

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA SA NA DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA

Vivian Martins Gomes, Hélio Koiti Kuga, Leandro Baroni

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Divisão de Mecânica Espacial e Controle – DMC

Av. dos Astronautas, 1758 - São José dos Campos, SP - 12227-010 - Brazil

E-mail: vivian.gomes@uol.com.br; hkk@dem.inpe.br; leandrobaroni@yahoo.com.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estimar, em tempo real, o vetor de estado composto por posição, velocidade, tendência e deriva do relógio do receptor GPS do satélite Topex / Poseidon, através da filtragem da solução de navegação bruta obtida do receptor a bordo do satélite. Neste trabalho é usado o filtro de Kalman para estimar o vetor de estado devido a sua robustez em aplicação de tempo real. A dinâmica do modelo utilizada no filtro inclui perturbações devido ao geopotencial com coeficientes harmônicos até grau e ordem 10. Foram utilizados dados do dia 17/11/93, com a finalidade de analisar a influência da SA (disponibilidade seletiva) na determinação da órbita do satélite, visto que, neste dia a SA estava ativada até as 12:00 UTC. Nota-se que a influência da SA é bastante grande na precisão da determinação da órbita do satélite.

PALAVRAS CHAVE

Determinação de órbita, GPS, disponibilidade seletiva (SA).

INTRODUÇÃO

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) é um sistema de navegação por satélite com princípio básico de determinar a posição e a velocidade tridimensionais e o tempo com alta precisão. O sistema GPS permite ao receptor determinar sua posição e tempo em qualquer lugar e a qualquer hora utilizando dados de apenas quatro satélites. O sistema pode ter um número ilimitado de usuários simultaneamente em qualquer parte do mundo [5].

O sistema é afetado por diferentes fontes de erros, entre elas, a chamada Disponibilidade Seletiva (SA). A SA é a degradação intencional dos sinais GPS para os usuários não autorizados através de corrupção do tempo do relógio do satélite e manipulação das efemérides. Foi formalmente

implementada em 25 de março de 1990 pelo Departamento de Defesa Americano. Em agosto de 2000, o governo americano desativou a SA, porém reservando-se o direito de ativá-la seletivamente em regiões sensíveis e áreas de conflito. A SA é diferente para o sinal de cada satélite e é a maior fonte de erros do relógio. Segundo as especificações do Departamento de Defesa americano, a exatidão é degradada em 100 m para a posição horizontal e em 156 m para a altura. Estas especificações também implicam em um erro em velocidade de 0,3 m/s e um erro em tempo de 340 ns [2].

METODOLOGIA

O objetivo principal deste trabalho é investigar e implementar um algoritmo que utiliza as soluções de navegação GPS para determinar a órbita de satélites artificiais em tempo real, com baixo custo computacional, analisando a influência da SA na determinação da órbita do satélite Topex / Poseidon. O receptor GPS a bordo fornece, além das medidas de pseudo-distância e fase da portadora, a solução de navegação.

A determinação da órbita é feita através de filtragem de Kalman da solução de navegação fornecida pelo receptor GPS.

O estado a ser estimado neste trabalho será a posição e velocidade em coordenadas cartesianas, o *bias* e a deriva do relógio do receptor GPS a bordo do veículo espacial. O integrador numérico utilizado aqui é o Runge-Kutta de quarta ordem (RK4), que é um integrador estável, simples, não exige um procedimento de inicialização, tem relativamente um erro de truncamento aceitável e o tamanho do passo é fácil de ser mudado. Para estimar este estado, será utilizado o filtro de Kalman com processamento seqüencial da solução de navegação instante a instante.

Modelo dinâmico

Seja a dinâmica não linear dada por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{G}\omega \quad (1)$$

onde

$$\mathbf{x}(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$$

é o vetor de estado do sistema, composto pelas coordenadas de posição, velocidade e bias, com dimensão 8; $f(x,t)$ é a função vetorial não linear do estado \mathbf{x} e do tempo t , com componentes definidas pela equação 4.8; \mathbf{G} é uma matriz de adição do ruído dinâmico e $\boldsymbol{\omega}$ é o ruído dinâmico contínuo.

O vetor $\boldsymbol{\omega}$ representa a parte estatística da equação, que tem por objetivo modelar as flutuações, erros no modelo e outros de natureza aleatória ou impossíveis de serem modelados e segue as seguintes estatísticas:

$$E[\boldsymbol{\omega}_k] = 0$$

$$E[\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_j^T] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \quad (2)$$

onde E representa o operador esperança, \mathbf{Q}_k é a matriz de covariância do ruído dinâmico e δ_{kj} é a função delta de Dirac.

O modelo das observações é dado por:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

onde \mathbf{y} é o vetor de m observações coletadas, \mathbf{H} é a matriz que relaciona as observações ao estado e \mathbf{v} é o vetor de ruídos brancos discretos.

A matriz \mathbf{H} modela como as observações se relacionam ao estado sendo aqui uma matriz de constantes. O vetor de ruído branco \mathbf{v} modela os erros de natureza aleatória cometidos durante a realização das respectivas observações. Ele é modelado por:

$$E[\mathbf{v}_k] = 0$$

$$E[\mathbf{v}_k \mathbf{v}_j^T] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \quad (4)$$

onde \mathbf{R} é a matriz de covariância dos erros de observações e δ é o delta de Dirac.

O filtro de Kalman consiste de 2 etapas: a fase de propagação e a fase de atualização. A fase de propagação propaga o estado e a covariância do instante t_{k-1} a t_k , e a fase de atualização, corrige o estado e a covariância para o instante t_k devido à medida y_{tk} . Esse método tem, portanto, natureza recursiva e não necessita armazenar as medidas

previamente em grandes matrizes, tornando-o ideal para aplicação em tempo real.

Fase de propagação: essa fase é utilizada para propagar o estado e a covariância entre instantes discretos através do modelo dinâmico do sistema. As equações desta fase são as seguintes:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \boldsymbol{\Phi}_{k,k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T \end{aligned} \quad (5)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}_k$ e $\bar{\mathbf{P}}_k$ são o estado e a covariância propagados para o instante k . $\boldsymbol{\Phi}$ é a matriz de transição que relaciona o desvio no estado entre os instantes t_{k+1} e t_k . $\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T$ é uma matriz de adição do ruído dinâmico dada por:

$$\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T = \int_k^{k+1} \boldsymbol{\Phi}(t_{k+1}, t) \mathbf{G}(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{G}^T(t) \boldsymbol{\Phi}^T(t_{k+1}, t) dt \quad (6)$$

Fase de atualização: esta fase só é utilizada para corrigir o estado e a covariância do instante k devido à medida y_k , através do modelo de observações dado pela equação 3. As medidas do instante k fornecem informação para corrigir o estado e a covariância. As equações para esta fase são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k) \end{aligned} \quad (7)$$

onde \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman e $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{P}}$ são o estado e a covariância atualizados para o instante k .

MATRIZ DE TRANSIÇÃO

A matriz de transição $\boldsymbol{\Phi}$ modela matematicamente a maneira pela qual o estado varia do instante t_k para o instante t_{k+1} .

Para o cálculo da matriz de transição, de dimensão 8×8 , foi considerado somente o movimento kepleriano, e é dada por:

$$\boldsymbol{\Phi}(t, t_0) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{13} \\ \boldsymbol{\Phi}_{21} & \boldsymbol{\Phi}_{22} & \boldsymbol{\Phi}_{23} \\ \boldsymbol{\Phi}_{31} & \boldsymbol{\Phi}_{32} & \boldsymbol{\Phi}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{b}_0} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}}{\partial \mathbf{b}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{b}_0} \end{pmatrix} \quad (8)$$

onde as submatrizes ϕ_{11} , ϕ_{12} , ϕ_{21} e ϕ_{22} são calculadas segundo Kuga [4].

Goodyear [1] publicou um método para calcular analiticamente a matriz de transição para o problema de dois corpos, válido para qualquer tipo de órbita. Kuga [4] implementou esse método, aplicado para o problema elíptico kepleriano.

As submatrizes ϕ_{13} , ϕ_{23} , ϕ_{31} e ϕ_{32} são nulas e a submatriz ϕ_{33} corresponde ao bias e deriva do relógio do receptor GPS. Essa submatriz é dada por:

$$\phi_{33} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A tabela 1 mostra as condições iniciais dos parâmetros utilizados no filtro, onde σ representa o desvio padrão.

Tabela 1: Condições iniciais do filtro

Parâmetro	Valor inicial
σ^2 da posição - P_r (m) ²	1000 ²
σ^2 da velocidade - P_v (m/s) ²	10 ²
σ^2 da tendência - P_b (m) ²	1000 ²
σ^2 da deriva - $P_{\dot{b}}$ (m/s) ²	10 ²
σ^2 do ruído da posição - Q_r (m) ²	0,5 ²
σ^2 do ruído da tendência - Q_b (m) ²	0,5 ²
σ^2 da medida (m) ²	30 ²

RESULTADOS

Foi analisada a influência da SA na determinação da órbita do satélite Topex / Poseidon. Os testes foram realizados utilizando a solução de navegação do dia 17 de novembro de 1993, onde até as 12:00 UTC a SA estava ativada. Dessa hora em diante a SA estava desativada.

Os resultados foram comparados com o arquivo POE (*Precision Orbit Ephemeris*), gerado pela NASA, que fornece a posição e velocidade do

Topex / Poseidon com precisão melhor que 15 cm.

Para os testes a seguir foi utilizado o modelo considerando harmônicos esféricos 10 x 10 e passo de integração de 10 s, já que as soluções de navegação estão disponíveis a cada 10 s no receptor GPS a bordo do satélite T/P.

A figura 1 mostra os resíduos das coordenadas de posição e bias. A figura 1a apresenta os resultados para a primeira metade do dia, quando a SA estava ativada e a figura 1b mostra os resultados para a segunda metade do dia, quando a SA estava desativada.

Nota-se que, apesar de ambos os casos apresentarem médias em torno de zero, o desvio padrão é até 35 m menor sem SA, do que quando a SA estava ativada. Os gráficos com maior espalhamento, no caso de SA, reflete maiores desvios padrão dos resíduos da solução de navegação.

As figuras 2 e 3 mostram o erro obtido em posição e velocidade, obtidas através da comparação da filtragem da solução de navegação e as efemérides precisas POE. As figuras 2a e 3a mostram os resultados para o período em que a SA estava ativada e as figuras 2b e 3b mostram os resultados para o período em que a SA estava desativada.

Pode-se notar que a influência da SA é bastante grande na precisão da determinação da órbita do satélite. A média do erro obtido quando ela estava ativada foi até 7,4 m maior do que quando estava desativada, com desvio padrão até 47,9 m maior. Para as coordenadas de velocidade não houve diferença significativa na média do erro, porém quando a SA estava ativada, nota-se um aumento de até 1,45 m/s no desvio padrão. Similarmente ao gráfico dos resíduos, nota-se maior espalhamento para o caso de SA, que se reflete nos valores dos desvios padrão maiores.

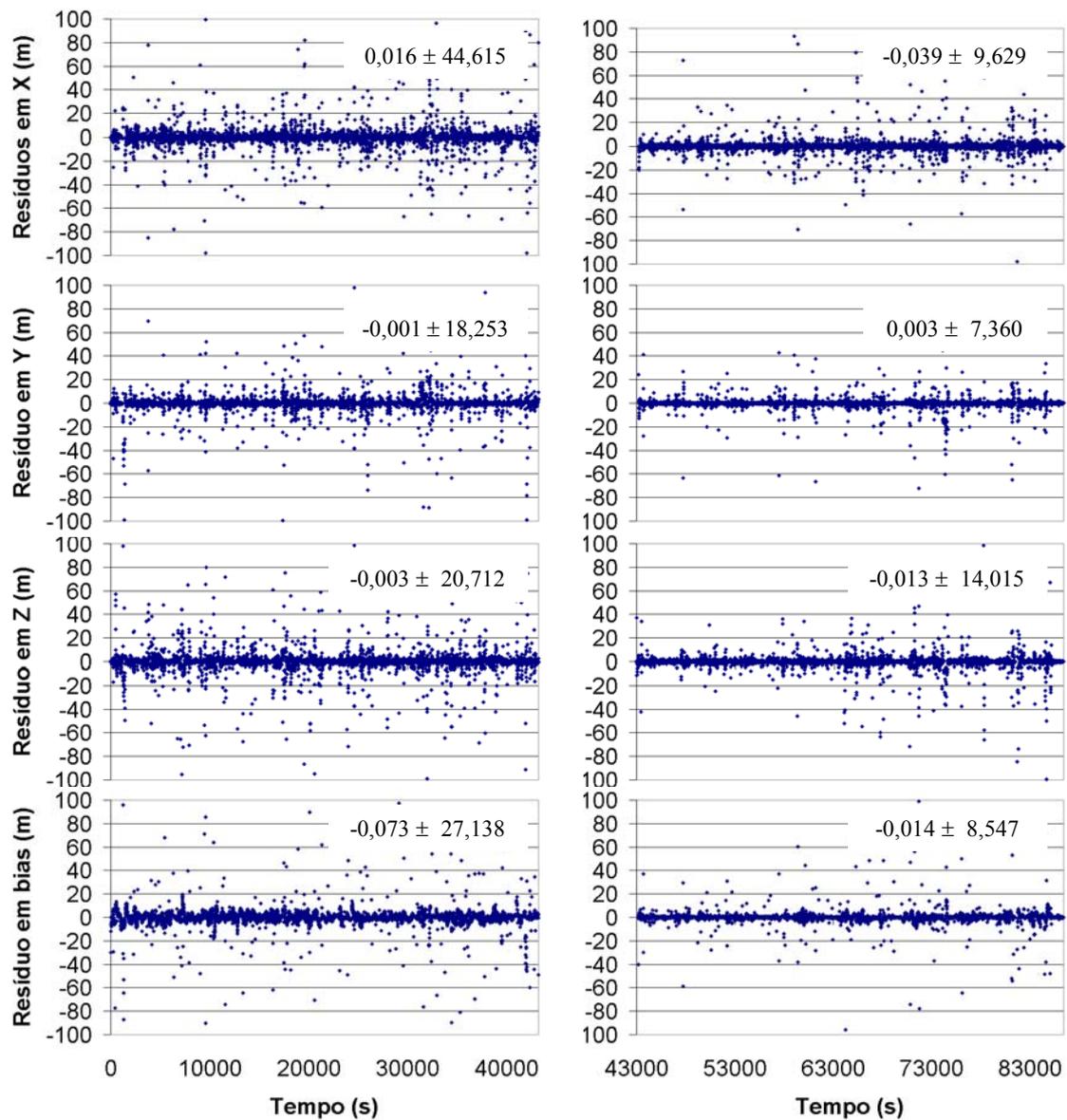


Figura 1: Resíduos das coordenadas de posição e bias – 17/11/93
Caso a: SA ativada **Caso b: SA desativada**

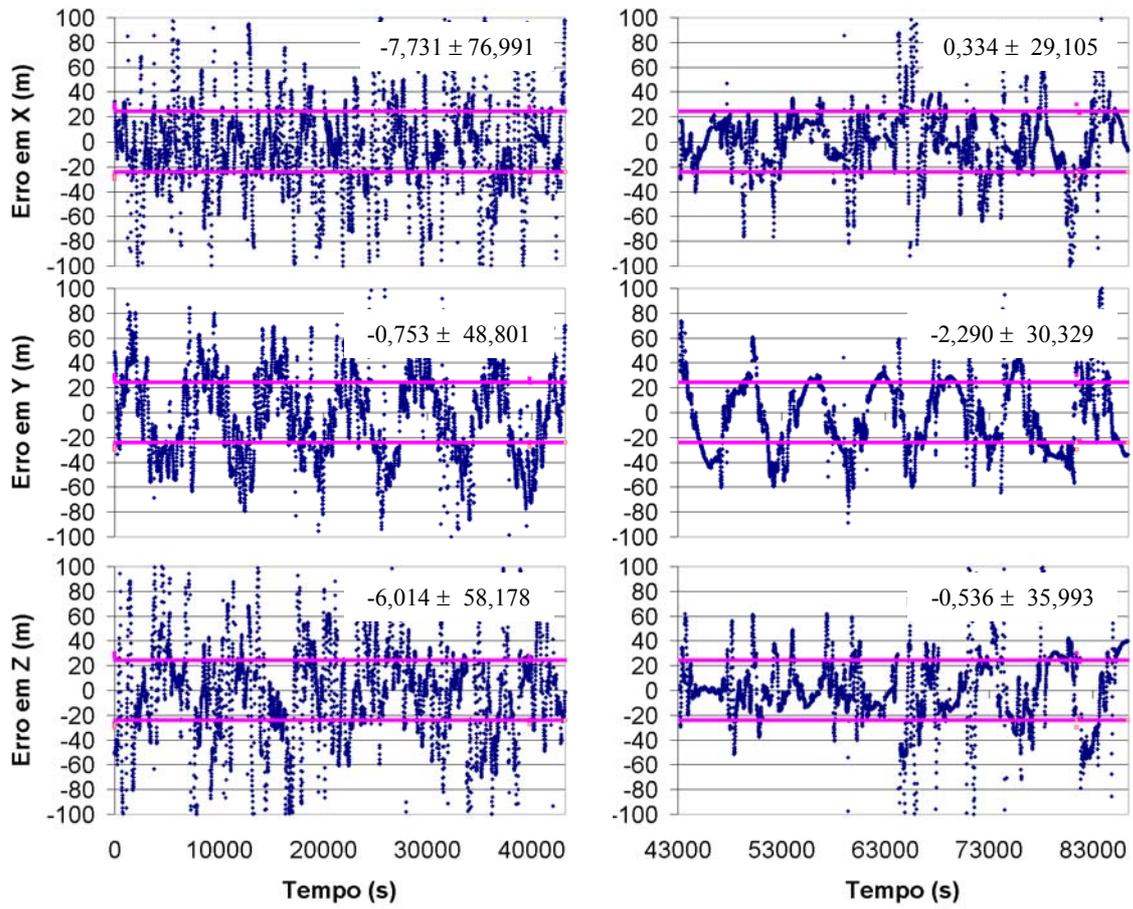


Figura 2: Erro em posição – 17/11/93

Caso a: SA ativada

Caso b: SA desativada

CONCLUSÃO

É bastante pronunciado o efeito da SA (Disponibilidade Seletiva), ou seja, a degradação intencional do sinal GPS, na precisão da determinação de órbita do satélite. Os desvios padrão em posição, sem SA, subiram de 30-35 m para 60 m ou mais com SA. Em velocidade, os erros sem SA subiram de 0,65 m/s para 1,20 m/s. Os resíduos também ficaram com espalhamento maior, refletindo o efeito da degradação do sinal. As medidas brutas de pseudo-distância do receptor GPS certamente terão erros menores que poderão se refletir em precisões melhores no posicionamento. Os resultados deste trabalho estão bastante consistentes com as precisões esperadas conforme Machado [3].

REFERÊNCIAS

- [1] Goodyear, W. H. **Completely general closed-form solution for coordinates and partial derivatives of the two body problem.** The astronomical Journal, v.70, n.3, p.189-192, abril, 1965.
- [2] Hofman-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Collins, J. **GPS Theory and Practice.** Third revised edition, Springer-Verlag Wien New York, 1994.
- [3] Machado, W. C.; Monico, J. F. G.; Camargo, P. O. **GPS positioning before and after SA.** In: Advances in Space Dynamics 3: Applications in Astronautics. O. C. Winter a A. F. B. A. Prado, Editors, São José dos Campos, INPE, 2002, p.150-159.
- [4] Kuga, H. K. Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico. São José dos Campos, INPE, 1986. 20p. (INPE-3779-NTE/250).
- [5] Parkinson, B. W.; Spilker Jr. J. J. ed. Global Positioning System: theory and applications. V. I. Washington: AIAA, 1996. 793p. (Progress in Astronautics and Aeronautics, 163).