Simplificação de Grafos de Visibilidade Construídos Através de Modelos Digitais de Elevação

Felipe Leonardo Lôbo Medeiros[1], José Demisio Simões da Silva[2], Horacio Hideki Yanasse[2]

[1]Programa de Doutorado em Computação Aplicada – CAP
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

[2]Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

felipe@ieav.cta.br,horacio@lac.inpe.br

Abstract. *Visibility graphs can present a high number of nodes and edges when constructed through non-navigable regions defined by digital elevation models. Each node is defined by a convex vertex of the polygonal representations of the non-navigable regions. Thus, a way of simplification of a visibility graph is the decrease of such convex vertices. This work proposes an algorithm for simplification of polygons based on the invisibility area between convex vertices.*

Resumo. *Grafos de visibilidade podem apresentar um elevado número de nós e arestas, quando construídos através de regiões não navegáveis definidas por modelos digitais de elevação. Cada nó é definido por um vértice convexo das representações poligonais das regiões não navegáveis. Assim, uma forma de simplificação de um grafo de visibilidade é a redução de tais vértices convexos. Este trabalho propõe um algoritmo para simplificação de polígonos baseado na área de invisibilidade entre vértices convexos..*

Palavras-chave: *grafos de visibilidade, modelos digitais de elevação, simplificação de polígonos, algoritmo Dijkstra, planejamento de trajetórias.*

1. Introdução

Grafos de visibilidade podem apresentar um elevado número de nós e de arestas, quando construídos através de regiões não navegáveis definidas por modelos digitais de elevação de ambientes de navegação [Medeiros e Silva 2008].

O aumento do número n_n de nós e do número n_a de arestas em um grafo causa o aumento dos custos computacionais de tempo e de armazenamento para métodos de planejamento de rotas e trajetórias baseado em grafos. Um exemplo é aplicação do algoritmo Dijkstra ao problema de planejamento de rotas com as regiões navegáveis do ambiente de navegação representadas por grafos de visibilidade. Este algoritmo apresenta complexidade $O(n_a + n_n log(n_n))$ no pior caso, considerando a implementação do grafo como uma lista de adjacência e utilizando busca binária para o cálculo do nó com menor custo. Este problema motivou o estudo da simplificação de grafos de visibilidade através da redução do número de nós e de arestas. Um nó de um grafo de visibilidade é determinado por um vértice convexo das representações poligonais das regiões não navegáveis de um ambiente de navegação. Deste modo, neste trabalho, foi abordada a simplificação de um grafo de visibilidade através da redução dos vértices convexos dos polígonos que representam as regiões não navegáveis de um ambiente de navegação.

2. Simplificação de Representações Poligonais

Nesta abordagem, o número de vértices de um polígono é reduzido através da aplicação de métodos para determinação de envoltórias convexas e métodos baseados em métricas para a eliminação de vértices.

2.1. Métodos para Determinação de Envoltórias Convexas

São exemplos de métodos para o cálculo da envoltória convexa de um conjunto de coordenadas ou pontos: o algoritmo Varredura de Graham [Graham 1972]; e o algoritmo Marcha de Jarvis [Jarvis 1973]. Porém, o cálculo da envoltória convexa de um conjunto de vértices de polígonos que representam regiões não navegáveis pode gerar regiões de invisibilidade, causando perda de área navegável.

Uma região de invisibilidade é não navegável porque seus pontos internos não podem ser conectados diretamente a qualquer vértice convexo do polígono simplificado, considerando tais conexões como segmentos de reta que não cortam regiões não navegáveis. Portanto, não é possível planejar uma rota de navegação entre qualquer ponto de uma área de invisibilidade e qualquer nó do grafo de visibilidade construído através de vértices convexos do polígono.

2.2. Métodos Baseados em Métricas para Eliminação de Vértices

Estes métodos caracterizam-se pelo ajuste de parâmetros baseados em métricas para a eliminação de vértices de um polígono. São exemplos de métodos baseados em métricas para a eliminação de vértices: o algoritmo Ramer-Douglas-Peucker [Ramer 1972][Douglas e Peucker 1973]; o algoritmo Visvalingam-Whyatt [Visvalingam e Whyatt 1993]; algoritmo que utiliza, no processo de simplificação, ângulos de curva formados por vértices [Rangayyan *et al*. 2008]; e o algoritmo proposto em [Tang *et al*. 2011], que baseia-se em triangulação de Delaunay.

Todavia, analisando o funcionamento destes algoritmos, verifica-se que os mesmos não relacionam a eliminação de vértices convexos com as áreas de invisibilidade geradas. Outro problema verificado nestes algoritmos é que a eliminação de vértices convexos pode causar o problema de ocultação ou encobrimento de obstáculos, quando aplicados à simplificação de polígonos que representam as regiões não navegáveis de um ambiente de navegação. No problema de ocultação, alguma região não navegável é modelada como navegável no polígono resultante do processo de simplificação. Esta ocultação pode ocasionar situações de colisão, caso o grafo de visibilidade gerado através do polígono simplificado seja utilizado para planejar rotas ou trajetórias de navegação para um veículo.

3. Algoritmo para a Simplificação de Polígonos Baseado na Área de Invisibilidade Entre Vértices Convexos

O algoritmo proposto neste trabalho utiliza as áreas de invisibilidade entre vértices convexos como métrica para a eliminação dos mesmos. Desta forma, é possível controlar o total de área de invisibilidade gerada pela eliminação de vértices convexos, o que soluciona o primeiro problema identificado na seção anterior. Considerando uma lista original de vértices V_o e uma lista de vértices a serem eliminados V_e, ambos numerados no sentido horário, o algoritmo é um processo iterativo que consiste em duas principais etapas: calcular a área de invisibilidade gerada por dois vértices convexos v_{ei} e v_{ej}; e eliminar os vértices entre v_{ei} e v_{ej}, se a área de invisibilidade calculada a_i somada à área total de invisibilidade a_{ti} for inferior ou igual a uma área de invisibilidade limitante a_{il}. O algoritmo proposto é apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Algoritmo para simplificação de polígonos baseado em áreas de invisibilidade entre vértices convexos

```
Índice  Algoritmo para Simplificação de Polígonos Baseado em Áreas de Invisibilidade
1       Ve ← Vo
2       eliminação ← 1
3       ati ← 0
4       v1 ← primeiro(Ve)
5       enquanto (ati < ail) e ( (eliminação = 1) ou ((v1=v2) e (v2 ≠ primeiro(Ve)))) faça
6          se v1 = primeiro(Ve) faça
7             eliminação ← 0
8          v2 ← primeiro vértice convexo em Ve depois de v1
9          visibilidade ← visível(v1 , v2)
10         se visibilidade = 0 faça
11            se v1 ≠ ultimo(Ve) faça
12               v1 ← próximo(v1)
13            senão faça
14               v1 ← ve1
15         senão faça
16            se v2 ≠ próximo(v1)
17               ai ← área de invisibilidade entre os equivalentes a v1 e v2 em Vo
18               se (ai + ati) ≤ ail faça
19                  ati ← ati + ai
20                  eliminação ← 1
21                  se v2 ≠ último(Ve) faça
22                     eliminar os vértices entre v1 e v2 em Ve
23                     v1 ← v2
24                  senão faça
25                     v1 ← primeiro(Ve)
26               senão faça
27                  eliminação ← 0
28            senão faça
29               se v2 ≠ ultimo(Ve) faça
30                  v1 ← v2
31               senão faça
32                  v1 ← primeiro(Ve)
33                  v2 ← v1
```

O algoritmo proposto foi aplicado ao problema de simplificação das representações poligonais de obstáculos de um ambiente de navegação definido através de um modelo digital de elevação e da diferença entre uma altitude de navegação igual a 1200 metros e uma altura de segurança igual a 300 metros. Na aplicação, foi considerada uma área total para todos os polígonos do ambiente de navegação, isto é, a área total de invisibilidade é a soma das áreas de invisibilidade geradas no processo de simplificação de cada polígono do ambiente. A Tabela 2 apresenta comparações entre características da representação poligonal original e das representações poligonais simplificadas pela aplicação do algoritmo.

Tabela 2. Comparação entre a representação original e as representações simplificadas pelo algoritmo proposto

Características	Original	Simplificado		
		a_{il} = 50 km^2	a_{il} = 100 km^2	a_{il} = 200 km^2
Número total de vértices	7649	1297	841	710
Área total de invisibilidade	-	49.403 km^2	93.668 km^2	175.205 km^2

4. Conclusões

Através de uma análise dos resultados obtidos é possível concluir que, além de solucionar o problema de ocultação de obstáculos, o algoritmo proposto soluciona o problema de criação de regiões de invisibilidade, limitando a área total destas regiões no processo de eliminação de vértices. O algoritmo permite uma diminuição significativa do número de vértices dos polígonos com a criação de uma pequena área de invisibilidade. O algoritmo reduz 83.28% dos vértices da representação original do ambiente de navegação utilizado, gerando apenas 49.403 km^2 de área de invisibilidade, que corresponde a 0.43% da área total deste ambiente.

Referências

Douglas, D. H. and Peucker, T. K. (1973) “Algorithms for the Reduction of the Number of Points Required to Represent a Line or its Caricature”, The Canadian Cartographer 10(2): p. 112-122.

Graham, R.L. (1972) “An Efficient Algorithm for Determining the Convex Hull of a Finite Planar Set”, Information Processing Letters 1, p. 132-133.

Jarvis, R. A. (1973) "On the identification of the convex hull of a finite set of points in the plane", Information Processing Letters 2: p. 18–21.

Medeiros, F. L. L., Silva, J. D. S. (2008) “Grafos de Visibilidade Aplicados à Representação Computacional de Ambientes de Navegação Aérea”, In: X– Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa (SIGE), São José dos Campos – SP.

Ramer, U. (1972) “An Iterative Procedure for the Polygonal Approximation of Plane Curves”, Computer Graphics and Image Processing, 1(3), 244-256.

Rangayyan, R. M., Guliato, D., de Carvalho, J. D., Santiago, S. A. (2008) “Polygonal Approximation of Contours Based on the Turning Angle Functions”, Journal of Electronic Imaging, v. 17, no 2, p. 023016.

Tang, Z., Zhu, J., He, F., Feng, L., Yang, G., Han, G. (2011) “Adaptive polygon simplification basing on Delaunay triangulation and its application in high speed PCBs and IC packages simulation”, In: IEEE International Conference on Microwave Technology & Computational Electromagnetics (ICMTCE), p. 253-256.

Visvalingam, M. and Whyatt, J. D. (1993) “Line Generalisation by Repeated Elimination of Points”, Cartographic Journal 30 (1): p. 46-51.