

# Uma abordagem exata para o Problema de Localização de Concentradores Capacitado

Wesley Gomes de Almeida<sup>1</sup>, Edson Luiz França Senne<sup>2</sup>, Horacio Hideki Yanasse<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Programa de Mestrado ou Doutorado em Computação Aplicada – CAP  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

<sup>2</sup>Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá  
Universidade Estadual Paulista – UNESP

<sup>3</sup>Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada – LAC  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE

{wesgomes2005@gmail.com, elfsenne@feg.unesp.br,  
horacio@lac.inpe.br}

**Abstract.** *In this work the capacitated single allocation hub location problem (CSAHL) is studied. A solution using the Local Branching (LB) technique is presented. This technique is based on methods of branch-and-cut, but incorporates some existing ideas on techniques for local search and metaheuristics. Considerations about the technique applied to hub location problems are presented. In the LB technique, the search by solutions starts with an initial reference solution. The method alternates between strategic ramifications for defining neighborhoods of solution and tactics branches for exploring these neighborhoods.*

**Resumo.** *Neste trabalho estuda-se o problema de localização de concentradores capacitado com alocação única. Uma solução usando a técnica Local Branching (LB) é apresentada. Tal técnica baseia-se em métodos do tipo branch-and-cut, mas incorpora algumas ideias existentes em técnicas de busca local e metaheurísticas. Considerações sobre esta técnica aplicada a problemas de localização de concentradores são apresentadas. Na técnica LB, a busca por soluções inicia-se com uma solução inicial de referência. O método alterna-se entre ramificações estratégicas para definir vizinhanças de solução e ramificações táticas para explorar estas vizinhanças.*

**Palavras-chave:** *Problemas de Localização-Alocação, Localização de Concentradores Capacitado, Ramificação Local.*

## 1. Introdução

Existem diversos problemas definidos em rede, na maioria dos casos a comunicação entre os nós da rede não acontece de forma direta, mas através de nós especiais denominados concentradores. Isto ocorre com frequência, por exemplo, em redes de transporte e em redes de telecomunicação. Nestes casos, diz-se que a rede é do tipo *hub-and-spoke* (Aykin, 1994).

Um modelo desse tipo de rede pode ser exemplificado imaginando-se um serviço de transporte rodoviário de cargas em que a demanda individual dos clientes não é suficiente para lotar um veículo em uma única viagem. Por esse motivo, as cargas são

agregadas e transportadas em conjunto. Para isto, empresas que operam este tipo de serviço possuem instalações físicas localizadas em diversas regiões para consolidar as cargas oriundas de diversas origens. Portanto, este tipo de serviço compreende as operações de coleta (de um cliente até um terminal de consolidação de origem), transferência (de um terminal de consolidação de origem para um terminal de consolidação de destino) e distribuição (do terminal de consolidação de destino até o cliente final). Para uma empresa deste tipo, um bom planejamento da rede de transporte, com os terminais de consolidação (concentradores) bem localizados, pode implicar em ganhos financeiros significativos.

Este trabalho tem como objetivo propor uma solução exata usando a técnica *Local Branching* (LB) para o CSAHLP. Neste trabalho será usado um método híbrido com busca por agrupamentos para gerar a solução inicial de referência para a LB.

## 2. Método Local Branching

Na estratégia LB, embora criada como uma abordagem de alta generalidade pode ser usada para explorar a estrutura específica de alguns modelos de Programação Inteira em que um conjunto de variáveis binárias particionam naturalmente o problema em dois níveis, com a propriedade de que a fixação do valor das variáveis do primeiro nível produz um subproblema mais fácil (embora ainda difícil) de ser resolvido. Esta ideia tem sido usada para a solução de problemas de localização de concentradores em projetos de redes de telecomunicação (Carello et al., 2004; Fischetti et al., 2004).

Para a aplicação da estratégia LB deve-se dispor de uma solução inicial  $r$ , denominada solução de referência. Seja  $S = \{j \in N \mid r_j = 1\}$ . Para um dado parâmetro inteiro  $k$ , pode-se definir a vizinhança  $V(r; k)$  da solução de referência  $r$  como o conjunto de soluções viáveis do problema que satisfazem à seguinte restrição adicional, denominada restrição de ramificação local:

$$\sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \leq k$$

Nesta restrição, os dois termos do lado esquerdo contam o número de variáveis binárias de uma solução  $x$  que mudaram de valor (de 1 para 0 e de 0 para 1, respectivamente), em relação à solução de referência  $r$ . Esta restrição, portanto, impõe que  $k$  é a maior distância entre vizinhos viáveis de  $r$ . Esta restrição de ramificação local pode ser usada em um método enumerativo como um critério de ramificação, considerando:

$$\text{para o ramo esquerdo: } \sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \leq k$$

$$\text{para o ramo direito: } \sum_{j \in S} (1 - x_j) + \sum_{j \in N \setminus S} x_j \geq k + 1$$

Os vizinhos definidos pelas restrições de ramificação local podem ser explorados (com programas resolventes) usando-se, por exemplo, o critério de ramificação nas variáveis fracionárias.

O método começa a busca a partir de uma solução de referência inicial. E a cada nível da árvore é adicionada uma nova restrição *local branching* para que um programa resolvente possa explorar vizinhanças da solução apresentadas em cada ramificação. A árvore adiciona as restrições locais enquanto ocorrer melhora nas soluções correntes. Nesse caso o método é considerado exato, no entanto, quando se acrescenta restrição de

tempo o método passa a se comportar como uma heurística.

A solução inicial de referência para a estratégia LB foi obtida através de uma metaheurística híbrida denominada CSSA, apresentada no trabalho de Almeida e Senne (2010). Tal técnica foi desenvolvida utilizando conceitos de busca por agrupamentos (Chaves, 2009).

### 3. Testes e Resultados

A verificação da eficiência do método implementado, baseou-se no conjunto de dados AP (*Australian Post*) proposto por Ernst e Krishnamoorthy (1996). Os testes realizados executaram em um computador com processador Core2-Duo 2.0 GHz, com 2 GB de memória RAM, sob o sistema operacional Linux.

- **Ótimo** representa a solução ótima conhecida para o problema;
- **Sol** representa a melhor solução encontrada pelo método implementado;
- **TE** representa o tempo médio de execução total do algoritmo (em segundos), até que o critério de parada seja alcançado;

Visto a qualidade das soluções obtidas pelo método CSSA (Almeida e Senne, 2010), desenvolveu-se um método *Local Branching*, denominado LBCS, em que o processo de busca pela solução ótima atribui como solução de referência o resultado obtido pelo método CSSA.

Com a solução de referência  $r$ , obtida pela metaheurística CSSA, para um dado parâmetro inteiro  $k$ , definiu-se a vizinhança  $V(r, k)$  da solução de referência como o conjunto de soluções viáveis do CSAHLP que satisfazem à seguintes restrições de ramificação local:

- para o ramo esquerdo: 
$$\sum_{i,j \in S} (1 - x_{ij}) + \sum_{i,j \in N \setminus S} x_{ij} \leq k$$
- para o ramo direito: 
$$\sum_{i,j \in S} (1 - x_{ij}) + \sum_{i,j \in N \setminus S} x_{ij} \geq k + 1$$

Através dos resultados apresentados na Tabela 1 é possível verificar que para problemas maiores que 40 o programa resolvente CPLEX perde um pouco o desempenho. Um exemplo disso pode ser analisado no teste AP40TT, em que o CPLEX leva 41750,31 segundos para encontrar a solução ótima, enquanto que o LBCS obtém um resultado em um tempo dez vezes menor.

### 4. Conclusões

O problema de localização de concentradores capacitado é um problema de Otimização Combinatória relevante, pois ocorre em diversas situações práticas em que o transporte de alguma entidade (pessoas, dados, produtos, etc) precisa passar por um processo de agregação antes de ser distribuída ao seu destino. Boas soluções para o problema podem representar ganhos econômicos significativos para muitos setores empresariais.

Baseado nos estudos e testes realizado sobre a técnica LB é possível identificar que uma das vantagens da utilização desse método é que ele pode começar a busca através de uma solução boa (obtida por uma metaheurística). No entanto, o maior desafio identificado, consiste em reduzir o tempo de execução do programa resolvente CPLEX, acredita-se que a definição de novos limitantes superiores e inferiores para o problema tornará o processo mais rápido.

**Tabela 1. Resultados CPLEX x LB.**

| Teste  | Literatura | CPLEX 12  |           | LBCS      |          |
|--------|------------|-----------|-----------|-----------|----------|
|        | Ótimo      | Sol       | TE        | Sol       | TE       |
| AP10LL | 224250,05  | 224250,05 | 0,15      | 224250,05 | 2,04     |
| AP10LT | 250992,26  | 250992,26 | 0,15      | 250992,26 | 1,63     |
| AP10TL | 263399,94  | 263399,94 | 0,21      | 263399,94 | 1,03     |
| AP10TT | 263399,94  | 263399,94 | 0,10      | 263399,95 | 1,52     |
| AP20LL | 234690,96  | 234690,96 | 0,34      | 234690,96 | 3,33     |
| AP20LT | 253517,40  | 253517,40 | 1,57      | 253517,40 | 5,39     |
| AP20TL | 271128,18  | 271128,18 | 0,76      | 271128,18 | 2,85     |
| AP20TT | 296035,40  | 296035,40 | 4,38      | 296035,40 | 6,22     |
| AP25LL | 238977,95  | 238977,95 | 2,18      | 238977,95 | 7,56     |
| AP25LT | 276372,50  | 276372,50 | 4,41      | 276372,49 | 10,48    |
| AP25TL | 310317,64  | 310317,64 | 1,97      | 310317,64 | 6,46     |
| AP25TT | 348369,15  | 348369,15 | 12,66     | 348369,15 | 11,93    |
| AP40LL | 241955,71  | 241955,71 | 12,05     | 241955,70 | 29,63    |
| AP40LT | 272218,32  | 272218,32 | 41,00     | 272218,32 | 70,12    |
| AP40TL | 298919,01  | 298919,01 | 12,66     | 298919,00 | 22,93    |
| AP40TT | 354874,10  | 354874,10 | 41750,31  | 354874,10 | 4096,85  |
| AP50LL | 238520,59  | 238520,59 | 31,94     | 238520,58 | 55,19    |
| AP50LT | 272897,49  | 272897,49 | 609,78    | 272897,49 | 512,00   |
| AP50TL | 319015,77  | 319015,77 | 89,00     | 319015,77 | 92,32    |
| AP50TT | 417440,99  | 425100,83 | 57324,93* | 418086,04 | 62118,70 |

\*Teste interrompido neste tempo

## Referências

- Almeida, W. G., Senne, E. L. F. (2010) Metaheurística híbrida com busca por agrupamento aplicado ao problema de localização de hubs com restrições de capacidade In: XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), 2010, Bento Gonçalves - RS, 2010.
- Aykin, T. (1994) Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem. *European Journal of Operational Research*, v. 79, n. 33, p. 501-523.
- Carello, G.; Della Croce, F.; Ghirardi, M.; Tadei, R. (2004) Solving the Hub Location Problem in Telecommunication Network Design: A Local Search Approach. *Networks*, v. 44, n. 2, p. 94-105.
- Chaves, A. A. (2009) Meta-heurística híbrida com busca por agrupamentos aplicada a problemas de otimização combinatória. Tese (Doutorado em Computação Aplicada) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 197 p.
- Ernst, A.; Krishnamoorthy, M. (1996) Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *Location Science*, v. 4, n. 3, p. 139-154.
- Fischetti, M.; Polo, C.; Scantamburlo, M. (2004) A Local Branching Heuristic for Mixed-Integer Programs with 2-Level Variables, with an Application to a Telecommunication Network Design Problem. *Networks*, v. 44, n. 2, p. 61-72.