5.17. Novamente, pode-se perceber que os desvios demonstram ser extremamente desprezíveis, mantendo-se na ordem de  $10^{-8}$  a  $10^{-10}\%$  dos valores iniciais.

Quanto ao grau de dispersão, os valores encontrados indicam que há uma tendência de se aproximarem dos valores médios dos erros de azimute, correspondendo a desvios na ordem de  $10^{-8}$  a  $10^{-9}\%$  dos valores iniciais.

As Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 apresentam os desvios médios, os desvios padrões e as variâncias dos erros de azimute obtidos com as três posições de referência, respectivamente.

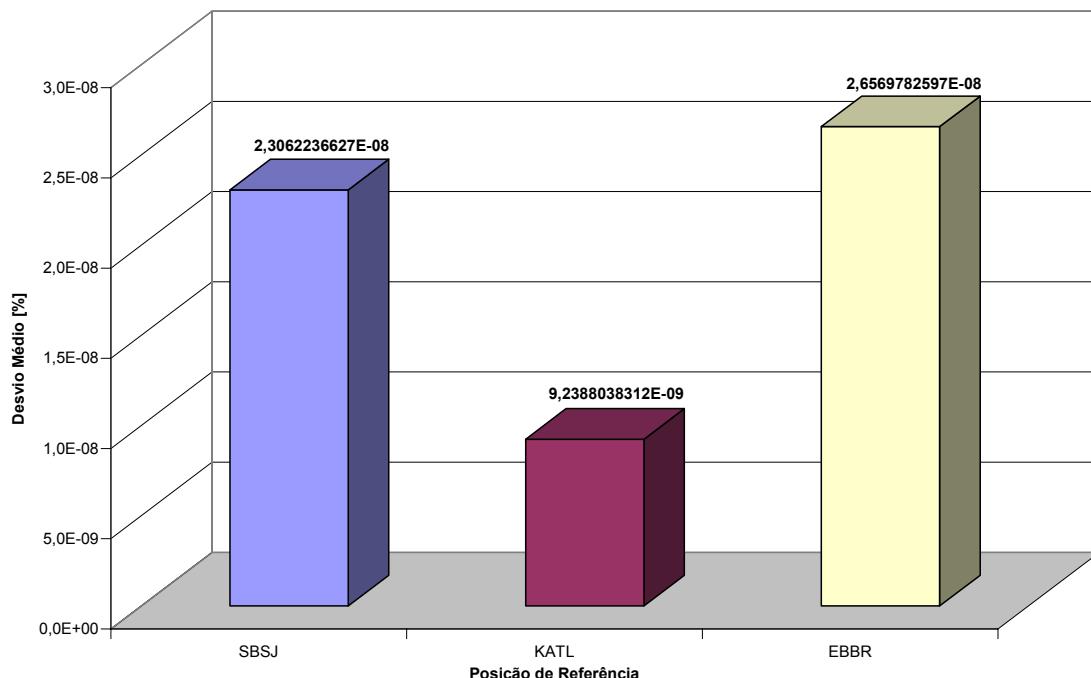


Fig. 5.18 – Desvio Médio dos Erros de Azimute, para Diferentes Posições de Referência.

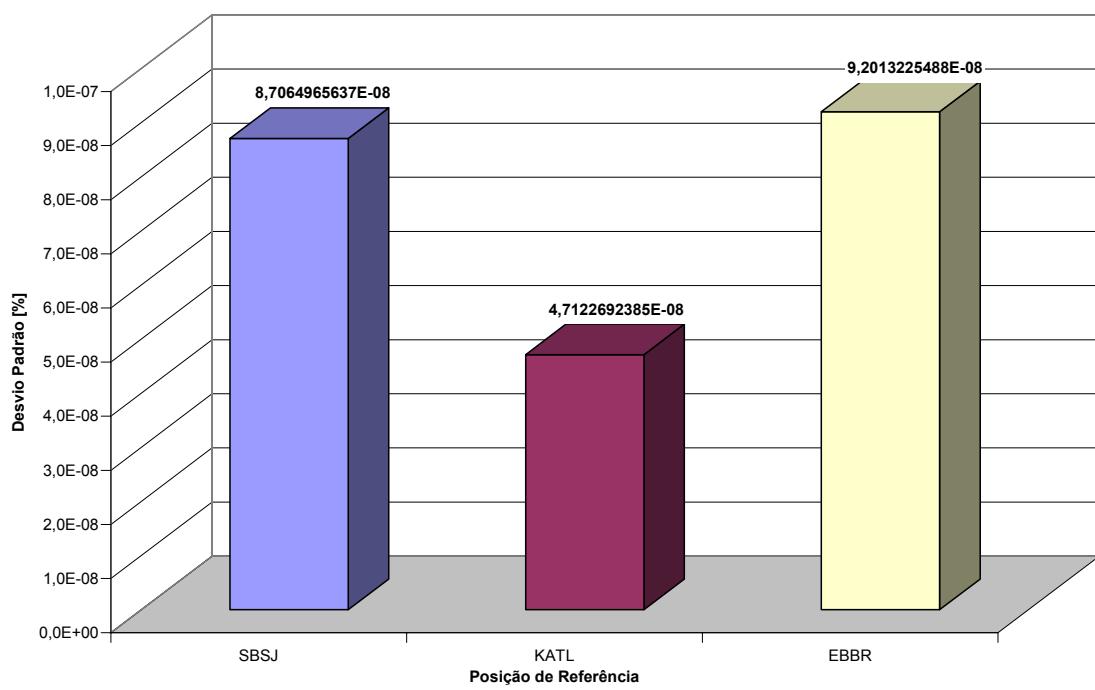


Fig. 5.19 – Desvio Padrão dos Erros de Azimute,  
para Diferentes Posições de Referência.

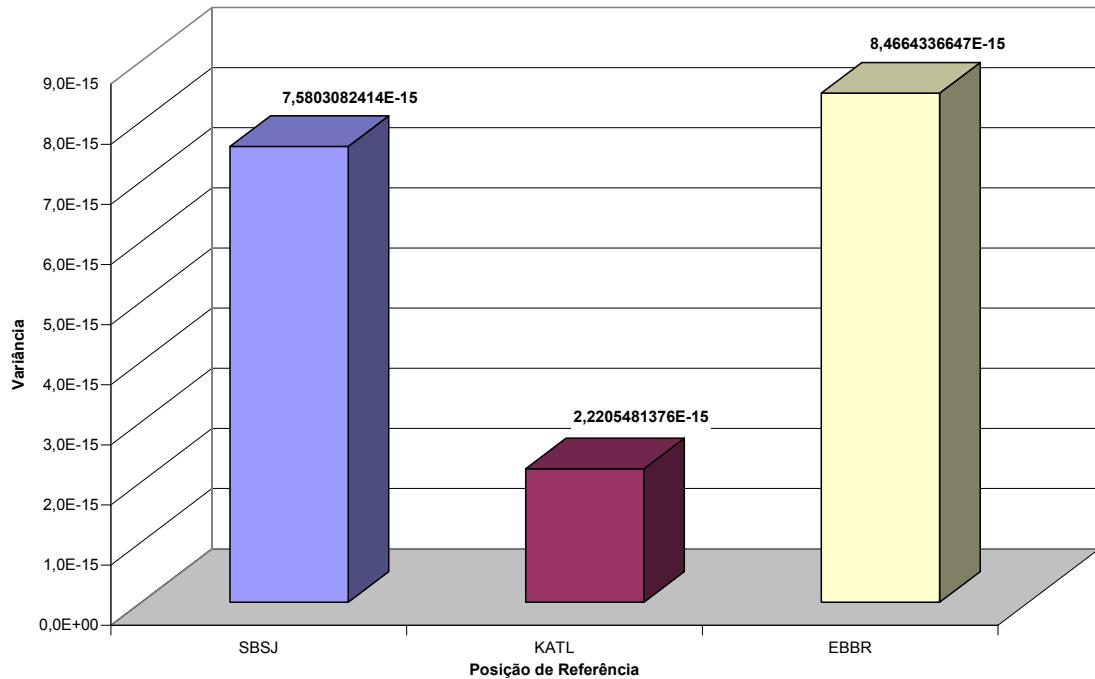


Fig. 5.20 – Variância dos Erros de Azimute,  
para Diferentes Posições de Referência.

Os resultados das análises estatísticas dos erros de azimute estão consolidados, em valores percentuais, na Tabela 5.6 e, em valores reais [graus], na Tabela 5.7.

TABELA 5.6 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM AZIMUTE EM VALORES PERCENTUAIS

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatória	-8,9439296323E-07	4,3525193751E-08	-2,0941679498E-06
Máximo	4,4444444444E-07	2,7777777778E-07	5,5555555556E-08
Mínimo	-6,7222222222E-07	-4,7222222222E-07	-6,7222222222E-07
Maior Absoluto	6,7222222222E-07	4,7222222222E-07	6,7222222222E-07
Amplitude Total	1,1166666667E-06	7,5000000000E-07	7,2777777778E-07
Mediana	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00
Moda	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00
Média	-5,5899560202E-09	2,7203246094E-10	-1,3088549686E-08
Desvio Médio	2,3062236627E-08	9,2388038312E-09	2,6569782597E-08
Desvio Padrão	8,7064965637E-08	4,7122692385E-08	9,2013225488E-08
Variância	7,5803082414E-15	2,2205481376E-15	8,4664336647E-15

TABELA 5.7 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM AZIMUTE EM VALORES REAIS [°]

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatória	-3,1000000000E-06	6,0000000000E-08	2,6200000000E-06
Máximo	1,0000000000E-07	8,5000000000E-07	1,2100000000E-06
Mínimo	-1,2100000000E-06	-8,5000000000E-07	-1,2100000000E-06
Maior Absoluto	1,2100000000E-06	8,5000000000E-07	1,2100000000E-06
Amplitude Total	1,3100000000E-06	1,7000000000E-06	2,4200000000E-06
Mediana	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00
Moda	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00	0,0000000000E+00
Média	-1,9375000000E-08	3,7500000000E-10	1,6375000000E-08
Desvio Médio	4,0835937500E-08	1,6425000000E-08	7,8293750000E-08
Desvio Padrão	1,3559877692E-07	9,6797054766E-08	2,6223875889E-07
Variância	1,8387028302E-14	9,3696698113E-15	6,8769166667E-14

### 5.2.2.3 - ANÁLISE DOS ERROS DE DISTÂNCIA

As diferenças percentuais entre as distâncias de deslocamento dos problemas diretos e as obtidas na soluções dos problemas inversos, entre as posições geodésicas inicial e final, foram organizadas e distribuídas de acordo com as freqüências das 160 amostras.

A Figura 5.21 apresenta os polígonos de freqüência relativos às três posições geodésicas de referência.

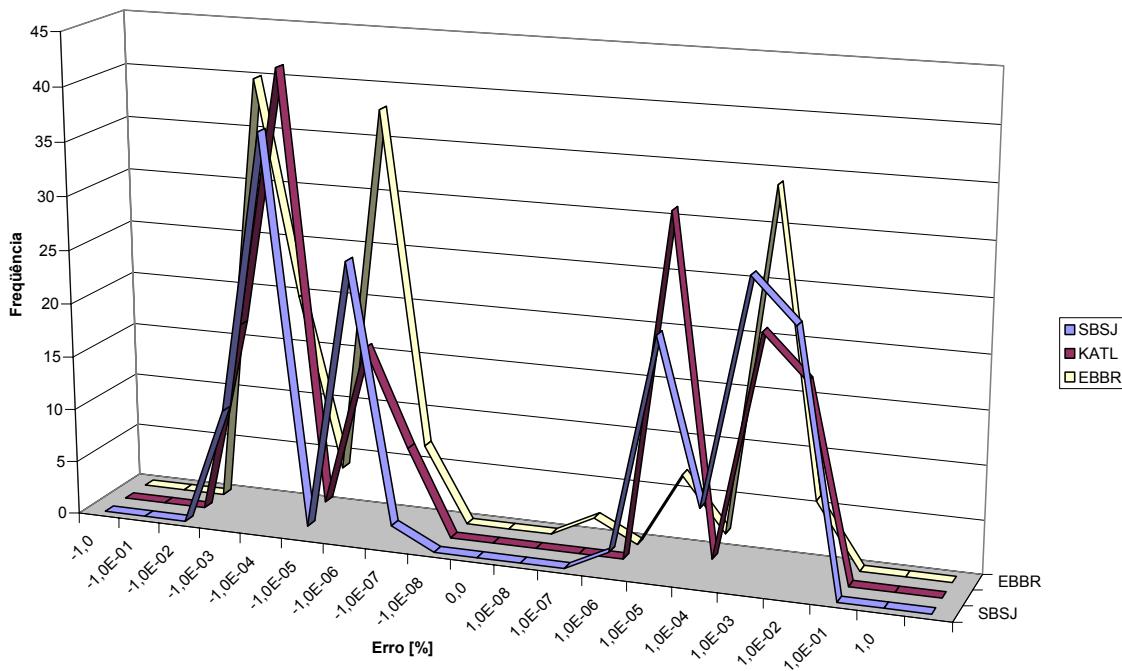


Fig. 5.21 - Polígonos de Freqüência dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

Analizando os polígonos de freqüência, pode-se observar que os erros estão próximos de zero, entretanto, concentrados em duas posições geometricamente espelhadas no histograma. Os resultados foram semelhantes

nas três situações, evidenciando um comportamento previsível das equações matemáticas em relação à distância.

As Figuras 5.22 e 5.23 apresentam os valores máximo e mínimo dos erros percentuais de distância. A amplitude total dos erros está representada na Figura 5.24.

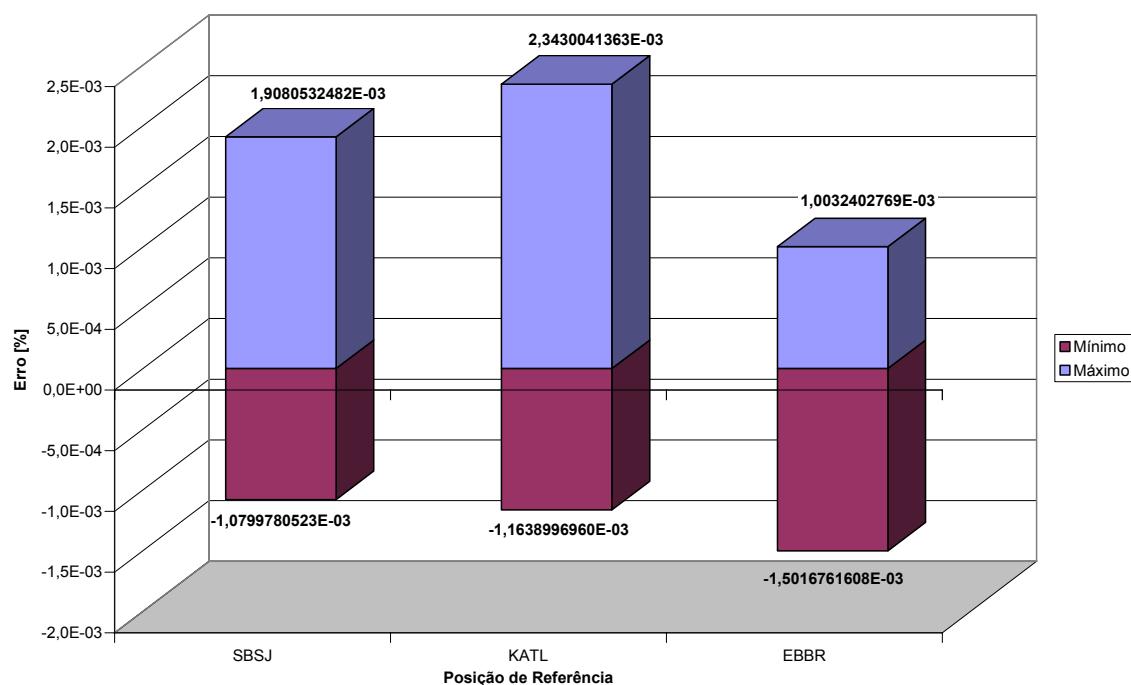


Fig. 5.22 – Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

Tendo em vista estes três gráficos, pode-se notar que os maiores desvios de distância ficaram na ordem de  $10^{-3}\%$  em relação aos valores iniciais. Tais resultados não são tão precisos quanto os obtidos nas duas análises anteriores, entretanto, representam uma excelente precisão para cálculos de distância sobre o globo terrestre.

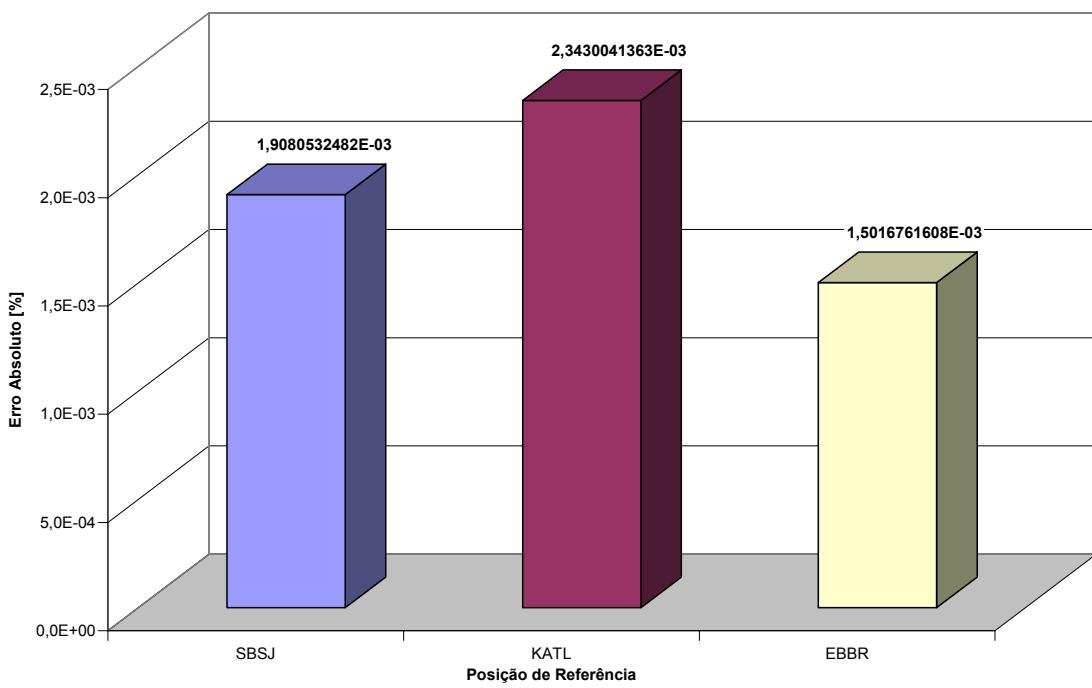


Fig. 5.23 – Valor Máximo dos Erros Absolutos de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

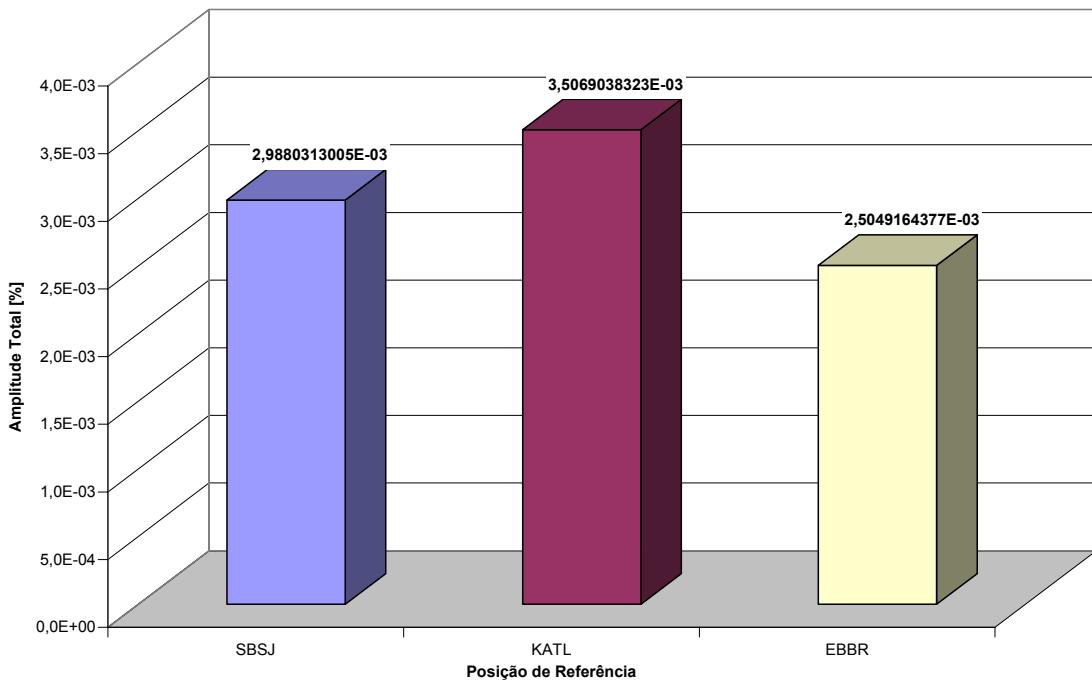


Fig. 5.24 – Amplitude Total dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

Com relação às medianas, pode-se verificar que os desvios representam tendências aleatórias de aumentar ou diminuir os valores iniciais de distância, entretanto, com erros extremamente pequenos na ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-7}\%$ , conforme a Figura 5.25.

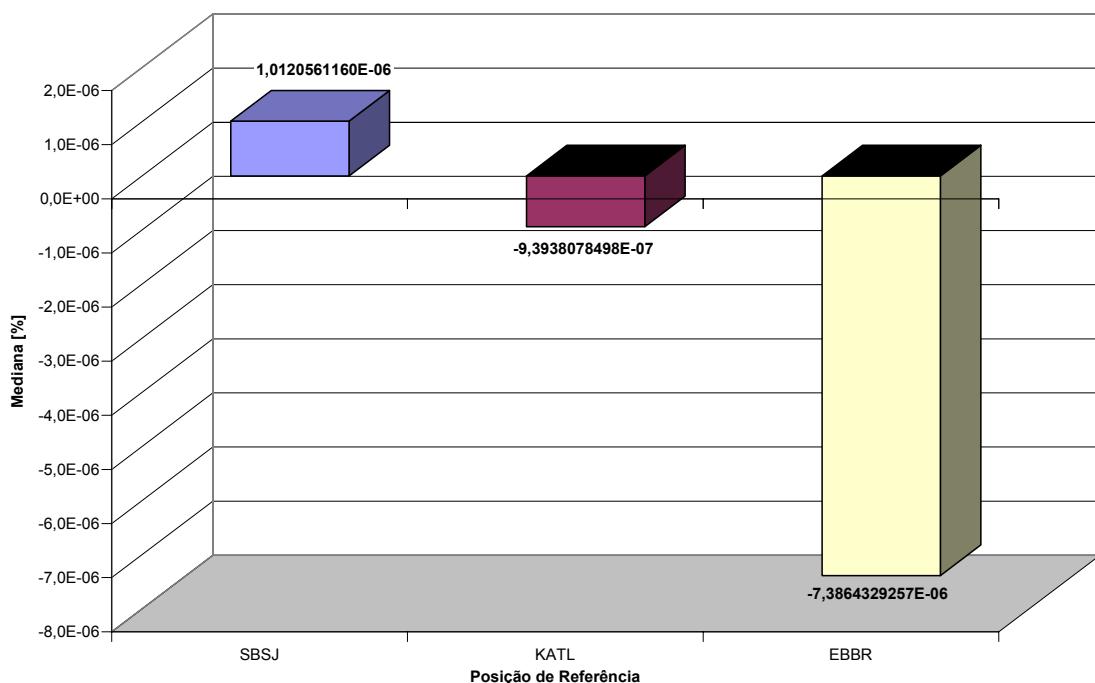


Fig. 5.25 – Mediana dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

Analogamente, as modas demonstram uma grande incidência de desvios com valores próximos de zero, na ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-7}\%$  dos valores iniciais, Figura 5.26.

As médias dos erros de distância estão apresentadas na Figura 5.27. Neste caso, os desvios demonstram ser pequenos, mantendo-se, na média, entre  $10^{-4}$  a  $10^{-5}\%$  dos valores iniciais.

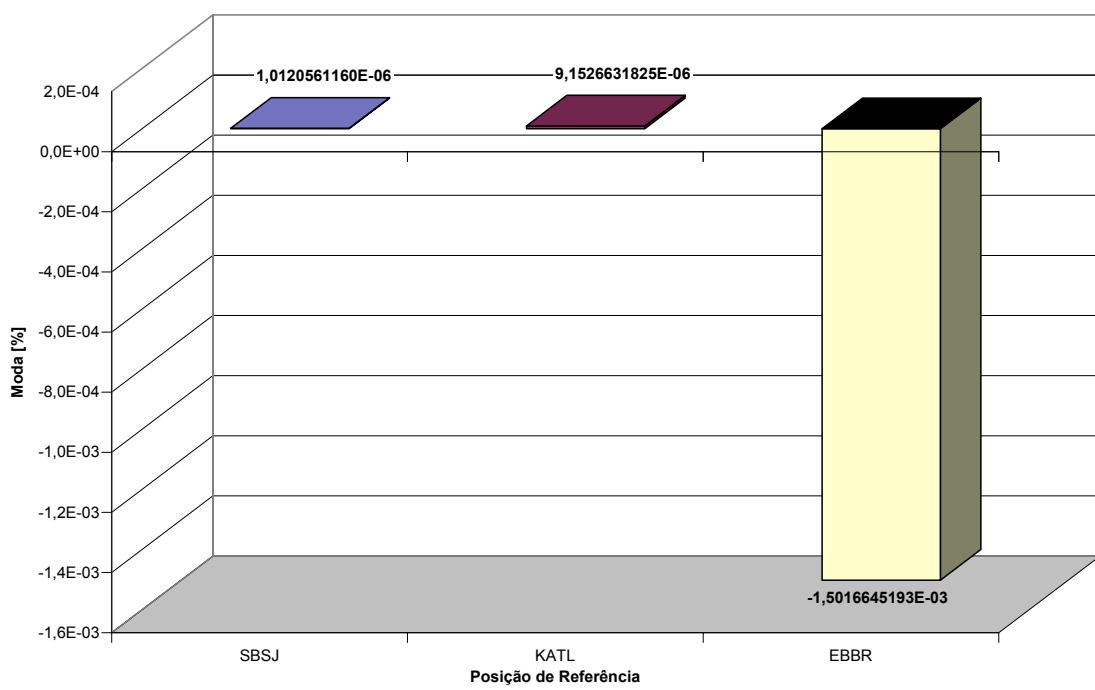


Fig. 5.26 – Moda dos Erros de Distância,  
para Diferentes Posições de Referência.

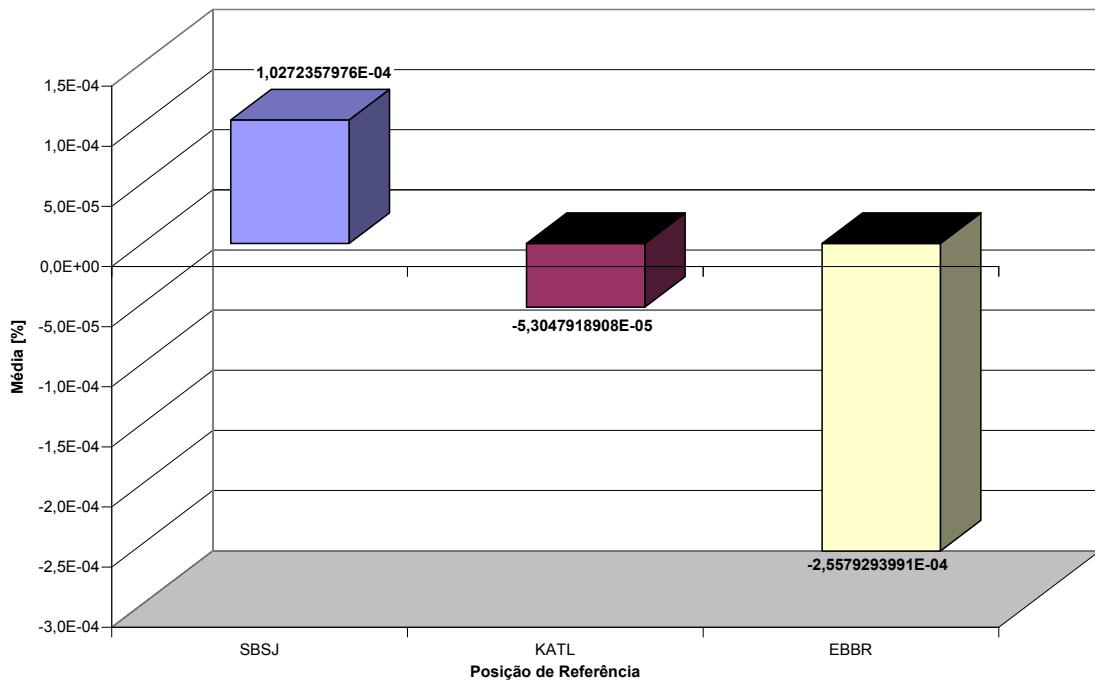


Fig. 5.27 – Média dos Erros de Distância,  
para Diferentes Posições de Referência.

Quanto ao grau de dispersão, os dados indicam que há uma tendência de aproximação dos valores médios dos erros de distância, correspondendo a desvios na ordem de  $10^{-4}\%$  dos valores iniciais.

As Figuras 5.28, 5.29 e 5.20 apresentam os desvios médios, os desvios padrões e as variâncias dos erros de distância obtidos com as três posições de referência, respectivamente.

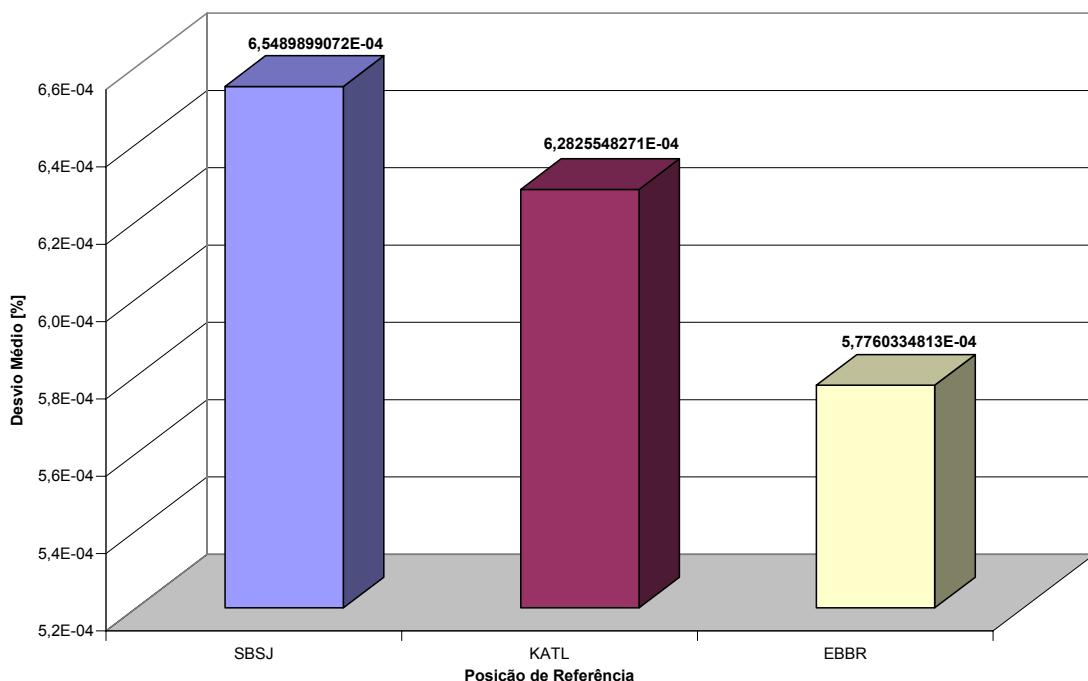


Fig. 5.28 – Desvio Médio dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

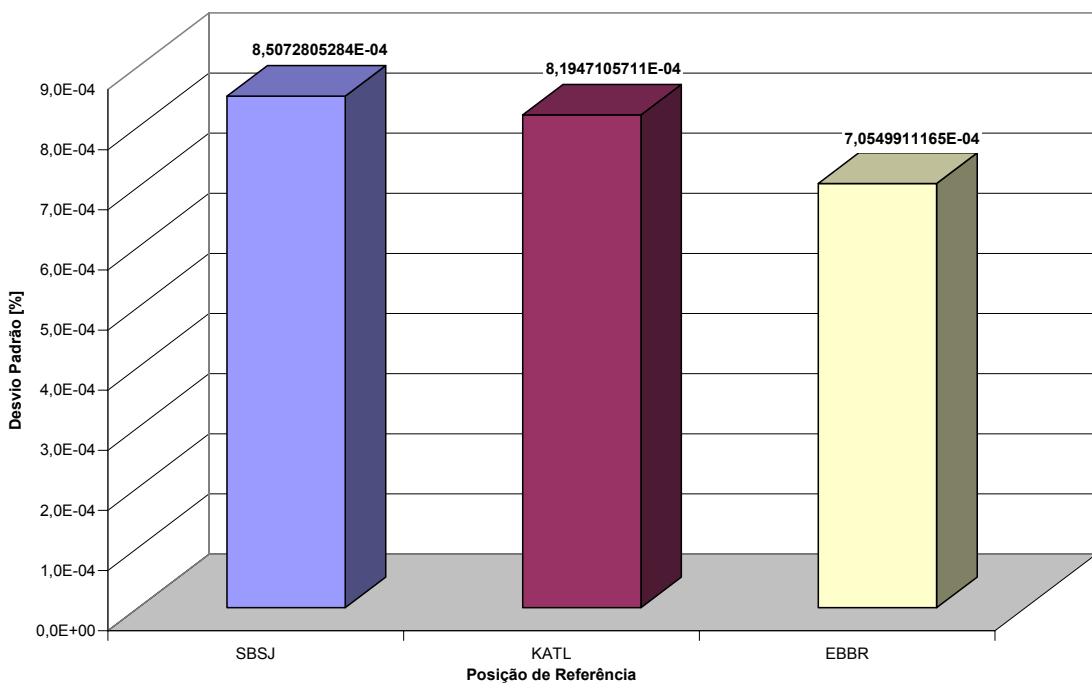


Fig. 5.29 – Desvio Padrão dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

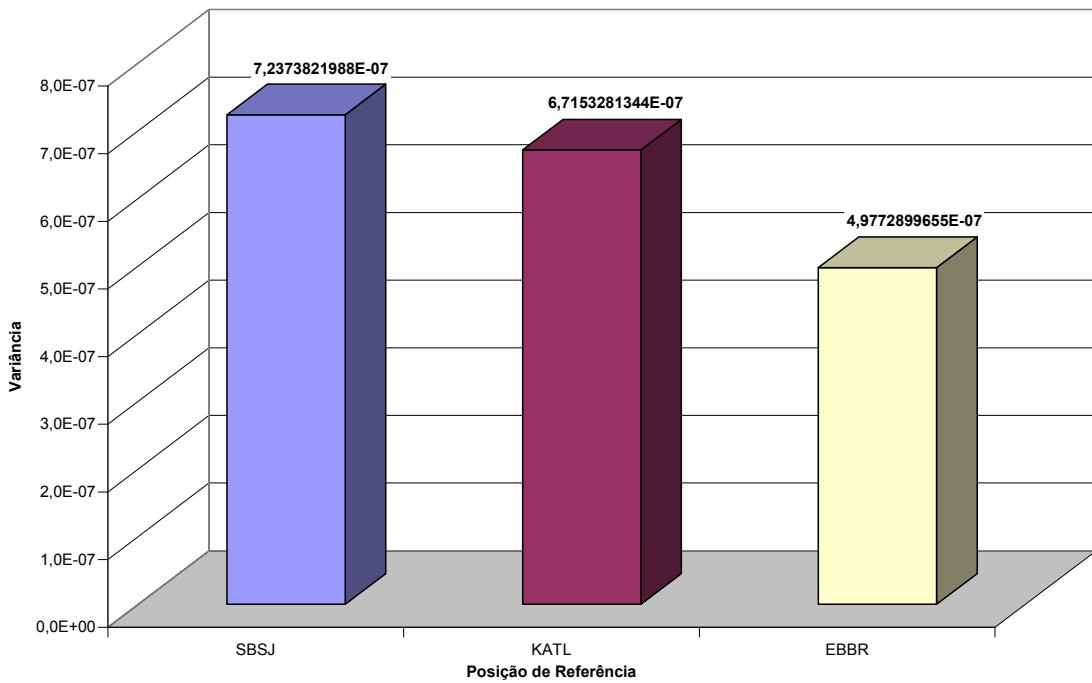


Fig. 5.30 – Variância dos Erros de Distância, para Diferentes Posições de Referência.

Os dados apresentados nos gráficos para estudo dos erros de distância estão consolidados, em valores percentuais, na Tabela 5.8 e, em valores reais [metros], na Tabela 5.9.

TABELA 5.8 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM DISTÂNCIA EM VALORES PERCENTUAIS

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatória	1,6435772761E-02	-8,4876670253E-03	-4,0926870385E-02
Máximo	1,9080532482E-03	2,3430041363E-03	1,0032402769E-03
Mínimo	-1,0799780523E-03	-1,1638996960E-03	-1,5016761608E-03
Maior Absoluto	1,9080532482E-03	2,3430041363E-03	1,5016761608E-03
Amplitude Total	2,9880313005E-03	3,5069038323E-03	2,5049164377E-03
Mediana	1,0120561160E-06	-9,3938078498E-07	-7,3864329257E-06
Moda	1,0120561160E-06	9,1526631825E-06	-1,5016645193E-03
Média	1,0272357976E-04	-5,3047918908E-05	-2,5579293991E-04
Desvio Médio	6,5489899072E-04	6,2825548271E-04	5,7760334813E-04
Desvio Padrão	8,5072805284E-04	8,1947105711E-04	7,0549911165E-04
Variância	7,2373821988E-07	6,7153281344E-07	4,9772899655E-07

TABELA 5.9 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM DISTÂNCIA EM VALORES REAIS [m]

	SBSJ	KATL	EBBR
Amostras	160	160	160
Somatória	1,4329512889E+00	1,6422727367E+00	1,9107722722E+01
Máximo	1,9525207803E+00	9,6884839237E-01	2,1975842293E+01
Mínimo	-8,8996203616E-01	-1,0337354187E+00	-1,2334846817E+00
Maior Absoluto	1,9525207803E+00	1,0337354187E+00	2,1975842293E+01
Amplitude Total	2,8424828164E+00	2,0025838111E+00	2,3209326975E+01
Mediana	6,1303171606E-06	-8,3961931523E-06	-3,9654092689E-04
Moda	1,0120561160E-01	9,1526631825E-01	-1,5016645193E-05
Média	8,9559455556E-03	1,0264204605E-02	1,1942326701E-01
Desvio Médio	6,4623021736E-02	1,0527604635E-01	3,1816842043E-01
Desvio Padrão	1,9565285315E-01	2,6266275425E-01	1,7526689231E+00
Variância	3,8280038947E-02	6,8991722468E-02	3,0718483538E+00

Finalmente, os resultados estatísticos para análise dos erros de distância são suficientes para a identificação do nível de precisão das equações propostas, entretanto, podem ser explorados um pouco mais com o intuito de se determinar a influência da distância de deslocamento nos erros obtidos.

Desta forma, os erros de distância foram agrupados de acordo com os valores de deslocamento das amostras, possibilitando a verificação das reais dimensões dos erros ao longo dos deslocamentos efetuados.

A Figura 5.31 apresenta os desvios médios reais [metros] obtidos com as várias distâncias, a partir das posições de referência, sendo os dados consolidados na Tabela 5.10.

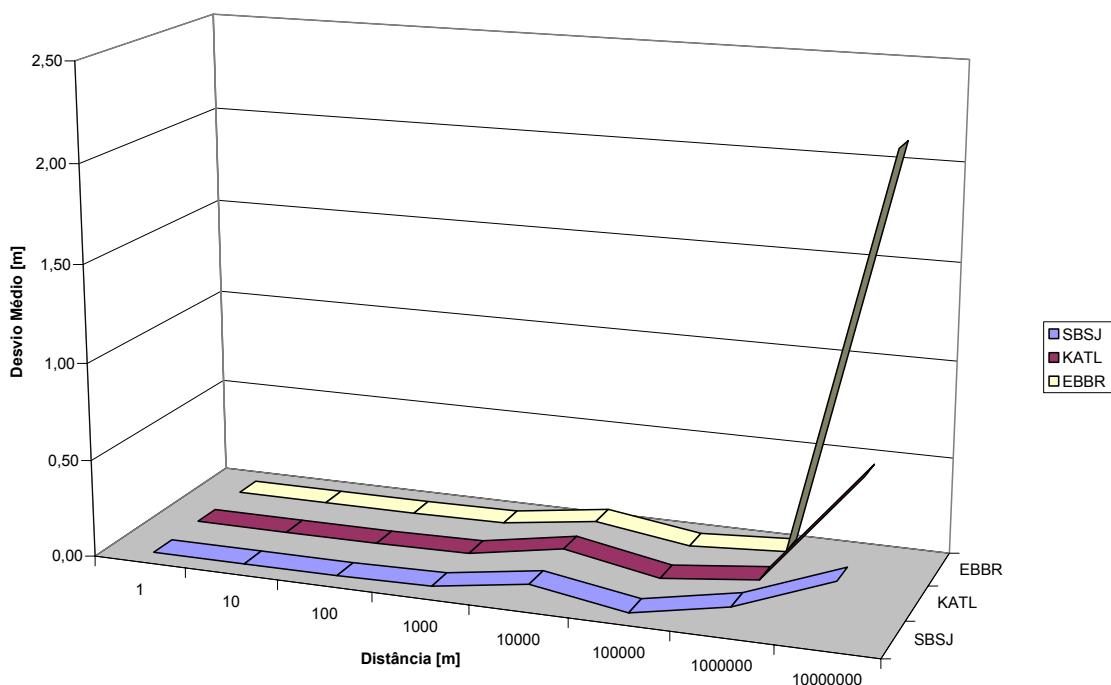


Fig. 5.31 – Desvio Médio para Diferentes Distâncias, a Partir de Distintas Posições de Referência, em valores reais [m].

TABELA 5.10 - COMPARAÇÃO DOS DESVIOS MÉDIOS OBTIDOS COM DIFERENTES DISTÂNCIAS, A PARTIR DE DISTINTAS POSIÇÕES DE REFERÊNCIA, EM VALORES REAIS [m]

Distância [m]	SBSJ	KATL	EBBR
1	1,0236463322E-05	9,7368045324E-06	7,5479024827E-06
10	1,0236568034E-04	9,7366962130E-05	7,5474793242E-05
100	1,0233828409E-03	9,7333885436E-04	7,5452795787E-04
1000	1,0206175613E-02	9,7002512244E-03	7,5232550719E-03
10000	8,3629243104E-02	9,3688263688E-02	7,3894732118E-02
100000	4,0344326742E-03	3,2490373914E-03	3,4071272450E-03
1000000	9,9116589256E-02	5,8266037896E-02	3,4078554135E-02
10000000	2,8906789040E-01	6,3868378866E-01	2,1161386157E+00

Observando os desvios médios, pode-se perceber que os erros representam valores na ordem de  $10^{-5}$  a  $10^{-6}$  m, para deslocamentos de 1 metro, e aumentam gradativamente, com pequenas oscilações, até a casa de centímetros, nos deslocamentos de 1.000.000 m. Apenas para deslocamentos iguais ou superiores a 10.000.000 m, o erro ultrapassa 1 metro.

É importante ressaltar que, além das equações propostas, o nível de precisão "double" das variáveis utilizadas na implementação em Linguagem Java também contribui para inserir artefatos residuais nos resultados.

### 5.3 - ANÁLISE COM DIFERENTES VARIÁVEIS DE CONTROLE

#### 5.3.1 - METODOLOGIA

Na segunda fase da análise, o estudo está centrado na obtenção de erros de altitude, azimute e distância, a partir da solução dos problemas direto e inverso, empregando-se uma única posição de referência e diferentes valores para as variáveis de controle  $m$  e  $n$ .

Desta forma, inicialmente, foi escolhido o aeroporto de São José dos Campos - São Paulo, como posição geodésica de referência para os cálculos matemáticos:

- SBSJ: Aeroporto de São José dos Campos - Brasil  
Latitude: S 23° 17' 18,0"  
Longitude: W 45° 52' 12,0"  
Altitude: 646,1838575957083 m

Na seqüência, foram efetuados os seguintes passos:

1. Utilização de SBSJ como posição geodésica inicial  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$ ;
2. Definição das variáveis de controle  $m$  e  $n$ ;
3. Variação de azimute e distância de deslocamento;
4. Cálculo da nova posição geodésica  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ , a partir dos deslocamentos definidos;
5. Determinação de azimute e distância entre as posições geodésicas;
6. Identificação dos erros reais e percentuais de altitude, azimute e distância.

Similarmente à análise anterior, os erros reais correspondem às diferenças encontradas entre os valores de distância  $d_1$  e  $d_2$  e de azimute  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , determinados nas soluções dos problemas direto e inverso, respectivamente, e, ainda, às desigualdades de altitude entre as posições  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ . Os erros percentuais eqüivalem às percentagens de desvio em relação aos valores iniciais de distância  $d_1$ , azimute  $\alpha_1$  e altitude  $h_1$ .

Nesta fase, as variáveis de controle sofreram alterações, assumindo os valores  $m=3$  e  $n=3$ ,  $m=10$  e  $n=10$ ,  $m=100$  e  $n=100$  e, ainda,  $m=1000$  e  $n=1000$ .

É importante ressaltar que foram efetuados testes com valores até  $m=1000000$  e  $n=1000000$ , entretanto, os custos computacionais não compensaram o aumento na precisão dos resultados. Finalmente, cabe mencionar que a adoção de valores iguais para as variáveis de controle  $m$  e  $n$  foi totalmente arbitrária.

Similarmente à análise anterior, o azimute de deslocamento sofreu variações de 0 a 360 graus, com intervalos de 18 graus, e a distância de deslocamento teve uma progressão geométrica de 1 até 10.000.000 m, com fator de progressão 10.

As tabelas 5.11, 5.1, 5.12 e 5.13 descrevem os resultados obtidos com variáveis de controle  $m=3$  e  $n=3$ ,  $m=10$  e  $n=10$ ,  $m=100$  e  $n=100$  e  $m=1000$  e  $n=1000$ , a partir da posição de referência SBSJ, respectivamente.

TABELA 5.11 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, m=3, n=3

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	S 23° 17' 17,96749022"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	0,0000000000	0,9997085478	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,9145216104E-04	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,9145216104E-02
18,0	1,0	S 23° 17' 17,96908317"	W 45° 52' 11,98912534"	646,1838575950	18,00000000800	0,9994457522	-7,0394889917E-10	8,0000000000E-08	-5,5424775928E-04	-1,0893941266E-10	4,4444444444E-07	-5,5424775928E-02
36,0	1,0	S 23° 17' 17,97370461"	W 45° 52' 11,97931834"	646,1838575969	36,00000000600	0,9998958516	1,1586962501E-09	6,0000000000E-08	-1,0414840654E-04	1,7931371024E-10	1,6666666667E-07	-1,0414840654E-02
54,0	1,0	S 23° 17' 17,98089565"	W 45° 52' 11,9715347"	646,1838575959	54,00000000800	0,9994210415	2,2737367544E-10	8,0000000000E-08	-5,7895854115E-04	3,5187148792E-11	1,4814814815E-07	-5,7895854115E-02
72,0	1,0	S 23° 17' 17,98995593"	W 45° 52' 11,96653597"	646,1838575969	72,00000001000	0,9994324502	1,1586962501E-09	1,0000000000E-07	-5,6754983962E-04	1,7931371024E-10	1,3888888889E-07	-5,6754983962E-02
90,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 11,96481505"	646,1838575978	90,0000000300	1,0012625081	2,0900188247E-09	3,0000000000E-08	1,2625081184E-03	3,2344027170E-10	3,3333333333E-08	1,2625081184E-01
108,0	1,0	S 23° 17' 18,01004407"	W 45° 52' 11,96653597"	646,1838575941	108,0000000100	0,9994324483	-1,6352714738E-09	1,0000000000E-08	-5,6755170226E-04	-2,5306597411E-10	9,2592592593E-09	-5,6755170226E-02
126,0	1,0	S 23° 17' 18,01910434"	W 45° 52' 11,9715347"	646,1838575959	125,9999999900	0,9994210438	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-5,7895621285E-04	3,5187148792E-11	-7,9365079365E-09	-5,7895621285E-02
144,0	1,0	S 23° 17' 18,02629539"	W 45° 52' 11,97931834"	646,1838575978	143,9999999800	0,9998958556	2,0900188247E-09	-2,0000000000E-08	-1,0414444841E-04	3,2344027170E-10	-1,3888888889E-08	-1,0414444841E-02
162,0	1,0	S 23° 17' 18,03091683"	W 45° 52' 11,98912534"	646,1838575959	161,9999999200	0,9994457449	2,2737367544E-10	-8,0000000000E-08	-5,5425509345E-04	3,5187148792E-11	-4,9382716049E-08	-5,5425509345E-02
180,0	1,0	S 23° 17' 18,03250978"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	180,0000000000	0,9997085452	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-2,9145483859E-04	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-2,9145483859E-02
198,0	1,0	S 23° 17' 18,03091683"	W 45° 52' 12,01087466"	646,1838575959	197,9999999100	0,9994457470	2,2737367544E-10	-9,0000000000E-08	-5,5425299797E-04	3,5187148792E-11	-4,5454545455E-08	-5,5425299797E-02
216,0	1,0	S 23° 17' 18,02629539"	W 45° 52' 12,02068166"	646,1838575959	215,9999999200	0,9998958527	2,2737367544E-10	-8,0000000000E-08	-1,0414730059E-04	3,5187148792E-11	-3,7037037037E-08	-1,0414730059E-02
234,0	1,0	S 23° 17' 18,01910434"	W 45° 52' 12,0284653"	646,1838575950	233,9999998700	0,9994210415	-7,0394889917E-10	-1,3000000000E-07	-5,7895854115E-04	-1,0893941266E-10	-5,55555555556E-08	-5,7895854115E-02
252,0	1,0	S 23° 17' 18,01004407"	W 45° 52' 12,03346403"	646,1838575941	251,9999999700	0,9994324461	-1,6352714738E-09	-3,0000000000E-08	-5,6755391415E-04	-2,5306597411E-10	-1,1904761905E-08	-5,6755391415E-02
270,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 12,03518495"	646,1838575959	269,9999999600	1,0012625066	2,2737367544E-10	-4,0000000000E-08	1,2625065652E-03	3,5187148792E-11	-1,4814814815E-08	1,2625065652E-01
288,0	1,0	S 23° 17' 17,98995593"	W 45° 52' 12,03346403"	646,1838575969	287,9999999900	0,9994324483	1,1586962501E-09	-1,0000000000E-08	-5,6755170226E-04	1,7931371024E-10	-3,4722222222E-09	-5,6755170226E-02
306,0	1,0	S 23° 17' 17,98089565"	W 45° 52' 12,0284653"	646,1838575959	306,0000000200	0,9994210415	2,2737367544E-10	2,0000000000E-08	-5,7895854115E-04	3,5187148792E-11	6,5359477124E-09	-5,7895854115E-02
324,0	1,0	S 23° 17' 17,97370461"	W 45° 52' 12,02068166"	646,1838575969	324,0000000300	0,9998958478	1,1586962501E-09	3,0000000000E-08	-1,0415219003E-04	1,7931371024E-10	9,2592592593E-09	-1,0415219003E-02
342,0	1,0	S 23° 17' 17,96908317"	W 45° 52' 12,01087466"	646,1838575969	342,0000000700	0,9994457464	1,1586962501E-09	7,0000000000E-08	-5,5425358005E-04	1,7931371024E-10	2,0467836257E-08	-5,5425358005E-02
0,0	10,0	S 23° 17' 17,67490217"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	9,997056146	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-2,9143854044E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-2,9143854044E-02
18,0	10,0	S 23° 17' 17,69083167"	W 45° 52' 11,89125347"	646,1838575959	18,0000000000	9,9944575531	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,5424468592E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,5424468592E-02
36,0	10,0	S 23° 17' 17,73704605"	W 45° 52' 11,979318354"	646,1838575959	36,0000000000	9,9989583200	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,0416799923E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,0416799923E-02
54,0	10,0	S 23° 17' 17,80895648"	W 45° 52' 11,71534712"	646,1838575959	54,0000000100	9,9942103522	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	-5,7896478102E-03	3,5187148792E-11	1,8518518519E-08	-5,7896478102E-02
72,0	10,0	S 23° 17' 17,89955923"	W 45° 52' 11,66535977"	646,1838575959	72,0000000100	9,9943245465	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	5,6754534598E-03	3,5187148792E-11	1,3888888889E-08	5,6754534598E-02
90,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 11,64815051"	646,1838575959	90,0000000000	10,0126247703	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2624770262E-02	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2624770262E-01
108,0	10,0	S 23° 17' 18,10044058"	W 45° 52' 11,66535963"	646,1838575959	108,0000000000	9,9943244178	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,6755822152E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,6755822152E-02
126,0	10,0	S 23° 17' 18,19104337"	W 45° 52' 11,71534689"	646,1838575969	126,0000000000	9,9942104719	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-5,7895281352E-03	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-5,7895281352E-02
144,0	10,0	S 23° 17' 18,26295387"	W 45° 52' 11,79318332"	646,1838575959	143,9999999900	9,9989586798	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-1,0413202108E-03	3,5187148792E-11	-6,9444444444E-09	-1,0413202108E-02
162,0	10,0	S 23° 17' 18,3091683"	W 45° 52' 11,89125333"	646,1838575941	161,9999999900	9,9944574033	-1,6352714738E-09	-1,0000000000E-08	-5,5425966857E-03	-2,5306597411E-10	-6,1728395062E-09	-5,5425966857E-02
180,0	10,0	S 23° 17' 18,32509783"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,0000000000	9,9970853163	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	-2,9146836605E-03	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	-2,9146836605E-02
198,0	10,0	S 23° 17' 18,3091683"	W 45° 52' 12,10874667"	646,1838575959	197,9999999900	9,9944574079	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-5,5425921455E-03	3,5187148792E-11	-5,0505050505E-09	-5,5425921455E-02

(continua)

Tabela 5.11 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	S 23° 17' 18,26295387"	W 45° 52' 12,20681668"	646,1838575959	215,9999999900	9,9989586772	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-1,0413227719E-03	3,5187148792E-11	-4,6296296296E-09	-1,0413227719E-02
234,0	10,0	S 23° 17' 18,19104337"	W 45° 52' 12,28465311"	646,1838575969	234,0000000000	9,9942104681	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-5,7895318605E-03	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-5,7895318605E-02
252,0	10,0	S 23° 17' 18,10044058"	W 45° 52' 12,33464037"	646,1838575959	252,0000000000	9,9943244151	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,6755848927E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,6755848927E-02
270,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 12,35184949"	646,1838575959	270,0000000000	10,0126247680	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2624767951E-02	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2624767951E-01
288,0	10,0	S 23° 17' 17,89955923"	W 45° 52' 12,33464023"	646,1838575959	288,0000000000	9,9943245454	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,6754546240E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,6754546240E-02
306,0	10,0	S 23° 17' 17,80895648"	W 45° 52' 12,28465288"	646,1838575950	306,0000000000	9,9942103485	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	-5,7896515355E-03	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	-5,7896515355E-02
324,0	10,0	S 23° 17' 17,73704605"	W 45° 52' 12,20681646"	646,1838575959	324,0000000000	9,9989583183	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,0416816804E-03	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,0416816804E-02
342,0	10,0	S 23° 17' 17,69083167"	W 45° 52' 12,10874653"	646,1838575959	342,0000000100	9,9944575508	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	-5,5424491875E-03	3,5187148792E-11	2,9239766082E-09	-5,5424491875E-02
0,0	100,0	S 23° 17' 14,74902146"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575941	0,0000000000	99,9708693302	-1,6356125343E-09	0,0000000000E+00	-2,9130669776E-02	-2,5311875484E-10	0,0000000000E+00	-2,9130669776E-02
18,0	100,0	S 23° 17' 14,90831558"	W 45° 52' 10,91254098"	646,1838575959	18,0000000000	99,9445820564	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	-5,5417943629E-02	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	-5,5417943629E-02
36,0	100,0	S 23° 17' 15,37045696"	W 45° 52' 9,93184553"	646,1838575959	36,0000000000	99,9895669105	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	-1,0433089541E-02	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	-1,0433089541E-02
54,0	100,0	S 23° 17' 16,08955833"	W 45° 52' 9,15348129"	646,1838575959	54,0000000000	99,9420981524	2,2714630177E-10	0,0000000000E+00	-5,7901847642E-02	3,5151961643E-11	0,0000000000E+00	-5,7901847642E-02
72,0	100,0	S 23° 17' 16,99558337"	W 45° 52' 8,65360397"	646,1838575969	72,0000000000	99,9432512620	1,1585825632E-09	0,0000000000E+00	-5,6748738047E-02	1,7929611667E-10	0,0000000000E+00	-5,6748738047E-02
90,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 8,48150506"	646,1838575959	90,0000000000	100,1262168903	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2621689027E-01	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2621689027E-01
108,0	100,0	S 23° 17' 19,00439687"	W 45° 52' 8,6535901"	646,1838575950	108,0000000000	99,9432383636	-7,0383521233E-10	0,0000000000E+00	-5,6761636399E-02	-1,0892181909E-10	0,0000000000E+00	-5,6761636399E-02
126,0	100,0	S 23° 17' 19,91042724"	W 45° 52' 9,15345885"	646,1838575969	126,0000000000	99,9421100640	1,1589236237E-09	0,0000000000E+00	-5,7889936026E-02	1,7934889739E-10	0,0000000000E+00	-5,7889936026E-02
144,0	100,0	S 23° 17' 20,62953519"	W 45° 52' 9,93182308"	646,1838575950	144,0000000000	99,9896031122	-7,0372152550E-10	0,0000000000E+00	-1,0396887752E-02	-1,0890422551E-10	0,0000000000E+00	-1,0396887752E-02
162,0	100,0	S 23° 17' 21,09168189"	W 45° 52' 10,9125271"	646,1838575959	162,0000000000	99,9445675118	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-5,5432488210E-02	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-5,5432488210E-02
180,0	100,0	S 23° 17' 21,25097804"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	179,9999987900	99,9708399813	2,2771473596E-10	-1,2100000000E-06	-2,9160018661E-02	3,5239929515E-11	-6,722222222E-07	-2,9160018661E-02
198,0	100,0	S 23° 17' 21,09168189"	W 45° 52' 13,0874729"	646,1838575969	198,0000000000	99,9445675118	1,1590373106E-09	0,0000000000E+00	-5,5432488210E-02	1,7936649097E-10	0,0000000000E+00	-5,5432488210E-02
216,0	100,0	S 23° 17' 20,62953519"	W 45° 52' 14,06817692"	646,1838575969	216,0000000000	99,9896031081	1,1590373106E-09	0,0000000000E+00	-1,0396891943E-02	1,7936649097E-10	0,0000000000E+00	-1,0396891943E-02
234,0	100,0	S 23° 17' 19,91042724"	W 45° 52' 14,84654115"	646,1838575959	234,0000000000	99,9421100500	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	-5,7889949996E-02	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	-5,7889949996E-02
252,0	100,0	S 23° 17' 19,00439687"	W 45° 52' 15,3464099"	646,1838575959	252,0000000000	99,9432383573	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	-5,6761642685E-02	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	-5,6761642685E-02
270,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 15,51849494"	646,1838575959	270,0000000000	100,1262168877	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2621688769E-01	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2621688769E-01
288,0	100,0	S 23° 17' 16,99558337"	W 45° 52' 15,34639603"	646,1838575969	288,0000000000	99,9432512592	1,1585825632E-09	0,0000000000E+00	5,6748740841E-02	1,7929611667E-10	0,0000000000E+00	5,6748740841E-02
306,0	100,0	S 23° 17' 16,08955833"	W 45° 52' 14,84651871"	646,1838575959	306,0000000000	99,9420981510	2,2714630177E-10	0,0000000000E+00	-5,7901849039E-02	3,5151961643E-11	0,0000000000E+00	-5,7901849039E-02
324,0	100,0	S 23° 17' 15,37045696"	W 45° 52' 14,06815447"	646,1838575941	324,0000000000	99,9895668639	-1,6356125343E-09	0,0000000000E+00	-1,0433136078E-02	-2,5311875484E-10	0,0000000000E+00	-1,0433136078E-02
342,0	100,0	S 23° 17' 14,90831558"	W 45° 52' 13,08745902"	646,1838575959	342,0000000000	99,9445820510	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	-5,5417948985E-02	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	-5,5417948985E-02
0,0	1000,0	S 23° 16' 45,49019219"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	999,7100156670	2,2362200980E-10	0,0000000000E+00	-2,8998433298E-01	3,4606560837E-11	0,0000000000E+00	-2,8998433298E-02
18,0	1000,0	S 23° 16' 47,08304187"	W 45° 52' 1,12603395"	646,1838575969	18,0000000000	999,4464769219	1,1550582713E-09	0,0000000000E+00	-5,5352307810E-01	1,7875071586E-10	0,0000000000E+00	-5,5352307810E-02
36,0	1000,0	S 23° 16' 51,70421608"	W 45° 51' 51,31946494"	646,1838575959	36,0000000000	999,8940395446	2,2430413082E-10	0,0000000000E+00	-1,0596045540E-01	3,4712122283E-11	0,0000000000E+00	-1,0596045540E-02
54,0	1000,0	S 23° 16' 58,89493367"	W 45° 51' 43,5358226"	646,1838575969	54,0000000000	999,4204475246	1,1565362001E-09	0,0000000000E+00	-5,7955247536E-01	1,7897943233E-10	0,0000000000E+00	-5,7955247536E-02

(continua)

Tabela 5.11 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	S 23° 17' 7,95494441"	W 45° 51' 38,53666379"	646,1838575969	72,0000000000	999,4330952244	1,1575593817E-09	0,0000000000E+00	-5,6690477557E-01	1,7913777450E-10	0,0000000000E+00	-5,6690477557E-02
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891021"	W 45° 51' 36,81505063"	646,1838575959	90,0000000000	1001,2590917554	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2590917554E+00	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2590917554E-01
108,0	1000,0	S 23° 17' 28,04307926"	W 45° 51' 38,53527683"	646,1838575959	108,0000000000	999,4318050179	2,2851054382E-10	0,0000000000E+00	-5,6819498213E-01	3,5363084536E-11	0,0000000000E+00	-5,6819498213E-02
126,0	1000,0	S 23° 17' 37,10362259"	W 45° 51' 43,53357859"	646,1838575969	126,0000000000	999,4216386629	1,1608563000E-09	0,0000000000E+00	-5,7836133707E-01	1,7964798816E-10	0,0000000000E+00	-5,7836133707E-02
144,0	1000,0	S 23° 17' 44,29499831"	W 45° 51' 51,31722084"	646,1838575950	144,0000000000	999,8976642927	-7,0087935455E-10	0,0000000000E+00	-1,0233570726E-01	-1,0846438615E-10	0,0000000000E+00	-1,0233570726E-02
162,0	1000,0	S 23° 17' 48,91670492"	W 45° 52' 1,12464659"	646,1838575959	162,0000000000	999,4450227909	2,3101165425E-10	0,0000000000E+00	-5,5497720907E-01	3,5750143173E-11	0,0000000000E+00	-5,5497720907E-02
180,0	1000,0	S 23° 17' 50,50975805"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	179,9999991500	999,7070815297	-7,0008354669E-10	-8,5000000000E-07	-2,9291847034E-01	-1,0834123113E-10	-4,7222222222E-07	-2,9291847034E-02
198,0	1000,0	S 23° 17' 48,91670492"	W 45° 52' 22,87535341"	646,1838575959	198,0000000000	999,4450227930	2,3101165425E-10	0,0000000000E+00	-5,5497720698E-01	3,5750143173E-11	0,0000000000E+00	-5,5497720698E-02
216,0	1000,0	S 23° 17' 44,29499831"	W 45° 52' 32,68277916"	646,1838575950	216,0000000000	999,8976642939	-7,0087935455E-10	0,0000000000E+00	-1,0233570606E-01	-1,0846438615E-10	0,0000000000E+00	-1,0233570606E-02
234,0	1000,0	S 23° 17' 37,10362259"	W 45° 52' 40,46642141"	646,1838575950	234,0000000000	999,4216386620	-7,0178884926E-10	0,0000000000E+00	-5,7836133800E-01	-1,0860513475E-10	0,0000000000E+00	-5,7836133800E-02
252,0	1000,0	S 23° 17' 28,04307926"	W 45° 52' 45,46472317"	646,1838575969	252,0000000000	999,4318050159	1,1598331184E-09	0,0000000000E+00	-5,6819498411E-01	1,7948964599E-10	0,0000000000E+00	-5,6819498411E-02
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891021"	W 45° 52' 47,18494937"	646,1838575959	270,0000000000	1001,2590917539	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2590917539E+00	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2590917539E-01
288,0	1000,0	S 23° 17' 7,95494441"	W 45° 52' 45,46333621"	646,1838575969	288,0000000000	999,4330952228	1,1575593817E-09	0,0000000000E+00	-5,6690477720E-01	1,7913777450E-10	0,0000000000E+00	-5,6690477720E-02
306,0	1000,0	S 23° 16' 58,89493367"	W 45° 52' 40,4641774"	646,1838575959	306,0000000000	999,4204475228	2,2521362553E-10	0,0000000000E+00	-5,7955247723E-01	3,4852870879E-11	0,0000000000E+00	-5,7955247723E-02
324,0	1000,0	S 23° 16' 51,70421608"	W 45° 52' 32,68053506"	646,1838575978	324,0000000000	999,8940395433	2,0869492801E-09	0,0000000000E+00	-1,0596045665E-01	3,2296524519E-10	0,0000000000E+00	-1,0596045665E-02
342,0	1000,0	S 23° 16' 47,08304187"	W 45° 52' 22,87396605"	646,1838575950	342,0000000000	999,4464769225	-7,0758687798E-10	0,0000000000E+00	-5,5352307751E-01	-1,0950240704E-10	0,0000000000E+00	-5,5352307751E-02
0,0	1000,0	S 23° 11' 52,89968526"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,00000008500	9997,2342251880	1,8940227164E-10	8,5000000000E-07	-2,7657748120E+00	2,9310894944E-11	0,0000000000E+00	-2,7657748120E-02
18,0	10000,0	S 23° 12' 8,81904499"	W 45° 50' 23,32264844"	646,1838575959	18,0000000000	9994,5322348404	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	-5,4677651596E+00	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	-5,4677651596E-02
36,0	10000,0	S 23° 12' 55,00686621"	W 45° 48' 45,29547443"	646,1838575968	36,0000000000	9998,7793141906	1,1278871170E-09	0,0000000000E+00	-1,2206858094E+00	1,7454585158E-10	0,0000000000E+00	-1,2206858094E-02
54,0	10000,0	S 23° 14' 6,88444679"	W 45° 47' 27,4591105"	646,1838575959	54,0000000000	9994,1529026739	2,0509105525E-10	0,0000000000E+00	-5,8470973261E+00	3,1738802111E-11	0,0000000000E+00	-5,8470973261E-02
72,0	10000,0	S 23° 15' 37,46056602"	W 45° 46' 37,42905593"	646,1838575959	72,0000000000	9994,3910405019	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	-5,6089594981E+00	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	-5,6089594981E-02
90,0	10000,0	S 23° 17' 17,89102132"	W 45° 46' 20,15055851"	646,1838575959	90,0000000000	10012,2850431591	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2285043159E+01	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2285043159E-01
108,0	10000,0	S 23° 18' 58,34180109"	W 45° 46' 37,29035973"	646,1838575959	108,0000000000	9994,2620198587	2,3919710657E-10	0,0000000000E+00	-5,7379801413E+00	3,7016880529E-11	0,0000000000E+00	-5,7379801413E-02
126,0	10000,0	S 23° 20' 28,97117908"	W 45° 47' 27,23470941"	646,1838575960	126,0000000000	9994,2720166827	2,4976998247E-10	0,0000000000E+00	-5,7279833173E+00	3,8653082948E-11	0,0000000000E+00	-5,7279833173E-02
144,0	10000,0	S 23° 21' 40,91457257"	W 45° 48' 45,07106429"	646,1838575950	144,0000000000	9999,1417895734	-6,7302607931E-10	0,0000000000E+00	-8,5821042661E-01	-1,0415396042E-10	0,0000000000E+00	-8,5821042661E-03
162,0	10000,0	S 23° 22' 27,15563445"	W 45° 50' 23,18391265"	646,1838575950	162,0000000000	9994,3868216805	-6,6756911110E-10	0,0000000000E+00	-5,6131783195E+00	-1,0330946885E-10	0,0000000000E+00	-5,6131783195E-02
180,0	10000,0	S 23° 22' 43,09533894"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575960	180,0000000000	9996,9408110008	2,6557245292E-10	0,0000000000E+00	-3,0591889992E+00	4,1098589789E-11	0,0000000000E+00	-3,0591889992E-02
198,0	10000,0	S 23° 22' 27,15563445"	W 45° 54' 0,81608735"	646,1838575960	198,0000000000	9994,3868216819	2,6363977668E-10	0,0000000000E+00	-5,6131783181E+00	4,0799499025E-11	0,0000000000E+00	-5,6131783181E-02
216,0	10000,0	S 23° 21' 40,91457257"	W 45° 55' 38,92893571"	646,1838575950	216,0000000000	9998,1417895691	-6,7302607931E-10	0,0000000000E+00	-8,5821043092E-01	-1,0415396042E-10	0,0000000000E+00	-8,5821043092E-03
234,0	10000,0	S 23° 20' 28,97117908"	W 45° 56' 56,76529059"	646,1838575960	234,0000000000	9994,2720166808	2,4976998247E-10	0,0000000000E+00	-5,7279833192E+00	3,8653082948E-11	0,0000000000E+00	-5,7279833192E-02
252,0	10000,0	S 23° 18' 58,34180109"	W 45° 57' 46,70964027"	646,1838575959	252,0000000000	9994,2620198566	2,3919710657E-10	0,0000000000E+00	-5,7379801434E+00	3,7016880529E-11	0,0000000000E+00	-5,7379801434E-02
270,0	10000,0	S 23° 17' 17,89102132"	W 45° 58' 3,84944149"	646,1838575959	270,0000000000	10012,2850431561	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,2285043156E+01	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,2285043156E-01

(continua)

Tabela 5.11 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	S 23° 15' 37,46056602"	W 45° 57' 46,57094407"	646,1838575959	288,00000000000	9994,3910404993	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	-5,6089595007E+00	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	-5,6089595007E-02
306,0	10000,0	S 23° 14' 6,88444679"	W 45° 56' 56,5408895"	646,1838575959	306,00000000000	9994,1529026735	2,0497736841E-10	0,0000000000E+00	-5,8470973265E+00	3,1721214636E-11	0,0000000000E+00	-5,8470973265E-02
324,0	10000,0	S 23° 12' 55,00686621"	W 45° 55' 38,70452557"	646,1838575968	324,00000000000	9998,7793141832	1,1278871170E-09	0,0000000000E+00	-1,2206858168E+00	1,7454585158E-10	0,0000000000E+00	-1,2206858168E-02
342,0	10000,0	S 23° 12' 8,81904499"	W 45° 54' 0,67735156"	646,1838575959	342,00000000000	9994,5322348335	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	-5,4677651665E+00	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	-5,4677651665E-02
0,0	100000,0	S 22° 23' 6,77539915"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575946	0,00000000000	99987,5786424487	-1,0736584954E-09	0,0000000000E+00	-1,2421357551E+01	-1,6615371660E-10	0,0000000000E+00	-1,2421357551E-02
18,0	100000,0	S 22° 25' 45,07136498"	W 45° 34' 11,34864734"	646,1838575947	18,00000000000	99953,8959939339	-1,0561507224E-09	0,0000000000E+00	-4,6104006066E+01	-1,6344430614E-10	0,0000000000E+00	-4,6104006066E-02
36,0	100000,0	S 22° 33' 24,59089448"	W 45° 17' 54,89466472"	646,1838575956	36,00000000000	99973,5137582315	-7,3782757681E-11	0,0000000000E+00	-2,6486241768E+01	-1,1418229783E-11	0,0000000000E+00	-2,6486241768E-02
54,0	100000,0	S 22° 45' 20,42573326"	W 45° 4' 56,59306301"	646,1838575957	54,00000000000	99938,1974491402	6,5938365879E-12	0,0000000000E+00	-6,1802550860E+01	1,0204273150E-12	0,0000000000E+00	-6,1802550860E-02
72,0	100000,0	S 23° 0' 23,76898115"	W 44° 56' 32,53598924"	646,1838575958	72,00000000000	99951,7456261160	1,0959411156E-10	0,0000000000E+00	-4,8254373884E+01	1,6960205718E-11	0,0000000000E+00	-4,8254373884E-02
90,0	100000,0	S 23° 17' 7,1024719"	W 44° 53' 33,55779539"	646,1838575959	90,00000000000	100094,1010104410	2,2612312023E-10	0,0000000000E+00	9,4101010441E+01	3,4993619474E-11	0,0000000000E+00	9,4101010441E-02
108,0	100000,0	S 23° 33' 52,46790704"	W 44° 56' 18,66767249"	646,1838575951	108,00000000000	99938,8446957082	-5,8651039581E-10	0,0000000000E+00	-6,1155304292E+01	-9,0765250309E-11	0,0000000000E+00	-6,1155304292E-02
126,0	100000,0	S 23° 49' 1,13615506"	W 45° 4' 34,1531967"	646,1838575934	126,00000000000	99950,1093325093	-2,3400161808E-09	0,0000000000E+00	-4,9890667491E+01	-3,6212854179E-10	0,0000000000E+00	-4,9890667491E-02
144,0	100000,0	S 24° 1' 3,55208766"	W 45° 17' 32,45158646"	646,1838575953	144,00000000000	100009,7627658290	-3,8949110603E-10	0,0000000000E+00	9,7627658296E+00	-6,0275585881E-11	0,0000000000E+00	9,7627658296E-03
162,0	100000,0	S 24° 8' 48,39623834"	W 45° 33' 57,47263696"	646,1838575944	162,00000000000	99939,3540815088	-1,2637428881E-09	0,0000000000E+00	-6,0645918491E+01	-1,9557017299E-10	0,0000000000E+00	-6,0645918491E-02
180,0	100000,0	S 24° 11' 28,72706259"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575954	180,00000000000	99958,2360243361	-3,1263880373E-10	0,0000000000E+00	-4,1763975664E+01	-4,8382329589E-11	0,0000000000E+00	-4,1763975664E-02
198,0	100000,0	S 24° 8' 48,39623834"	W 46° 10' 26,52736304"	646,1838575954	198,00000000000	99939,3540815101	-3,3242031350E-10	0,0000000000E+00	-6,0645918490E+01	-5,1443611534E-11	0,0000000000E+00	-6,0645918490E-02
216,0	100000,0	S 24° 1' 3,55208766"	W 46° 26' 51,54841354"	646,1838575953	216,00000000000	100009,7117598130	-3,8949110603E-10	0,0000000000E+00	9,7117598139E+00	-6,0275585881E-11	0,0000000000E+00	9,7117598139E-03
234,0	100000,0	S 23° 49' 1,13615506"	W 46° 39' 49,8468033"	646,1838575952	234,00000000000	99950,1093325065	-4,7737103159E-10	0,0000000000E+00	-4,9890667493E+01	-7,3875418889E-11	0,0000000000E+00	-4,9890667493E-02
252,0	100000,0	S 23° 33' 52,46790704"	W 46° 48' 5,33232751"	646,1838575951	252,00000000000	99938,8430833376	-5,8651039581E-10	0,0000000000E+00	-6,1156961662E+01	-9,0765250309E-11	0,0000000000E+00	-6,1156961662E-02
270,0	100000,0	S 23° 17' 7,1024719"	W 46° 50' 50,44220461"	646,1838575959	270,00000000000	100094,1010104360	2,2612312023E-10	0,0000000000E+00	9,4101010437E+01	3,4993619474E-11	0,0000000000E+00	9,4101010437E-02
288,0	100000,0	S 23° 0' 23,76898115"	W 46° 47' 51,46401076"	646,1838575977	288,00000000000	99951,7456261110	1,9722392608E-09	0,0000000000E+00	-4,8254373889E+01	3,0521332862E-10	0,0000000000E+00	-4,8254373889E-02
306,0	100000,0	S 22° 45' 20,42573326"	W 46° 39' 27,40693699"	646,1838575966	306,00000000000	99938,1974491397	9,3791641120E-10	0,0000000000E+00	-6,1802550860E+01	1,4514698877E-10	0,0000000000E+00	-6,1802550860E-02
324,0	100000,0	S 22° 33' 24,59089448"	W 46° 26' 29,10533528"	646,1838575956	324,00000000000	99973,5137582341	-7,3782757681E-11	0,0000000000E+00	-2,6486241766E+01	-1,1418229783E-11	0,0000000000E+00	-2,6486241766E-02
342,0	100000,0	S 22° 25' 45,07136498"	W 46° 10' 12,65135266"	646,1838575947	342,00000000000	99953,8959939349	-1,0561507224E-09	0,0000000000E+00	-4,6104006065E+01	-1,6344430614E-10	0,0000000000E+00	-4,6104006065E-02
0,0	1000000,0	S 14° 15' 13,7783885"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575943	0,00000000000	100068,5036558800	-1,4314309738E-09	0,0000000000E+00	6,8503655883E+01	-2,2152069522E-10	0,0000000000E+00	6,8503655883E-03
18,0	1000000,0	S 14° 40' 19,39678654"	W 43° 0' 40,17009227"	646,1838575943	18,00000000000	100088,6090738800	-1,3653789210E-09	0,0000000000E+00	8,8609073880E+01	-2,1129882850E-10	0,0000000000E+00	8,8609073880E-03
36,0	1000000,0	S 15° 53' 25,13829485"	W 40° 23' 41,44496474"	646,1838575955	36,00000000000	99992,4687416130	-2,1407231543E-10	0,0000000000E+00	-7,5312583870E+01	-3,3128700588E-11	0,0000000000E+00	-7,5312583870E-04
54,0	1000000,0	S 17° 48' 8,77715851"	W 38° 14' 52,55107393"	646,1838575969	54,00000000000	100060,1830908600	1,1507381714E-09	0,0000000000E+00	6,0183090865E+01	1,7808216004E-10	0,0000000000E+00	6,0183090865E-03
72,0	1000000,0	S 20° 14' 24,57894201"	W 36° 46' 2,27894337"	646,1838575957	72,00000000000	100068,1271258900	5,5706550484E-12	0,0000000000E+00	6,8127125893E+01	8,6208514541E-13	0,0000000000E+00	6,8127125893E-03
90,0	1000000,0	S 22° 59' 11,6299885"	W 36° 6' 39,39322157"	646,1838575967	90,00000000000	99986,5923957300	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-1,0340760427E+02	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-1,0340760427E-02
108,0	1000000,0	S 25° 47' 18,00319002"	W 36° 23' 5,02787037"	646,1838575952	108,00000000000	1000049,9714174800	-5,0499693316E-10	0,0000000000E+00	4,9971417487E+01	-7,8150657467E-11	0,0000000000E+00	4,9971417487E-03
126,0	1000000,0	S 28° 22' 20,05905733"	W 37° 37' 25,30004649"	646,1838575956	126,00000000000	100072,0130459900	-1,4483703126E-10	0,0000000000E+00	7,2013045997E+01	-2,2414213781E-11	0,0000000000E+00	7,2013045997E-03

(continua)

Tabela 5.11 – Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	S 30° 28' 2,21961741"	W 39° 45' 51,04208107"	646,1838575948	144,00000000000	1000040,3812287600	-9,1608853836E-10	0,0000000000E+00	4,0381228768E+01	-1,4176902248E-10	0,0000000000E+00	4,0381228768E-03
162,0	1000000,0	S 31° 50' 9,3099073"	W 42° 37' 4,55578444"	646,1838575955	162,00000000000	1000061,4844223200	-2,0440893422E-10	0,0000000000E+00	6,1484422327E+01	-3,1633246764E-11	0,0000000000E+00	6,1484422327E-03
180,0	1000000,0	S 32° 18' 43,60191747"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575957	179,9999991500	1000020,7977197700	3,9790393203E-11	-8,5000000000E-07	2,0797719772E+01	6,1577510386E-12	-4,7222222222E-07	2,0797719772E-03
198,0	1000000,0	S 31° 50' 9,3099073"	W 49° 7' 19,44421556"	646,1838575955	198,00000000000	1000061,4844223200	-2,0452262106E-10	0,0000000000E+00	6,1484422323E+01	-3,1650840339E-11	0,0000000000E+00	6,1484422323E-03
216,0	1000000,0	S 30° 28' 2,21961741"	W 51° 58' 32,95791893"	646,1838575948	216,00000000000	1000040,3812287600	-9,1597485152E-10	0,0000000000E+00	4,0381228765E+01	-1,4175142891E-10	0,0000000000E+00	4,0381228765E-03
234,0	1000000,0	S 28° 22' 20,06225487"	W 54° 6' 58,70564619"	646,1838575956	234,00000000000	1000072,1965649600	-1,4483703126E-10	0,0000000000E+00	7,2196564967E+01	-2,2414213781E-11	0,0000000000E+00	7,2196564967E-03
252,0	1000000,0	S 25° 47' 18,00319002"	W 55° 21' 18,97212963"	646,1838575971	252,00000000000	1000049,9714174800	1,3576482161E-09	0,0000000000E+00	4,9971417485E+01	2,1010246544E-10	0,0000000000E+00	4,9971417485E-03
270,0	1000000,0	S 22° 59' 11,6299885"	W 55° 37' 44,60677843"	646,1838575967	270,00000000000	999896,5923957180	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-1,0340760428E+02	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-1,0340760428E-02
288,0	1000000,0	S 20° 14' 24,57894201"	W 54° 58' 21,72105663"	646,1838575957	288,00000000000	1000068,1421855900	5,5706550484E-12	0,0000000000E+00	6,8142185594E+01	8,6208514541E-13	0,0000000000E+00	6,8142185594E-03
306,0	1000000,0	S 17° 48' 8,77967605"	W 53° 29' 31,44564167"	646,1838575959	306,00000000000	1000060,0592420200	2,1941559680E-10	0,0000000000E+00	6,0059242024E+01	3,3955598584E-11	0,0000000000E+00	6,0059242024E-03
324,0	1000000,0	S 15° 53' 25,13829485"	W 51° 20' 42,55503526"	646,1838575955	324,00000000000	999991,8922995950	-2,1407231543E-10	0,0000000000E+00	-8,1077004042E+00	-3,3128700508E-11	0,0000000000E+00	-8,1077004042E-04
342,0	1000000,0	S 14° 40' 19,39678654"	W 48° 43' 43,82990773"	646,1838575962	342,00000000000	1000087,8000849500	4,9726622819E-10	0,0000000000E+00	8,7800084957E+01	7,6954294408E-11	0,0000000000E+00	8,7800084957E-03
0,0	1000000,0	N 66° 54' 2,64097318"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	0,00000000000	10000111,4889630000	1,1475549400E-09	0,0000000000E+00	1,1148896306E+02	1,7758953995E-10	0,0000000000E+00	1,1148896306E-03
18,0	1000000,0	N 61° 4' 2,11525145"	W 6° 24' 52,28211428"	646,1838575960	18,00000000000	10000117,9894153000	2,4442670110E-10	0,0000000000E+00	1,1798941532E+02	3,7826184952E-11	0,0000000000E+00	1,1798941532E-03
36,0	1000000,0	N 48° 10' 57,75237977"	E 15° 33' 57,45817882"	646,1838575957	36,00000000000	1000057,8611765000	-4,1268322093E-11	0,0000000000E+00	5,7861176535E+01	-6,3864675058E-12	0,0000000000E+00	5,7861176535E-04
54,0	1000000,0	N 32° 49' 16,46519154"	E 28° 2' 6,8462345"	646,1838575951	54,00000000000	1000073,6915021000	-6,3323568611E-10	0,0000000000E+00	7,3691502120E+01	-9,7996209386E-11	0,0000000000E+00	7,3691502120E-04
72,0	1000000,0	N 16° 32' 44,86498663"	E 36° 41' 50,61472045"	646,1838575947	72,00000000000	1000045,6576388000	-1,0093117453E-09	0,0000000000E+00	4,5657638874E+01	-1,5619575349E-10	0,0000000000E+00	4,5657638874E-04
90,0	1000000,0	S 0° 3' 39,64963291"	E 43° 59' 17,69254431"	646,1838575946	90,00000000000	9999979,0631580800	-1,0916210158E-09	0,0000000000E+00	-2,0936841918E+01	-1,6893350135E-10	0,0000000000E+00	-2,0936841918E-04
108,0	1000000,0	S 16° 39' 46,4760645"	E 51° 17' 32,97723582"	646,1838575957	108,00000000000	9999973,0360063200	-5,2295945352E-11	0,0000000000E+00	-2,6963993680E+01	-8,0930442222E-12	0,0000000000E+00	-2,6963993680E-04
126,0	1000000,0	S 32° 55' 28,27351732"	E 59° 59' 36,17476304"	646,1838575961	126,00000000000	9999939,0804971800	3,5004177334E-10	0,0000000000E+00	-6,0919502821E+01	5,4170615566E-11	0,0000000000E+00	-6,0919502821E-04
144,0	1000000,0	S 48° 15' 57,78023001"	E 72° 31' 22,28972993"	646,1838575957	144,00000000000	9999940,5568909090	-5,5592863646E-11	0,0000000000E+00	-5,9443109909E+01	-8,6032578797E-12	0,0000000000E+00	-5,9443109909E-04
162,0	1000000,0	S 61° 7' 49,26842141"	E 94° 34' 49,89289172"	646,1838575959	162,00000000000	9999887,4194633700	2,1145751816E-10	0,0000000000E+00	-1,1258053663E+02	3,2724048377E-11	0,0000000000E+00	-1,1258053663E-03
180,0	1000000,0	S 66° 57' 15,48505111"	E 134° 7' 48,0"	646,1838575940	179,9999987900	9999891,1463496100	-1,6691501514E-09	-1,2100000000E-06	-1,0885365038E+02	-2,5830885928E-10	-6,7222222222E-07	-1,0885365038E-03
198,0	1000000,0	S 61° 7' 49,26842141"	E 173° 40' 46,10710828"	646,1838575969	198,00000000000	9999887,4194633700	1,1427800928E-09	0,0000000000E+00	-1,1258053662E+02	1,7685060983E-10	0,0000000000E+00	-1,1258053662E-03
216,0	1000000,0	S 48° 15' 57,78023001"	W 164° 15' 46,28972993"	646,1838575975	216,00000000000	9999940,5568908080	1,8070522856E-09	0,0000000000E+00	5,9443109915E+01	2,7964986503E-10	0,0000000000E+00	5,9443109915E-04
234,0	1000000,0	S 32° 55' 28,27351732"	W 151° 44' 0,17476304"	646,1838575961	234,00000000000	9999937,3184266800	3,5004177334E-10	0,0000000000E+00	-6,2681573316E+01	5,4170615566E-11	0,0000000000E+00	-6,2681573316E-04
252,0	1000000,0	S 16° 39' 46,4760645"	W 143° 1' 56,97723582"	646,1838575957	252,00000000000	9999973,0360063200	-5,2295945352E-11	0,0000000000E+00	-2,6963993680E+01	-8,0930442222E-12	0,0000000000E+00	-2,6963993680E-04
270,0	1000000,0	S 0° 3' 39,64963291"	W 135° 43' 41,69254431"	646,1838575946	270,00000000000	9999979,0631580800	-1,0916210158E-09	0,0000000000E+00	-2,0936841920E+01	-1,6893350135E-10	0,0000000000E+00	-2,0936841920E-04
288,0	1000000,0	N 16° 32' 44,86498663"	W 128° 26' 14,61472045"	646,1838575966	288,00000000000	1000045,6576388000	8,5333340394E-10	0,0000000000E+00	4,5657638878E+01	1,3205736942E-10	0,0000000000E+00	4,5657638878E-04
306,0	1000000,0	N 32° 49' 16,46519154"	W 119° 46' 30,8462345"	646,1838575960	306,00000000000	1000073,6915021000	2,9808688851E-10	0,0000000000E+00	7,3691502117E+01	4,6130352067E-11	0,0000000000E+00	7,3691502117E-04
324,0	1000000,0	N 48° 10' 57,75237977"	W 107° 18' 21,45817882"	646,1838575957	324,00000000000	1000057,8611765000	-4,1268322093E-11	0,0000000000E+00	5,7861176535E+01	-6,3864675058E-12	0,0000000000E+00	5,7861176535E-04
342,0	1000000,0	N 61° 4' 2,11525145"	W 85° 19' 31,71788572"	646,1838575960	342,00000000000	1000017,9894153000	2,4442670110E-10	0,0000000000E+00	1,1798941532E+02	3,7826184952E-11	0,0000000000E+00	1,1798941532E-03

**TABELA 5.12 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, m=100, n=100**

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	S 23° 17' 17,96749711"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	1,0000001521	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,5213299775E-07	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,5213299775E-05
18,0	1,0	S 23° 17' 17,96908791"	W 45° 52' 11,98912701"	646,1838575959	18,0000001400	0,9999999735	2,2737367544E-10	1,4000000000E-07	-2,6515408535E-08	3,5187148792E-11	7,7777777778E-07	-2,6515408535E-06
36,0	1,0	S 23° 17' 17,97370458"	W 45° 52' 11,97931832"	646,1838575959	36,0000000100	1,0000001453	2,2737367544E-10	1,0000000000E-07	1,4525539882E-07	3,5187148792E-11	2,7777777778E-07	1,4525539882E-05
54,0	1,0	S 23° 17' 17,98089524"	W 45° 52' 11,97153408"	646,1838575959	54,00000000300	1,0000000005	2,2737367544E-10	3,0000000000E-08	5,0931703299E-10	3,5187148792E-11	5,5555555556E-08	5,0931703299E-08
72,0	1,0	S 23° 17' 17,98995602"	W 45° 52' 11,96653628"	646,1838575959	72,00000000600	0,9999999714	2,2737367544E-10	6,0000000000E-08	-2,8638169169E-08	3,5187148792E-11	8,3333333333E-08	-2,8638169169E-06
90,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 11,96481415"	646,1838575978	90,00000000400	1,0000000019	2,0900188247E-09	4,0000000000E-08	1,9129453577E-09	3,2344027170E-10	4,4444444444E-08	1,9129453577E-07
108,0	1,0	S 23° 17' 18,01004397"	W 45° 52' 11,96653628"	646,1838575959	108,00000000000	0,9999999727	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-2,7281203074E-08	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-2,7281203074E-06
126,0	1,0	S 23° 17' 18,01910476"	W 45° 52' 11,97153408"	646,1838575959	126,00000000000	0,9999999999	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-8,7311491370E-11	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-8,7311491370E-09
144,0	1,0	S 23° 17' 18,02629542"	W 45° 52' 11,97931832"	646,1838575969	143,9999999700	1,0000001420	1,1586962501E-09	-3,0000000000E-08	1,4203214960E-07	1,7931371024E-10	-2,0833333333E-08	1,4203214960E-05
162,0	1,0	S 23° 17' 18,03091209"	W 45° 52' 11,98912701"	646,1838575959	161,9999999500	0,9999999741	2,2737367544E-10	-5,0000000000E-08	-2,5913323043E-08	3,5187148792E-11	-3,0864197531E-08	-2,5913323043E-06
180,0	1,0	S 23° 17' 18,03250289"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575941	180,00000000000	1,0000001556	-1,6352714738E-09	0,0000000000E+00	1,5561818145E-07	-2,5306597411E-10	0,0000000000E+00	1,5561818145E-05
198,0	1,0	S 23° 17' 18,03091209"	W 45° 52' 12,01087299"	646,1838575941	197,9999998900	0,9999999691	-1,6352714738E-09	-1,1000000000E-07	-3,0926457839E-08	-2,5306597411E-10	-5,5555555556E-08	-3,0926457839E-06
216,0	1,0	S 23° 17' 18,02629542"	W 45° 52' 12,02068168"	646,1838575959	215,9999999100	1,0000001403	2,2737367544E-10	-9,0000000000E-08	1,4030956663E-07	3,5187148792E-11	-4,1666666666E-08	1,4030956663E-05
234,0	1,0	S 23° 17' 18,01910476"	W 45° 52' 12,02846592"	646,1838575959	233,9999999000	0,9999999964	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-07	-3,6088749766E-09	3,5187148792E-11	-4,2735042735E-08	-3,6088749766E-07
252,0	1,0	S 23° 17' 18,01004397"	W 45° 52' 12,03346372"	646,1838575941	251,9999999500	0,9999999695	-1,6352714738E-09	-5,0000000000E-08	-3,0471710488E-08	-2,5306597411E-10	-1,9841269841E-08	-3,0471710488E-06
270,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 12,03518585"	646,1838575959	269,9999999100	0,9999999989	2,2737367544E-10	-9,0000000000E-08	-1,1045113713E-09	3,5187148792E-11	-3,3333333333E-08	-1,1045113713E-07
288,0	1,0	S 23° 17' 17,98995602"	W 45° 52' 12,03346372"	646,1838575959	287,9999999900	0,9999999682	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-3,1835952541E-08	3,5187148792E-11	-3,4722222222E-09	-3,1835952541E-06
306,0	1,0	S 23° 17' 17,98089524"	W 45° 52' 12,02846592"	646,1838575959	306,00000000000	0,9999999975	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-2,4738255888E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-2,4738255888E-07
324,0	1,0	S 23° 17' 17,97370458"	W 45° 52' 12,02068168"	646,1838575959	324,00000000500	1,0000001444	2,2737367544E-10	5,0000000000E-08	1,4440774976E-07	3,5187148792E-11	1,5432098765E-08	1,4440774976E-05
342,0	1,0	S 23° 17' 17,96908791"	W 45° 52' 12,01087299"	646,1838575959	342,00000000600	0,9999999768	2,2737367544E-10	6,0000000000E-08	-2,3163011065E-08	3,5187148792E-11	1,7543859649E-08	-2,3163011065E-06
0,0	10,0	S 23° 17' 17,67497111"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	0,00000000000	10,00000015450	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	1,5449986677E-06	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	1,5449986677E-05
18,0	10,0	S 23° 17' 17,69087909"	W 45° 52' 11,89127015"	646,1838575959	18,0000000100	9,999997263	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	-2,7368696465E-07	3,5187148792E-11	5,5555555556E-08	-2,7368696465E-06
36,0	10,0	S 23° 17' 17,73704572"	W 45° 52' 11,79318329"	646,1838575969	36,0000000100	10,00000014442	1,1586962501E-09	1,0000000000E-08	1,4442493921E-06	1,7931371024E-10	2,7777777778E-08	1,4442493921E-05
54,0	10,0	S 23° 17' 17,80895231"	W 45° 52' 11,7153409"	646,1838575969	54,00000000000	9,999999978	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,1827872843E-09	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,1827872843E-08
72,0	10,0	S 23° 17' 17,899956015"	W 45° 52' 11,66536283"	646,1838575941	72,0000000100	9,999997128	-1,6352714738E-09	1,0000000000E-08	-2,8722570278E-07	-2,5306597411E-10	1,3888888889E-08	-2,8722570278E-06
90,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 11,64814147"	646,1838575950	90,00000000000	10,0000000106	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	1,0578466103E-08	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	1,0578466103E-07
108,0	10,0	S 23° 17' 18,10043966"	W 45° 52' 11,6653627"	646,1838575969	108,00000000000	9,9999997014	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,9864713724E-07	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,9864713724E-06
126,0	10,0	S 23° 17' 18,19104755"	W 45° 52' 11,71534068"	646,1838575941	126,00000000000	9,9999999735	-1,6352714738E-09	0,0000000000E+00	-2,6513589546E-08	-2,5306597411E-10	0,0000000000E+00	-2,6513589546E-07
144,0	10,0	S 23° 17' 18,2629542"	W 45° 52' 11,79318306"	646,1838575959	144,00000000000	10,00000014151	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,4151473806E-06	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,4151473806E-05
162,0	10,0	S 23° 17' 18,30912089"	W 45° 52' 11,89127001"	646,1838575959	162,00000000000	9,9999996931	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-3,0688534025E-07	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-3,0688534025E-06
180,0	10,0	S 23° 17' 18,32502888"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575978	180,00000000000	10,00000015038	2,0901325115E-09	0,0000000000E+00	1,5038240235E-06	3,2345786527E-10	0,0000000000E+00	1,5038240235E-05
198,0	10,0	S 23° 17' 18,30912089"	W 45° 52' 12,10872999"	646,1838575950	197,9999999900	9,9999996952	-7,0394889917E-10	-1,0000000000E-08	-3,0480623536E-07	-1,0893941266E-10	-5,0505050505E-09	-3,0480623536E-06

(continua)

Tabela 5.12 – Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	S 23° 17' 18,2629542"	W 45° 52' 12,20681694"	646,1838575978	215,99999999900	10,00000014160	2,0900188247E-09	-1,0000000000E-08	1,4159959392E-06	3,2344027170E-10	-4,6296296296E-09	1,4159959392E-05
234,0	10,0	S 23° 17' 18,19104755"	W 45° 52' 12,28465932"	646,1838575959	233,99999999900	9,9999999711	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-2,8943759389E-08	3,5187148792E-11	-4,2735042735E-09	-2,8943759389E-07
252,0	10,0	S 23° 17' 18,10043966"	W 45° 52' 12,33463737"	646,1838575969	252,00000000000	9,9999996986	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-3,0141382013E-07	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-3,0141382013E-06
270,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 12,35185853"	646,1838575959	270,00000000000	10,00000000087	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	8,7404750104E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	8,7404750104E-08
288,0	10,0	S 23° 17' 17,89956015"	W 45° 52' 12,33463717"	646,1838575969	288,00000000000	9,9999997105	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,8949762054E-07	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,8949762054E-06
306,0	10,0	S 23° 17' 17,80895231"	W 45° 52' 12,2846591"	646,1838575941	306,00000000000	9,9999999956	-1,6352714738E-09	0,0000000000E+00	-4,3946783990E-09	-2,5306597411E-10	0,0000000000E+00	-4,3946783990E-08
324,0	10,0	S 23° 17' 17,73704572"	W 45° 52' 12,20681671"	646,1838575969	324,00000000000	10,00000014471	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	1,4471279428E-06	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	1,4471279428E-05
342,0	10,0	S 23° 17' 17,69087909"	W 45° 52' 12,10872985"	646,1838575950	342,00000000000	9,9999997305	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	-2,6952329790E-07	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	-2,6952329790E-06
0,0	100,0	S 23° 17' 14,74971091"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	0,00000000000	100,00000171378	1,1583551895E-09	0,0000000000E+00	1,7137790564E-05	1,7926092952E-10	0,0000000000E+00	1,7137790564E-05
18,0	100,0	S 23° 17' 14,90878973"	W 45° 52' 10,91270775"	646,1838575959	18,00000000000	99,9999989294	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	-1,0706007743E-06	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	-1,0706007743E-06
36,0	100,0	S 23° 17' 15,37045418"	W 45° 52' 9,93184334"	646,1838575959	36,00000000000	99,9999969635	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	-3,0365372368E-06	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	-3,0365372368E-06
54,0	100,0	S 23° 17' 16,0895166"	W 45° 52' 9,15341911"	646,1838575959	54,00000000000	100,00000009761	2,2714630177E-10	0,0000000000E+00	9,7614247352E-07	3,5151961643E-11	0,0000000000E+00	9,7614247352E-07
72,0	100,0	S 23° 17' 16,99559256"	W 45° 52' 8,65363458"	646,1838575950	72,00000000000	99,9999976319	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	-2,3680913728E-06	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	-2,3680913728E-06
90,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 8,48141475"	646,1838575941	90,00000000000	100,0000000749	-1,6352714738E-09	0,0000000000E+00	7,4935485372E-08	-2,5306597411E-10	0,0000000000E+00	7,4935485372E-08
108,0	100,0	S 23° 17' 19,00438768"	W 45° 52' 8,65362071"	646,1838575959	108,00000000000	99,9999964842	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	-3,5157554521E-06	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	-3,5157554521E-06
126,0	100,0	S 23° 17' 19,91046897"	W 45° 52' 9,15339667"	646,1838575959	126,00000000000	99,9999987325	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	-1,2675154721E-06	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	-1,2675154721E-06
144,0	100,0	S 23° 17' 20,62953847"	W 45° 52' 9,93182051"	646,1838575959	144,00000000000	100,00000127463	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	1,2746305401E-05	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	1,2746305401E-05
162,0	100,0	S 23° 17' 21,09120774"	W 45° 52' 10,91269388"	646,1838575959	162,00000000000	99,9999953257	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-4,6742698032E-06	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-4,6742698032E-06
180,0	100,0	S 23° 17' 21,25028859"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	179,9999987900	100,00000132867	2,2771473596E-10	-1,2100000000E-06	1,3286713511E-05	3,5239929515E-11	-6,7222222222E-07	1,3286713511E-05
198,0	100,0	S 23° 17' 21,09120774"	W 45° 52' 13,08730612"	646,1838575959	198,00000000000	99,9999953204	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-4,6796230890E-06	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-4,6796230890E-06
216,0	100,0	S 23° 17' 20,62953847"	W 45° 52' 14,06817949"	646,1838575959	216,00000000000	100,00000127471	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	1,2747102119E-05	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	1,2747102119E-05
234,0	100,0	S 23° 17' 19,91046897"	W 45° 52' 14,84660333"	646,1838575959	234,00000000000	99,9999987314	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	-1,26860686858E-06	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	-1,26860686858E-06
252,0	100,0	S 23° 17' 19,00438768"	W 45° 52' 15,34637929"	646,1838575959	252,00000000000	99,9999964810	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	-3,5189877963E-06	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	-3,5189877963E-06
270,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 15,51858525"	646,1838575969	270,00000000000	100,0000000719	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	7,1902761078E-08	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	7,1902761078E-08
288,0	100,0	S 23° 17' 16,99559256"	W 45° 52' 15,34636542"	646,1838575959	288,00000000000	99,9999976289	2,2725998861E-10	0,0000000000E+00	-2,3710854293E-06	3,5169555218E-11	0,0000000000E+00	-2,3710854293E-06
306,0	100,0	S 23° 17' 16,0895166"	W 45° 52' 14,84658089"	646,1838575959	306,00000000000	100,00000009717	2,2714630177E-10	0,0000000000E+00	9,7168958746E-07	3,5151961643E-11	0,0000000000E+00	9,7168958746E-07
324,0	100,0	S 23° 17' 15,37045418"	W 45° 52' 14,06815666"	646,1838575978	324,00000000000	99,9999969231	2,0896777642E-09	0,0000000000E+00	-3,0769151635E-06	3,2338749097E-10	0,0000000000E+00	-3,0769151635E-06
342,0	100,0	S 23° 17' 14,90878973"	W 45° 52' 13,08729225"	646,1838575941	342,00000000000	99,9999989227	-1,6356125343E-09	0,0000000000E+00	-1,0773092072E-06	-2,5311875484E-10	0,0000000000E+00	-1,0773092072E-06
0,0	1000,0	S 23° 16' 45,49709782"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,00000000000	999,9999977799	2,2362200980E-10	0,0000000000E+00	-2,2013045964E-07	3,4606560837E-11	0,0000000000E+00	-2,2013045964E-08
18,0	1000,0	S 23° 16' 47,08778812"	W 45° 52' 1,12770316"	646,1838575959	18,00000000000	1000,0000000522	2,2373569664E-10	0,0000000000E+00	5,2234099712E-08	3,462154412E-11	0,0000000000E+00	5,2234099712E-09
36,0	1000,0	S 23° 16' 51,70419111"	W 45° 51' 51,3194453"	646,1838575950	36,00000000000	1000,00000003780	-7,0701844379E-10	0,0000000000E+00	3,7803147279E-07	-1,0941443917E-10	0,0000000000E+00	3,7803147279E-08
54,0	1000,0	S 23° 16' 58,89451844"	W 45° 51' 43,53520401"	646,1838575950	54,00000000000	1000,0000000055	-7,0622263593E-10	0,0000000000E+00	5,5006239563E-09	-1,0929128415E-10	0,0000000000E+00	5,5006239563E-10

Tabela 5.12 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	S 23° 17' 7,95503662"	W 45° 51' 38,53697095"	646,1838575959	72,0000000000	1000,0000000472	2,2623680707E-10	0,0000000000E+00	4,7191861086E-08	3,5011213048E-11	0,0000000000E+00	4,7191861086E-09
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 51' 36,81414751"	646,1838575959	90,0000000000	999,9999999999	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-9,4348706625E-10	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-9,4348706625E-11
108,0	1000,0	S 23° 17' 28,04298827"	W 45° 51' 38,53558006"	646,1838575959	108,0000000000	1000,0000000425	2,2851054382E-10	0,0000000000E+00	4,2546162149E-08	3,5363084536E-11	0,0000000000E+00	4,2546162149E-09
126,0	1000,0	S 23° 17' 37,10404204"	W 45° 51' 43,53295352"	646,1838575950	126,0000000000	1000,0000000085	-7,0178884926E-10	0,0000000000E+00	8,5274223238E-09	-1,0860513475E-10	0,0000000000E+00	8,5274223238E-10
144,0	1000,0	S 23° 17' 44,29503137"	W 45° 51' 51,31719483"	646,1838575969	144,0000000000	999,9999997896	1,1617657947E-09	0,0000000000E+00	-2,1041796572E-07	1,7987873675E-10	0,0000000000E+00	-2,1041796572E-08
162,0	1000,0	S 23° 17' 48,91196993"	W 45° 52' 1,1263123"	646,1838575959	162,0000000000	1000,00000002947	2,3101165425E-10	0,0000000000E+00	2,9472539609E-07	3,5750143173E-11	0,0000000000E+00	2,9472539609E-08
180,0	1000,0	S 23° 17' 50,5028648"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	179,9999991500	999,9999997828	1,1624479157E-09	-8,5000000000E-07	-2,1718733478E-07	1,7989429820E-10	-4,7222222222E-07	-2,1718733478E-08
198,0	1000,0	S 23° 17' 48,91196993"	W 45° 52' 22,8736877"	646,1838575969	198,0000000000	1000,0000000543	1,1623342289E-09	0,0000000000E+00	5,4258634918E-08	1,7987670463E-10	0,0000000000E+00	5,4258634918E-09
216,0	1000,0	S 23° 17' 44,29503137"	W 45° 52' 32,68280517"	646,1838575959	216,0000000000	999,9999997916	2,3044322006E-10	0,0000000000E+00	-2,0836341719E-07	3,5662175301E-11	0,0000000000E+00	-2,0836341719E-08
234,0	1000,0	S 23° 17' 37,10404204"	W 45° 52' 40,46704649"	646,1838575959	234,0000000000	1000,00000001635	2,2953372536E-10	0,0000000000E+00	1,6350531951E-07	3,5521426706E-11	0,0000000000E+00	1,6350531951E-08
252,0	1000,0	S 23° 17' 28,04298827"	W 45° 52' 45,46441994"	646,1838575969	252,0000000000	1000,0000000144	1,1598331184E-09	0,0000000000E+00	1,4391844161E-08	1,7948964599E-10	0,0000000000E+00	1,4391844161E-09
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 52' 47,18585249"	646,1838575959	270,0000000000	999,9999999948	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,2370978666E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,2370978666E-10
288,0	1000,0	S 23° 17' 7,95503662"	W 45° 52' 45,46302905"	646,1838575959	288,0000000000	1000,0000000442	2,2623680707E-10	0,0000000000E+00	4,4190528570E-08	3,5011213048E-11	0,0000000000E+00	4,4190528570E-09
306,0	1000,0	S 23° 16' 58,89451844"	W 45° 52' 40,46479599"	646,1838575959	306,0000000000	1000,0000000038	2,2521362553E-10	0,0000000000E+00	3,8271537051E-09	3,4852870879E-11	0,0000000000E+00	3,8271537051E-10
324,0	1000,0	S 23° 16' 51,70419111"	W 45° 52' 32,68055469"	646,1838575959	324,0000000000	999,9999997972	2,2430413082E-10	0,0000000000E+00	-2,0275547286E-07	3,4712122283E-11	0,0000000000E+00	-2,0275547286E-08
342,0	1000,0	S 23° 16' 47,08778812"	W 45° 52' 22,87229684"	646,1838575950	342,0000000000	1000,0000000535	-7,0747319114E-10	0,0000000000E+00	5,3505573305E-08	-1,0948481347E-10	0,0000000000E+00	5,3505573305E-09
0,0	1000,0	S 23° 11' 52,96929748"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	9999,9999978751	1,8940227164E-10	0,0000000000E+00	-2,1248633857E-06	2,9310894944E-11	0,0000000000E+00	-2,1248633857E-08
18,0	1000,0	S 23° 12' 8,8670133"	W 45° 50' 23,33949793"	646,1838575968	18,0000000000	10000,00000005835	1,1225438357E-09	0,0000000000E+00	5,8355908550E-07	1,7371895359E-10	0,0000000000E+00	5,8355908550E-09
36,0	1000,0	S 23° 12' 55,00698067"	W 45° 48' 45,29556433"	646,1838575950	36,0000000000	9999,9999979636	-7,3475803219E-10	0,0000000000E+00	-2,0364441298E-06	-1,1370727132E-10	0,0000000000E+00	-2,0364441298E-08
54,0	1000,0	S 23° 14' 6,88048421"	W 45° 47' 27,45321539"	646,1838575959	54,0000000000	10000,0000000706	2,0509105525E-10	0,0000000000E+00	7,0689566201E-08	3,1738808211E-11	0,0000000000E+00	7,0689566201E-10
72,0	1000,0	S 23° 15' 37,46154325"	W 45° 46' 37,43230405"	646,1838575959	72,0000000000	10000,00000004299	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	4,2996543925E-07	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	4,2996543925E-09
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,89101573"	W 45° 46' 20,14152744"	646,1838575959	90,0000000000	9999,999999853	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,4673787518E-08	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,4673787518E-10
108,0	1000,0	S 23° 18' 18' 58,34094599"	W 45° 46' 37,2932155"	646,1838575950	108,0000000000	10000,00000004059	-6,9212546805E-10	0,0000000000E+00	4,0594386519E-07	-1,0710968092E-10	0,0000000000E+00	4,0594386519E-09
126,0	1000,0	S 23° 20' 28,97556332"	W 45° 47' 27,22816682"	646,1838575969	126,0000000000	10000,0000000255	1,1810925571E-09	0,0000000000E+00	2,5509507395E-08	1,8277964440E-10	0,0000000000E+00	2,5509507395E-10
144,0	1000,0	S 23° 21' 40,91526737"	W 45° 48' 45,07051706"	646,1838575960	144,0000000000	9999,9999978969	2,5820649530E-10	0,0000000000E+00	-2,103110914E-06	3,9972601028E-11	0,0000000000E+00	-2,103110914E-08
162,0	1000,0	S 23° 22' 27,10879138"	W 45° 50' 23,20041162"	646,1838575960	162,0000000000	10000,00000005062	2,6375346351E-10	0,0000000000E+00	5,0621201808E-07	4,0817092599E-11	0,0000000000E+00	5,0621201808E-09
180,0	1000,0	S 23° 22' 43,02696362"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,0000000000	9999,9999977895	-6,6575012170E-10	0,0000000000E+00	-2,2104868549E-06	-1,0302797166E-10	0,0000000000E+00	-2,2104868549E-08
198,0	1000,0	S 23° 22' 27,10879138"	W 45° 54' 0,79958838"	646,1838575960	198,0000000000	10000,00000005012	2,6375346351E-10	0,0000000000E+00	5,0123526307E-07	4,0817092599E-11	0,0000000000E+00	5,0123526307E-09
216,0	1000,0	S 23° 21' 40,91526737"	W 45° 55' 38,92948294"	646,1838575960	216,0000000000	9999,9999978890	2,5820649530E-10	0,0000000000E+00	-2,1110445232E-06	3,9972601028E-11	0,0000000000E+00	-2,1110445232E-08
234,0	1000,0	S 23° 20' 28,97556332"	W 45° 56' 56,77183318"	646,1838575960	234,0000000000	10000,0000000247	2,4976998247E-10	0,0000000000E+00	2,4767359719E-08	3,8653082948E-11	0,0000000000E+00	2,4767359719E-10
252,0	1000,0	S 23° 18' 58,34094599"	W 45° 57' 46,7067845"	646,1838575959	252,0000000000	10000,00000004049	2,3919710657E-10	0,0000000000E+00	4,0496524889E-07	3,7016880529E-11	0,0000000000E+00	4,0496524889E-09
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,89101573"	W 45° 58' 3,85847256"	646,1838575959	270,0000000000	9999,999999825	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-1,7520505935E-08	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-1,7520505935E-10

(continua)

Tabela 5.12 – Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	S 23° 15' 37,46154325"	W 45° 57' 46,56769595"	646,1838575959	288,00000000000	10000,0000040503	2,1555024432E-10	0,0000000000E+00	4,0503491618E-06	3,3357417055E-11	0,0000000000E+00	4,0503491618E-08
306,0	10000,0	S 23° 14' 6,88048421"	W 45° 56' 56,54678461"	646,1838575941	306,00000000000	10000,000000687	-1,6575540940E-09	0,0000000000E+00	6,8765075412E-08	-2,5651431469E-10	0,0000000000E+00	6,8765075412E-10
324,0	10000,0	S 23° 12' 55,00698067"	W 45° 55' 38,70443567"	646,1838575950	324,00000000000	9999,9999979577	-7,3475803219E-10	0,0000000000E+00	-2,0423121896E-06	-1,1370727132E-10	0,0000000000E+00	-2,0423121896E-08
342,0	10000,0	S 23° 12' 8,8670133"	W 45° 54' 0,66050207"	646,1838575959	342,00000000000	10000,0000005806	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	5,8063415054E-07	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	5,8063415054E-09
0,0	100000,0	S 22° 23' 7,52656761"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575956	0,00000000000	99999,9999828052	-1,4233592083E-10	0,0000000000E+00	-1,7194717657E-05	-2,2027155144E-11	0,0000000000E+00	-1,7194717657E-08
18,0	100000,0	S 22° 25' 45,60119733"	W 45° 34' 11,53254841"	646,1838575947	18,00000000000	100000,0000092010	-1,0562644093E-09	0,0000000000E+00	9,2013069661E-06	-1,6346189971E-10	0,0000000000E+00	9,2013069661E-09
36,0	100000,0	S 22° 33' 24,62829646"	W 45° 17' 54,9236847"	646,1838575947	36,00000000000	99999,9999828211	-1,0052190191E-09	0,0000000000E+00	-1,7178870621E-05	-1,5556238481E-10	0,0000000000E+00	-1,7178870621E-08
54,0	100000,0	S 22° 45' 20,40517966"	W 45° 4' 56,56290083"	646,1838575957	54,00000000000	100000,0000028940	6,5938365879E-12	0,0000000000E+00	2,8943904908E-06	1,0204273150E-12	0,0000000000E+00	2,8943904908E-09
72,0	100000,0	S 23° 0' 23,78438121"	W 44° 56' 32,58610755"	646,1838575949	72,00000000000	100000,0000054680	-8,2172846305E-10	0,0000000000E+00	5,4686242947E-06	-1,2716635573E-10	0,0000000000E+00	5,4686242947E-09
90,0	100000,0	S 23° 17' 7,10191341"	W 44° 53' 33,4676375"	646,1838575969	90,00000000000	99999,999997515	1,1574456948E-09	0,0000000000E+00	-2,4848850444E-07	1,7912018093E-10	0,0000000000E+00	-2,4848850444E-10
108,0	100000,0	S 23° 33' 52,46471638"	W 44° 56' 18,67856306"	646,1838575961	108,00000000000	100000,0002905390	3,4481217881E-10	0,0000000000E+00	2,9053998878E-04	5,3361311143E-11	0,0000000000E+00	2,9053998878E-07
126,0	100000,0	S 23° 49' 1,19888471"	W 45° 4' 34,05825434"	646,1838575962	126,00000000000	99999,9999981224	4,5395154302E-10	0,0000000000E+00	-1,8776045181E-06	7,0251142564E-11	0,0000000000E+00	-1,8776045181E-09
144,0	100000,0	S 24° 1' 3,59562618"	W 45° 17' 32,41685712"	646,1838575963	144,00000000000	100000,0000090400	5,4183146858E-10	0,0000000000E+00	9,0406101663E-06	8,3850975572E-11	0,0000000000E+00	9,0406101663E-09
162,0	100000,0	S 24° 8' 47,97890969"	W 45° 33' 57,62147591"	646,1838575935	162,00000000000	100000,0000016240	-2,1950654627E-09	0,0000000000E+00	1,6240956029E-06	-3,3969673444E-10	0,0000000000E+00	1,6240956029E-09
180,0	100000,0	S 24° 11' 28,09956378"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575945	180,00000000000	99999,9999913577	-1,2439613783E-09	0,0000000000E+00	-8,6422805907E-06	-1,9250889104E-10	0,0000000000E+00	-8,6422805907E-09
198,0	100000,0	S 24° 8' 47,97890969"	W 46° 10' 26,37852409"	646,1838575954	198,00000000000	100000,0000016210	-3,3242031350E-10	0,0000000000E+00	1,6219855752E-06	-5,1443611534E-11	0,0000000000E+00	1,6219855752E-09
216,0	100000,0	S 24° 1' 3,59562618"	W 46° 26' 51,58314288"	646,1838575963	216,00000000000	100000,0000090410	5,4183146858E-10	0,0000000000E+00	9,0419052867E-06	8,3850975572E-11	0,0000000000E+00	9,0419052867E-09
234,0	100000,0	S 23° 49' 1,19888471"	W 46° 39' 49,94174566"	646,1838575943	234,00000000000	100000,0020196320	-1,4086936062E-09	0,0000000000E+00	2,0196322148E-03	-2,1800198034E-10	0,0000000000E+00	2,0196322148E-06
252,0	100000,0	S 23° 33' 52,46471638"	W 46° 48' 5,32143694"	646,1838575961	252,00000000000	100000,0000029000	3,4481217881E-10	0,0000000000E+00	2,9001967050E-06	5,3361311143E-11	0,0000000000E+00	2,9001967050E-09
270,0	100000,0	S 23° 17' 7,10191341"	W 46° 50' 50,5323625"	646,1838575969	270,00000000000	99999,999997505	1,1574456948E-09	0,0000000000E+00	-2,4941982701E-07	1,7912018093E-10	0,0000000000E+00	-2,4941982701E-10
288,0	100000,0	S 23° 0' 23,78438149"	W 46° 47' 51,41388274"	646,1838575949	288,00000000000	99999,9997140672	-8,2172846305E-10	0,0000000000E+00	-2,8593279421E-04	-1,2716635573E-10	0,0000000000E+00	-2,8593279421E-07
306,0	100000,0	S 22° 45' 20,40517966"	W 46° 39' 27,43709917"	646,1838575948	306,00000000000	100000,0000028920	-9,2472873803E-10	0,0000000000E+00	2,8927024687E-06	-1,4310613414E-10	0,0000000000E+00	2,8927024687E-09
324,0	100000,0	S 22° 33' 24,62829646"	W 46° 26' 29,0763153"	646,1838575947	324,00000000000	99999,9999821873	-1,0052190191E-09	0,0000000000E+00	-1,7182610463E-05	-1,5556238481E-10	0,0000000000E+00	-1,7182610463E-08
342,0	100000,0	S 22° 25' 45,60119733"	W 46° 10' 12,46745159"	646,1838575947	342,00000000000	100000,0000092000	-1,0562644093E-09	0,0000000000E+00	9,2001137091E-06	-1,6346189971E-10	0,0000000000E+00	9,2001137091E-09
0,0	1000000,0	S 14° 15' 18,41843728"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575943	0,00000008500	1000000,0004657000	-1,4312036001E-09	8,5000000000E-07	4,6570831910E-04	-2,2148550807E-10	0,0000000000E+00	4,6570831910E-08
18,0	1000000,0	S 14° 40' 23,62029369"	W 43° 0' 41,50255505"	646,1838575943	18,00000000000	1000000,000246600	-1,3652652342E-09	0,0000000000E+00	2,4665961973E-05	-2,1128123492E-10	0,0000000000E+00	2,4665961973E-09
36,0	1000000,0	S 15° 53' 28,03859042"	W 40° 23' 43,47934232"	646,1838575946	36,00000000000	999999,9999793440	-1,1452812032E-09	0,0000000000E+00	-2,0655104890E-05	-1,7723766847E-10	0,0000000000E+00	-2,0655104890E-09
54,0	1000000,0	S 17° 48' 9,37360067"	W 38° 14' 53,3292007"	646,1838575950	54,00000000000	1000000,1519111400	-7,1190697781E-10	0,0000000000E+00	1,5191114589E-01	-1,1017096287E-10	0,0000000000E+00	1,5191114589E-05
72,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55209097"	W 36° 46' 2,2062109"	646,1838575948	72,00000000000	999999,999988080	-9,2575191957E-10	0,0000000000E+00	-1,0917428881E-06	-1,4326447631E-10	0,0000000000E+00	-1,0917428881E-10
90,0	1000000,0	S 22° 59' 11,58359636"	W 36° 6' 38,6429497"	646,1838575967	90,00000000000	999999,9999968470	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-3,1521776691E-06	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-3,1521776691E-10
108,0	1000000,0	S 25° 47' 18,12916625"	W 36° 23' 4,47283465"	646,1838575943	108,00000000000	1000000,000004600	-1,4363195078E-09	0,0000000000E+00	4,6123750508E-07	-2,2227721892E-10	0,0000000000E+00	4,6123750508E-11
126,0	1000000,0	S 28° 22' 19,98100782"	W 37° 37' 25,43900058"	646,1838575956	126,00000000000	999999,9999882520	-1,4483703126E-10	0,0000000000E+00	-1,1747702956E-05	-2,2414213781E-11	0,0000000000E+00	-1,1747702956E-09

(continua)

Tabela 5.12 – Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	S 30° 28' 1,18973156"	W 39° 45' 51,99639423"	646,1838575957	144.00000000000	1000000,0000281200	1,5234036255E-11	0,0000000000E+00	2,8122216463E-05	2,3575389691E-12	0,0000000000E+00	2,8122216463E-09
162,0	1000000,0	S 31° 50' 6,80979016"	W 42° 37' 5,59291752"	646,1838575946	162.00000000000	1000000,000040600	-1,1360725694E-09	0,0000000000E+00	4,0621962398E-06	-1,7581258894E-10	0,0000000000E+00	4,0621962398E-10
180,0	1000000,0	S 32° 18' 40,50519241"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575967	179,9999991500	1000000,0000125000	9,7065822047E-10	-8,5000000000E-07	1,2504868209E-05	1,5021393819E-10	-4,7222222222E-07	1,2504868209E-09
198,0	1000000,0	S 31° 50' 6,80979016"	W 49° 7' 18,40708248"	646,1838575946	198.00000000000	1000000,000040600	-1,1360725694E-09	0,0000000000E+00	4,0607992560E-06	-1,7581258894E-10	0,0000000000E+00	4,0607992560E-10
216,0	1000000,0	S 30° 28' 1,18973156"	W 51° 58' 32,00360577"	646,1838575957	216.00000000000	1000000,0000281100	1,5234036255E-11	0,0000000000E+00	2,8119422495E-05	2,3575389691E-12	0,0000000000E+00	2,8119422495E-09
234,0	1000000,0	S 28° 22' 19,98393955"	W 54° 6' 58,56621888"	646,1838575956	234.00000000000	1000000,1683585500	-1,4483703126E-10	0,0000000000E+00	1,6835855227E-01	-2,2414213781E-11	0,0000000000E+00	1,6835855227E-05
252,0	1000000,0	S 25° 47' 18,12916625"	W 55° 21' 19,52716535"	646,1838575971	252.00000000000	1000000,000004500	1,3576482161E-09	0,0000000000E+00	4,5774504542E-07	2,1010246544E-10	0,0000000000E+00	4,5774504542E-11
270,0	1000000,0	S 22° 59' 11,58359636"	W 55° 37' 45,3570503"	646,1838575967	270.00000000000	999999,9999968440	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-3,1559029594E-06	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-3,1559029594E-10
288,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55209097"	W 54° 58' 21,7937891"	646,1838575948	288.00000000000	999999,9999989070	-9,2575191957E-10	0,0000000000E+00	-1,0930234566E-06	-1,4326447631E-10	0,0000000000E+00	-1,0930234566E-10
306,0	1000000,0	S 17° 48' 9,37668703"	W 53° 29' 30,66677277"	646,1838575950	306.00000000000	1000000,0000221300	-7,1190697781E-10	0,0000000000E+00	2,2135791369E-05	-1,1017096287E-10	0,0000000000E+00	2,2135791369E-09
324,0	1000000,0	S 15° 53' 28,03859042"	W 51° 20' 40,52065768"	646,1838575974	324.00000000000	999999,9999793410	1,6486865206E-09	0,0000000000E+00	-2,0658248104E-05	2,5514201589E-10	0,0000000000E+00	-2,0658248104E-09
342,0	1000000,0	S 14° 40' 23,62029369"	W 48° 43' 42,49744495"	646,1838575943	342.00000000000	999999,5817317670	-1,3652652342E-09	0,0000000000E+00	-4,1826823284E-01	-2,1128123492E-10	0,0000000000E+00	-4,1826823284E-05
0,0	1000000,0	N 66° 53' 37,57127403"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,0000012100	10000112,6459930000	-7,1224803833E-10	1,21000000000E-06	1,1264599305E+00	-1,1022374359E-10	0,0000000000E+00	1,1264599305E-05
18,0	1000000,0	N 61° 3' 42,3206353"	W 6° 25' 21,68969449"	646,1838575950	18.00000000000	1000000,0000802000	-6,8405370257E-10	0,0000000000E+00	8,0283731222E-05	-1,0586053714E-10	0,0000000000E+00	8,0283731222E-10
36,0	1000000,0	N 48° 10' 45,73857889"	E 15° 33' 32,86274833"	646,1838575957	36.00000000000	1000000,0000274000	-4,0699887904E-11	0,0000000000E+00	2,7399510145E-05	-6,2984996338E-12	0,0000000000E+00	2,7399510145E-10
54,0	1000000,0	N 32° 49' 9,55142314"	E 28° 1' 51,40777119"	646,1838575960	54.00000000000	1000001,8293493000	2,9706370697E-10	0,0000000000E+00	1,8293493669E+00	4,5972009897E-11	0,0000000000E+00	1,8293493669E-05
72,0	1000000,0	N 16° 32' 41,65215299"	E 36° 41' 43,22023149"	646,1838575956	72.00000000000	1000000,0000155000	-7,8102857515E-11	0,0000000000E+00	1,5569850802E-05	-1,2086785610E-11	0,0000000000E+00	1,5569850802E-10
90,0	1000000,0	S 0° 3' 39,64399365"	E 43° 59' 17,70564591"	646,1838575965	90.00000000000	999999,9999994100	7,7102413343E-10	0,0000000000E+00	-5,8859586716E-07	1,1931962155E-10	0,0000000000E+00	-5,8859586716E-12
108,0	1000000,0	S 16° 39' 43,27658653"	E 51° 17' 40,37195308"	646,1838575957	108.00000000000	999999,9999752500	-5,2523319027E-11	0,0000000000E+00	-2,4747103453E-05	-8,1282313710E-12	0,0000000000E+00	-2,4747103453E-10
126,0	1000000,0	S 32° 55' 21,37997813"	E 59° 59' 51,66772119"	646,1838575951	126.00000000000	999999,9999551200	-5,8219029597E-10	0,0000000000E+00	-4,4876709580E-05	-9,0096694482E-11	0,0000000000E+00	-4,4876709580E-10
144,0	1000000,0	S 48° 15' 45,80218181"	E 72° 31' 46,96706253"	646,1838575975	144.00000000000	999999,9999563500	1,8076207198E-09	0,0000000000E+00	-4,3647363782E-05	2,7973783290E-10	0,0000000000E+00	-4,3647363782E-10
162,0	1000000,0	S 61° 7' 29,52867776"	E 94° 35' 19,36664183"	646,1838575959	162.00000000000	999999,9999122000	2,1441337594E-10	0,0000000000E+00	-8,7795779109E-05	3,3181481311E-11	0,0000000000E+00	-8,7795779109E-10
180,0	1000000,0	S 66° 56' 50,45723837"	E 134° 7' 48,0"	646,1838575959	180.00000000000	999999,9999577400	1,9645085558E-10	0,0000000000E+00	-4,2252242565E-05	3,0401696556E-11	0,0000000000E+00	-4,2252242565E-10
198,0	1000000,0	S 61° 7' 29,52867776"	E 173° 40' 16,63335817"	646,1838575959	198.00000000000	999999,9999122000	2,1441337594E-10	0,0000000000E+00	-8,77931916464E-05	3,3181481311E-11	0,0000000000E+00	-8,77931916464E-10
216,0	1000000,0	S 48° 15' 45,80218181"	W 164° 16' 10,96706253"	646,1838575938	216.00000000000	999999,9999563400	-1,976695787E-09	0,0000000000E+00	-4,3651089072E-05	-2,9676841291E-10	0,0000000000E+00	-4,3651089072E-10
234,0	1000000,0	S 32° 55' 21,37997813"	W 151° 44' 15,66772119"	646,1838575951	234.00000000000	999999,9999551200	-5,8219029597E-10	0,0000000000E+00	-4,4880434871E-05	-9,0096694482E-11	0,0000000000E+00	-4,4880434871E-10
252,0	1000000,0	S 16° 39' 43,27658653"	W 143° 2' 4,37195308"	646,1838575957	252.00000000000	999999,9999752500	-5,2523319027E-11	0,0000000000E+00	-2,4743378162E-05	-8,1282313710E-12	0,0000000000E+00	-2,4743378162E-10
270,0	1000000,0	S 0° 3' 39,64399365"	W 135° 43' 41,70564591"	646,1838575955	270.00000000000	1000000,0000040000	-1,6029844119E-10	0,0000000000E+00	4,6938657761E-07	-2,4806939898E-11	0,0000000000E+00	4,6938657761E-12
288,0	1000000,0	N 16° 32' 41,65215299"	W 128° 26' 7,22023149"	646,1838575956	288.00000000000	1000000,5191889000	-7,8102857515E-11	0,0000000000E+00	5,1918899268E-01	-1,2086785610E-11	0,0000000000E+00	5,1918899268E-06
306,0	1000000,0	N 32° 49' 9,55142314"	W 119° 46' 15,40777119"	646,1838575951	306.00000000000	1000000,0000513000	-6,3425886765E-10	0,0000000000E+00	5,1315873861E-05	-9,8154551556E-11	0,0000000000E+00	5,1315873861E-10
324,0	1000000,0	N 48° 10' 45,73857889"	W 107° 17' 56,86274833"	646,1838575966	324.00000000000	1000000,0000274000	8,9062268671E-10	0,0000000000E+00	2,7403235435E-05	1,3782806182E-10	0,0000000000E+00	2,7403235435E-10
342,0	1000000,0	N 61° 3' 42,3206353"	W 85° 19' 2,31030551"	646,1838575950	342.00000000000	1000000,0000802000	-6,8405370257E-10	0,0000000000E+00	8,0289319158E-05	-1,0586053714E-10	0,0000000000E+00	8,0289319158E-10

TABELA 5.13 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, m=1000, n=1000

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
0,0	1,0	S 23° 17' 17,96749712"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,0000000000	1,0000000031	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	3,070451132E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	3,0704541132E-07
18,0	1,0	S 23° 17' 17,96908791"	W 45° 52' 11,98912701"	646,1838575959	18,0000000400	1,0000000039	2,2737367544E-10	4,0000000000E-08	3,8562575355E-09	3,5187148792E-11	2,2222222222E-07	3,8562575355E-07
36,0	1,0	S 23° 17' 17,97370458"	W 45° 52' 11,97931832"	646,1838575969	36,0000000600	0,9999999984	1,1586962501E-09	6,0000000000E-08	-1,6452759155E-09	1,7931371024E-10	1,6666666667E-07	-1,6452759155E-07
54,0	1,0	S 23° 17' 17,98089524"	W 45° 52' 11,97153408"	646,1838575959	54,0000000700	1,0000000017	2,2737367544E-10	7,0000000000E-08	1,7125785234E-09	3,5187148792E-11	1,2962962963E-07	1,7125785234E-07
72,0	1,0	S 23° 17' 17,98995602"	W 45° 52' 11,96653628"	646,1838575969	72,0000000300	1,0000000012	1,1586962501E-09	3,0000000000E-08	1,2278178474E-09	1,7931371024E-10	4,1666666667E-08	1,2278178474E-07
90,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 11,96481415"	646,1838575959	90,0000000400	1,0000000018	2,2737367544E-10	4,0000000000E-08	1,7744519187E-09	3,5187148792E-11	4,4444444444E-08	1,7744519187E-07
108,0	1,0	S 23° 17' 18,01004398"	W 45° 52' 11,96653627"	646,1838575969	108,0000000300	1,0000000017	1,1586962501E-09	3,0000000000E-08	1,6661942936E-09	1,7931371024E-10	2,7777777778E-08	1,6661942936E-07
126,0	1,0	S 23° 17' 18,01910476"	W 45° 52' 11,97153408"	646,1838575959	125,9999999900	1,0000000013	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	1,3296812540E-09	3,5187148792E-11	-7,9365079365E-09	1,3296812540E-07
144,0	1,0	S 23° 17' 18,02629542"	W 45° 52' 11,97931832"	646,1838575969	143,9999999800	0,9999999980	1,1586962501E-09	-2,0000000000E-08	-1,9845174393E-09	1,7931371024E-10	-1,3888888889E-08	-1,9845174393E-07
162,0	1,0	S 23° 17' 18,03091209"	W 45° 52' 11,98912701"	646,1838575959	161,9999999400	1,0000000035	2,2737367544E-10	-6,0000000000E-08	3,5267362364E-09	3,5187148792E-11	-3,7037037037E-08	3,5267362364E-07
180,0	1,0	S 23° 17' 18,03250288"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	180,0000000000	0,9999999970	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-3,0413502827E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-3,0413502827E-07
198,0	1,0	S 23° 17' 18,03091209"	W 45° 52' 12,01087299"	646,1838575959	197,9999999300	0,9999999990	2,2737367544E-10	-7,0000000000E-08	-1,0189182831E-09	3,5187148792E-11	-3,5353535354E-08	-1,0189182831E-07
216,0	1,0	S 23° 17' 18,02629542"	W 45° 52' 12,02068168"	646,1838575969	215,99999998600	0,9999999972	1,1586962501E-09	-1,4000000000E-07	-2,8321665013E-09	1,7931371024E-10	-6,4814814815E-08	-2,8321665013E-07
234,0	1,0	S 23° 17' 18,01910476"	W 45° 52' 12,02846592"	646,1838575959	233,9999999000	0,9999999993	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-07	-6,9212546805E-10	3,5187148792E-11	-4,2735042735E-08	-6,9212546805E-08
252,0	1,0	S 23° 17' 18,01004398"	W 45° 52' 12,03346373"	646,1838575969	251,9999999200	0,9999999972	1,1586962501E-09	-8,0000000000E-08	-2,8221620596E-09	1,7931371024E-10	-3,1746031746E-08	-2,8221620596E-07
270,0	1,0	S 23° 17' 18,0"	W 45° 52' 12,03518585"	646,1838575978	269,9999999600	0,9999999987	2,0900188247E-09	-4,0000000000E-08	-1,2785643655E-09	3,2344027170E-10	-1,4814814815E-08	-1,2785643655E-07
288,0	1,0	S 23° 17' 17,98995602"	W 45° 52' 12,03346372"	646,1838575959	288,0000000000	0,9999999992	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-8,2764017861E-10	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-8,2764017861E-08
306,0	1,0	S 23° 17' 17,98089524"	W 45° 52' 12,02846592"	646,1838575959	306,0000000200	1,0000000017	2,2737367544E-10	2,0000000000E-08	1,7435013433E-09	3,5187148792E-11	6,5359477124E-09	1,7435013433E-07
324,0	1,0	S 23° 17' 17,97370458"	W 45° 52' 12,02068168"	646,1838575959	324,0000000700	1,0000000037	2,2737367544E-10	7,0000000000E-08	3,7271092879E-09	3,5187148792E-11	2,1604938272E-08	3,7271092879E-07
342,0	1,0	S 23° 17' 17,96908791"	W 45° 52' 12,01087299"	646,1838575959	342,0000000500	0,9999999992	2,2737367544E-10	5,0000000000E-08	-7,7022832556E-10	3,5187148792E-11	1,4619883041E-08	-7,7022832556E-08
0,0	10,0	S 23° 17' 17,67497119"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,0000000000	10,0000000012	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	1,2005330063E-09	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	1,2005330063E-08
18,0	10,0	S 23° 17' 17,6908791"	W 45° 52' 11,89127016"	646,1838575959	18,0000000100	10,0000000043	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	4,3229988478E-09	3,5187148792E-11	5,5555555556E-08	4,3229988478E-08
36,0	10,0	S 23° 17' 17,73704577"	W 45° 52' 11,79318333"	646,1838575941	36,0000000100	9,9999999995	-1,6352714738E-09	1,0000000000E-08	-5,4842530517E-10	-2,5306597411E-10	2,7777777778E-08	-5,4842530517E-09
54,0	10,0	S 23° 17' 17,80895231"	W 45° 52' 11,71534091"	646,1838575959	54,0000000000	10,0000000031	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	3,1277522794E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	3,1277522794E-08
72,0	10,0	S 23° 17' 17,89956014"	W 45° 52' 11,66536282"	646,1838575959	72,0000000100	9,9999999997	2,2737367544E-10	1,0000000000E-08	-3,4560798667E-10	3,5187148792E-11	1,3888888889E-08	-3,4560798667E-09
90,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 11,64814147"	646,1838575969	90,0000000000	10,0000000020	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	2,0003803058E-09	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	2,0003803058E-08
108,0	10,0	S 23° 17' 18,10043966"	W 45° 52' 11,66536268"	646,1838575969	108,0000000000	10,0000000000	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,5465851650E-11	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,5465851650E-10
126,0	10,0	S 23° 17' 18,19104754"	W 45° 52' 11,71534068"	646,1838575959	126,0000000000	10,0000000020	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	2,0418156055E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	2,0418156055E-08
144,0	10,0	S 23° 17' 18,26295415"	W 45° 52' 11,7931831"	646,1838575978	144,0000000000	9,9999999980	2,0900188247E-09	0,0000000000E+00	-1,9890649128E-09	3,2344027170E-10	0,0000000000E+00	-1,9890649128E-08
162,0	10,0	S 23° 17' 18,30912087"	W 45° 52' 11,89127002"	646,1838575959	161,9999999900	10,0000000002	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	1,9838353182E-10	3,5187148792E-11	-6,1728395062E-09	1,9838353182E-09
180,0	10,0	S 23° 17' 18,3250288"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575969	180,0000000000	9,9999999993	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-7,1577233030E-10	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-7,1577233030E-09
198,0	10,0	S 23° 17' 18,30912087"	W 45° 52' 12,10872998"	646,1838575950	197,9999999900	9,9999999982	-7,0394889917E-10	-1,0000000000E-08	-1,8420109882E-09	-1,0893941266E-10	-5,0505050505E-09	-1,8420109882E-08

(continua)

Tabela 5.13 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
216,0	10,0	S 23° 17' 18,26295415"	W 45° 52' 12,2068169"	646,1838575969	215,99999999900	10,0000000009	1,1586962501E-09	-1,0000000000E-08	9,1586116469E-10	1,7931371024E-10	-4,6296296296E-09	9,1586116469E-09
234,0	10,0	S 23° 17' 18,19104754"	W 45° 52' 12,28465932"	646,1838575959	233,99999999900	9,9999999974	2,2737367544E-10	-1,0000000000E-08	-2,5847839424E-09	3,5187148792E-11	-4,2735042735E-09	-2,5847839424E-08
252,0	10,0	S 23° 17' 18,10043966"	W 45° 52' 12,33463732"	646,1838575969	252,00000000000	9,9999999986	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-1,4115357772E-09	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-1,4115357772E-08
270,0	10,0	S 23° 17' 17,99999989"	W 45° 52' 12,35185853"	646,1838575969	270,00000000000	9,9999999977	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	-2,2831816437E-09	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	-2,2831816437E-08
288,0	10,0	S 23° 17' 17,89956014"	W 45° 52' 12,33463718"	646,1838575959	288,00000000000	10,00000000006	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	5,7752913563E-10	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	5,7752913563E-09
306,0	10,0	S 23° 17' 17,80895231"	W 45° 52' 12,28465909"	646,1838575950	306,00000000000	9,9999999981	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	-1,9044819055E-09	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	-1,9044819055E-08
324,0	10,0	S 23° 17' 17,73704577"	W 45° 52' 12,20681667"	646,1838575941	324,00000000000	9,9999999969	-1,6352714738E-09	0,0000000000E+00	-3,1177478377E-09	-2,5306597411E-10	0,0000000000E+00	-3,1177478377E-08
342,0	10,0	S 23° 17' 17,6908791"	W 45° 52' 12,10872984"	646,1838575959	342,0000000100	10,00000000031	2,2725998861E-10	1,0000000000E-08	3,0906335269E-09	3,5169555218E-11	2,9239766082E-09	3,0906335269E-08
0,0	100,0	S 23° 17' 14,74971177"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,00000000000	99,9999999999	-7,0428995969E-10	0,0000000000E+00	-9,9134922493E-11	-1,0899219338E-10	0,0000000000E+00	-9,9134922493E-11
18,0	100,0	S 23° 17' 14,90878996"	W 45° 52' 10,91270783"	646,1838575959	18,00000000000	100,0000000028	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	2,8138629204E-09	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	2,8138629204E-09
36,0	100,0	S 23° 17' 15,37045424"	W 45° 52' 9,93184339"	646,1838575959	36,00000000000	100,0000000013	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	1,2541931937E-09	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	1,2541931937E-09
54,0	100,0	S 23° 17' 16,08951665"	W 45° 52' 9,15341919"	646,1838575969	54,00000000000	99,9999999993	1,1584688764E-09	0,0000000000E+00	-6,8121153163E-10	1,7927852310E-10	0,0000000000E+00	-6,8121153163E-10
72,0	100,0	S 23° 17' 16,99559253"	W 45° 52' 8,65363447"	646,1838575950	72,00000000000	100,00000000020	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	2,0299921744E-09	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	2,0299921744E-09
90,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 8,48141467"	646,1838575969	90,00000000000	100,0000000003	1,1586962501E-09	0,0000000000E+00	3,2872264910E-09	1,7931371024E-10	0,0000000000E+00	3,2872264910E-09
108,0	100,0	S 23° 17' 19,00438772"	W 45° 52' 8,65362056"	646,1838575959	108,00000000000	100,00000000018	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	1,7917045625E-09	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	1,7917045625E-09
126,0	100,0	S 23° 17' 19,91046896"	W 45° 52' 9,15339668"	646,1838575959	126,00000000000	100,00000000024	2,2760104912E-10	0,0000000000E+00	2,4092514650E-09	3,5222335941E-11	0,0000000000E+00	2,4092514650E-09
144,0	100,0	S 23° 17' 20,62953799"	W 45° 52' 9,93182089"	646,1838575950	144,00000000000	99,9999999948	-7,0372152550E-10	0,0000000000E+00	-5,2132236306E-09	-1,0890422551E-10	0,0000000000E+00	-5,2132236306E-09
162,0	100,0	S 23° 17' 21,09120762"	W 45° 52' 10,91269392"	646,1838575950	162,00000000000	99,9999999978	-7,0360783866E-10	0,0000000000E+00	-2,2050699044E-09	-1,0888663194E-10	0,0000000000E+00	-2,2050699044E-09
180,0	100,0	S 23° 17' 21,25028785"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	180,00000000000	100,00000000044	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	4,3719410314E-09	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	4,3719410314E-09
198,0	100,0	S 23° 17' 21,09120762"	W 45° 52' 13,08730608"	646,1838575959	198,00000000000	99,9999999999	2,2771473596E-10	0,0000000000E+00	-1,2437340047E-10	3,5239929515E-11	0,0000000000E+00	-1,2437340047E-10
216,0	100,0	S 23° 17' 20,62953799"	W 45° 52' 14,06817911"	646,1838575950	216,00000000000	99,9999999898	-7,0372152550E-10	0,0000000000E+00	-1,0163603292E-08	-1,0890422551E-10	0,0000000000E+00	-1,0163603292E-08
234,0	100,0	S 23° 17' 19,91046896"	W 45° 52' 14,84660332"	646,1838575978	234,00000000000	99,9999999974	2,0902461983E-09	0,0000000000E+00	-2,6238922146E-09	3,2347545885E-10	0,0000000000E+00	-2,6238922146E-09
252,0	100,0	S 23° 17' 19,00438772"	W 45° 52' 15,34637944"	646,1838575959	252,00000000000	99,9999999987	2,2748736228E-10	0,0000000000E+00	-1,2541931937E-09	3,5204742367E-11	0,0000000000E+00	-1,2541931937E-09
270,0	100,0	S 23° 17' 17,9999891"	W 45° 52' 15,51858533"	646,1838575978	270,00000000000	99,9999999965	2,0900188247E-09	0,0000000000E+00	-3,4610820876E-09	3,2344027170E-10	0,0000000000E+00	-3,4610820876E-09
288,0	100,0	S 23° 17' 16,99559253"	W 45° 52' 15,34636553"	646,1838575950	288,00000000000	99,9999999985	-7,0406258601E-10	0,0000000000E+00	-1,5343175619E-09	-1,0895700623E-10	0,0000000000E+00	-1,5343175619E-09
306,0	100,0	S 23° 17' 16,08951665"	W 45° 52' 14,84658081"	646,1838575941	306,00000000000	99,9999999997	-1,6354988475E-09	0,0000000000E+00	-3,3378455555E-10	-2,5310116126E-10	0,0000000000E+00	-3,3378455555E-10
324,0	100,0	S 23° 17' 15,37045424"	W 45° 52' 14,06815661"	646,1838575959	324,00000000000	100,00000000024	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	2,4301698431E-09	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	2,4301698431E-09
342,0	100,0	S 23° 17' 14,90878996"	W 45° 52' 13,08729217"	646,1838575959	342,00000000000	100,00000000003	2,2703261493E-10	0,0000000000E+00	3,4901859181E-10	3,5134368069E-11	0,0000000000E+00	3,4901859181E-10
0,0	1000,0	S 23° 16' 45,4971009"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,00000000000	1000,00000000037	2,2362200980E-10	0,0000000000E+00	3,298377720E-09	3,4606560837E-11	0,0000000000E+00	3,298377720E-10
18,0	1000,0	S 23° 16' 47,08779073"	W 45° 52' 1,12770408"	646,1838575959	18,00000000000	1000,00000000017	2,2384938347E-10	0,0000000000E+00	1,6960939320E-09	3,4641747986E-11	0,0000000000E+00	1,6960939320E-10
36,0	1000,0	S 23° 16' 51,70419256"	W 45° 51' 51,31944644"	646,1838575941	36,00000000000	1000,00000002948	-1,6383410184E-09	0,0000000000E+00	2,9484635888E-07	-2,5354100062E-10	0,0000000000E+00	2,9484635888E-08
54,0	1000,0	S 23° 16' 58,89451878"	W 45° 51' 43,53520451"	646,1838575959	54,00000000000	999,9999998461	2,2521362553E-10	0,0000000000E+00	-1,5389196051E-07	3,4852870879E-11	0,0000000000E+00	-1,5389196051E-08

(continua)

Tabela 5.13 - Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
72,0	1000,0	S 23° 17' 7,95503652"	W 45° 51' 38,5369706"	646,1838575959	72,00000000000	999,999999998	2,2623680707E-10	0,0000000000E+00	-1,9281287678E-10	3,5011213048E-11	0,0000000000E+00	-1,9281287678E-11
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 51' 36,81414676"	646,1838575959	90,00000000000	1000,00000000018	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	1,8189894035E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	1,8189894035E-10
108,0	1000,0	S 23° 17' 28,04298837"	W 45° 51' 38,53557971"	646,1838575959	108,00000000000	999,9999999987	2,2851054382E-10	0,0000000000E+00	-1,2551026884E-09	3,5363084536E-11	0,0000000000E+00	-1,2551026884E-10
126,0	1000,0	S 23° 17' 37,1040417"	W 45° 51' 43,53295403"	646,1838575959	126,00000000000	999,9999999990	2,2964741220E-10	0,0000000000E+00	-1,0468284017E-09	3,5539020280E-11	0,0000000000E+00	-1,0468284017E-10
144,0	1000,0	S 23° 17' 44,29502992"	W 45° 51' 51,31719598"	646,1838575959	144,00000000000	999,9999999984	2,3044322006E-10	0,0000000000E+00	-1,5970726963E-09	3,5662175301E-11	0,0000000000E+00	-1,5970726963E-10
162,0	1000,0	S 23° 17' 48,91196732"	W 45° 52' 1,12631322"	646,1838575959	162,00000000000	1000,0000000041	2,3101165425E-10	0,0000000000E+00	4,0663508116E-09	3,5750143173E-11	0,0000000000E+00	4,0663508116E-10
180,0	1000,0	S 23° 17' 50,50286171"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,00000000000	999,9999999993	-7,0019723353E-10	0,0000000000E+00	-7,0667738328E-10	-1,0835882471E-10	0,0000000000E+00	-7,0667738328E-11
198,0	1000,0	S 23° 17' 48,91196732"	W 45° 52' 22,87368678"	646,1838575978	198,00000000000	1000,0000000025	2,0936568035E-09	0,0000000000E+00	2,4518840291E-09	3,2400326608E-10	0,0000000000E+00	2,4518840291E-10
216,0	1000,0	S 23° 17' 44,29502992"	W 45° 52' 32,68280402"	646,1838575969	216,00000000000	1000,00000002886	1,1617657947E-09	0,0000000000E+00	2,8855811252E-07	1,7978873675E-10	0,0000000000E+00	2,8855811252E-08
234,0	1000,0	S 23° 17' 37,1040417"	W 45° 52' 40,46704598"	646,1838575959	234,00000000000	1000,00000001579	2,2953372536E-10	0,0000000000E+00	1,5785099095E-07	3,5521426706E-11	0,0000000000E+00	1,5785099095E-08
252,0	1000,0	S 23° 17' 28,04298837"	W 45° 52' 45,46442029"	646,1838575969	252,00000000000	999,9999999706	1,1598331184E-09	0,0000000000E+00	-2,9442617233E-08	1,7948964599E-10	0,0000000000E+00	-2,9442617233E-09
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,99891016"	W 45° 52' 47,18585324"	646,1838575959	270,00000000000	999,9999999944	2,2737367544E-10	0,0000000000E+00	-5,5922555475E-09	3,5187148792E-11	0,0000000000E+00	-5,5922555475E-10
288,0	1000,0	S 23° 17' 7,95503652"	W 45° 52' 45,4630294"	646,1838575959	288,00000000000	999,9999999962	2,2623680707E-10	0,0000000000E+00	-3,7589416024E-09	3,5011213048E-11	0,0000000000E+00	-3,7589416024E-10
306,0	1000,0	S 23° 16' 58,89451878"	W 45° 52' 40,46479549"	646,1838575959	306,00000000000	1000,00000000015	2,2521362553E-10	0,0000000000E+00	1,4579200069E-09	3,4852870879E-11	0,0000000000E+00	1,4579200069E-10
324,0	1000,0	S 23° 16' 51,70419257"	W 45° 52' 32,68055355"	646,1838575969	324,00000000000	1000,00000000061	1,1556267054E-09	0,0000000000E+00	6,1054379330E-09	1,7883868374E-10	0,0000000000E+00	6,1054379330E-10
342,0	1000,0	S 23° 16' 47,08779073"	W 45° 52' 22,87229592"	646,1838575978	342,00000000000	999,9999999997	2,0863808459E-09	0,0000000000E+00	-3,0081537261E-10	3,2287727732E-10	0,0000000000E+00	-3,0081537261E-11
0,0	1000,0	S 23° 11' 52,96932829"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575959	0,00000008500	9999,9999999962	1,8940227164E-10	8,5000000000E-07	-3,8071448216E-09	2,9310894944E-11	0,0000000000E+00	-3,8071448216E-11
18,0	1000,0	S 23° 12' 8,86703943"	W 45° 50' 23,33950711"	646,1838575959	18,00000000000	10000,00000000040	1,9122126105E-10	0,0000000000E+00	4,0618033381E-09	2,9592392134E-11	0,0000000000E+00	4,0618033381E-11
36,0	1000,0	S 23° 12' 55,00699522"	W 45° 48' 45,29557576"	646,1838575959	36,00000000000	10000,00000000025	1,9667822926E-10	0,0000000000E+00	2,5174813345E-09	3,0436883705E-11	0,0000000000E+00	2,5174813345E-11
54,0	1000,0	S 23° 14' 6,88048786"	W 45° 47' 27,45322081"	646,1838575968	54,00000000000	10000,00000000056	1,1364136299E-09	0,0000000000E+00	5,6825228967E-09	1,7586536966E-10	0,0000000000E+00	5,6825228967E-11
72,0	1000,0	S 23° 15' 37,4615422"	W 45° 46' 37,43230055"	646,1838575950	72,00000000000	10000,00000020597	-7,1577233030E-10	0,0000000000E+00	2,0597035473E-06	-1,1076914440E-10	0,0000000000E+00	2,0597035473E-08
90,0	1000,0	S 23° 17' 17,89101572"	W 45° 46' 20,14151999"	646,1838575950	90,00000000000	10000,00000000031	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	3,1159288483E-09	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	3,1159288483E-11
108,0	1000,0	S 23° 18' 58,34094704"	W 45° 46' 37,293212"	646,1838575959	108,00000000000	10000,00000000032	2,3919710657E-10	0,0000000000E+00	3,2450770959E-09	3,7016880529E-11	0,0000000000E+00	3,2450770959E-11
126,0	1000,0	S 23° 20' 28,97555991"	W 45° 47' 27,22817191"	646,1838575960	126,00000000000	9999,9999999994	2,4976998247E-10	0,0000000000E+00	-5,5479176808E-10	3,8653082948E-11	0,0000000000E+00	-5,5479176808E-12
144,0	1000,0	S 23° 21' 40,91525316"	W 45° 48' 45,07052825"	646,1838575960	144,00000000000	10000,00000000035	2,5820649530E-10	0,0000000000E+00	3,5288394429E-09	3,9972601028E-11	0,0000000000E+00	3,5288394429E-11
162,0	1000,0	S 23° 22' 27,10876526"	W 45° 50' 23,20042082"	646,1838575960	162,00000000000	10000,00000000011	2,6375346351E-10	0,0000000000E+00	1,1150405044E-09	4,0817092599E-11	0,0000000000E+00	1,1150405044E-11
180,0	1000,0	S 23° 22' 43,02693281"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	180,00000000000	10000,00000000002	-6,6575012170E-10	0,0000000000E+00	2,0372681320E-10	-1,0302797166E-10	0,0000000000E+00	2,0372681320E-12
198,0	1000,0	S 23° 22' 27,10876526"	W 45° 54' 0,79957918"	646,1838575960	198,00000000000	9999,9999999995	2,6375346351E-10	0,0000000000E+00	-5,4205884226E-10	4,0817092599E-11	0,0000000000E+00	-5,4205884226E-12
216,0	1000,0	S 23° 21' 40,91525316"	W 45° 55' 38,92947175"	646,1838575978	216,00000000000	10000,00000000013	2,1209416445E-09	0,0000000000E+00	1,3915268937E-09	3,2822572393E-10	0,0000000000E+00	1,3915268937E-11
234,0	1000,0	S 23° 20' 28,97555991"	W 45° 56' 56,77182809"	646,1838575969	234,00000000000	9999,9999999970	1,1810925571E-09	0,0000000000E+00	-2,9758666464E-09	1,8277964440E-10	0,0000000000E+00	-2,9758666464E-11
252,0	1000,0	S 23° 18' 58,34094704"	W 45° 57' 46,706788"	646,1838575959	252,00000000000	9999,9999999995	2,3919710657E-10	0,0000000000E+00	-4,8748916015E-10	3,7016880529E-11	0,0000000000E+00	-4,8748916015E-12
270,0	1000,0	S 23° 17' 17,89101572"	W 45° 58' 3,85848001"	646,1838575950	270,00000000000	9999,9999999981	-7,0394889917E-10	0,0000000000E+00	-1,9354047254E-09	-1,0893941266E-10	0,0000000000E+00	-1,9354047254E-11

(continua)

Tabela 5.13 – Continuação

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
288,0	10000,0	S 23° 15' 37,4615422"	W 45° 57' 46,56769945"	646,1838575969	288,00000000000	10000,00000000007	1,1469865058E-09	0,0000000000E+00	7,3850969784E-10	1,7750157208E-10	0,0000000000E+00	7,3850969784E-12
306,0	10000,0	S 23° 14' 6,88048786"	W 45° 56' 56,54677919"	646,1838575968	306,00000000000	10000,00000000021	1,1364136299E-09	0,0000000000E+00	2,1354935598E-09	1,7586536966E-10	0,0000000000E+00	2,1354935598E-11
324,0	10000,0	S 23° 12' 55,00699522"	W 45° 55' 38,70442424"	646,1838575959	324,00000000000	9999,9999999979	1,9667822926E-10	0,0000000000E+00	-2,1336745704E-09	3,0436883705E-11	0,0000000000E+00	-2,1336745704E-11
342,0	10000,0	S 23° 12' 8,86703943"	W 45° 54' 0,66049289"	646,1838575968	342,00000000000	9999,9999999995	1,1225438357E-09	0,0000000000E+00	-4,8930814955E-10	1,7371895359E-10	0,0000000000E+00	-4,8930814955E-12
0,0	100000,0	S 22° 23' 7,52687865"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575965	0,00000000000	100000,00000000050	7,8898665379E-10	0,0000000000E+00	5,3114490584E-09	1,2209940631E-10	0,0000000000E+00	5,3114490584E-12
18,0	100000,0	S 22° 25' 45,60145979"	W 45° 34' 11,53263951"	646,1838575956	18,00000000000	100000,0000000010	-1,2482814782E-10	0,0000000000E+00	1,8044374883E-09	-1,9317744687E-11	0,0000000000E+00	1,8044374883E-12
36,0	100000,0	S 22° 33' 24,62844276"	W 45° 17' 54,92379821"	646,1838575956	36,00000000000	100000,0000000050	-7,3896444519E-11	0,0000000000E+00	5,5297277868E-09	-1,1435823357E-11	0,0000000000E+00	5,5297277868E-12
54,0	100000,0	S 22° 45' 20,40521747"	W 45° 4' 56,56295632"	646,1838575957	54,00000000000	100000,0000000080	6,5938365879E-12	0,0000000000E+00	8,1345206127E-09	1,0204273150E-12	0,0000000000E+00	8,1345206127E-12
72,0	100000,0	S 23° 0' 23,78437136"	W 44° 56' 32,58607551"	646,1838575967	72,00000000000	100000,0000000010	1,0409166862E-09	0,0000000000E+00	1,4551915228E-09	1,6108676717E-10	0,0000000000E+00	1,4551915228E-12
90,0	100000,0	S 23° 17' 7,10191295"	W 44° 53' 33,46756301"	646,1838575959	90,00000000000	100000,0000000060	2,2600943339E-10	0,0000000000E+00	6,9558154792E-09	3,4976025899E-11	0,0000000000E+00	6,9558154792E-12
108,0	100000,0	S 23° 33' 52,46472681"	W 44° 56' 18,67852743"	646,1838575961	108,00000000000	100000,002876630	3,4481217881E-10	0,0000000000E+00	2,8766354080E-04	5,3361311143E-11	0,0000000000E+00	2,8766354080E-07
126,0	100000,0	S 23° 49' 1,19885102"	W 45° 4' 34,05830533"	646,1838575952	126,00000000000	99999,9999999988	-4,7737103159E-10	0,0000000000E+00	-1,1204974726E-09	-7,3875418889E-11	0,0000000000E+00	-1,1204974726E-12
144,0	100000,0	S 24° 1' 3,59548669"	W 45° 17' 32,41696838"	646,1838575963	144,00000000000	100000,0000000030	5,4183146858E-10	0,0000000000E+00	3,5943230614E-09	8,3850975572E-11	0,0000000000E+00	3,5943230614E-12
162,0	100000,0	S 24° 8' 47,9786571"	W 45° 33' 57,62156599"	646,1838575963	162,00000000000	100000,0000000080	5,9890226112E-10	0,0000000000E+00	8,3236955106E-09	9,2682949919E-11	0,0000000000E+00	8,3236955106E-12
180,0	100000,0	S 24° 11' 28,09926277"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575954	180,00000000000	100000,0000000890	-3,1275249057E-10	0,0000000000E+00	8,9957029559E-07	-4,8399923164E-11	0,0000000000E+00	8,9957029559E-10
198,0	100000,0	S 24° 8' 47,9786571"	W 46° 10' 26,37843401"	646,1838575935	198,00000000000	100000,0000000020	-2,1950654627E-09	0,0000000000E+00	2,6193447411E-09	-3,3969673444E-10	0,0000000000E+00	2,6193447411E-12
216,0	100000,0	S 24° 1' 3,59548669"	W 46° 26' 51,58303162"	646,1838575944	216,00000000000	100000,0000000060	-1,3208136806E-09	0,0000000000E+00	6,5920175985E-09	-2,0440214733E-10	0,0000000000E+00	6,5920175985E-12
234,0	100000,0	S 23° 49' 1,19885102"	W 46° 39' 49,94169467"	646,1838575952	234,00000000000	99999,9999999967	-4,7737103159E-10	0,0000000000E+00	-3,2887328416E-09	-7,3875418889E-11	0,0000000000E+00	-3,2887328416E-12
252,0	100000,0	S 23° 33' 52,46472681"	W 46° 48' 5,32147257"	646,1838575961	252,00000000000	100000,0000000010	3,4481217881E-10	0,0000000000E+00	1,6443664208E-09	5,3361311143E-11	0,0000000000E+00	1,6443664208E-12
270,0	100000,0	S 23° 17' 7,10191295"	W 46° 50' 50,53243699"	646,1838575959	270,00000000000	100000,0000000010	2,2600943339E-10	0,0000000000E+00	1,9208528101E-09	3,4976025899E-11	0,0000000000E+00	1,9208528101E-12
288,0	100000,0	S 23° 0' 23,78437434"	W 46° 47' 51,4139148"	646,1838575940	288,00000000000	99999,9997090057	-1,7530510377E-09	0,0000000000E+00	-2,9099421226E-04	-2,7129291719E-10	0,0000000000E+00	-2,9099421226E-07
306,0	100000,0	S 22° 45' 20,40521747"	W 46° 39' 27,43704368"	646,1838575957	306,00000000000	100000,0000000030	6,5938365879E-12	0,0000000000E+00	3,469405025E-09	1,0204273150E-12	0,0000000000E+00	3,469405025E-12
324,0	100000,0	S 22° 33' 24,62844276"	W 46° 26' 29,07620179"	646,1838575966	324,00000000000	100000,0000000020	8,5742613010E-10	0,0000000000E+00	2,0809238777E-09	1,3269073810E-10	0,0000000000E+00	2,0809238777E-12
342,0	100000,0	S 22° 25' 45,60145979"	W 46° 10' 12,46736049"	646,1838575947	342,00000000000	100000,0000000010	-1,0561507224E-09	0,0000000000E+00	1,8044374883E-09	-1,6344430614E-10	0,0000000000E+00	1,8044374883E-12
0,0	1000000,0	S 14° 15' 18,42196198"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575943	0,00000008500	1000000,0004726400	-1,4312036001E-09	8,5000000000E-07	4,7264609020E-04	-2,2148550807E-10	0,0000000000E+00	4,7264609020E-08
18,0	1000000,0	S 14° 40' 23,62330227"	W 43° 0' 41,50350422"	646,1838575934	18,00000000000	999999,9999999960	-2,2965878088E-09	0,0000000000E+00	-3,3527612686E-08	-3,5540779638E-10	0,0000000000E+00	-3,3527612686E-12
36,0	1000000,0	S 15° 53' 28,04036771"	W 40° 23' 43,48058899"	646,1838575964	36,00000000000	1000000,0781645500	7,1736394602E-10	0,0000000000E+00	7,8164551524E-02	1,1101545444E-10	0,0000000000E+00	7,8164551524E-06
54,0	1000000,0	S 17° 48' 9,37415899"	W 38° 14' 53,3299291"	646,1838575959	54,00000000000	1000000,1519196400	2,1941559680E-10	0,0000000000E+00	1,5191964002E-01	3,3955598584E-11	0,0000000000E+00	1,5191964002E-05
72,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55202902"	W 36° 46' 2,20604308"	646,1838575966	72,00000000000	999999,9999999890	9,3689322966E-10	0,0000000000E+00	-1,0826624930E-08	1,4498864660E-10	0,0000000000E+00	-1,0826624930E-12
90,0	1000000,0	S 22° 59' 11,58355124"	W 36° 6' 38,64221991"	646,1838575958	90,00000000000	999999,9999999970	1,0129497241E-10	0,0000000000E+00	-2,9685907066E-08	1,5675874787E-11	0,0000000000E+00	-2,9685907066E-12
108,0	1000000,0	S 25° 47' 18,12928274"	W 36° 23' 4,47232143"	646,1838575952	108,00000000000	999999,9999999980	-5,0499693316E-10	0,0000000000E+00	-1,7462298274E-08	-7,8150657467E-11	0,0000000000E+00	-1,7462298274E-12
126,0	1000000,0	S 28° 22' 19,98084563"	W 37° 37' 25,43928934"	646,1838575956	126,00000000000	999999,9999999960	-1,4483703126E-10	0,0000000000E+00	-3,9581209421E-09	-2,2414213781E-11	0,0000000000E+00	-3,9581209421E-13

(continua)

Tabela 5.13 – Conclusão

Deslocamento		Posição Geodésica Encontrada			Resultados do Problema Inverso		Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [m]	Azimute [°]	Distância [m]	Altitude [%]	Azimute [%]	Distância [%]
144,0	1000000,0	S 30° 28' 1,18869374"	W 39° 45' 51,99735589"	646,1838575957	144.00000000000	999999,9999999850	1,5234036255E-11	0,0000000000E+00	-1.4319084585E-08	2,3575389691E-12	0,0000000000E+00	-1.4319084585E-12
162,0	1000000,0	S 31° 50' 6,80773646"	W 42° 37' 5,59376946"	646,1838575964	162.00000000000	999999,9801254390	7,2657257988E-10	0,0000000000E+00	-1.9874560647E-02	1,1244053397E-10	0,0000000000E+00	-1.9874560647E-06
180,0	1000000,0	S 32° 18' 40,50268684"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575939	180.00000000000	999999,9999999990	-1.8233095034E-09	0,0000000000E+00	-1.1641532183E-10	-2,8216574616E-10	0,0000000000E+00	-1.1641532183E-14
198,0	1000000,0	S 31° 50' 6,80773646"	W 49° 7' 18,40623054"	646,1838575946	198.00000000000	999999,9999999700	-1,1361862562E-09	0,0000000000E+00	-2,9569491744E-08	-1,7583018251E-10	0,0000000000E+00	-2,9569491744E-12
216,0	1000000,0	S 30° 28' 1,18869374"	W 51° 58' 32,00264411"	646,1838575957	216.00000000000	999999,9999999810	1,5234036255E-11	0,0000000000E+00	-1.8510036170E-08	2,3575389691E-12	0,0000000000E+00	-1.8510036170E-12
234,0	1000000,0	S 28° 22' 19,98377754"	W 54° 6' 58,56593044"	646,1838575946	234.00000000000	1000000,1683805200	-1,0761596059E-09	0,0000000000E+00	1,6838052915E-01	-1,6654077523E-10	0,0000000000E+00	1,6838052915E-05
252,0	1000000,0	S 25° 47' 18,12928274"	W 55° 21' 19,52767857"	646,1838575952	252.00000000000	999999,9999999810	-5,0499693316E-10	0,0000000000E+00	-1,8626451492E-08	-7,8150657467E-11	0,0000000000E+00	-1,8626451492E-12
270,0	1000000,0	S 22° 59' 11,58355124"	W 55° 37' 45,35778009"	646,1838575967	270.00000000000	999999,9999999640	1,0327312339E-09	0,0000000000E+00	-3,5273842514E-08	1,5982002981E-10	0,0000000000E+00	-3,5273842514E-12
288,0	1000000,0	S 20° 14' 24,55202902"	W 54° 58' 21,79395692"	646,1838575957	288.00000000000	999999,9999999910	5,5706550484E-12	0,0000000000E+00	-8,6147338152E-09	8,6208514541E-13	0,0000000000E+00	-8,6147338152E-13
306,0	1000000,0	S 17° 48' 9,377724597"	W 53° 29' 30,66604357"	646,1838575959	306.00000000000	999999,9999999790	2,1941559680E-10	0,0000000000E+00	-2,0954757929E-08	3,3955598584E-11	0,0000000000E+00	-2,0954757929E-12
324,0	1000000,0	S 15° 53' 28,04036771"	W 51° 20' 40,51941101"	646,1838575936	324.00000000000	999999,9999999990	-2,0766037778E-09	0,0000000000E+00	-9,3132257462E-09	-3,2136422992E-10	0,0000000000E+00	-9,3132257462E-13
342,0	1000000,0	S 14° 40' 23,62330227"	W 48° 43' 42,49649578"	646,1838575962	342.00000000000	999999,1561425490	4,9737991503E-10	0,0000000000E+00	-8,4385745018E-01	7,6971887983E-11	0,0000000000E+00	-8,4385745018E-05
0,0	1000000,0	N 66° 53' 37,55092456"	W 45° 52' 12,0"	646,1838575950	0,0000012100	999999,7793324800	-7,1224803833E-10	1,2100000000E-06	-2,2066752054E-01	-1,1022374359E-10	0,0000000000E+00	-2,2066752054E-06
18,0	1000000,0	N 61° 3' 42,30490714"	W 6° 25' 21,71305569"	646,1838575969	18.00000000000	999999,9999997500	1,1785914467E-09	0,0000000000E+00	-2,4586915970E-07	1,8239258576E-10	0,0000000000E+00	-2,4586915970E-12
36,0	1000000,0	N 48° 10' 45,7288264"	E 15° 33' 32,8427849"	646,1838575966	36.00000000000	999999,9999998100	8,9062268671E-10	0,0000000000E+00	-1,8812716007E-07	1,3782806182E-10	0,0000000000E+00	-1,8812716007E-12
54,0	1000000,0	N 32° 49' 9,54577552"	E 28° 1' 51,3951608"	646,1838575951	54.00000000000	999999,9999998500	-6,3425886765E-10	0,0000000000E+00	-1,4901161194E-07	-9,8154551556E-11	0,0000000000E+00	-1,4901161194E-12
72,0	1000000,0	N 16° 32' 41,64954698"	E 36° 41' 43,21423372"	646,1838575947	72.00000000000	999999,9999997600	-1,0095391190E-09	0,0000000000E+00	-2,3841857910E-07	-1,5623094064E-10	0,0000000000E+00	-2,3841857910E-12
90,0	1000000,0	S 0° 3' 39,643989"	E 43° 59' 17,70565673"	646,1838575946	90.00000000000	999999,9999994200	-1,0916210158E-09	0,0000000000E+00	-5,7741999626E-07	-1,6893350135E-10	0,0000000000E+00	-5,7741999626E-12
108,0	1000000,0	S 16° 39' 43,27398379"	E 51° 17' 40,3779685"	646,1838575957	108.00000000000	1000000,2630874000	-5,2523319027E-11	0,0000000000E+00	2,6308747940E-01	-8,1282313710E-12	0,0000000000E+00	2,6308747940E-06
126,0	1000000,0	S 32° 55' 21,37436079"	E 59° 59' 51,68034517"	646,1838575942	126.00000000000	999999,9999997600	-1,5135128706E-09	0,0000000000E+00	-2,3655593395E-07	-2,3422325594E-10	0,0000000000E+00	-2,3655593395E-12
144,0	1000000,0	S 48° 15' 45,79247514"	E 72° 31' 46,98705782"	646,1838575966	144.00000000000	999999,9999998200	8,7629814516E-10	0,0000000000E+00	-1,7322599888E-07	1,3561127145E-10	0,0000000000E+00	-1,7322599888E-12
162,0	1000000,0	S 61° 7' 29,51298496"	E 94° 35' 19,39006789"	646,1838575959	162.00000000000	999999,9999998300	2,1441337594E-10	0,0000000000E+00	-1,6763806343E-07	3,3181481311E-11	0,0000000000E+00	-1,6763806343E-12
180,0	1000000,0	S 66° 56' 50,43690806"	E 134° 7' 48,0"	646,1838575959	180.00000000000	999999,9999997500	1,9645085558E-10	0,0000000000E+00	-2,4400651455E-07	3,0401696556E-11	0,0000000000E+00	-2,4400651455E-12
198,0	1000000,0	S 61° 7' 29,51298496"	E 173° 40' 16,60993211"	646,1838575950	198.00000000000	999999,9999998300	-7,1690919867E-10	0,0000000000E+00	-1,6763806343E-07	-1,1094508014E-10	0,0000000000E+00	-1,6763806343E-12
216,0	1000000,0	S 48° 15' 45,79247514"	W 16° 16' 10,98705782"	646,1838575957	216.00000000000	999999,9999998400	5,5024429457E-11	0,0000000000E+00	-1,6018748283E-07	-8,5152900077E-12	0,0000000000E+00	-1,6018748283E-12
234,0	1000000,0	S 32° 55' 21,37436079"	W 151° 44' 15,68034517"	646,1838575942	234.00000000000	999999,9999997600	-1,5135128706E-09	0,0000000000E+00	-2,3841857910E-07	-2,3422325594E-10	0,0000000000E+00	-2,3841857910E-12
252,0	1000000,0	S 16° 39' 43,27398379"	W 143° 2' 4,3779685"	646,1838575957	252.00000000000	999999,9999998200	-5,2523319027E-11	0,0000000000E+00	-1,7322599888E-07	-8,1282313710E-12	0,0000000000E+00	-1,7322599888E-12
270,0	1000000,0	S 0° 3' 39,643989"	W 135° 43' 41,70565673"	646,1838575946	270.00000000000	999999,9999999400	-1,0916210158E-09	0,0000000000E+00	-5,4016709328E-08	-1,6893350135E-10	0,0000000000E+00	-5,4016709328E-13
288,0	1000000,0	N 16° 32' 41,64954698"	W 128° 26' 7,21423372"	646,1838575956	288.00000000000	999999,9999997800	-7,8102857515E-11	0,0000000000E+00	-2,1979212761E-07	-1,2086785610E-11	0,0000000000E+00	-2,1979212761E-12
306,0	1000000,0	N 32° 49' 9,54577552"	W 119° 46' 15,3951608"	646,1838575951	306.00000000000	999999,9999998500	-6,3425886765E-10	0,0000000000E+00	-1,5087425709E-07	-9,8154551556E-11	0,0000000000E+00	-1,5087425709E-12
324,0	1000000,0	N 48° 10' 45,7288264"	W 107° 17' 56,8427849"	646,1838575957	324.00000000000	999999,9999998200	-4,0699887904E-11	0,0000000000E+00	-1,7508864403E-07	-6,2984996338E-12	0,0000000000E+00	-1,7508864403E-12
342,0	1000000,0	N 61° 3' 42,30490714"	W 85° 19' 2,28694431"	646,1838575969	342.00000000000	999999,9999997500	1,1785914467E-09	0,0000000000E+00	-2,4214386940E-07	1,8239258576E-10	0,0000000000E+00	-2,4214386940E-12

### 5.3.2 - ANÁLISE

Tendo em vista que os resultados obtidos com as variáveis de controle  $m=10$  e  $n=10$  para altitude e azimute apresentaram valores extremamente precisos, nesta fase, os trabalhos estarão focados apenas nos erros de distância proporcionados pela adoção de diferentes variáveis de controle.

#### 5.3.2.1 - ANÁLISE DOS ERROS DE DISTÂNCIA

As diferenças percentuais entre as distâncias de deslocamento dos problemas diretos e as obtidas na soluções dos problemas inversos, entre SBSJ e as posições geodésicas finais, foram organizadas e distribuídas de acordo com as freqüências das 160 amostras.

A Figura 5.32 apresenta os polígonos de freqüência relativos às diferentes variáveis de controle.

Analizando os polígonos de freqüência, pode-se observar que, em todos os casos, os erros estão próximos de zero e concentrados em duas posições geometricamente espelhadas no histograma. Claramente, os erros se aproximam mais de zero quando os valores das variáveis de controle aumentam.

Da mesma forma que na análise anterior, os resultados foram semelhantes nas quatro situações, evidenciando um comportamento previsível das equações matemáticas em relação à distância.

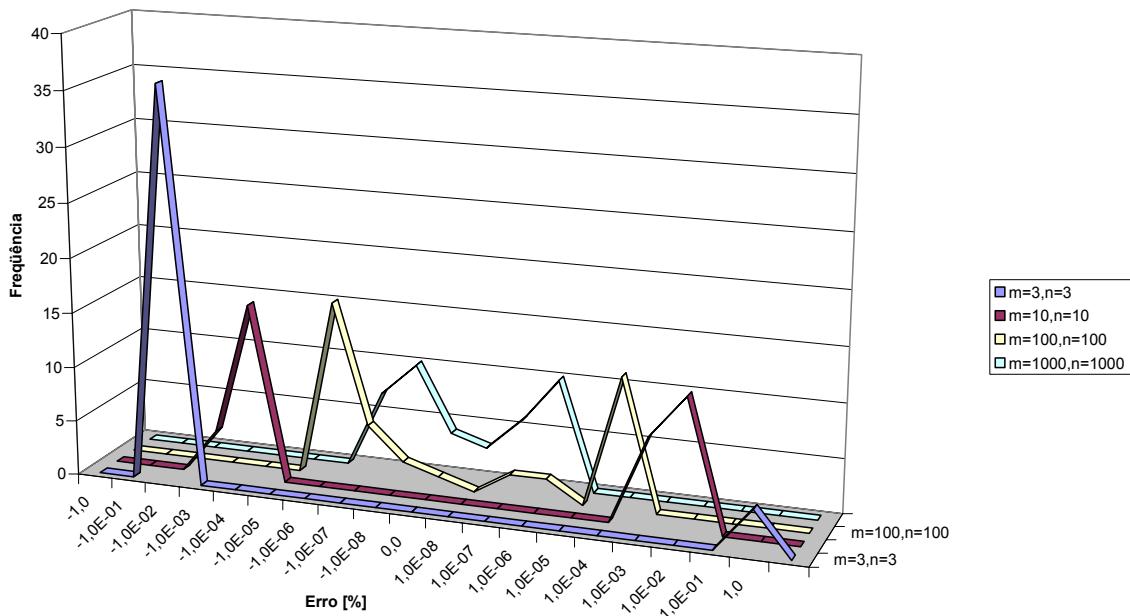


Fig. 5.32 – Polígonos de Freqüência de Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.

As Figuras 5.33 e 5.34 apresentam os valores máximo e mínimo dos erros percentuais de distância. A amplitude total dos erros está representada na Figura 5.35.

Tendo em vista estes três gráficos, pode-se notar que, a partir de  $m=100$  e  $n=100$ , os erros máximos passam a apresentar valores iguais ou menores do que  $10^{-5}\%$  dos valores iniciais, indicando uma tendência de estabilização, com o aumento das variáveis de controle.

Indubitavelmente, a partir destas variáveis de controle, os cálculos começam a esbarrar na precisão das variáveis da linguagem de implementação, entretanto, tais resultados representam uma excelente precisão para cálculos de distância sobre o globo terrestre.

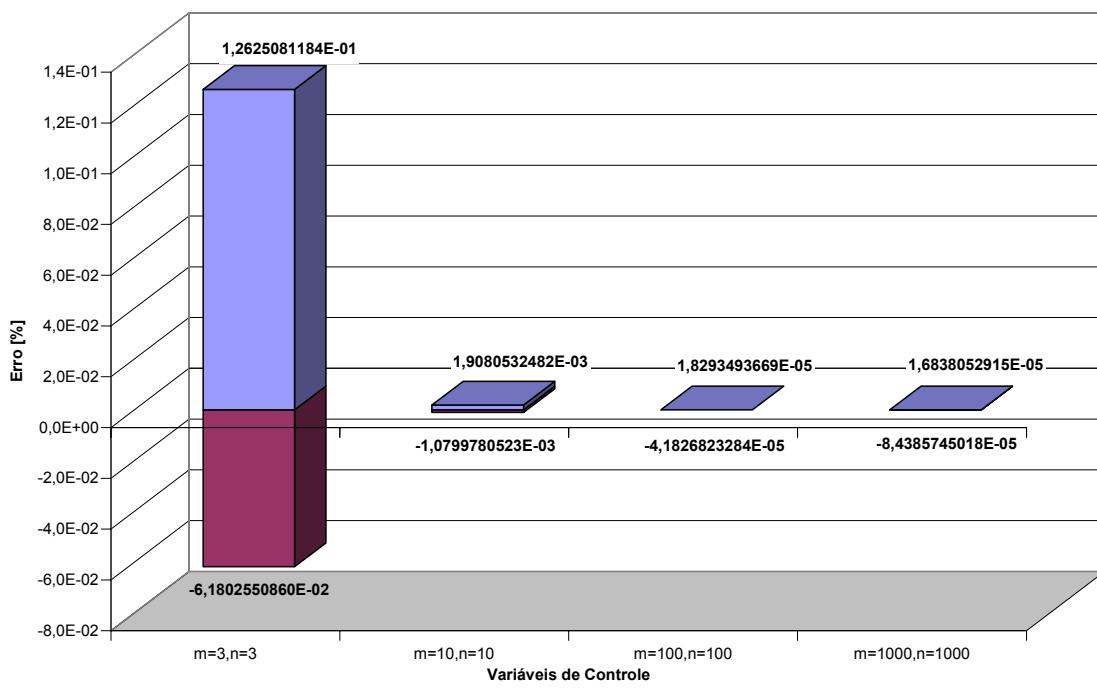


Fig. 5.33 – Valores Máximo e Mínimo dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.

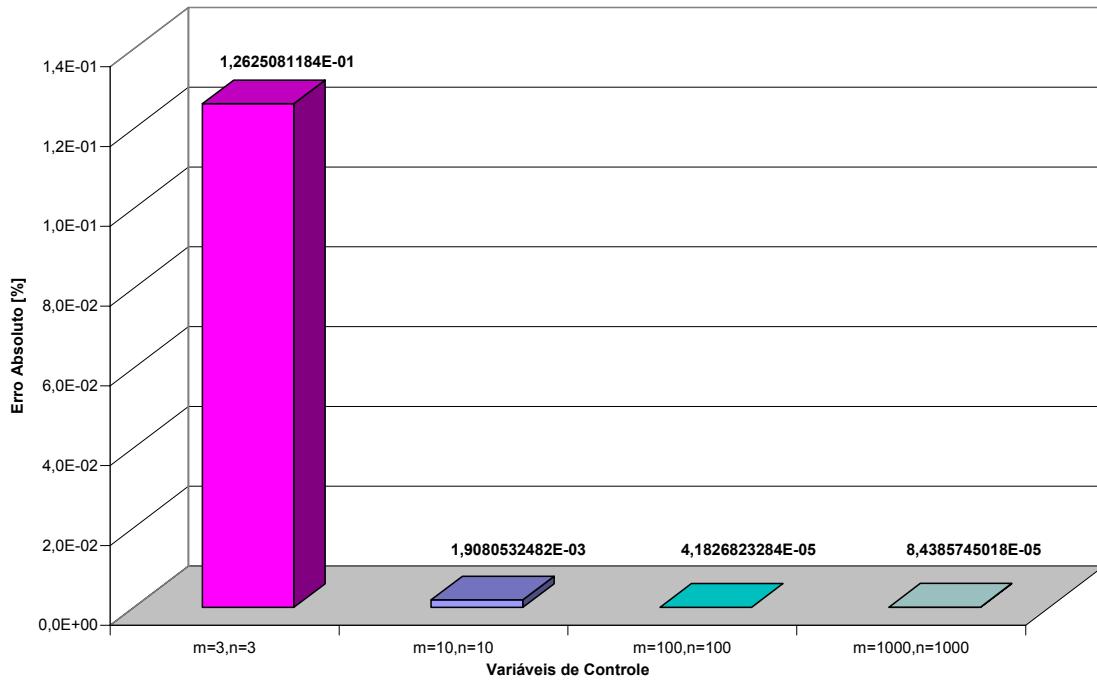


Fig. 5.34 – Valor Máximo dos Erros Absolutos de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.

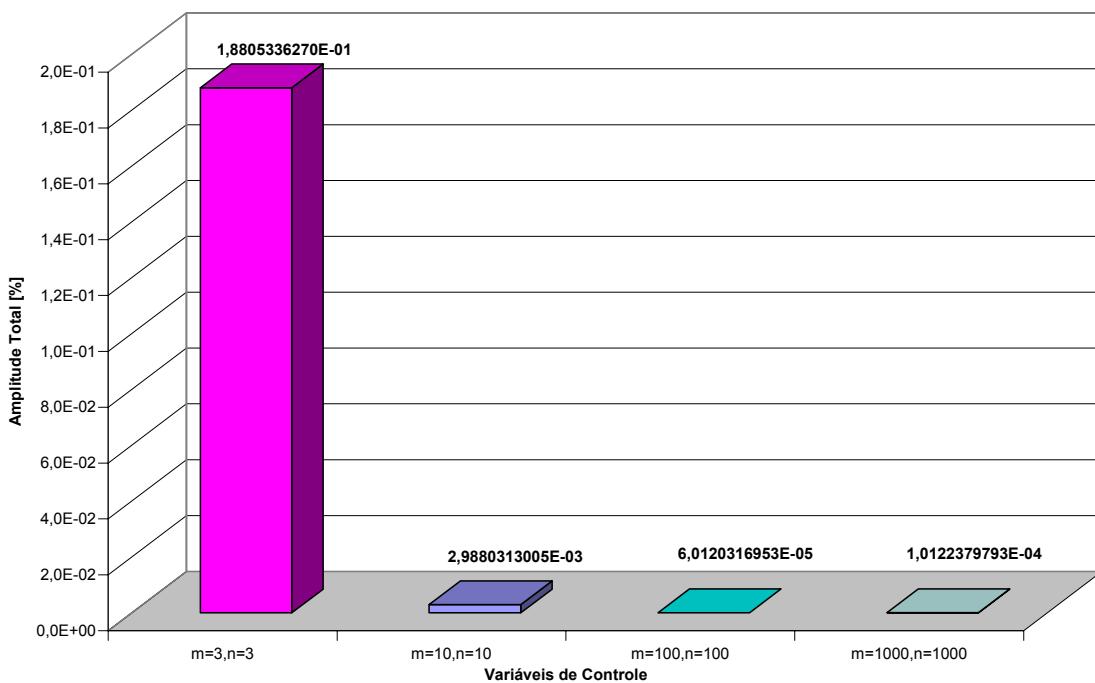


Fig. 5.35 – Amplitude Total dos Erros de Distância, para Diferentes Variáveis de Controle.

Com relação às medianas, pode-se verificar que os desvios continuam representando tendências aleatórias de aumentar ou diminuir as distâncias iniciais, entretanto, com valores cada vez menores com o aumento das variáveis de controle, chegando à ordem de  $10^{-12}\%$ , quando  $m=1000$  e  $n=1000$ , conforme a Figura 5.36.

Analogamente, as modas demonstram uma incidência gradativa de desvios com valores próximos de zero, na ordem de  $10^{-12}\%$  dos valores iniciais, com  $m=1000$  e  $n=1000$ , Figura 5.37.

As médias dos erros de distância estão apresentadas na Figura 5.38. Neste caso, os erros médios também se reduzem com o aumento das variáveis de controle, alcançando a ordem de  $10^{-7}\%$ , quando  $m=1000$  e  $n=1000$ .

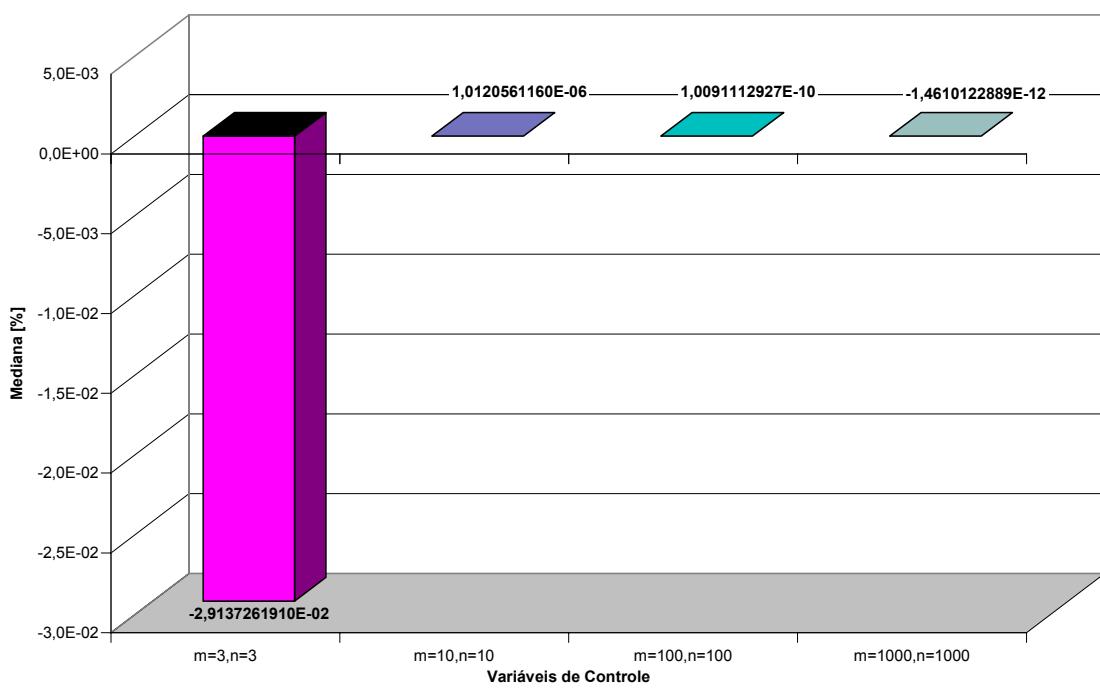


Fig. 5.36 – Mediana dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

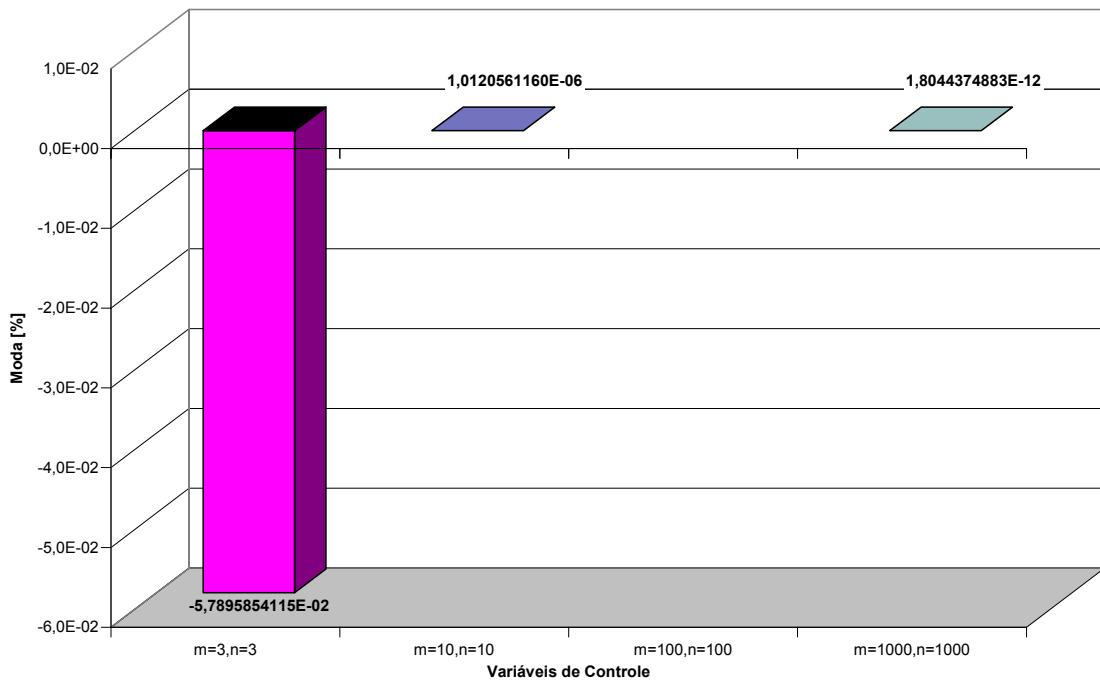


Fig. 5.37 – Moda dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

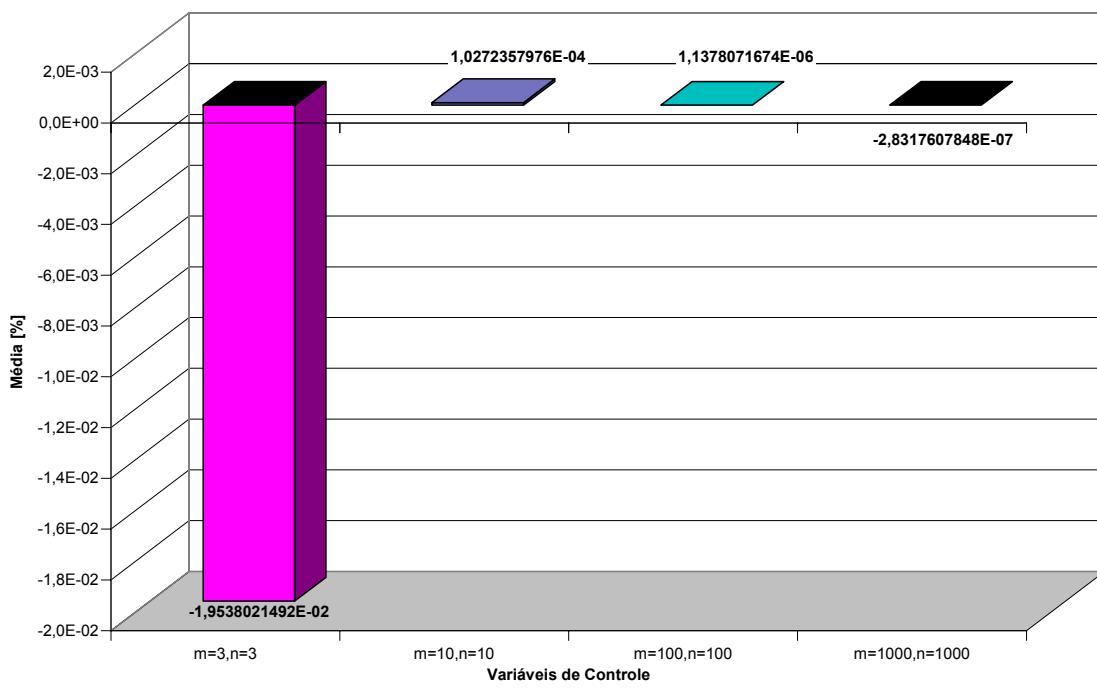


Fig. 5.38 – Média dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

Quanto ao grau de dispersão, os dados comprovam uma tendência de redução dos valores médios de distância com o aumento das variáveis de controle, chegando à ordem de  $10^{-6}\%$ , a partir de  $m=100$  e  $n=100$ , com indicações de estabilização.

As Figuras 5.39, 5.40 e 5.41 apresentam os desvios médios, os desvios padrões e as variâncias dos erros de distância obtidos com os diferentes valores para as variáveis de controle.

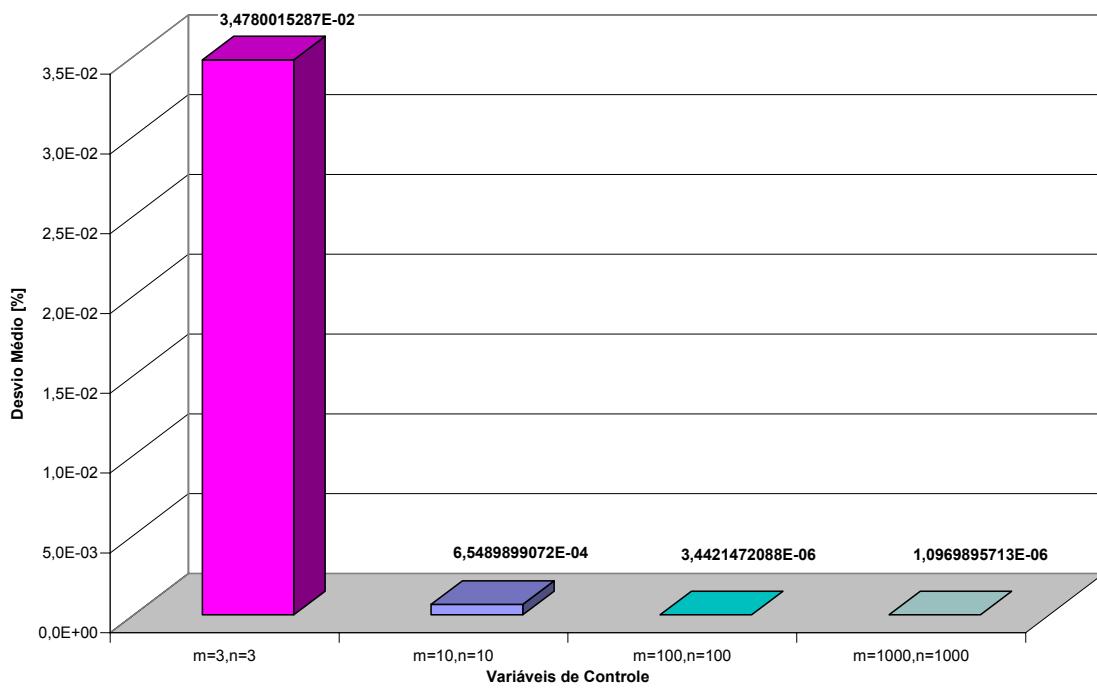


Fig. 5.39 – Desvio Médio dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

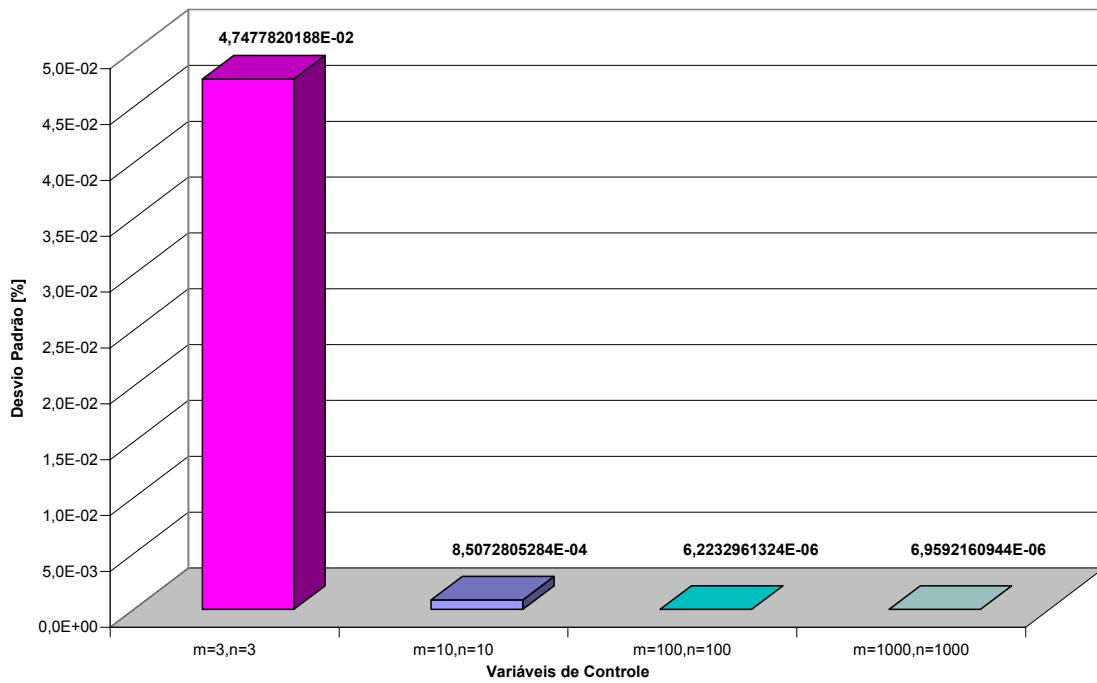


Fig. 5.40 – Desvio Padrão dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

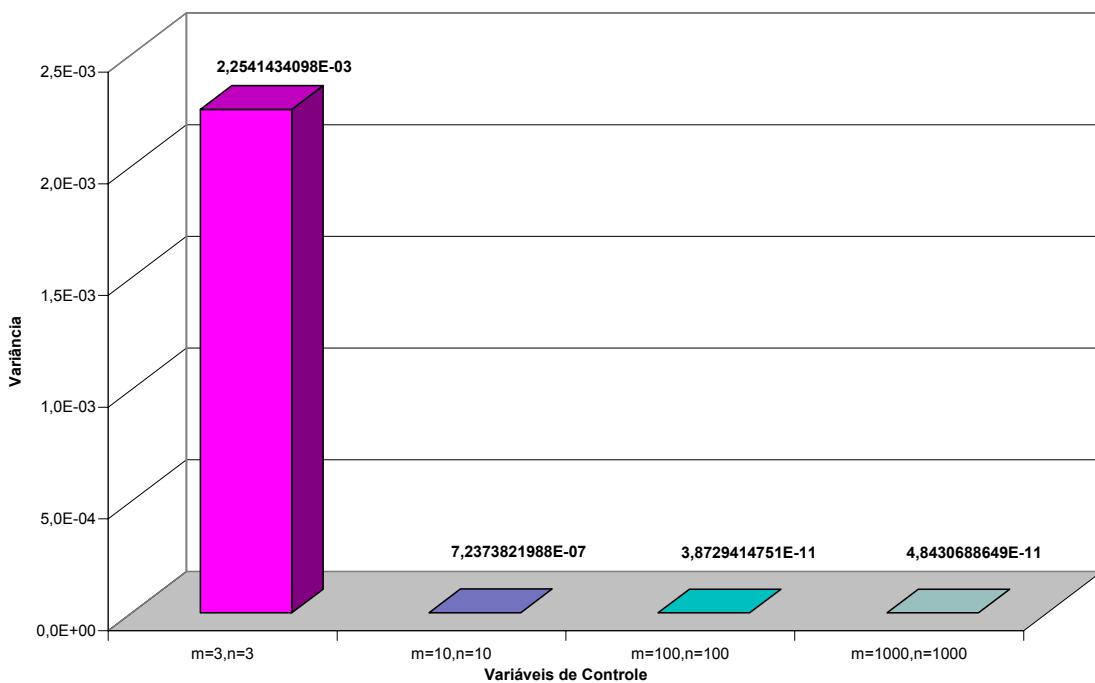


Fig. 5.41 – Variância dos Erros de Distância,  
para Diferentes Variáveis de Controle.

TABELA 5.14 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM DISTÂNCIA, EMPREGANDO DIFERENTES VARIÁVEIS DE CONTROLE, A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, EM VALORES PERCENTUAIS

	m=3,n=3	m=10,n=10	m=100,n=100	m=1000,n=1000
Amostras	160	160	160	160
Somatória	-3,1260834387E+00	1,6435772761E-02	1,8204914678E-04	-4,5308172557E-05
Máximo	1,2625081184E-01	1,9080532482E-03	1,8293493669E-05	1,6838052915E-05
Mínimo	-6,1802550860E-02	-1,0799780523E-03	-4,1826823284E-05	-8,4385745018E-05
Maior Absoluto	1,2625081184E-01	1,9080532482E-03	4,1826823284E-05	8,4385745018E-05
Amplitude Total	1,8805336270E-01	2,9880313005E-03	6,0120316953E-05	1,0122379793E-04
Mediana	-2,9137261910E-02	1,0120561160E-06	1,0091112927E-10	-1,4610122889E-12
Moda	-5,7895854115E-02	1,0120561160E-06	-	1,8044374883E-12
Média	-1,9538021492E-02	1,0272357976E-04	1,1378071674E-06	-2,8317607848E-07
Desvio Médio	3,4780015287E-02	6,5489899072E-04	3,4421472088E-06	1,0969895713E-06
Desvio Padrão	4,7477820188E-02	8,5072805284E-04	6,2232961324E-06	6,9592160944E-06
Variância	2,2541434098E-03	7,2373821988E-07	3,8729414751E-11	4,8430688649E-11

Os dados apresentados nos gráficos para estudo dos erros de distância com diferentes variáveis de controle estão consolidados, em valores percentuais, na Tabela 5.14 e, em valores reais [metros], na Tabela 5.15.

TABELA 5.15 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM DISTÂNCIA, EMPREGANDO DIFERENTES VARIÁVEIS DE CONTROLE, A PARTIR DA POSIÇÃO SBSJ, EM VALORES REAIS [m]

	m=3,n=3	m=10,n=10	m=100,n=100	m=1000,n=1000
Amostras	160	160	160	160
Somatória	1,6275911528E+02	1,4329512889E+00	3,3794100297E+00	-4,2237847220E-01
Máximo	1,1798941532E+02	1,9525207803E+00	1,8293493669E+00	2,6308747940E-01
Mínimo	-1,1258053663E+02	-8,8996203616E-01	-4,1826823284E-01	-8,4385745018E-01
Maior Absoluto	1,1798941532E+02	1,9525207803E+00	1,8293493669E+00	8,4385745018E-01
Amplitude Total	2,3056995195E+02	2,8424828164E+00	2,2476175998E+00	1,1069449296E+00
Mediana	-2,9145344219E-02	6,1303171606E-06	4,6638888307E-09	-4,1654857341E-10
Moda	-5,7895854115E-04	1,0120561160E-01	-	1,8044374883E-09
Média	1,0172444705E+00	8,9559455556E-03	2,1121312686E-02	-2,6398654513E-03
Desvio Médio	2,3414876307E+01	6,4623021736E-02	4,6120767811E-02	1,3455999188E-02
Desvio Padrão	4,0381082515E+01	1,9565285315E-01	1,7803937697E-01	7,4682818448E-02
Variância	1,6306318250E+03	3,8280038947E-02	3,1698019750E-02	5,5775233714E-03

Com o aumento dos valores das variáveis de controle, os desvios de distância se tornam extremamente pequenos, chegando a apresentar um erro médio na ordem de  $10^{-3}$  metros, com  $m=1000$  e  $n=1000$ , entretanto, tais dados podem ser explorados um pouco mais com o intuito de se determinar a influência da distância de deslocamento nos erros obtidos.

Desta forma, os erros de distância foram agrupados de acordo com os valores de deslocamento das amostras, possibilitando a verificação das reais dimensões dos erros ao longo dos deslocamentos efetuados.

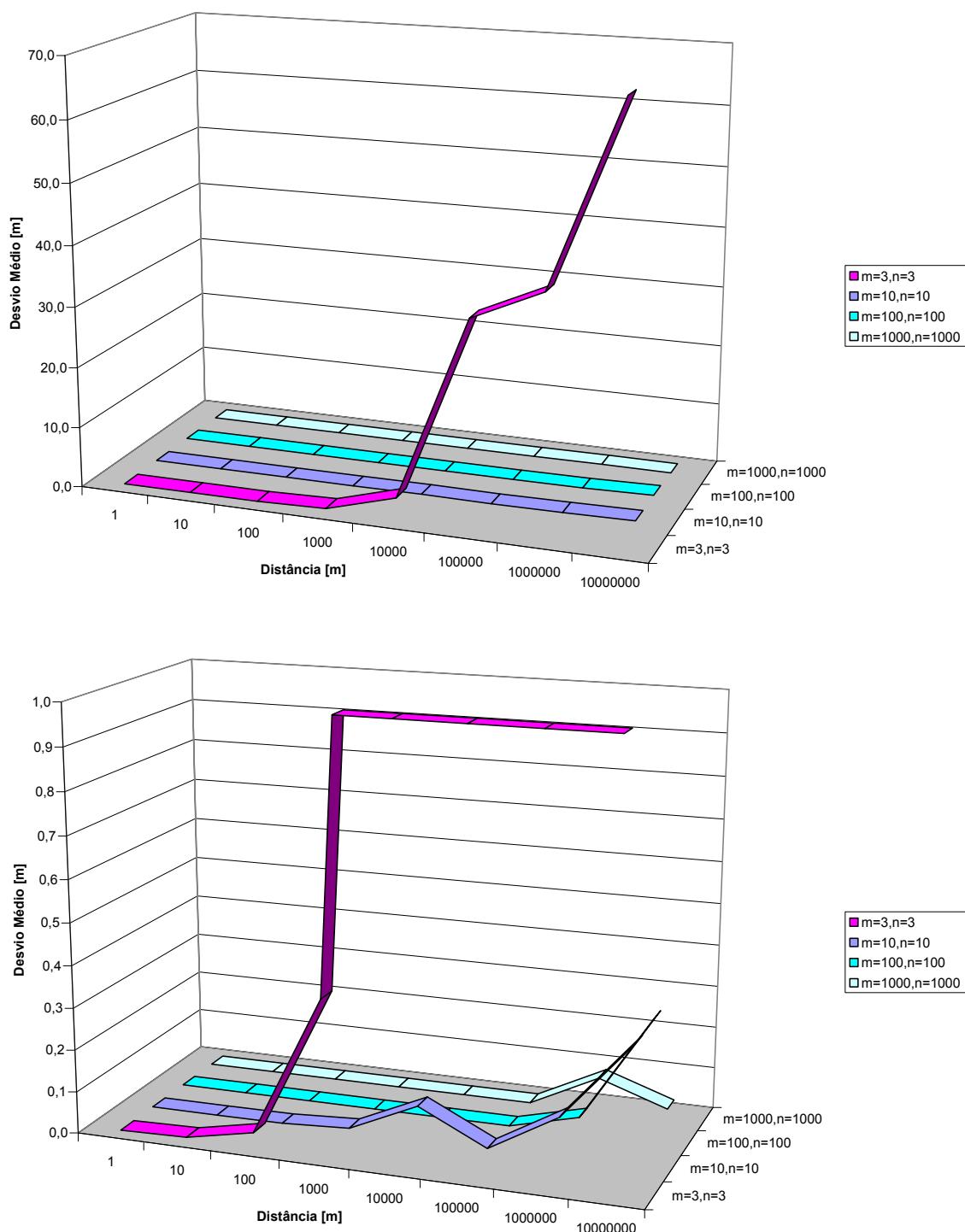


Fig. 5.42 – Desvio Médio dos Erros para Distintas Distâncias a partir da Posição SBSJ, com Diferentes Variáveis de Controle.

A Figura 5.42 apresenta os desvios médios reais [metros] obtidos com as várias distâncias e distintas variáveis de controle, a partir da posição de referência SBSJ, sendo os dados consolidados na Tabela 5.16.

TABELA 5.16 - COMPARAÇÃO DOS DESVIOS MÉDIOS OBTIDOS COM DIFERENTES DISTÂNCIAS, EMPREGANDO VARIÁVEIS DE CONTROLE DISTINTAS, A PARTIR DA POSIÇÃO DE REFERÊNCIA SBSJ

Distância [m]	m=3,n=3	m=10,n=10	m=100,n=100	m=1000,n=1000
1	3,6916822641E-04	1,0236463322E-05	6,8470847985E-08	2,0273865586E-09
10	3,6916350033E-03	1,0236568034E-04	6,8522609398E-07	1,7157373389E-09
100	3,6912041030E-02	1,0233828409E-03	5,0700454747E-06	2,4353983008E-09
1000	3,6868929853E-01	1,0206175613E-02	1,1001684243E-07	6,5653592856E-08
10000	3,6437873086E+00	8,3629243104E-02	1,1125903256E-06	1,9559778593E-07
100000	3,3659870486E+01	4,0344326742E-03	2,1086170687E-04	2,9087549265E-05
1000000	3,8856938748E+01	9,9116589256E-02	4,1339474334E-02	8,2061770544E-02
10000000	6,8857529668E+01	2,8906789040E-01	2,9537728835E-01	2,6096667154E-02

Torna-se claro que o aumento das variáveis de controle implica no aumento da precisão dos resultados. Na melhor das situações apresentadas, onde m=1000 e n=1000, os desvios médios representam valores na ordem de  $10^{-9}$  m, para deslocamentos de 1 metro, e crescem gradativamente até a casa de centímetros, para deslocamentos iguais ou superiores a 10.000.000 m.

Resultados melhores podem ser obtidos com valores ainda maiores para as variáveis de controle, tais como m=1000000 e n=1000000, entretanto, obviamente, o custo computacional também será incrementado.

## **5.4 - ANÁLISE COM POSIÇÕES GEODÉSICAS CONHECIDAS**

### **5.4.1 - METODOLOGIA**

Na terceira fase da análise, a idéia básica está centrada na obtenção de erros de latitude, longitude e altitude, a partir da solução dos problemas inverso e direto sobre posições geodésicas conhecidas e pré-determinadas, com variáveis de controle  $m$  e  $n$  fixas.

Assim, inicialmente, foram escolhidas quatro posições geodésicas a serem empregadas nos cálculos matemáticos:

1. SBSJ: Aeroporto de São José dos Campos - Brasil

Latitude: S 23° 17' 18,0"

Longitude: W 45° 52' 12,0"

Altitude: 100,00 m

2. KATL: Atlanta International Airport - USA

Latitude: N 33° 37' 11,0"

Longitude: W 84° 25' 48,0"

Altitude: 100,00 m

3. EBBR: Brussels National Airport - England

Latitude: N 50° 54' 0,0"

Longitude: W 4° 29' 0,0"

Altitude: 100,00 m

4. RJAA: New Tokyo International Airport - Japan

Latitude: N 35° 46' 0,0"

Longitude: E 140° 23' 0,0"

Altitude: 100,00 m

As posições geodésicas foram agrupadas em pares, com a intenção de se definir rotas fixas e posições pré-determinadas de início e fim de deslocamento. A partir destas considerações, foram efetuados os seguintes passos:

1. Escolha das posições geodésicas conhecidas  $(\phi_1, \lambda_1, h_1)$  e  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$ ;
2. Definição das variáveis de controle  $m$  e  $n$ ;
3. Determinação de azimute e distância entre as duas posições geodésicas;
4. Cálculo de uma nova posição geodésica  $(\phi_3, \lambda_3, h_3)$ , tendo como base um deslocamento, a partir da primeira posição, com os dados obtidos no problema inverso;
5. Identificação dos erros reais e percentuais de latitude, longitude e altitude.

Os erros reais correspondem às diferenças encontradas entre os valores de latitude  $\phi_2$  e  $\phi_3$ , os dados de longitude  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  e, ainda, às desigualdades de altitude entre as posições  $(\phi_2, \lambda_2, h_2)$  e  $(\phi_3, \lambda_3, h_3)$ . Os erros percentuais equivalem às percentagens de desvio em relação aos valores iniciais de latitude  $\phi_2$ , longitude  $\lambda_2$  e altitude  $d_2$ .

Nesta fase, as variáveis de controle foram fixadas em  $m=10$  e  $n=10$ . A tabela 5.17 descreve os resultados obtidos com os problemas inverso e direto sobre as posições de referência SBSJ, KATL, EBBR e RJAA.

TABELA 5.17 – RESULTADOS OBTIDOS A PARTIR DE POSIÇÕES GEODÉSICAS CONHECIDAS, m=10, n=10

Segmento		Problema Inverso		Posição Geodésica Encontrada - Problema Direto			Erros em Valores Reais			Erros em Valores Percentuais		
Posição Inicial	Posição Final	Azimute [°]	Distância [m]	Latitude	Longitude	Altitude [m]	Latitude [°]	Longitude [°]	Altitude [m]	Latitude [%]	Longitude [%]	Altitude [%]
EBBR	KATL	286.0408328300	6528441,4776215900	N 33° 37' 11.00219787"	W 84° 25' 47.9971996"	100,0000000004	6,1000000000E-07	7,8000000000E-07	3,5433345147E-10	1,8144111840E-06	-9,2384223617E-07	3,5433345147E-10
EBBR	RJAA	27.9185245700	9808234,8977014000	N 35° 46' 0.02335985"	E 140° 22' 59.98877852"	99,9999999996	6,4900000000E-06	-3,1200000000E-06	-4,2186343308E-10	1,8145386764E-05	-2,2224860502E-06	-4,2186343308E-10
EBBR	SBSJ	217.8299669300	9165368,3071472300	S 23° 17' 18.01970642"	W 45° 52' 12.00994084"	100,0000000005	-5,4700000000E-06	-2,7600000000E-06	4,9244874845E-10	2,3488155732E-05	6,0170045782E-06	4,9244874845E-10
KATL	EBBR	46.8291699700	6528441,4776215900	N 50° 54' 8.8415E-4"	W 4° 29' 0,00486287"	99,9999999989	2,5000000000E-07	-1,3500000000E-06	-1,1462617522E-09	4,9115913556E-07	3,0111524186E-05	-1,1462617522E-09
KATL	RJAA	324.4977234900	11026355,3078133000	N 35° 46' 0,02727843"	E 140° 23' 0,02483347"	99,9999999996	7,5800000000E-06	6,9000000000E-06	-4,2186343308E-10	2,1192917053E-05	4,9151133801E-06	-4,2186343308E-10
KATL	SBSJ	141.6441053700	7507635,5063873300	S 23° 17' 18.02330799"	W 45° 52' 11.98280492"	99,9999999996	-6,4700000000E-06	4,7800000000E-06	-4,3885961531E-10	2,7782151296E-05	-1,0420754306E-05	-4,3885961531E-10
RJAA	EBBR	338.6191944100	9808234,8977014000	N 50° 54' 0,02208921"	W 4° 28' 59.98149061"	99,9999999989	6,1400000000E-06	5,1400000000E-06	-1,1462617522E-09	1,2062868369E-05	-1,1464684023E-04	-1,1462617522E-09
RJAA	KATL	36.5739040900	11026355,3078133000	N 33° 37' 11.02766518"	W 84° 25' 48.02358884"	100,0000000004	7,6800000000E-06	-6,5500000000E-06	3,5433345147E-10	2,2843734251E-05	7,7579059576E-06	3,5433345147E-10
RJAA	SBSJ	25,2710989400	18499053,8634073000	S 23° 17' 17.9981767"	W 45° 52' 12.00080485"	99,9999999996	5,1000000000E-07	-2,2000000000E-07	-4,3885961531E-10	-2,1899377374E-06	4,7961630695E-07	-4,3885961531E-10
SBSJ	EBBR	24.9847508900	9165368,3071472300	N 50° 54' 0,01706934"	W 4° 28' 59.97903973"	99,9999999998	4,7400000000E-06	5,8200000000E-06	-2,1495338842E-10	9,3123772102E-06	-1,2981412649E-04	-2,1495338842E-10
SBSJ	KATL	325,7262462600	7507635,5063873300	N 33° 37' 11.02207369"	W 84° 25' 48.02087879"	100,0000000004	6,1300000000E-06	-5,8000000000E-06	3,5433345147E-10	1,8233345177E-05	6,8695961151E-06	3,5433345147E-10
SBSJ	RJAA	337.8159766200	18499053,8634073000	N 35° 46' 0,0017762"	E 140° 23' 0,00102884"	99,9999999996	4,9000000000E-07	2,9000000000E-07	-4,2186343308E-10	1,3699906802E-06	2,0657722902E-07	-4,2186343308E-10

#### 5.4.2 - ANÁLISE

Similarmente às análises anteriores, as diferenças percentuais entre os valores obtidos na solução dos problemas inverso e direto, referentes aos pares de posições geodésicas, foram organizadas e distribuídas de acordo com as freqüências das 12 amostras.

A Figura 5.43 apresenta os polígonos de freqüência relativos às diferenças de latitude, longitude e altitude, com  $m=10$  e  $n=10$ .

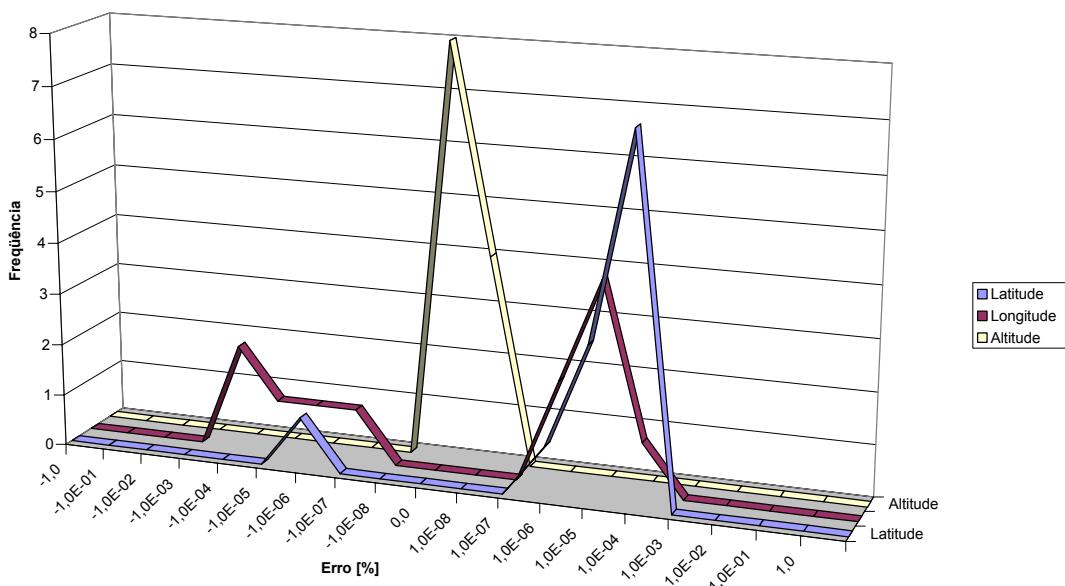


Fig. 5.43 – Polígonos de Freqüência dos Erros de Latitude, Longitude e Altitude, para Posições Geodésicas Conhecidas e Variáveis de Controle Fixas.

Analizando os polígonos de freqüência, pode-se observar que, nos três casos, os erros estão concentrados em posições próximas de zero.

Da mesma forma que nas análises anteriores de azimute, os resultados de latitude e longitude apresentaram resultados similares, evidenciando um comportamento previsível das equações matemáticas.

Os erros foram analisados estatisticamente e os resultados estão consolidados na Tabela 5.18.

**TABELA 5.18 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM LATITUDE, LONGITUDE E ALTITUDE, EMPREGANDO PARES DE POSIÇÕES GEODÉSICAS CONHECIDAS, EM VALORES PERCENTUAIS**

	Latitude	Longitude	Altitude
Amostras	12	12	12
Somatória	1,5454655912E-04	-2,0167071156E-04	-3,0953373198E-09
Máximo	2,7782151296E-05	3,0111524186E-05	4,9244874845E-10
Mínimo	-2,1899377374E-06	-1,2981412649E-04	-1,1462617522E-09
Maior Absoluto	2,7782151296E-05	1,2981412649E-04	1,1462617522E-09
Amplitude Total	2,9972089033E-05	1,5992565068E-04	1,6387105006E-09
Mediana	1,5104127567E-05	3,4309676799E-07	-4,2186343308E-10
Moda	-	-	3,5433345147E-10
Média	1,2878879926E-05	-1,6805892630E-05	-2,5794477665E-10
Desvio Médio	9,0687351193E-06	3,5141530244E-05	4,3836993295E-10
Desvio Padrão	1,0480630910E-05	5,0267873230E-05	5,5709269845E-10
Variância	1,0984362427E-10	2,5268590791E-09	3,1035227467E-19

Novamente, os erros máximos de latitude, longitude e altitude representam discrepâncias percentuais relativamente pequenas, na ordem  $10^{-5}\%$ ,  $10^{-5}\%$  e  $10^{-10}\%$ , respectivamente.

Com relação aos erros médios, os dados comprovam mais uma vez a tendência de desvios mínimos, na ordem  $10^{-5}\%$ ,  $10^{-5}\%$  e  $10^{-10}\%$  dos valores iniciais de latitude, longitude e altitude, respectivamente.

## 5.5 - CARACTERÍSTICAS GERAIS

Após os estudos estatísticos, é possível descrever as seguintes características para o novo sistema de projeção GPR - "Global Projection of Rangel":

1. Projeção elipsoidal, em três dimensões;
2. Representação de informações geodésicas entre os paralelos  $90^{\circ}\text{N}$  e  $90^{\circ}\text{S}$ ;
3. Latitude de origem:  $0^{\circ}$ , Equador;
4. Longitude de origem:  $0^{\circ}$ , Meridiano de Greenwich;
5. Continuidade de representação em todos os cálculos e deslocamentos sobre o elipsóide de referência;
6. Emprego da mesma escala em todo o elipsóide de referência;
7. Ajuste do nível de precisão através de duas variáveis de controle  $m$  e  $n$ ;
8. Precisão concorrente nos valores de altitude, azimute e distância;
9. Operação com altitudes, demonstrando precisão média superior à  $10^{-10}\%$ , com variáveis de controle  $m=10$  e  $n=10$ ;
10. Manutenção dos ângulos sem deformações, garantindo precisão média superior à  $10^{-9}\%$ , com variáveis de controle  $m=10$  e  $n=10$ ;
11. Preservação das medidas de distância, apresentando precisão média superior à  $10^{-7}\%$ , com variáveis de controle  $m=1000$  e  $n=1000$ ;
12. As linhas dos paralelos e meridianos correspondem a segmentos de curva, em três dimensões, sobre o elipsóide de referência; e
13. Útil para mapeamento de pequenas, médias e grandes áreas.



## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÃO

A construção de produtos que sejam capazes de representar extensas áreas passou a ser impulsionada por fatores econômicos e sociais, tais como a redução das barreiras entre as nações, a globalização das informações e o crescimento tecnológico.

Embora existam vários sistemas de projeção cartográfica, tais como a Universal de Mercator e a Cônica de Lambert, a crescente necessidade de se modelar consistentemente o globo terrestre tem esbarrado em diversas limitações, inerentes aos próprios métodos.

Assim, tendo como impulso os problemas encontrados nos atuais sistemas de projeção, este trabalho teve como objeto a proposição de uma modelagem matemática para a representação do globo terrestre sobre um elipsóide, capaz de viabilizar equações para o tratamento de posições geodésicas, georreferência e determinação de distâncias e ângulos, com precisão variável e continuidade das informações em todas as partes do elipsóide.

Após a descrição matemática do sistema de projeção proposto, os erros foram avaliados estatisticamente sobre algumas posições geodésicas de referência e, ainda, através da atribuição de diferentes valores para as variáveis de controle.

Os resultados obtidos demonstram que o sistema de projeção GPR é capaz de proporcionar simultaneamente precisão em altitude, azimute e distância, com erros médios extremamente pequenos.

A possibilidade de se alterar os valores das variáveis de controle possibilita o ajuste do nível de precisão dos desvios em detrimento do custo computacional para execução das equações.

A continuidade das informações elimina a necessidade de se empregar diversas projeções independentes, viabilizando a preparação de produtos computacionais para a representação contínua do globo terrestre, tais como softwares para o controle do espaço aéreo, tráfego de aeronaves, monitoramento de veículos, geoprocessamento e cartografia.

O uso de uma única escala sobre todo o elipsóide torna os erros matemáticos estáveis e similares em qualquer posição geodésica, sem limitações.

A sua aplicação não se restringe à áreas extensas, mas, por outro lado, viabiliza também o mapeamento de pequenas e médias regiões, cartas topográficas e militares.

As precisões altimétricas alcançadas com as equações quadráticas podem ser exploradas para possibilitarem a representação de modelos numéricos de elevação, através de novas equações para interpolação em três dimensões.

Finalmente, o sistema de projeção "Global Projection of Rangel" demonstra ser uma modelagem matemática exeqüível e capaz de descrever equações estáveis para a solução dos problemas direto e inverso, representar consistente o globo terrestre sobre um elipsóide e, principalmente, proporcionar precisão suficiente para atender às atuais necessidades de posicionamento geodésico.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Achten, M. **Gerhard Mercator:** sein leben und wirken.

Gangelt: [s.n.], 1995.

Ackrill, J.L. **Aristotle the philosepher.** Oxford: Oxford University Press, 1981.

Bühler, W.K. **Gauss: A Biographical Study.** Berlin: Springer Verlag, 1986.

Bursa, M. **Fundamental Constants.** In: General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG), Paris, 1995. Report of special commission SC3 of the Trevaux de l'Association International de Geodesie Rapports Generaux et Rapports Techniques.

Campbell, J. **Map Use and Analysis.** 4.ed. New York: McGraw-Hill, 2000.

Charneca, V. **Geodésia Geral:** apostila do curso de Geodésia. [online]. <[http://www.ualg.pt/est/adec/old2/disciplinas/geodesia\\_geral.htm](http://www.ualg.pt/est/adec/old2/disciplinas/geodesia_geral.htm)>. 2001.

Charneca, V.M.M. **Geodésia Geral.** Rio de Janeiro: EST. Faro, 1996.

Crane, N. **Mercator: The Man who Mapped the Planet.** London: Henry Holt & Company, 2002.

Cunningham, J.; Curtis, V.L. **WGS 84 coordinate validation and improvement for the NIMA and Air Force GPS tracking stations.** Washington DC: USAF, Nov. 1996.  
(NSWCDD/TR-96/201).

D'Alge, J. **Cartografia para Geoprocessamento:** apostila do curso de Geoprocessamento. São José dos Campos: INPE, 2002.

Douglas, D.; Peucker, T. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature. **Canadian Cartographer.** v.10, 1973.

Gandt, F. **Force and geometry in newton's 'principia'.** Princeton, NJ: Princeton Univ Pr, 1995.

Helmert, R.F. **Die mathematischen und physikalischen theorien der höheren geodesie.** Teubner, Germany: Leipzig, 1884. V.1-2.

Jursa, A.S. **Handbook of Geophysics and the Space Environment.** 4.ed. Washington DC: Air Force Geophysics Laboratory, United States Air Force, 1985.

Kramer, K.E. **Mercator: eine Biographie.** Duisburg: Mercator-Verlag, 1980.

Krogt, P.V. **Globi Neerlandici: The Production of Globes in the Low Countries.** Utrecht: HES, 1993.

Laurent, R. **La place de J-H Lambert (1728-1777) dans l'histoire de la perspective.** Paris: Cedic Nathan, 1984.

Li, Z.; Openshaw, S. A natural principle for objective generalisation of digital map data. **Cartography and Geographic Information Systems.** v.20, 1993.

Maguire, D.; Goodchild, M.; Rhind, D. **Geographical Information Systems**. London: Longman Science & Technology, 1991.

Malys, S.; Slater, J.; Smith, R.; Kunz, L.; Kenyon, S. Refinements of the world geodetic system 1984. **Proceedings of ION GPS**. V.12, Sept. 1997.

Malys, S.; Slater, J.A. Maintenance and Enhancement of the World Geodetic System 1984. **Proceedings of ION GPS**, v.14, Sept. 1994.

McMaster, R.; Shea, S. **Generalization in digital cartography**. Washington DC: American Association of Geographers, 1992.

Moritz, H. **Fundamental geodetic constants**. In: General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG), Canberra, Australia, Dec. 1979. Report of Special Study Group N° 5.39 of the International Association of Geodesy (IAG).

Navia, L.E. **Pythagoras: An annotated bibliography**. New York: Garland Pub, 1990.

National Imagery and Mapping Agency (NIMA). **Geodesy for the Layman**. Washington DC: NIMA, 1984.

National Imagery and Mapping Agency (NIMA). **WGS-84**. Washington DC: NIMA, 2000. Technical Report 8350.2.

National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA). **Use of Calibration Base Lines**. Rockville, MD: NOAA, 1977. Technical Memorandum NOS/NOAA NGS-10.

O'Meara, D.J. **Pythagoras revived: Mathematics and philosophy in late antiquity.** New York: Oxford Univ Pr, 1990.

Rapp, R.H. **Fundamental Geodetic Constants.** In: General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG), Hamburg, Federal Republic of Germany, Aug. 1983. Report of Special Study Group N° 5.39 of the International Association of Geodesy (IAG).

Rapp, R.H. Use of potential coefficient models for geoid undulation determinations using a spherical harmonic representation of the height anomaly/geoid undulation difference. **The Journal of Geodesy.** V.71, n.5, Apr. 1997.

Rassias, G.M. **The mathematical heritage of C F Gauss.** Singapore: World Scientific Pub Co, 1991.

Rocha, C.H. **Geoprocessamento:** tecnologia transdisciplinar. Juiz de Fora, 2000. Edição Independente.

Silva, I.; Segantine, P.C.L.; Erwes, H. **Curso de atualização em topografia e GPS segundo a norma NBR-13.133.** São Carlos: FIPAI, USP, EESC, 1997.

Steck, M. **Bibliographia Lambertiana.** Hildesheim: [s.n], 1970.

Swift, E.R. Improved WGS 84 coordinates for the DMA and air force GPS tracking sites. **Proceedings of ION GPS.** V.8, Sep. 1994.

Tyner, J. **Introduction to thematic cartography.** New York:  
Prentice Hall, 1992.

Westfall, R.S. **The Life of Isaac Newton.** Cambridge:  
Cambridge Univ Pr, 1993.

