



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



INPE-16592-TDI/1579

# DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE DE ORIENTAÇÃO DE UM VEÍCULO ESPACIAL COM UMA VELA SOLAR COMPOSTA

Maria Cecília Pereira de Faria

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espacial/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hans Ulrich  
Pilchowski, Anna D. Guerman, e Paulo Moraes Júnior, aprovada em 07 de julho de  
2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/06.17.20.21>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: [pubtc@sid.inpe.br](mailto:pubtc@sid.inpe.br)

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO:****Presidente:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

**Membros:**

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr<sup>a</sup> Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da  
Ciência e Tecnologia



INPE-16592-TDI/1579

# DINÂMICA ORBITAL E CONTROLE DE ORIENTAÇÃO DE UM VEÍCULO ESPACIAL COM UMA VELA SOLAR COMPOSTA

Maria Cecília Pereira de Faria

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia  
Espacial/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hans Ulrich  
Pilchowski, Anna D. Guerman, e Paulo Moraes Júnior, aprovada em 07 de julho de  
2009.

Registro do documento original:

<<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/06.17.20.21>>

INPE  
São José dos Campos  
2009

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

F22d Faria, Maria Cecilia Pereira de.  
Dinâmica orbital e controle de orientação de um veículo espacial com uma vela solar composta / Maria Cecilia Pereira de Faria.  
– São José dos Campos : INPE, 2009.  
152 p. ; (INPE-16592-TDI/1579)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espacial/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.

Orientadores : Drs. Hans Ulrich Pilchowski, Anna D. Guerman, e Paulo Moraes Júnior.

1. Vela solar. 2. Dinâmica orbital. 3. Atitude. 4. Controle. 5. Baixo empuxo. I. Título.

CDU 629.7.015

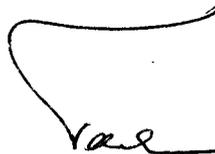
---

Copyright © 2009 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, reprográfico, de microfilmagem ou outros, sem a permissão escrita do INPE, com exceção de qualquer material fornecido especificamente com o propósito de ser entrado e executado num sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2009 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, microfilming, or otherwise, without written permission from INPE, with the exception of any material supplied specifically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for exclusive use of the reader of the work.

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de Doutor(a) em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle

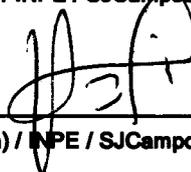
Dr. Valdemir Carrara



---

Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Hans-Ulrich Pilchowski



---

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

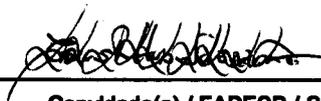
Dra. Anna D. Guerman



---

Orientador(a) / UBI / Portugal - PT

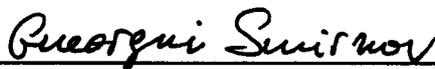
Dr. Carlos Renato Solorzano



---

Convidado(a) / FAPESP / São Paulo - SP

Dr. Gueorgui Smirnov



---

Convidado(a) / UP / Portugal - PT

Dra. Maria Cecília França de Paula Zanardi



---

Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Aluno (a): Maria Cecília Pereira de Faria

São José dos Campos, 07 de julho de 2009



*“A ciência é o querer adaptar o menor sonho ao maior”*

Fernando Pessoa



Para minha mãe,

CAROLINA



## AGRADECIMENTOS

Ao INPE, por proporcionar o desenvolvimento deste trabalho, à CAPES, por financiá-lo, e à UBI, por me receber durante 13 meses, preciosos para a realização de tudo.

À minha orientadora Dr<sup>a</sup> Anna D. Guerman, por ser um exemplo como pesquisadora, professora e como pessoa.

Aos meus orientadores Dr. Hans Ulrich Pilchowski e Dr. Paulo Moraes Jr., principalmente por permitir a mudança de tema do trabalho, possibilitando a oportunidade do doutorado sanduíche.

Aos meus professores do INPE, por ensinarem, por serem exemplo, por incentivarem e por acreditarem em cada um de nós.

Ao Dr. Gueorgui Smirnov, por auxiliar muito, tanto pessoalmente como por e-mail, no desenvolvimento deste trabalho, até o último minuto.

Aos serviços essenciais para a realização deste tipo de trabalho: às secretarias (agradecimentos especiais à Queila, pela sua ajuda, carinho e amizade), SPG (agradecimentos especiais à Carol, sempre prestativa, disposta e eficiente), Biblioteca e funcionários, e aos colegas que, de uma forma ou de outra ajudaram durante estes anos.

Aos meus amigos de Portugal: Rui Paulo, Cláudia Sofia, Orlando, João Ferro, Ana, Cláudia Estrelinha entre tantos outros, principalmente a Turma da Cantina.

Aos meus amigos de São José dos Campos: Elaine, Jaq, Yasser e Pritt, que nunca me faltaram.

Aos de sempre: Thiago, Thaty, Liz, Vanessa, pelo amor que sempre me dedicaram, mesmo de longe, mas sempre muito perto.

Finalmente, à minha família, em especial minha mãe e meus irmãos, por acreditarem em mim, talvez mais que eu mesma.



## RESUMO

Neste trabalho foi realizado um estudo das propriedades dinâmicas de um sistema propulsor que utiliza radiação solar. Foram desenvolvidos modelos de força e torque para dois esquemas de tais velas: velas solares compostas simples (SSPT) e velas solares compostas de dupla reflexão (DR SPT). O estudo deste tipo de estrutura foi feito a partir de uma revisão dos modelos propostos e de conceitos básicos, como pressão de radiação solar, equações de movimento orbital e de atitude, e controle. A partir destes conceitos, expressões para força e torques atuantes nas velas compostas foram deduzidas, considerando reflexões não ideais. O movimento de atitude de uma vela solar composta simples foi estudado, e a partir das suas equações, as condições de estabilidade foram avaliadas, assim como métodos para estabilizar o eixo de rolamento. Também é apresentado o controle de atitude de tal vela. Para considerar efeitos de reflexões múltiplas, sombra, desalinhamento em relação à condição nominal de operação e irregularidades na superfície da vela foram desenvolvidos modelos numéricos para as velas solares compostas, tanto simples como de dupla reflexão. As circunstâncias citadas foram avaliadas, sendo que não são particularmente prejudiciais ao funcionamento da vela composta simples. As velas solares compostas de dupla reflexão, no entanto, mostraram-se menos robustas quando operando em condições diferentes das nominais, o que dificulta ou até inviabiliza seu uso em missões. Foram realizadas simulações de missões para Marte e Vênus a fim de comparar os desempenhos das velas solares compostas simples com resultados obtidos com a vela plana. Resultados mostram que para a maior parte das geometrias da SSPT, esta configuração é mais eficiente do que uma vela solar plana. Ainda, seu controle demanda menos recursos por não precisar gerar toda a estrutura da vela.



# ORBITAL DYNAMICS AND ATTITUDE CONTROL OF A SOLAR PHOTON THRUSTER SPACECRAFT

## ABSTRACT

A study of dynamical properties of a propulsion system using solar radiation was carried out in the present work. Models of force and momentum were developed for two schemes of such sailcraft: simple solar photon thruster (SSPT) and dual reflection solar photon thruster (DR SPT). The study of these structures was developed by reviewing previously presented models and basic concepts, such as solar radiation pressure, orbital and attitude dynamics and control. Starting from these concepts, expressions for force and torques were derived, considering both ideal and non ideal reflections. Attitude dynamics of a simple solar photon thruster was studied, and, using its equations, stability conditions were analysed, and so were methods for stabilizing roll axis. The attitude control of SSPT is also presented here. In order to consider effects such as multiple reflections, shadowing, misalignment from nominal position and irregularities on the shape of sail collector, numerical models were developed for both SSPT and DR SPT. Such circumstances were analysed, and it was shown that they are not that harmful for SSPT performance. DR SPT, although, is not that robust when operating in conditions different from projected ones, what makes its use difficult or even impossible in future missions. Missions to Mars and Venus were simulated in order to compare SSPT performance to results obtained for flat solar sails (FSS). Results show that for most part of SSPT geometries results are more efficient than FSS. Besides, its control demands less resources, for it does not need to rotate the whole sail structure.



## SUMÁRIO

Pág.

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### LISTA DE SÍMBOLOS

<b>1</b>	<b>JUSTIFICATIVA DO TRABALHO E OBJETIVOS</b>	<b>27</b>
1.1	Justificativa do Trabalho	27
1.2	Objetivos	27
<b>2</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>31</b>
<b>4</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>47</b>
4.1	Radiação Solar	48
4.1.1	Força Gerada Pela Pressão de Radiação Solar	49
4.1.2	Torques Gerados pela Força de Radiação Solar	54
4.1.3	Força de Radiação Solar na Superfície Interna de um Refletor Parabólico	54
4.1.4	Torque da Força de Radiação Solar na Superfície Interna de um Refletor Parabólico	56
4.2	Velas Solares	57
4.2.1	Velas Solares Compostas - SPT	59
4.2.1.1	Velas Solares Compostas Simples - SSPT	60
4.2.1.2	Velas Solares Compostas de Dupla Reflexão - DR SPT	62
4.2.1.3	Comparação preliminar entre os esquemas	62
4.3	Materiais	63
4.4	Equações de Movimento Orbital	64
4.5	Equações do Movimento de Atitude	65
4.5.1	Ângulos de Euler	68
4.6	Controle	69
4.6.1	Linearização da Dinâmica do Sistema	70
4.6.2	Controlabilidade	71
4.6.3	Controle de Atitude	72
<b>5</b>	<b>EQUAÇÕES DINÂMICAS DE UMA VELA SOLAR COMPOSTA</b>	<b>75</b>
5.1	Expressões de Força e Torque Atuantes na SSPT	75
5.1.1	Força e Torque Atuantes no Coletor	76
5.1.1.1	Equação do Parabolóide	76

5.1.1.2	Forças e Torques Atuantes Sobre um Elemento de Área do Coletor . . . . .	77
5.1.1.3	Força e Torque Exercidos pela Radiação Incidente no Coletor . . . . .	79
5.1.2	Força e Torque Atuantes no Diretor . . . . .	79
5.1.2.1	Diretor Ideal . . . . .	79
5.1.2.2	Diretor Não- Ideal . . . . .	81
5.1.3	Força e Torque Totais Atuantes no Diretor . . . . .	83
5.1.4	Força e Torque Totais Atuantes na SSPT . . . . .	83
5.1.5	Limite no controle . . . . .	85
5.2	Força Atuante sobre a DR SPT . . . . .	86
5.3	Equações de Movimento de Atitude da SSPT . . . . .	87
5.4	Estabilidade das Equações Linearizadas do Movimento de Atitude . . . . .	89
5.4.1	Condições de Estabilidade . . . . .	90
5.5	Estabilidade do eixo $\beta$ (rolamento) . . . . .	91
5.6	Estabilização do Eixo de Rolamento $\beta$ . . . . .	94
5.6.1	Rotação do Coletor com Velocidade Angular Constante . . . . .	95
5.6.2	Rotação do Coletor com Velocidade Angular Variável . . . . .	97
5.7	Controle de Atitude de uma Vela Solar Composta Simples . . . . .	97
<b>6</b>	<b>AValiação Numérica da Dinâmica das Velas Solares Compostas . . . . .</b>	<b>101</b>
6.1	Cálculo Numérico das Forças Geradas pela Pressão de Radiação Solar na SPT . . . . .	101
6.1.1	Força Gerada pela Pressão de Radiação Solar na SSPT . . . . .	102
6.1.2	Forças Geradas pela Pressão de Radiação Solar na DR SPT . . . . .	104
6.2	Influência do Efeito Sombra na Força Gerada em um SSPT . . . . .	112
6.3	Influência do Desalinhamento da Vela em Relação à Posição Nominal . . . . .	113
6.3.1	Influência do Desalinhamento da SSPT em Relação à Posição Nominal . . . . .	113
6.3.2	Influência do Desalinhamento da DR SPT em Relação à Posição Nominal . . . . .	113
6.4	Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho das Velas . . . . .	119
6.4.1	Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho da SSPT . . . . .	119
6.4.2	Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho da DR SPT . . . . .	121
<b>7</b>	<b>ANÁLISE DE MISSÕES . . . . .</b>	<b>125</b>
7.1	Transferência Terra - Marte . . . . .	126
7.2	Transferência Terra - Vênus . . . . .	132
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>137</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>141</b>
<b>A</b>	<b>MODELO NUMÉRICO DA SSPT . . . . .</b>	<b>149</b>
<b>B</b>	<b>MODELO NUMÉRICO DA DR SPT . . . . .</b>	<b>151</b>

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Força de radiação em superfície: a) superfície absorvente; b) superfície refletora especularmente; c) superfície refletora difusamente. . . . .	50
4.2 Forças normal e tangencial. . . . .	52
4.3 Paraboloide de revolução. . . . .	55
4.4 Esquemas alternativos para velas solares planas: (a) Vela quadrada, (b) Vela circular, (c) Vela em forma de hélice. . . . .	58
4.5 Velas solares compostas: (a) simples e (b) de dupla reflexão. . . . .	61
4.6 Esquema da Vela Solar Composta Simples, SSPT. . . . .	62
4.7 Esquema da Vela Solar Composta de Dupla Reflexão, DR SPT. . . . .	63
4.8 Diagrama mostrando a relação entre os ângulos de Euler e os sistemas coordenados fixo e girante. . . . .	66
4.9 Composição de uma rotação infinitesimal arbitrária de um corpo rígido, através de rotações infinitesimais através dos ângulos de Euler, (a) $d\vec{\varphi}'$ , (b) $d\vec{\theta}'$ , (c) $d\vec{\psi}'$ . . . . .	69
5.1 Caminho seguido pelo raio de luz que atinge o coletor. . . . .	75
5.2 Reflexão no diretor . . . . .	80
5.3 Esquema da Vela Solar Composta de Dupla Reflexão, DR SPT. . . . .	86
5.4 Ventoinhas dispostas simetricamente em torno do coletor . . . . .	98
5.5 Ângulo formado entre o eixo de simetria da vela e a inclinação da ventoinha . . . . .	99
6.1 Análise do caminho percorrido pela luz em uma SSPT . . . . .	103
6.2 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	104
6.3 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	105
6.4 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	105
6.5 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	106
6.6 Análise do caminho percorrido pela luz em uma DR SPT . . . . .	107
6.7 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	109
6.8 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	109
6.9 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	110
6.10 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	110
6.11 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 1,00$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	111
6.12 Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 1,00$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	111

6.13	Comparação entre a força e ângulo de cone gerados em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ considerando e desprezando a sombra do diretor sobre o coletor. . . . .	112
6.14	Efeito do desalinhamento de uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	114
6.15	Efeito do desalinhamento de uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	114
6.16	Efeito do desalinhamento de uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	115
6.17	Efeito do desalinhamento de uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	115
6.18	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	116
6.19	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	116
6.20	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	117
6.21	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	117
6.22	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 1,00$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	118
6.23	Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com $R_c/f_c = 1,00$ e $ FD  = 0,9$ . . . . .	118
6.24	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	119
6.25	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	120
6.26	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	120
6.27	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,5$ . . . . .	121
6.28	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,25$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	122
6.29	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,5$ . . . . .	122
6.30	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,50$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	123
6.31	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,75$ e $ FD  = 0,5$ . . . . .	123
6.32	Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com $R_c/f_c = 0,75$ e $ FD  = 0,7$ . . . . .	124
7.1	Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	127
7.2	Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	128
7.3	Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	128
7.4	Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	129
7.5	Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	129
7.6	Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	130
7.7	Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	130
7.8	Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	131
7.9	Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	132

7.10	Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,25$ . . . . .	133
7.11	Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	134
7.12	Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,50$ . . . . .	134
7.13	Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	135
7.14	Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com $R_c/f_c = 0,75$ . . . . .	135
7.15	Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	136
7.16	Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com $R_c/f_c = 1,00$ . . . . .	136



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASPT	-	Advanced Solar Photon Thruster (Vela Solar Composta Avançada)
DLR	-	Deutschen Zentrum für Luft-und Raumfahrt (Agência Espacial Alemã)
DR SPT	-	Dual Reflection Solar Photon Thruster (Vela Solar Composta de Dupla Reflexão)
JPL	-	Jet Propulsion Laboratory
ISAS - JAXA	-	Institute of Space and Astronautical Sciences da Japan Aerospace Exploration Agency
NASA	-	National Aeronautics and Space Administration
PETF	-	Polyethylene Terephthalate Film
SPT	-	Solar Photon Thruster (Vela Solar Composta)
SSPT	-	Simple Solar Photon Thruster (Vela Solar Composta Simples)
UA	-	Unidade astronômica, distância média da Terra ao Sol



## LISTA DE SÍMBOLOS

$a_s$	–	Aceleração da vela devida à pressão de radiação solar, $[m/s^2]$
$c$	–	Velocidade da luz no vácuo, $[m/s]$
$d$	–	Distância do centro de massa das ventoinhas ao centro do coletor, $[m]$
$f_c$	–	Foco do coletor, $[m]$
$f$	–	Foco do refletor, $[m]$
$\hat{i}$	–	Vetor unitário na direção $x$
$\hat{j}$	–	Vetor unitário na direção $y$
$\hat{k}$	–	Vetor unitário na direção $z$
$\hat{n}$	–	Vetor unitário normal à superfície
$p$	–	Componente da velocidade angular na direção $x$ , $[m/s]$
$q$	–	Componente da velocidade angular na direção $y$ , $[m/s]$
$r$	–	Componente da velocidade angular na direção $z$ , $[m/s]$
$r'$	–	Distância heliocêntrica, $[m]$
$r_d$	–	Raio do diretor, $[m]$
$r_E$	–	Distância média da Terra ao Sol, $[m]$
$r_r$	–	Raio do refletor, $[m]$
$r_s$	–	Distância da vela ao Sol, $[m]$
$v_r$	–	Velocidade radial da vela, $[m]$
$v_T$	–	Velocidade transversal da vela, $[m]$
$\tilde{r}$	–	Parcela de luz refletida
$\tilde{r}_c$	–	Parcela de luz refletida no coletor
$\tilde{r}_d$	–	Parcela de luz refletida no diretor
$s$	–	Parcela de luz refletida especularmente
$s_c$	–	Parcela de luz refletida especularmente no coletor
$s_d$	–	Parcela de luz refletida especularmente no diretor
$\hat{t}$	–	Vetor unitário tangencial à superfície
$v_r$	–	Velocidade radial do veículo
$v_T$	–	Velocidade tangencial do veículo
$A$	–	Momento de inércia da vela solar nas direções $x$ e $y$ , $[Kg\ m^2]$
$A_c$	–	Área do coletor, $[m^2]$
$A_d$	–	Área do diretor, $[m^2]$
$A_v$	–	Área das ventoinhas, $[m^2]$
$B$	–	Momento de inércia da vela solar na direção $y$ , $[Kg\ m^2]$
$B_i$	–	Coeficiente Lambertiano
$C$	–	Momento de inércia da vela solar na direção $z$ , $[Kg\ m^2]$
$\vec{F}$	–	Força resultante produzida pela pressão de radiação, $[N]$
$FD$	–	Distância do diretor da DR SPT ao foco, $[m]$
$I$	–	Momento de inércia, $[Kg\ m^2]$
$J$	–	Momento de inércia do coletor na direção $z$ , $[Kg\ m^2]$
$\vec{L}$	–	Momento angular, $[Kg\ m^2/s]$
$\vec{M}$	–	Torque produzido pela pressão de radiação solar, $[Nm]$
$\vec{M}_c$	–	Torque de controle, $[Nm]$
$\vec{M}_s$	–	Torque produzido pela pressão de radiação solar no coletor, $[Nm]$
$\vec{M}_d$	–	Torque produzido pela pressão de radiação solar no diretor, $[Nm]$
$\vec{P}$	–	Força total produzida pela pressão atuante na vela, $[N]$
$\vec{P}_1$	–	Força pela radiação incidente no coletor, $[N]$

$\vec{P}_{2e}$	– Força produzida pela radiação absorvida e reemitida, $[N]$
$\vec{P}_{2r}$	– Força produzida pela radiação refletida especularmente no coletor, $[N]$
$\vec{P}_c$	– Força total produzida pela pressão de radiação solar no coletor, $[N]$
$\vec{P}_{c2s}$	– Força produzida pela pressão de radiação solar incidente no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{d1}$	– Força produzida pela radiação solar incidente no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{d2r}$	– Força produzida pela radiação solar refletida especularmente no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{d2s}$	– Força produzida pela radiação solar refletida difusamente no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{d2e}$	– Força produzida pela radiação solar absorvida e reemitida no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{rd}$	– Força total produzida pela pressão de radiação solar no diretor, $[N]$
$\vec{P}_{rd1}$	– Força produzida pela pressão de radiação solar incidente no diretor, $[N]$
$P_{OT}$	– Potência emitida pelo material do coletor, $[W]$
$R_c$	– Raio do coletor, $[m]$
$S$	– Potência solar, $[W/m^2]$
$S_0$	– Constante solar, $[W/m^2]$
$T$	– Temperatura, $[K]$
$\alpha$	– Ângulo de controle $[rad]$
$\alpha$	– Eixo de arfagem
$\alpha'$	– Ângulo entre o vetor velocidade angular e o eixo $z'$ $[rad]$
$\beta$	– Eixo de rolamento
$\gamma$	– Eixo de guinada
$\delta$	– Módulo da velocidade angular do coletor, $[rad/s]$
$\varphi$	– Anomalia verdadeira, $[rad]$
$\varphi'$	– Ângulo de Euler, $[rad]$
$\varphi_d$	– Ângulo de controle das ventoinhas, $[rad]$
$\epsilon_i$	– Emissividade
$\vec{v}$	– Vetor unitário normal ao diretor
$\theta$	– Ângulo de controle, $[rad]$
$\theta'$	– Ângulo de Euler, $[rad]$
$\tilde{\theta}$	– Limite inferior do ângulo de controle, $[rad]$
$\vec{\sigma}$	– Direção da incidência da luz
$\vec{\sigma}_1$	– Direção da luz refletida pelo coletor
$\vec{\sigma}_2$	– Direção da luz refletida pelo diretor
$\tilde{\sigma}$	– Constante de Stefan-Boltzmann
$\vec{\sigma}_1$	– Direção da luz refletica especularmente
$\vec{\omega}$	– Velocidade angular, $[rad/s]$
$\vec{\xi}$	– Posição do elemento de área no coletor, $[m]$
$\vec{\xi}_D$	– Posição do elemento de área no diretor, $[m]$
$\psi'$	– Ângulo de Euler, $[rad]$
$\Phi$	– Pressão de radiação solar a 1 UA
$T$	– Transposição
$b$	– Referência à parte traseira do coletor
$c$	– Referência ao coletor
$d$	– Referência ao diretor
$f$	– Referência à parte frontal do coletor
$r$	– Referência à direção radial
$r$	– Referência ao refletor
$s$	– Referência à vela solar
$t$	– Referência à direção tangencial

- $x$  – Referência ao eixo  $x$
- $y$  – Referência ao eixo  $y$
- $z$  – Referência ao eixo  $z$
- $E$  – Referência à Terra
- $d$  – Operador diferencial
- $\vec{\nabla}$  – Operador gradiente
- $-$  – Ponto de referência para desenvolvimento da série de *Taylor*
- $\cdot$  – Derivada temporal
- $\ddot{\phantom{x}}$  – Segunda derivada temporal



# 1 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO E OBJETIVOS

## 1.1 Justificativa do Trabalho

A pressão de radiação solar é um efeito bastante estudado pela Ciência Espacial. Porém, tal efeito normalmente é considerado uma perturbação no sistema. Atualmente, há projetos sendo desenvolvidos no mundo que consideram a pressão solar não como um distúrbio, e sim como uma fonte propulsora para um veículo espacial, minimizando o consumo da energia embarcada durante a missão. Este princípio se mostra atraente pelo fato de tecnologias recentes permitirem a fabricação de filmes finos que podem ser usados na estrutura, conferindo a ela a leveza necessária para o funcionamento da vela.

A maior parte dos estudos já realizados nesta direção considera uma vela solar plana, cujo controle atua através da rotação de toda a vela solar em relação à direção do Sol. Tal controle é feito de forma mais simples na vela solar composta. Neste tipo de vela, o controle é feito através da rotação de um único espelho, de dimensões menores, ao invés de se movimentar toda a vela. Pesquisas recentes justificam um estudo mais detalhado da vela solar composta, uma vez que resultados preliminares encontrados na literatura indicam ser mais eficiente do que a vela solar plana.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver um modelo detalhado para a vela solar composta simples (*Simple Solar Photon Thruster*) - SSPT - e vela solar composta de dupla reflexão (*Dual Reflection Solar Photon Thruster*) - DR SPT. Ambas as estruturas são constituídas por um sistema de espelhos. A SSPT contém um espelho parabólico e um outro plano, enquanto a DR SPT se constitui de dois espelhos parabólicos e um plano.

Os objetivos específicos podem ser descritos por:

- Desenvolver modelos analíticos e numéricos de força e torque para tais estruturas, a fim de proporcionar a análise do seu comportamento em circunstâncias mais realistas, como por exemplo, quando a estrutura está sujeita a perturbações;
- Realizar a dedução de um modelo analítico da dinâmica de atitude da SSPT e proceder a sua análise;
- Estudar sistemas de controle de orientação e estabilização para a SSPT;
- Simular missões a fim de testar o desempenho da SSPT.



## 2 INTRODUÇÃO

Um dos grandes desafios para a exploração espacial é a autonomia dos veículos espaciais para viajar grandes distâncias, se mantendo operantes. Tal dificuldade vem do fato de que, tanto para a viagem em si quanto para manter o veículo operante (pois para isto é necessário que ele se mantenha na trajetória e atitude adequadas), é necessário um certo consumo de energia. Atualmente, na maioria das missões, tal energia é em sua maior parte embarcada, seja ela na forma elétrica ou química, por exemplo. Este fato se traduz em um inconveniente por dois motivos. Um deles é que o combustível embarcado ocupa um espaço físico no veículo que, idealmente, deveria levar carga útil, representando também uma massa embarcada. O outro é que, por menor que seja o consumo de combustível gasto em uma manobra, depois de um certo tempo tal combustível se esgota.

Uma das alternativas imaginadas para contornar o problema é o uso da pressão de radiação solar como meio propulsivo para veículos espaciais. Conforme referências ([MCINNES, 2004](#)), o conceito foi apresentado pela primeira vez na segunda década do século XX por Tsiolkovsky e Tsander, que sugeriam o uso de grandes superfícies aptas a utilizar o impulso de radiação solar para criar esforço de propulsão. Com isto, a quantidade de energia embarcada no veículo pode ser menor, aumentando o limite para a carga útil carregada. Tais pesquisadores não só sugeriram a ideia da vela solar, como descreveram possíveis aplicações deste meio de propulsão.

Nas décadas de 50 e 60 esta ideia voltou a ser considerada, com os trabalhos de [Garwin \(1958\)](#), [Sohn \(1959\)](#), [Sands \(1961\)](#), [Acord e Nicklas \(1964\)](#), entre outros. Atualmente, devido ao progresso tecnológico este meio de propulsão atrai atenção de muitos cientistas em todo o mundo. Tal interesse ressurgiu pelo fato de que, na época que foram concebidas, não se dispunha de tecnologia (de filmes, materiais, entre outras) que fizesse com que o uso das velas fosse viável. Assim, o que antes se apresentava somente como um conceito atualmente se mostra como uma alternativa possível para aumentar a autonomia dos veículos espaciais. Pode-se citar entre os autores que atualmente se dedicam ao assunto, Polyahova, Sazonov, McInnes, Scheeres, Wie and Dachwald, somente para citar alguns exemplos.

Um dos desafios de se tornar o uso de velas solares viável é conseguir controlar o veículo que possui tais velas. Apesar dos materiais utilizados nas velas serem leves, suas dimensões grandes e seu grande momento de inércia fazem com que a manobra para manter sua atitude correta apresente grandes dificuldades. O controle da vela depende da configuração na qual a vela será construída. Porém, resolvido este inconveniente, o uso de velas solares principalmente para viagens interplanetárias se mostra muito promissor.

A contribuição deste trabalho é no desenvolvimento de modelos que descrevam as forças e torques atuantes em uma vela solar composta, além de analisar a estabilidade e estabilização do esquema de vela solar composta simples, além de avaliar seu desempenho através de análise de missões. Assim, modelos numéricos das forças e torques gerados em velas solares compostas simples e de dupla reflexão foram desenvolvidos, incluindo a análise de casos ligeiramente diferentes dos casos nominais, como efeito de sombra, desalinhamento e irregularidades na superfície do coletor. Os resultados obtidos para as velas solares compostas de dupla reflexão mostraram que tais velas per-

dem a controlabilidade quando operam em condições diferentes das nominais, não sendo, portanto, viáveis de serem construídas. Um modelo analítico para forças e torques atuantes na vela solar composta simples foi construído e posteriormente utilizado para análise da estabilidade da vela. As condições de estabilidade foram determinadas, assim como apresentado um método para a estabilização e controle de atitude. Para avaliar o desempenho das velas, duas missões (para Vênus e Marte) foram analisadas, e os resultados comparados para diferentes geometrias da estrutura.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

As forças e torques gerados pela pressão de radiação solar em uma superfície refletora têm sido modelados há muitos anos, uma vez que tal efeito exerce bastante influência sobre satélites em órbita (NASA, 1969). Este trabalho contempla desde a identificação de diferentes fontes de radiação assim como análise de vários tipos de materiais utilizados na construção de veículos espaciais, além de analisar e modelar as forças e torques. Entretanto o fenômeno foi tratado somente como uma perturbação no movimento do veículo. Um modelo detalhado para tais forças e torques foi desenvolvido e apresentado por Georgevic (1973a), além de desenvolver o modelo teórico para forças e torques de radiação solar. Tal modelo, considerando diferenciais de força, pode ser integrado conforme a forma da superfície desejada. O autor calcula o caso particular para um refletor parabólico, comparando com os resultados obtidos para uma superfície plana. Estes resultados foram estudados pelo mesmo autor para calcular o efeito da pressão de radiação solar em um caso específico, da Mariner 9 (GEORGEVIC, 1973b). O estudo cuidadoso para este caso em particular considerou o tipo de material com que cada componente do satélite era construído e obteve resultados coerentes com observações realizadas. Carrara (1982) também desenvolveu um modelo para forças de radiação solar em uma superfície refletora. Assim como Georgevic (1973a), considera reflexões não ideais. A dedução encontrada neste trabalho é explicada passo a passo, inclusive apresentando coeficientes de força envolvidos no fenômeno.

Os primeiros conceitos de velas solares foram apresentados no começo da década de 20 por Tsiolkovsky e Tsander, ainda como uma ideia inicial apenas, de acordo com McInnes (2004). A ideia era aproveitar tal força como meio propulsivo. Dada a inviabilidade prática das velas solares à época, devido à falta de materiais suficientemente leves, o conceito não foi muito aprofundado, permanecendo como uma teoria apenas. O assunto foi tratado de forma mais rigorosa e publicado por Garwin (1958). Apesar de, à esta época, a tecnologia de filmes finos não estar avançada, Garwin sugeriu o uso da pressão de radiação solar como meio propulsivo para veículos espaciais, mostrando que, apesar de contar com pequenas acelerações, um veículo espacial munido de uma vela solar pode, ao longo do tempo, adquirir velocidades compatíveis com a realização de missões espaciais. Tais velas consistiam de uma grande superfície refletora circular inicialmente plana, sobre a qual incide a radiação solar, que transfere a quantidade de movimento dos fótons a ela, impulsionando o veículo. Ao receber os fótons, a geometria de tal vela mudaria, assumindo um formato parabólico. Como forma de controlar o veículo o autor sugere que a vela seja parcialmente dobrada de forma a diminuir a incidência de Sol na superfície.

Sohn (1959) sugeriu outro uso para velas solares, com uma aplicação para estabilização de satélites através do seu uso. Como torques perturbativos geralmente são da mesma ordem de grandeza do torque de radiação solar, este pode agir como estabilizador do veículo. O método sugerido por Sohn consiste de uma vela solar posicionada no veículo de tal forma que, estando este em sua atitude nominal, o Sol não incide sobre a vela, e caso haja algum desvio, a vela fica posicionada de forma a receber radiação e gerar um torque restaurador que corrigirá sua atitude. Um controle de atitude em três eixos usando o mesmo princípio foi sugerido por Stuck (1980). Equações de movimento com sua linearização, presença de sensores, cálculos dos torques nas velas e a lei de controle foram considerados. Embora o autor simplifique bastante o modelo e assuma que isto

acarreta em um resultado otimista, os resultados obtidos parecem razoáveis para a aproximação. Um princípio parecido com aquele é atualmente proposto por outros autores, como [Wie \(2004a\)](#), para estabilizar velas solares compostas, porém, ventoinhas (pequenos espelhos posicionados na vela, com liberdade de movimento) são usadas como parte de um controlador ativo.

[Acord e Nicklas \(1964\)](#) apresentaram mais um trabalho contemplando o uso de velas solares para controle de atitude, utilizando o mesmo princípio sugerido por Sohn. Estes autores avaliam a possibilidade de implementar um controle de atitude passivo, mas concluem que não é possível, dado que o sistema apresenta um amortecimento natural que interfere no movimento e faz com que ele oscile em torno da posição nominal. [Modi e Kumar \(1972\)](#), no entanto, estudam um sistema de controle de atitude passivo parecido e, para um caso específico, consideram que tal sistema tem bom desempenho, mesmo em situações que a sombra da Terra cobre parcialmente os painéis solares.

A ideia do uso de velas solares novamente como meio propulsivo foi novamente apresentada por [Sands \(1961\)](#), que realizou um estudo sobre escape de campos gravitacionais com o uso de velas solares. Os resultados foram obtidos para situações muito particulares e eventualmente otimistas, e a conclusão foi que ainda assim a manobra sugerida não era eficiente. Todos estes autores consideravam velas solares planas em seus estudos. Apesar do esforço dos referidos autores, e de outros, à esta época filmes que seriam utilizados nas velas não eram viáveis de serem produzidos. Assim, não havia previsão de uso desta tecnologia em missões próximas. Algum tempo se passou até que a ideia fosse novamente considerada por pesquisadores. Mas à medida que novas tecnologias de filmes finos viabilizavam o uso de velas solares em um futuro mais próximo, novos trabalhos sobre o tema foram publicados.

Estudos atuais ([JOHNSON et al., 2000](#)) indicam que as velas solares com objetivo propulsivo estão cada vez mais próximas de serem aplicadas em missões, justificando, portanto, o empenho de pesquisadores ao estudar suas propriedades. Neste trabalho os autores reportam resultados recentes de pesquisas específicas sobre aspectos diferentes da construção da vela. Para tal, dois protótipos de vela solar plana quadrada de 20 metros de lado foram construídas, com características diferentes a fim de observar tecnologias diferentes. Estes modelos foram testados em terra para o estudo de fabricação, dobra, lançamento, abertura no espaço, funcionamento dos sistemas de controle e caracterização da mecânica e dinâmica estruturais da vela já aberta em um ambiente de espaço simulado. Também foram testados os *softwares* desenvolvidos para este objetivo em específico para calcular trajetória, manobras e desempenho durante as circunstâncias em que o voo ocorreria. Estas funções foram integradas em um único pacote, como era de se esperar para uma situação real de embarque. Também foi estudada a necessidade de um sistema para diagnóstico óptico, a fim de estudar o *stress* ao qual a vela é submetida depois da abertura e verificar sua integridade física. Os resultados obtidos mostraram que o monitoramento deste efeito não é necessário em um projeto futuro real, uma vez que seu comportamento é coerente com os modelos teóricos já construídos. Métodos numéricos para a avaliação estrutural da vela foram construídos, como uma melhoria no método de elementos finitos a fim de atender as necessidades específicas do problema. Tal ferramenta foi usada tanto para a estrutura de suporte como para a membrana refletora em si. Tal estudo prevê também situações que fogem da situação nominal, como imperfeições na estrutura

ou rugas na membrana, por exemplo. Sistemas de controle de atitude também foram projetados, integrados e testados na vela, a fim de validar o controle do vetor de empuxo do veículo. Também foram estudadas e caracterizadas em laboratório amostras de vários materiais que eram potenciais candidatos para a fabricação da vela. As técnicas utilizadas para a fabricação de filmes ultrafinos destes materiais também foram investigadas, não só na deposição do material refletor, mas também seu manuseio para a construção da vela. Requisitos para construir as mesmas velas em escalas diferentes foram deduzidas, assim como uma lei de controle adaptativo para estruturas maiores. Além disso foi estudada a influência de partículas carregadas do ambiente espacial no material da vela, para verificar a retenção destas cargas e a permeabilidade do material. Para finalizar, efeitos a longo prazo do ambiente espacial nas velas foram estudados, caracterizando o comportamento térmico, ótico, mecânico e da superfície da vela em condições não aceleradas.

Testes que indicam a viabilidade de lançamento de tais velas já foram realizados (JAXA, 2004). O ISAS - JAXA (*Institute of Space and Astronautical Sciences da Japan Aerospace Exploration Agency*) lançou com sucesso em 2004 uma vela solar. A vela lançada usava filme de  $7.5\mu m$  de espessura. Dois esquemas de vela solar (ambos planos) foram abertos com sucesso: um em forma de trevo e outro em forma de leque. Antes deste evento, houve um teste realizado pela Rússia na Cosmos 1, que deveria realizar o teste de abertura de velas em ambiente sub-orbital, mas o comando de separação do veículo não funcionou.

Uma alternativa para o problema de lançamento e abertura das velas solares já está sendo estudado (JONES, 2008). Velas particuladas são velas solares que são compostas por pequenos pedaços de materiais dispostos de forma a manter o formato de uma vela solar. Uma das vantagens apresentada pela autora é o fato de, em caso de estrago em algumas destas partículas, as outras permanecem funcionando, possibilitando que a vela solar não perca sua funcionalidade, o que seria especialmente útil em missões como investigação de regiões que contém muitos corpos pequenos, como asteróides, onde o risco de colisão passa a ser significativo. Para manter as partículas formando uma vela de área adequada, uma estrutura feita por fios teria o formato da vela, e estes pedaços de películas (da ordem de  $10^{-4} m$ ), feitas de material supercondutor, seriam fixadas em suas posições através de um campo magnético. Através do controle do campo magnético consegue-se controlar a posição de equilíbrio das partículas. Esta configuração é chamada de vela de nuvem de partículas. Um outro esquema proposto pela autora é a vela de carga útil integrada. Neste caso, os subsistemas do satélite seriam projetados para serem constituídos por pequenos *chips*, da ordem de centímetros quadrados. Estes chips são dispostos lado a lado, formando uma folha maior de unidades discretas que não fazem contato entre si. Assim como na configuração de nuvem de partículas, um campo magnético manteria as unidades juntas. Esta folha seria projetada de tal modo que funcionaria como uma vela inteira. O inconveniente desta configuração reside no fato de, pela carga útil do satélite fazer parte da própria vela, sua temperatura ter que ser mantida constantemente controlada a fim de não prejudicar seu funcionamento. A autora realça que, assim como as velas tradicionais fabricadas com filmes finos, esta nova proposta de esquema de velas apresenta suas dificuldades e desafios tecnológicos, embora, por essência, tais desafios sejam diferentes entre si. Porém esta nova proposta de vela solar não é considerada na maior parte dos estudos sobre o assunto, onde prevalece o uso de películas inteiriças para a superfície da vela.

O modelo de vela solar mais estudado atualmente ainda é a vela solar plana. Os primeiros trabalhos tratavam deste tipo de estrutura, mais simples. [Garner \(2000\)](#) analisa requisitos para a viabilidade da construção e uso de tal vela solar plana, considerando desde aspectos estruturais (filmes utilizados, materiais para os suportes, entre outros), até viabilidade de lançamento e abertura. O autor leva em conta, ainda, requisitos para uma hipotética missão, que seria realizar uma viagem interestelar. Neste trabalho são analisados, ainda, projetos apresentados por diversos grupos acadêmicos. Também no trabalho de [Greschik e Mikulas \(2002\)](#) há um tratamento detalhado sobre a arquitetura de velas solares planas, quadradas. Cinco arquiteturas diferentes são exploradas pelos autores, embora de mesmo formato e dimensão, apontando para projetos futuros pontos onde deve-se ter atenção especial devido a limitações físicas de tais velas. A arquitetura escolhida pelos autores como a melhor é aquela onde a vela é constituída por tiras de material refletor, e um estudo aprofundado para tal vela foi realizado a fim de comprovar sua eficiência. [Wie \(2004a\)](#) também tratou da arquitetura de uma vela solar plana e seu funcionamento. Além de analisar geometrias diferentes para tais tipos de vela, aponta as questões relevantes no controle da estrutura. Este trabalho é bastante completo, mostrando desde a força à qual a vela está submetida, até sua estabilização, controle de atitude e equações de movimento em uma órbita ao redor do Sol. Um estudo da estrutura que sustenta o filme da vela foi realizado por [Stanciulescu et al. \(2007\)](#). Como o material da vela deve ser leve, é inevitável que haja deformação (as hastes empenam) e vibração. Além disso, a estrutura precisa ser dobrável e pouco volumosa. Estas características influenciam a dinâmica da vela, sendo, portanto, um aspecto importante a se considerar. A análise foi feita considerando as hastes como um material regular, mas também com uma configuração treliçada. Para hastes compridas o modelo treliçado pode ser substituído pelo modelo regular, aumentando a eficiência numérica sem prejudicar os resultados. Para hastes menores, o modelo mais completo reflete melhor o comportamento estático e dinâmico da estrutura.

A evolução de uma órbita decorrente da pressão de radiação solar foi estudada por [V et al. \(2004\)](#). Os autores consideraram um satélite equipado com uma vela solar. Os autores não têm a pretensão de realizar uma manobra ótima, sendo que neste trabalho simplesmente analisam como o raio da órbita varia com pressão de radiação solar incidindo sobre a vela. A vela também é posicionada de forma a utilizar a pressão de radiação solar como um estabilizador. Alguns autores trataram do tema buscando estudar circunstâncias em que a vela solar já estaria na órbita desejada. Os mesmos pesquisadores ([LIKHACHEV et al., 2003](#)) já tinham estudado a evolução orbital de um satélite contando com velas solares planas em forma de pétalas, calculando valores de velocidade para os quais as velas solares funcionam como um estabilizador do satélite. Neste caso a vela não funciona como um propulsor, mas controla a precessão do satélite que surge devido às perturbações ambientais. O uso das velas solares para manutenção de órbita foi estudado por [Fieseler \(1998\)](#), que sugeriu dois esquemas de velas solares para missões em órbita baixa na Terra. Como a órbita baixa ainda oferece resistência pelo arrasto atmosférico, o objetivo do trabalho era sugerir um modelo de vela que ainda assim conseguisse se manter em órbita, levando carga útil, podendo ser lançado por lançadores de menor porte. O objetivo do trabalho foi alcançado, sendo que as duas geometrias de velas obtiveram os resultados desejados. Também [Macdonald e McInnes \(2005a\)](#) trataram de órbitas (e sua manutenção) em torno de planetas. Os autores apresentam uma solução para o problema que garante que a vela não colida com o corpo central, o que acontecia em algumas

soluções apresentadas anteriormente na literatura. Os autores ainda estudam uma transferência orbital até Mercúrio tendo como restrição não a altura mínima da órbita, mas requisitos térmicos da vela. [Baoyin e McInnes \(2005\)](#) estudaram o problema de equilíbrio de uma vela solar plana, considerando o problema de três corpos restrito (ênfase para os pontos de libração do sistema Sol - Terra - Lua) concluindo que neste caso não existem superfícies de equilíbrio, embora as órbitas estudadas possam eventualmente ser usadas, já que são passíveis de controle.

A dificuldade de se controlar estruturas tão grandes e flexíveis como as velas solares foi analisada por [Jenkins e Kalanovic \(2000\)](#). Tal dificuldade deve-se ao fato de que três fatores contam muito para a viabilidade do uso de velas solares: desdobramento da vela, duração e desempenho. O autor aponta que as maiores dificuldades para controle da vela diz respeito à abertura da vela no espaço e sua devida instalação, obtenção do formato nominal e a manutenção deste formato, inclusive sugerindo métodos em potencial para cada uma das etapas. O controle das velas solares também foi tratado por [Wie \(2004b\)](#). Além de tratar da estabilidade de velas planas quadradas, sugere métodos diferentes de controle da estrutura e suas respectivas leis, possibilitando que para um futuro projeto conheçam-se várias opções de sistemas de controle.

Missões que utilizavam a capacidade propulsora da vela foram objeto de estudo de vários autores. [McInnes \(2003b\)](#) analisa vários tipos de órbita alcançáveis por velas solares, delineando os tipos de missão que podem ser realizadas por tais veículos. Órbitas de alta energia e missões de longa duração estão entre os principais tipos de missão para os quais a vela solar se mostra uma alternativa interessante. [Circi \(2004\)](#) faz uma comparação de missões utilizando veículos que têm a radiação solar como fonte propulsora. Missões para Marte e Mercúrio foram estudadas para veículos com velas solares e propulsão solar elétrica. No caso da vela, o critério de otimização foi o tempo de viagem, enquanto para o veículo com propulsão elétrica considerou-se gasto mínimo de energia. Embora ambos veículos tenham sido capazes de cumprir a missão, as vantagens do uso da vela solar ficaram mais evidentes para missões em que o veículo se aproximava do Sol em algum momento. O desempenho da vela é tão melhor em relação ao outro sistema quanto menor for a massa inicial do veículo. [Wie \(2007\)](#) analisou e projetou o controle da vela, apresentando toda a formulação matemática que leva aos resultados mostrados. As órbitas analisadas não são necessariamente coplanares, e o controle de órbita e atitude utilizado utiliza quatérnions, pela simplicidade matemática que oferece no algoritmo. A técnica permite que vários tipos de órbitas com aplicações científicas sejam alcançados, como por exemplo um satélite que orbite em torno do Sol, passando pelos polos, para fazer imageamento.

[McInnes \(1999\)](#) estudou o uso de velas solares planas para aplicações em missões de órbitas não-Keplerianas, pontos Lagrangeanos artificiais e missões de escape. O autor sugere que a vela tenha uma velocidade angular, de forma a manter seu formato sem a necessidade de uma pesada estrutura mecânica. Sua conclusão é que, embora para a maioria das aplicações sugeridas seja necessário ter velas solares de alto desempenho, para algumas delas uma vela de baixo desempenho já seria adequada. O mesmo autor ([MCINNES, 2002](#)) apresentou um trabalho sobre o problema inverso de trajetória para velas solares planas. Para resolver tal problema foi considerada uma vela com eficiência maior do que o valor geralmente considerado. Neste trabalho foi considerada uma vela solar que a princípio está em uma órbita heliocêntrica circular e que fica em uma posição estática

à mesma distância do Sol. No entanto, o autor mostra que tal equilíbrio estático é possível a qualquer distância, sendo que o equilíbrio possui estabilidade marginal e as perturbações aumentam linearmente em função do tempo. [Farrés e Jorba \(2008\)](#) estudaram o controle da vela solar entre famílias destes pontos de equilíbrio artificiais instáveis. Para isto, consideraram o problema de três corpos restrito com perturbação devida à radiação, e, partindo do pressuposto que a vela estava próxima da região de interesse, usaram a dinâmica linear do problema. Os resultados obtidos permitem que as velas se mantenham próximas destes pontos de equilíbrio instáveis, além de mover-se entre as famílias de tais pontos. No entanto, para casos onde a vela não esteja próxima do ponto desejado, faz-se necessário o uso de termos de maior grau da dinâmica do problema.

[Coverstone e Prussing \(2003\)](#) desenvolveram um estudo sobre técnicas de escape da Terra a partir de uma órbita geossíncrona utilizando velas solares. A conclusão que obtiveram é que o tempo de escape depende muito da aceleração característica da vela, não dependendo muito da época do ano em que o satélite é lançado. [Nassiri et al. \(2005\)](#), realizaram também um estudo considerando manobras de velas solares planas. O enfoque deste trabalho é a influência da qualidade do filme fino nos tempos gastos para a missão ter sucesso. O autor reafirma a possibilidade de realizar uma missão sem a necessidade de métodos propulsores adicionais. A dinâmica e controle de órbitas periódicas deslocadas utilizando a propulsão por pressão de radiação solar foram estudados por [Bookless e McInnes \(2006\)](#). A condição de estabilidade da vela em órbitas não-Keplerianas para o problema de dois corpos foi deduzida por análise linear e não linear. Também foi feita uma análise considerando um problema de três corpos e manutenção da órbita da vela solar. O objetivo de levar e manter a vela até tal órbita é possível inclusive com o uso de lançadores existentes atualmente. No mesmo ano os autores estudaram o controle de órbitas em torno de pontos Lagrangeanos utilizando velas solares ([BOOKLESS; MCINNES, 2008](#)). Órbitas em torno de alguns de tais pontos precisam de manutenção de órbita por serem instáveis. Uma forma sugerida para isto é o uso de velas solares. Para fazer tal controle, duas técnicas são apresentadas: variação da área da vela exposta à luz solar e variação dos ângulos de arfagem e guinada. Os autores modelam a dinâmica do problema e usam técnicas de controle ótimo para atingir o objetivo da missão. No trabalho é possível verificar que com velas relativamente pequenas que usam tecnologia já desenvolvida atualmente cumprem o objetivo proposto, que tem aplicações atuais já planejadas (missões para estudo da influência do vento solar em tempestades magnéticas nas vizinhanças da Terra).

[Baoyin e McInnes \(2006a\)](#) estudaram a existência de equilíbrio artificial para velas solares em um problema de três corpos restrito elíptico. Embora tal equilíbrio seja possível para o problema circular, não existem superfícies de equilíbrio tridimensionais para o problema elíptico. As curvas de equilíbrio bidimensionais foram estudadas analiticamente, e provou-se que em geral, tal equilíbrio é instável. Os autores ainda propuseram um controle que estabilizasse o veículo fora de tal plano para órbitas de pequena excentricidade. Assim, tais órbitas poderiam ser utilizadas na prática em missões com velas solares, desde que o veículo fosse munido de um sistema de controle eficiente. Como foi demonstrado no trabalho de [McInnes \(2004\)](#), velas solares podem gerar um número infinito de pontos de libração artificiais dentro de certas regiões. Então [Baoyin e McInnes \(2006b\)](#) desenvolveram um trabalho para analisar as propriedades das órbitas halo de velas solares em torno de um ponto  $L_1$  artificial da Terra e Sol. Os autores concluem que tal missão é possível e que a

amplitude das órbitas halo dependem das propriedades óticas da vela solar.

Várias missões diferentes de transferências orbitais também foram estudadas. [Salvail e Stuiver \(1995\)](#) fizeram o estudo da viabilidade do uso de uma vela solar plana para manobras entre Sol, Terra e Lua, desenvolvendo um modelo numérico adaptável para manobras entre outros planetas. Neste trabalho considera-se que a vela solar é colocada em uma órbita geossíncrona e então controlada de forma a realizar um *flyby* bem próximo à Lua. As variáveis de controle são os ângulos da atitude da vela e, para alcançar o objetivo, condições iniciais adequadas foram procuradas. [Otten e McInnes \(2001\)](#) apresentaram um trabalho sobre transferências de órbitas utilizando velas solares planas. Embora tal configuração tenha sido estudada por outros autores anteriormente, seus resultados apresentavam a otimização através do Princípio de Pontryagin, enquanto neste trabalho os autores apresentam uma abordagem através da discretização das variáveis de controle em número de intervalos de tempo bem reduzido, como 3, 5 ou 10. Tal abordagem apresenta um controle menos eficiente, porém de implementação muito mais fácil e resultados satisfatórios, aproximando do resultado ótimo à medida que o número de intervalos de discretização aumenta. [Tychina et al. \(2002\)](#) publicaram um estudo de uma transferência de órbitas para um satélite dotado de vela solar plana, saindo da órbita da Terra e indo à órbita de Marte, passando próximo de Vênus, de forma a ganhar energia. Tal trabalho mostra a viabilidade da manobra através da aplicação do Princípio de Pontryagin. No entanto, os autores mostram que tal manobra deve ser estudada com cuidado, pois se for mal sucedida, pode aumentar consideravelmente o tempo de viagem da vela solar.

[Pomazanov e Yegorov \(1999\)](#) estudaram a aplicação de veículos munidos de velas solares para exploração de pequenos corpos, como cinturões de asteroides. O controle do veículo é apresentado de duas formas, seja modificando o formato da vela, como através do deslocamento do centro de pressão da vela. Os autores mostram ser possível o estudo de asteroides por tais veículos, tanto em uma órbita próxima como em missões que exigem um *rendezvous*. [Hughes e McInnes \(2001\)](#) analisaram em seu trabalho a possibilidade de transferir velas solares para órbitas não-Keplerianas exóticas não alcançáveis por meios tradicionais de propulsão. Tais famílias de órbitas, embora conhecidas, não tiveram estudos profundos sobre transferências até elas a partir da órbita terrestre. O referido trabalho utiliza um método de otimização híbrida, com uma otimização realizada através de algoritmos genéticos utilizada como estimativa inicial para uma otimização realizada através de programação quadrática sequencial. As trajetórias de transferência foram obtidas com relativa facilidade através de tal método híbrido. Ainda no mesmo ano, [Morrow et al. \(2001\)](#) apresentaram a aplicação de um satélite com uma vela solar plana ao redor de um asteroide. Embora os autores tenham estudado situações particulares, os resultados mostram que satélites com velas solares são viáveis para estudos de asteroides, com várias situações em que é possível colocá-lo em órbita, sem colisão ou escape. A viabilidade das missões é analisada considerando parâmetros do problema, como características da vela, e propriedades dos asteroides, assim como suas órbitas.

[Dachwald e Seboldt \(2005\)](#) apresentaram um estudo sobre uso de velas solares para *rendezvous* com asteroides. Dois tipos de missão são estudados. Em uma delas, o satélite vai a um conjunto de asteroides próximos da Terra e realiza o retorno. Para isto, dois tamanhos de vela são estudados. E no segundo tipo, o veículo passa por três asteroides próximos da Terra e retorna, contando com uma vela de dimensões ainda maiores. Considerando que nenhum tipo de propelente adicional é

utilizado, os autores obtêm tempos de missão razoáveis. Este segundo caso é mais detalhado em outro trabalho ([DACHWALD et al., 2006](#)), em que os autores analisam o uso de velas solares para múltiplos *rendezvous* em torno de objetos próximos da Terra para seu estudo, mostrando que tal tipo de missão é possível mesmo para velas de médio desempenho. O estudo de [Kim e Hall \(2005\)](#) apresentou manobras de velas solares entre órbitas coplanares, explorando a simetria do problema. A ênfase do trabalho é dada ao método numérico utilizado na resolução do problema de tempo mínimo. Para isto, a otimização do problema é feita em duas etapas diferentes, sendo que cada uma delas utiliza um método numérico diferente. Finalmente, a técnica é testada para uma transferência da órbita terrestre para a órbita de Marte.

[Dandouras et al. \(2004\)](#) realizaram um estudo de missões que se tornariam ou se tornarão possíveis quando a tecnologia de materiais estiver mais desenvolvida. Entre as missões visadas estão trajetórias retilíneas e o estacionamento de veículos em posições pré determinadas. Para realizar tais missões, o desempenho da vela deve ser tal que a força de empuxo da vela seja igual à atração gravitacional exercida pelo Sol. Os autores mostram que a ideia por trás de tais missões é simples, embora não haja garantia de serem a estratégia ótima para tal. Como sugestão de aplicação para tais trajetórias, os autores sugerem o posicionamento de um satélite estático sobre os polos solares a fim de realizar observações que não são possíveis a partir do plano da eclíptica. Além disso, o envio de sondas que cairiam direto sobre o Sol munidas de sensores como detectores de partículas e magnetômetros poderiam dar informações sobre o perfil de ventos solares em função da distância do Sol por exemplo. Os autores ainda sugerem outras missões possíveis e suas aplicações práticas.

Métodos auxiliares para realização das missões considerando uso de velas solares também foram tratadas na literatura. [Koblik et al. \(2003\)](#) realizaram um estudo sobre transferências orbitais de uma vela solar plana para regiões próximas do Sol através de manobras assistidas por gravidade. Estas se mostraram eficientes no caso de Vênus, mas não de Mercúrio. A limitação de voos próximos ao Sol deve-se à resistência que as velas têm ao calor. Esta técnica mostra-se promissora para transferências a algumas órbitas em específico, especialmente órbitas de alta excentricidade. Já [Circi \(2005\)](#) apresentou um trabalho sobre velas solares e propulsão elétrica em missões para Marte e Mercúrio. A conclusão deste trabalho foi que velas solares planas desempenham muito bem o papel de propulsor, principalmente em missões para planetas mais próximos do Sol, sendo tão mais eficientes quanto menor for a massa inicial do satélite, como era de se esperar. [Benford e Nissenson \(2006\)](#) sugeriram o uso de energias alternativas (pulsos de laser) para diminuir o tempo necessário para o cumprimento de uma missão. As especificações de materiais e equipamentos utilizados são fator determinante para que tal diminuição seja obtida sem, no entanto, provocar danos à vela.

Outros modelos e geometrias de velas simples também foram estudadas. [Rios-Reyes e Scheeres \(2005\)](#) desenvolveram um modelo dinâmico geral para velas solares, que, com mudanças de parâmetros, fornecem resultados para velas planas ou não. As velas consideradas são simples, podendo ser, porém, de forma circular. Tal modelo apresenta limitações, embora seja eficiente no exemplo dado pelos autores, que é de uma vela circular simples. Velas simples e não planas foram estudadas por [Mengali e Quarta \(2005a\)](#). As velas estudadas têm simetria axial, como troncos de cone ou paraboloides. As expressões obtidas pelos autores são gerais, e os resultados obtidos são uma extensão de resultados já verificados para velas solares planas. [Swartwout \(2005\)](#) apresentou uma técnica de

escape da Terra através do uso de uma vela solar de dupla face, que girava lentamente à medida que cumpria sua trajetória. A variável de otimização escolhida foi a variação da energia, uma vez que uma vela girante não produz um aumento de energia durante toda a órbita. Resultados obtidos apontam que depois de algumas revoluções o escape finalmente é alcançado.

Alguns autores investigaram o comportamento das velas considerando características não ideais. [Colasurdo e Casalino \(2003\)](#) consideraram reflexões não ideais e mostraram que as leis de controle para velas ideais e não-ideais são as mesmas. A diferença reside no tempo da missão, que é maior para uma vela não-ideal. Os testes foram realizados tanto para planetas interiores como exteriores. [D e Scheeres \(2004\)](#) apresentam uma estratégia geral para escape do Sistema Solar. As leis de controle desenvolvidas pelos autores permite não somente um tempo viável de escape, como a possibilidade deste para velas solares com baixo desempenho. As velas testadas têm características mais próximas de uma situação real, ou mesmo ainda mais pobres. Outro autor a considerar características reais das velas foi [Dachwald \(2004a\)](#), que estudou o desempenho de velas solares planas considerando reflexões não ideais, ou seja, reflexões não especulares. A conclusão de seu trabalho é que tal característica deve ser levada em conta, pois aumenta significativamente o tempo da missão. A missão estudada neste caso em particular foi o *rendezvous* com um cinturão de asteroides.

[Dachwald \(2004b\)](#) apresentou um estudo de otimização de trajetórias através de algoritmos genéticos e redes neurais, considerando velas solares não ideais. Tais algoritmos foram empregados em estudos de *rendezvous* (asteroide próximo da Terra e Mercúrio), assim como para um *flyby* (Plutão). Esta técnica apresenta possibilidade de se alcançarem máximos globais na otimização do controle, tarefa difícil por métodos tradicionais, que geralmente ainda dependem de uma boa estimativa inicial. No caso de se desejarem resultados mais precisos, o algoritmo genético pode ser usado para gerar condições iniciais adequadas para fazer com que métodos tradicionais de otimização tenham convergência garantida. O mesmo autor estudou missões ao Sistema Solar exterior ([DACHWALD, 2005](#)) para várias especificações de velas, incluindo não-ideais. Para alcançar os objetivos das missões, primeiramente a vela faz uma passagem para perto do Sol, de forma que passa por uma região onde a aceleração provocada pela pressão de radiação solar é maior. No entanto, a proximidade não pode ser muito grande, a fim de não degradar o filme por causa das altas temperaturas. Este fator foi usado como restrição do problema. O trabalho de [Macdonald e McInnes \(2005b\)](#) estuda estratégias de escape da órbita terrestre usando velas solares planas, porém considerando situações mais realistas, como limitações físicas do problema, como por exemplo a simulação de circunstâncias onde a Terra faz sombra sobre a vela, comprometendo, portanto, a propulsão. [Sakamoto et al. \(2007\)](#) estudaram a deformação da vela solar devida à força de radiação solar incidente. Para tanto, os autores modelaram a vela utilizando elementos finitos e concluíram que tal deformação pode ser aproximada pelo efeito causado por pressão exercida por gás. Esta conclusão é interessante, pois permite que modelos e *softwares* já existentes atendem às necessidades de um estudo mais rigoroso para controle da vela.

[Mengali e Quarta \(2005b\)](#) desenvolveram o estudo de velas solares não ideais, através da consideração de efeitos de reflexão, absorção e reflexão dupla, além de alguma deformidade na vela. O estudo de caso foi feito para a fase heliocêntrica de uma missão tridimensional para Marte, sendo

uma das grandes contribuições do trabalho os desenvolvimentos de modelos matemáticos para as velas. Em relação a efeitos provocados pelo ambiente, [Dachwald et al. \(2006\)](#), foram os primeiros a considerar a degradação do filme da vela solar na sua dinâmica. Apesar de não haver nenhum ensaio em laboratório que ajude a modelagem de tal efeito, os autores sugerem um modelo teórico, concluindo que a degradação do material aumenta consideravelmente a duração da missão em relação ao caso ideal. [Dachwald et al. \(2007\)](#) estudaram mais cuidadosamente o impacto da degradação óptica no desempenho das velas, estudando seu efeito para algumas missões em específico. Para tanto, os autores usaram um modelo paramétrico para descrever a degradação do filme e incluíram este efeito no estudo de missões específicas (*rendezvous* com Mercúrio, missões a Netuno, heliopausa e missões a pontos Lagrangeanos artificiais). Os resultados mostram que a degradação é um efeito importante a ser considerado em estudos mais detalhados, sendo especialmente relevante quando se tratam de missões cujas datas de lançamento foram escolhidas de forma a otimizar o tempo de viagem. Os autores ressaltam que, embora detalhado, o estudo é preliminar e ensaios em laboratório devem ser conduzidos a fim de guiar estudos mais aprofundados de tal efeito. Os efeitos térmicos na geometria da vela foram estudados por [Banik et al. \(2007\)](#). O objetivo dos autores era verificar a influência do gradiente de temperatura na superfície da vela. Como agentes causadores da diferença de temperatura os autores consideraram a atitude do veículo provocada pelo controle, gerando sombra sobre a superfície. Os autores verificaram que os efeitos da diferença de temperatura na superfície da vela é determinístico, e sua influência na dinâmica da vela é menor do que o esperado, não comprometendo a missão. Outro resultado verificado é que, devido à resultante de tensões internas no material, ao contrário do esperado, regiões mais quentes dilatavam menos do que as regiões menos aquecidas. Tal efeito é o oposto do que se espera ao fazer uma análise intuitiva da questão.

Alguns autores realizaram trabalhos mais completos, tratando desde os modelos das velas, passando pelo seu controle e análise de missões. [Angrilli e Bortolami \(1990\)](#) apresentaram um estudo sobre modelagem orbital e de atitude de uma vela solar plana. Neste trabalho os autores desenvolvem toda a modelagem matemática do movimento do satélite, tanto para movimento orbital, quanto para movimento de atitude, considerando ainda um sobrevoo em redor da Lua. Possivelmente as maiores contribuições deste trabalho consistem na modelagem matemática, assim como na apresentação de um esquema de um simulador para o trabalho. Como controlador da vela os autores usaram um braço articulado com uma massa na extremidade. Assim, movimentando o braço, muda-se o centro de massa da vela, controlando assim seu movimento. [Leipold et al. \(1996\)](#) mostraram resultados teóricos para uma missão de uma vela solar em órbita polar heliossíncrona ao redor de Marte. Este é um caso em que a vela é utilizada em uma missão para um planeta do Sistema Solar e lá se mantendo em órbita. A técnica utilizada pelos autores consiste em orientar a vela de tal forma que o vetor força seja contrário ao vetor velocidade. Este trabalho é muito completo, uma vez que os autores determinam a missão de forma específica (sensoriamento remoto de Marte), e portanto possibilitando requisitos bem determinados, projeto conceitual do satélite e vela, além de opções de um lançamento hipotético.

[Price et al. \(2001\)](#) realizaram um trabalho onde faziam toda a concepção de um veículo equipado com uma vela solar plana, a fim de verificar se uma implementação de tal tecnologia favoreceria seu

uso para missões científicas. Assim, todos os aspectos a serem considerados para uma missão com uma vela solar foram abordados, como a etapa de identificação dos requisitos, estudo da melhor configuração (formato) da vela, estrutura do veículo, assim como seu projeto mecânico, controle de atitude, e finalmente um pré-projeto considerando as escolhas feitas. Os autores analisam vários tipos de órbita e concluem que tal tecnologia é viável para missões, inclusive sugerindo características de projeto que proporcionam um voo bem sucedido. No mesmo ano, [Bobylev et al. \(2003\)](#) propuseram um voo experimental utilizando velas solares planas, em formas de pétalas. O trabalho engloba desde o momento do lançamento, abordando diferentes técnicas de controle do veículo, sugerindo, inclusive, a utilização de atuadores convencionais como sistemas de apoio.

[Leipold et al. \(2003\)](#) apresentaram o desenvolvimento de todo um satélite baseado no uso de velas solares. Tal satélite foi imaginado para uma missão específica, desde o lançamento, até a abertura das velas solares, consideradas planas. Embora o projeto tenha se mostrado viável, uma melhor tecnologia de filmes finos deve ser desenvolvida para que a missão seja cumprida. Uma das maiores contribuições de tal trabalho foi o fato de uma vela quadrada ter sido realmente construída, possibilitando a realização de vários testes em solo. A abertura de tal vela em ambiente com  $1g$  e condições ambientais terrestres foi testada. Além disso, pôde-se ganhar experiência na construção da vela, assim como seu manuseio. [Leipold et al. \(2006\)](#), sugeriram uma missão à região fora da esfera de influência do Sol. Para tanto, sugeriram uma missão de encontro ao Sol, para experimentar maiores valores de aceleração, e então para fora do Sistema Solar sem necessidade de manobras assistidas por gravidade. A vela considerada era plana. Este estudo foi muito completo, tendo toda a missão analisada, e não somente a questão das velas solares. [Macdonald et al. \(2006\)](#) propuseram o uso de velas solares em uma missão que tinha como objetivo manter o veículo em uma órbita em torno do Sol a  $90^\circ$  do equador. O trabalho dos autores incluía a definição de objetivos, arquitetura da missão (dividida em fases), modelo do veículo obedecendo aos requisitos, sistema de controle de atitude, alimentação, outros subsistemas, requisitos para a vela, suas características físicas, lançamento, análise da trajetória, opção de usar manobras assistidas por gravidade, órbita em torno do Sol. Estes trabalhos mais abrangentes, embora não contemplem todos os detalhes de um projeto visando a construção do veículo já retrata aspectos a serem considerados em uma missão, apontando aspectos que devem ser observados com atenção no caso de um estudo mais aprofundado da viabilidade das velas.

Apesar de várias aplicações e inclusive missões inteiras terem sido estudadas, a primeira aplicação que oferece todas as condições para que o uso das velas seja bem sucedido é a *GeoSail* ([MACDONALD et al., 2007](#)), que prevê o uso de uma vela solar plana quadrada para realizar uma órbita que precesse em torno da linha *do apsis*, sincronizada com o Sol, de forma a caracterizar o plasma sujeito à exposição ao vento solar. Embora os objetivos científicos desta missão obviamente sejam importantes, o principal foco é mesmo a engenharia envolvida. Para esta missão específica o desempenho das velas foi comparado com propulsão elétrica solar e propulsão química, sendo que as velas solares se mostraram muito mais eficientes e adequadas para a missão do que os outros sistemas estudados. Assim, para esta missão várias funções específicas precisam ser estudadas detalhadamente a fim de definir os requisitos de projeto quando este for efetivamente realizado. Exemplos de etapas que foram levadas em conta no estudo são: manutenção do pacote de filme durante a abertura da

vela, controle das hastes de suporte e colocação do filme, análise das características da vela, como tensão do filme, carga nas hastes e outras características estruturais, demonstração da capacidade propulsora da vela, verificação dos modelos de controle de atitude, demonstração da capacidade da vela de atender missões futuras, verificação dos algoritmos de controle de trajetória, análise da influência térmica na vela, perturbações não modeláveis, desempenho real da vela, estabilidade real do veículo. Ao se conhecer estas características do veículo desta missão em especial, seus resultados podem ser analisados a fim de verificar outras possíveis missões que sejam atendidas pela vela solar. Os estudos teóricos comprovam a viabilidade da vela para a missão *GeoSail* que, se alcançar seus objetivos, proporcionará muito mais precisão para futuros projetos envolvendo velas solares. Esta missão foi detalhada por [Lappas et al. \(2009\)](#). Como mencionado pelos autores anteriores, a proposta de construção de uma vela solar está entre os principais objetivos da missão, juntamente com os objetivos científicos. Analisar as escolhas tecnológicas feitas para a construção da vela assim como melhorar leis de controle já propostas pra casos mais gerais estão entre as tarefas realizadas neste trabalho. Nesta missão optou-se por usar propulsão elétrica e química em conjunto com a vela solar, e os materiais cogitados para construção foram testados em laboratório. A observação do Sol também foi o objetivo de uma missão simulada por [Mengali e Quarta \(2008\)](#). Neste caso, a intenção era usar dois veículos munidos de velas solares, que teriam movimento relativo entre si de forma que um fosse posicionado entre o Sol e a Terra, enquanto outro ficaria atrás da Terra. O uso de informações provenientes de dois pontos diferentes possibilitaria o imageamento em três dimensões. Depois de localizados em suas posições pré-determinadas, deveria haver um estacionamento relativo dos veículos. O critério de otimalidade era a manobra em tempo ótimo, e uma vez determinada, determinar a tecnologia necessária para cumprir a missão. A título de comparação de desempenho, as mesmas missões foram simuladas para uso de propulsão tradicional. Para o caso das velas solares, tanto velas ideais como reais foram consideradas, e três esquemas de missão foram estudados: deslocamento apenas do veículo de órbita interna, deslocamento do veículo externo, ou movimento de ambos. O estudo mostra que o deslocamento do veículo interno apenas exige uma tecnologia de filmes bem melhor em comparação com as outras opções. Embora o movimento de ambos apresente um resultado levemente melhor que o deslocamento do veículo externo apenas, esta última opção deve ser considerada, uma vez que tem o fator simplificador de só movimentar um veículo. Considerando esta opção, a tecnologia de velas exigida para seu cumprimento, considerando filmes que em breve serao disponíveis, utiliza uma vela de tamanho compatível com os projetos existentes atualmente. Além disso os autores ressaltam que o desempenho da vela é comparável ou mesmo em algumas situações superior ao uso de propulsores tradicionais, não alterando muito o tempo necessário para o cumprimento da missão.

Apesar de tantos trabalhos analisando o desempenho da vela solar plana, o fato de ser a estrutura bastante grande, e portanto ter grande momento de inércia, seu controle apresenta dificuldades, além de perder área útil da vela. Assim, alternativas para este modelo de vela foram estudados. O autor que primeiro divulgou as velas solares compostas foi [Forward \(1990\)](#), embora neste trabalho ele deixe claro que a ideia remonta ao próprio conceito de velas solares, nos anos 20, com um trabalho de Tsander. Tal assunto foi bastante estudado e publicado por autores russos, que inicialmente só divulgavam seus trabalhos em publicações locais. Tanto o esquema de velas solares simples como compostas foram discutidos, embora levemente diferentes dos modelos propostos atu-

almente. O autor considera o espelho coletor, responsável por receber os raios solares e direcioná-los para outras peças da vela, como uma superfície parabólica, aproximada por um formato esférico. O espelho diretor, responsável por definir a direção da força exercida pela pressão de radiação solar, é um espelho plano de material diferente (mais resistente) que o coletor. O autor também apresenta outras alternativas de configuração de velas. É feita, também, uma comparação das condições de lançamento das velas, em que o autor afirma poder ser a vela composta lançada em altitudes bem mais baixas. Embora o autor descreva detalhadamente o esquema das velas, apenas uma estimativa simplificada da força que atua sobre as estruturas é feita, sem no entanto desenvolver um modelo de forças mais realista, além de não abordar seu controle. Este trabalho foi revisto e aumentado por [Flint \(2004\)](#). A proposta do autor, além de revisar o trabalho de [Forward \(1990\)](#), é fornecer mais informações sobre as estruturas das velas solares compostas, enfatizando seu desempenho superior ao das velas planas. O autor deduz expressões para força de empuxo gerada por velas solares planas e compostas, porém o modelo para as velas compostas é bastante simplificado, obtendo as mesmas expressões para ambos os tipos. Durante toda a análise as reflexões envolvidas no processo são consideradas ideais. Também são verificadas no trabalho condições da geometria e carga dos dois tipos de vela que levariam ao mesmo desempenho. É apresentado também um modelo de estrutura que proporcionaria a construção de uma vela composta, contando não somente com os espelhos envolvidos, mas também com peças de suporte que permitiriam sua montagem. É apresentada também a recente tecnologia de filmes finos que permite que tais sistemas sejam factíveis, além de considerar formatos alternativos (esféricos, parabólicos, diferentes focos) para o espelho que coleta os fótons, assim como a comparação de suas características com o modelo plano. A releitura do trabalho anterior ([FORWARD, 1990](#)) é feita com sucesso, acrescentando questões físicas e de engenharia, além de análises preliminares das características das estruturas.

[Mengali e Quarta \(2006\)](#) basearam-se nos dois trabalhos citados no parágrafo anterior para desenvolver um novo modelo para velas solares compostas de dupla reflexão. Os autores pretendem mostrar um modelo mais realista, porém, consideram reflexões não ideais sem, no entanto, considerar aspectos da arquitetura da vela que produzem mais efeito do que as reflexões não ideais em si. Como comentado por [Guerman e Smirnov \(2007\)](#), aspectos como uma geometria mais adequada dos espelhos (que são considerados esféricos, fazendo com que o fenômeno de aberração esférica exista e, portanto, impedindo que todos os raios refletidos sejam direcionados ao foco) e o efeito de sombra sejam levados em conta. Os autores então desenvolvem um modelo numérico onde, além de mudar a geometria da vela com um coletor parabólico a fim de evitar aberração esférica, consideram os efeitos de sombra, além de constatar que o posicionamento do espelho diretor influencia grandemente tal efeito, e portanto, o desempenho da vela. Tal influência se dá pelo fato de que, embora a sombra provocada pelo diretor possa ser desconsiderada sobre o coletor, a luz que reflete no coletor e atinge a parte traseira do diretor pode alterar apreciavelmente a força resultante. Então, antes de desprezar a sombra do diretor, deve-se analisar a geometria do problema para se certificar que para aquela geometria em especial tal simplificação pode ser feita. Ainda, a posição do diretor de uma vela solar composta de dupla reflexão pode provocar reflexões múltiplas que podem influenciar grandemente a força atuante no sistema. Os resultados do modelo que considera estes fatores físicos são apresentados pelos autores. [Mengali e Quarta \(2007\)](#) citam os modelos anteriores que foram base do apresentado ([MENGALI; QUARTA, 2006](#)), sem no entanto apresentar

evidências de que as características desconsideradas anteriormente eram realmente secundárias.

[Guerman e Smirnov \(2006a\)](#) apresentam dois tipos de velas solares compostas (de simples e de dupla reflexão), comparando os dois esquemas. Os autores desenvolvem, ainda, modelos de força e torque atuando sobre as velas e fazem uma análise da dinâmica e do controle de atitude destas. Os autores apresentam os resultados de prós e contras de cada um dos modelos e a conclusão é que a vela solar composta de simples reflexão é mais robusta do que de dupla reflexão. [Guerman e Smirnov \(2006b\)](#) apresentam uma comparação do controle de atitude de uma vela solar composta simples com uma vela plana. Os autores apresentam as equações de movimento dos veículos, inclusive abordando as forças e torques gerados por cada um dos modelos de vela. Missões específicas são simuladas para ambos os esquemas e seus desempenhos são comparados, em termos de tempo levado para alcançar o objetivo. Uma missão comparando os desempenhos dos dois tipos de vela havia sido realizada por [McInnes \(2000\)](#). No entanto, o autor utilizou um modelo simples, como o proposto por [Forward \(1990\)](#), aproximando o formato do coletor por uma superfície esférica. Usando o princípio de Pontryagin o autor otimiza as trajetórias em relação ao tempo e obtém resultados preliminares que já indicam que o uso de velas solares compostas é mais eficiente que o uso de velas planas, podendo carregar mais carga útil do que uma plana nas missões.

Um modelo de vela solar composta diferente dos apresentados pelos autores acima citados foi discutida por [Dachwald e Wurm \(2009\)](#). A vela solar proposta pelos autores oferece uma alternativa às velas solares compostas simples e de dupla reflexão propostas anteriormente. O modelo evita a concentração dos raios solares em um ponto do espelho diretor, como no modelo simples, o que diminuiu os requisitos de tolerância de temperatura dos materiais envolvidos, enquanto também diminui o problema de reflexões múltiplas presentes na vela solar composta de dupla reflexão. Seu esquema foi idealizado pensando em evitar perdas devido a efeito de sombra. Os autores usam um coletor parabólico a fim de evitar o efeito de aberração óptica, com uma abertura central por onde os raios vindos do refletor passam e atingem o espelho diretor, que fica atrás do coletor (ponto de vista a partir do Sol). Os autores deduzem o modelo de forças da vela e simulam uma missão da Terra para Vênus, com uma trajetória em três dimensões. Porém, seus requisitos para o controle de atitude fazem com que suas vantagens sobre o modelo plano sejam limitadas. No entanto, o modelo também mostra-se interessante e merecedor de estudos mais detalhados.

Como mencionado nesta revisão, os resultados preliminares apresentados por diversos autores na literatura indicam que a vela solar composta é muito mais eficiente e fácil de controlar do que a vela plana, pelo fato de que toda a radiação solar pode ser captada pela vela solar durante todo o tempo, e pela facilidade de se controlar um espelho menor ao invés de girar toda a vela para uma manobra. Porém, os modelos existentes ainda carecem de melhoras a fim de representarem de forma mais realista as características e propriedades de tal veículo. Assim, um modelo mais consistente pode ser construído e analisado, acrescentando efeitos antes desprezados (como sombra e irregularidades na superfície da vela, por exemplo). Os trabalhos atuais também não contemplam o estudo da dinâmica de atitude das velas solares compostas e o sistema de controle de atitude responsável por manter a vela em sua atitude nominal. Portanto, observa-se que o assunto ainda oferece um vasto campo para pesquisa, considerando que os resultados preliminares mostram-se interessantes.

Assim, conclui-se que, com o aumento da possibilidade de se construir uma vela solar, dado o avanço da tecnologia de filmes finos, pesquisadores de todo o mundo tem se dedicado ao assunto, por ser este bastante promissor. Uma das grandes limitações para a ciência espacial sempre foi a quantidade de combustível embarcada, uma vez que para missões longas, uma maior quantidade de combustível se faz necessária (reduzindo assim a capacidade do veículo de levar carga útil). Velas solares prometem a possibilidade de longas missões sem a preocupação de carregar todo o combustível utilizado, aproveitando um recurso natural abundante no nosso Sistema Solar. Dadas estas circunstâncias, vale o esforço não só para continuar o estudo de velas solares planas, como também aumentar a atenção a novas configurações que se mostrem mais eficientes, como versões compostas da vela.



## 4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A base da propulsão da maior parte dos veículos espaciais lançados até agora é a reação da estrutura à ejeção de massa no sentido contrário ao do movimento desejado. Seja baseado no uso de motores movidos a combustível sólido, líquido, ou ejeção de íons, as formas de propulsão largamente utilizadas até hoje são baseadas no mesmo princípio. Tais sistemas propulsores, embora eficientes, e embora tenham proporcionado todo o avanço espacial obtido até os dias atuais, têm uma séria limitação, que é o fato de a massa de reação demandada para a propulsão ser finita.

A ideia de utilizar a radiação solar (recurso abundante no universo) como fonte de energia já é aplicada atualmente, sendo que a conversão direta de luz em energia elétrica é denominada tecnicamente efeito fotovoltaico (SOUZA, 2008). Este efeito é usado nos painéis solares, que são uma composição de circuitos série- paralelo de células solares. Os efeitos da radiação sobre o material são caracterizados e levados em conta neste caso, sendo que a degradação do material já é computada quando os painéis são projetados. Porém, outra alternativa para o uso da radiação solar em veículos espaciais é o conceito de velas solares (MCINNES, 2003a). A grande vantagem das velas solares é o fato de usarem como propulsor um elemento abundante no espaço - fótons vindos do Sol. A limitação da vida útil da vela se deve à degradação natural do filme, e não a recursos embarcados no veículo que se esgotam à medida que são usados.

Como os valores característicos da pressão de radiação solar são muito pequenos, a vela solar deve ter uma grande área refletora para interceptar a maior quantidade possível de fótons, a fim de gerar uma quantidade de movimento de magnitude suficiente para funcionar como propulsor (MCINNES, 2004); sendo extremamente importante que a vela seja muito leve. O motivo de tal tecnologia ter demorado a ser estudada com mais profundidade, apesar de o conceito remontar a quase um século atrás, é o fato de apenas recentemente haver tecnologia de filmes finos que proporcionasse a estas enormes estruturas a leveza necessária para que fosse viável a utilização de tal conceito. No entanto, com o desenvolvimento de tecnologias de filmes finos e materiais leves para a estrutura que suporta tal filme, sua utilização em missões espaciais está cada dia mais próxima de ser concretizada. Seu nível de desenvolvimento de tecnologia (*Technology Readiness Level - TRL*) foi aumentado para 7 ou 8 (JONES, 2008).<sup>1</sup>

O estudo, projeto e construção de uma vela solar composta remonta a conceitos multidisciplinares. O princípio de funcionamento de tais veículos deve-se à pressão de radiação solar. A luz solar incide

---

<sup>1</sup> *TRL* 7 se refere ao ponto em que um protótipo real é construído e testado em ambiente espacial. Tal protótipo deve ser parecido (ou pelo menos em escala) com o sistema projetado e a demonstração deve ser feita no espaço. Este nível garante que o projeto está adiantado o suficiente para garantir confiança na engenharia envolvida e no gerenciamento, o que implica, necessariamente, em um modelo suficientemente fiel ao projeto final, embora alguns sistemas sejam testados neste nível sem que toda a tecnologia disponível seja embarcada. Este nível só é realizado caso o subsistema a ser avaliado seja de risco relativamente alto ou crítico para o cumprimento da missão. O *TRL* 8 se refere à fase em que o sistema está completo e qualificado para voo através de testes (em terra ou espaço). Esta etapa é obrigatória para todas as tecnologias previstas em um projeto. Na maioria dos casos, esta é a última etapa do desenvolvimento da tecnologia. Depois de pronta, começam os preparativos para o real lançamento do sistema (MANKINS, 1995).

sobre a vela, sendo parcialmente refletida (especularmente ou não), parcialmente absorvida, além de reemitida termicamente. Neste processo, a radiação solar transfere quantidade de movimento para a estrutura da vela, o que se traduz em uma aplicação de força, e consequentemente torque na estrutura. A força produzida na vela será utilizada como meio propulsivo para que a vela realize manobras orbitais (como por exemplo transferências entre órbitas ou mesmo escape do Sistema Solar). Para que tais manobras sejam possíveis, é necessário manter a atitude nominal da vela, sendo necessário, para isto, um estudo da sua dinâmica de atitude. Finalmente, tanto para tais manobras quanto para a manutenção da atitude nominal das velas, é necessário fazer um estudo da controlabilidade do veículo, assim como definir leis de controle que proporcionem um correto funcionamento da vela solar. Assim, neste capítulo será tratada a fundamentação teórica necessária para o estudo das velas solares.

## 4.1 Radiação Solar

Quando se projeta um satélite, devem-se considerar as principais fontes de perturbações a que este satélite será submetido. É sabido (NASA, 1969) que, entre os fenômenos naturais que podem influenciar o comportamento de um veículo aeroespacial, está a pressão de radiação solar, que se traduz em forças e torques aplicados nele. Esta pressão é criada pela incidência contínua de fótons na superfície considerada. A colisão faz com que haja uma transferência de quantidade de movimento dos fótons para tal superfície, que se traduz por uma força mecânica, e consequentemente, um torque associado (GEORGEVIC, 1973a; CARRARA, 1982). Tal força e torque não são de forma alguma desprezíveis, sendo, entre todas as fontes de radiação, a mais significativa delas. Os efeitos da pressão de radiação solar como efeito perturbativo já foram objeto de estudo. De acordo com Carrara (1982), seu principal efeito é na excentricidade da órbita, mas podendo atuar também no semi eixo maior. O desvio do semi-eixo maior em relação ao seu valor nominal foi investigado por N e Sazonov (2001), sugerindo inclusive que tal efeito seja utilizado na remoção de lixo espacial das vizinhanças da Terra. Portanto, a ideia de aproveitar tal fonte de radiação como meio propulsivo para um veículo aeroespacial parece bastante razoável e não é uma ideia recente, conforme lembram os trabalhos de Forward (1990) e McInnes (2004).

A radiação emitida pelo Sol possui uma intensidade e espectro razoavelmente definidos (NASA, 1969). Conforme mostrado por Carrara (1982), a intensidade da radiação solar é isotrópica, fazendo com que o Sol se assemelhe a um disco de luminosidade uniforme, e permitindo que o Sol seja considerado, pra fins de modelagem matemática, um elemento de área plano que irradia uniformemente. Assim, conhecendo a distância que o veículo está do Sol, sabe-se a pressão de radiação a que ele está submetido, sabendo-se que esta varia inversamente com o quadrado da distância.

A energia radiante do Sol por área por unidade de tempo (potência por unidade de área) na distância de 1 U.A. é chamada de constante solar (GEORGEVIC, 1973a), representada por  $S_0$  e dada por:

$$S_0 = 1.353 \times 10^3 W/m^2 \quad (4.1)$$

A relação entre a constante  $S_0$  e a pressão de radiação solar a 1 U.A.,  $\Phi$ , é dada por:

$$\Phi = \frac{S_0}{c} \quad (4.2)$$

em que  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. O valor de  $S_0$  se mantém aproximadamente constante, apesar de sofrer variações pequenas em função da atividade solar (CARRARA, 1982). No entanto, para os efeitos tratados neste trabalho, será considerada constante. A potência por unidade de área em determinado ponto pode ser obtida em função da constante solar:

$$S = S_0 \frac{r_E^2}{r'^2} \quad (4.3)$$

em que:

- $S$  é a potência por unidade de área;
- $r_E = 1,49 \times 10^{11} m$  é a distância média da Terra ao Sol;
- $r'$  é a distância heliocêntrica na qual se deseja saber o valor da potência.

A pressão de radiação solar  $\rho$  neste mesmo ponto localizado a uma distância  $r'$  do Sol é dada por:

$$\rho = \frac{K}{r'^2} \quad (4.4)$$

em que  $K$  é uma constante que envolve a constante solar, a distância da Terra ao Sol e a velocidade da luz no vácuo,  $c$ .  $K$  é dada por (GEORGEVIC, 1973a):

$$K = \frac{S_0 r_E^2}{c} = \Phi r_E^2 = 1,011 \times 10^{17} N. \quad (4.5)$$

#### 4.1.1 Força Gerada Pela Pressão de Radiação Solar

Como dito anteriormente, o que provoca a força gerada pela pressão de radiação solar é a transferência de quantidade de movimento do fluxo de fótons incidente e refletido. Conhecendo-se o fluxo de fótons incidente, pode-se fazer um estudo da reflexão de tais fótons na superfície, e assim, descrevê-la analiticamente. O diferencial de força  $dF_N$  na direção normal, provocado pela incidência de radiação sobre um diferencial de área  $dA$  normal à luz incidente é dada por:

$$dF_N = \rho dA = \frac{K}{r'^2} dA \quad (4.6)$$

A outra parcela da força exercida é dada pela absorção ou reflexão da radiação. Esta reflexão pode

ser especular ou difusa. Conforme descrito no trabalho de Carrara (1982), a reflexão é considerada especular quando o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, sendo que os raios incidente e refletido e a normal estão contidos em um mesmo plano. Quando a radiação refletida não tem uma direção preferencial de reflexão, ela é dita difusa. O que geralmente acontece é uma combinação destes casos, que estão esquematizados na Figura 4.1 (NASA, 1969):

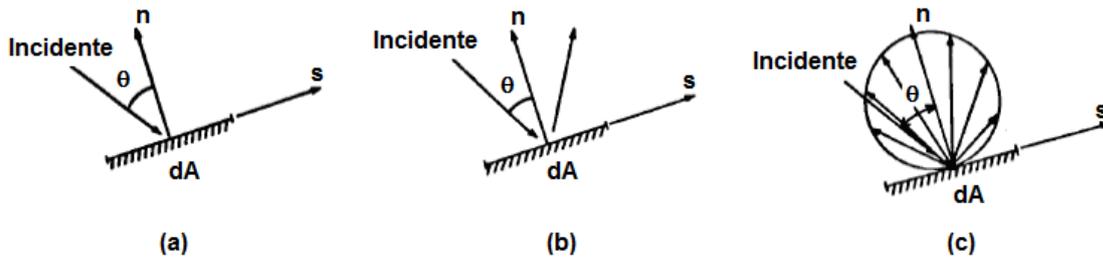


Figura 4.1 - Força de radiação em superfície: a) superfície absorvente; b) superfície refletora especularmente; c) superfície refletora difusamente.

Fonte: NASA (1969)

Para obter uma expressão para a força atuante em uma superfície atingida pela radiação solar, algumas considerações devem ser feitas. A dedução a seguir pode ser encontrada nos trabalhos de Georgevic (1973a) e Carrara (1982). Para isto, leva-se em conta que a energia radiante segue a lei do inverso do quadrado da distância ao corpo emissor (neste caso o Sol). Considera-se, também, que a radiação solar obedece à lei descrita na Equação 4.4 e que a luz não incide perpendicularmente à área considerada, e sim fazendo um ângulo  $\theta$  com sua normal. Neste caso, o diferencial da força devida à radiação incidente é dada por:

$$dF_I = -dF_N \cos \theta \quad (4.7)$$

A componente desta força ao longo da normal à área nos fornece a força de pressão solar:

$$dP_I = dF_I \cos \theta = -dF_N \cos^2 \theta \quad (4.8)$$

enquanto a força tangencial é dada pela componente tangente ao plano de incidência:

$$dT_I = dF_I \sin \theta = -dF_N \sin \theta \cos \theta. \quad (4.9)$$

Nas Equações 4.8 e 4.9 o sinal negativo indica que a força está contrária à convenção positiva do

sistema coordenado dextrógiro.

Considera-se que, de todos os fótons incidentes sobre a superfície, uma porção  $\tilde{r}$  é refletida (especularmente ou difusamente) e outra porção  $(1 - \tilde{r})$  é absorvida, e então reirradiada para o ambiente. Supõe-se que entre os fótons refletidos, uma porção  $\tilde{r}s$  é refletida specularmente. O diferencial da força gerada por esta colisão é dada por:

$$dF_R = \tilde{r}s dF_I \quad (4.10)$$

Esta força tem suas componentes normal e tangencial dadas por:

$$dP_R = dF_R \cos \theta = -\tilde{r}s dF_N \cos^2 \theta \quad (4.11)$$

$$dT_R = -dF_R \sin \theta = \tilde{r}s dF_N \cos \theta \sin \theta. \quad (4.12)$$

Neste trabalho, considera-se que os fótons que se refletem difusamente geram uma força resultante normal à superfície. Sendo esta parcela igual a  $(1 - s)\tilde{r}$ , mostra-se que, se a lei de reflexão é dada pela Lei de *Lambert*:

$$f(\theta) = \cos \theta \quad (4.13)$$

o diferencial da magnitude da força devida aos fótons refletidos difusamente é dado por:

$$dP_D = \frac{2\tilde{r}}{3}(1 - s) dF_N \cos \theta \quad (4.14)$$

Assim, os diferenciais das forças normal e tangencial são dados por:

$$dP = dP_I + dP_R + dP_D = dF_N \left[ \frac{2\tilde{r}}{3}(1 - s) \cos \theta + (1 + \tilde{r}s) \cos^2 \theta \right] \quad (4.15)$$

$$dT = dT_I + dT_R = dF_N(1 - \tilde{r}s) \sin \theta \cos \theta \quad (4.16)$$

Para expressar o vetor força em termos das expressões já deduzidas, considere-se  $\hat{n}$  o vetor unitário normal a um elemento de superfície  $dA$  e  $\hat{t}$  o vetor unitário tangente a este mesmo elemento de superfície. O vetor na direção da incidência do raio solar é o vetor  $\vec{\sigma}$ . O elemento de força resultante sobre o elemento de superfície é dado por:

$$d\vec{F} = -(\hat{n} dP + \hat{t} dT) \quad (4.17)$$

Das Equações 4.15, 4.16 e 4.5 tem-se:

$$dP = \left[ \frac{2\tilde{r}}{3}(1-s)\cos\theta + (1+\tilde{r}s)\cos^2\theta \right] dF_N \quad (4.18)$$

$$dT = [(1-\tilde{r}s)\sin\theta\cos\theta] dF_N \quad (4.19)$$

$$dF_N = \frac{K}{r'^2} dA = K_r(r') dA \quad (4.20)$$

Pela Figura 4.2 tem-se que:

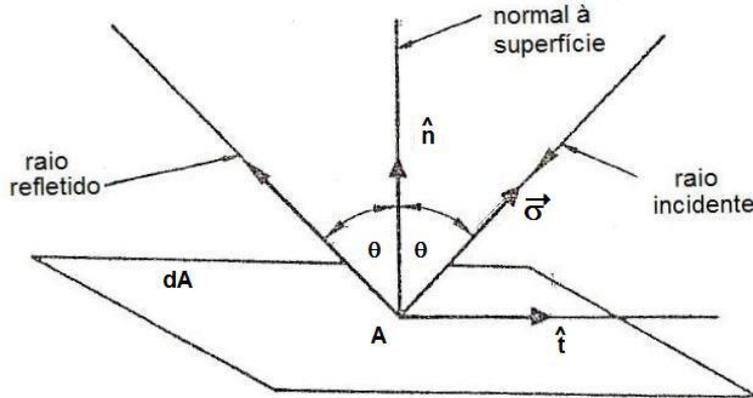


Figura 4.2 - Forças normal e tangencial.

Fonte: Georgevic (1973a)

$$\hat{t} = \frac{\vec{\sigma}}{\sin\theta} - \hat{n} \cot\theta \quad (4.21)$$

E, considerando um elemento de superfície plana, ou seja,  $\phi(x, y, z) = 0$ , tem-se:

$$\hat{n} = \frac{\vec{\nabla}\phi}{|\vec{\nabla}\phi|} \quad (4.22)$$

Substituindo 4.18, 4.19, 4.20 e 4.21 na Equação 4.17 encontra-se o elemento de força atuante sobre dA:

$$d\vec{F} = -K_r(r') [B(\theta)\hat{n} + b'\vec{\sigma} \cos \theta] dA \quad (4.23)$$

em que:

- Por convenção o ângulo de incidência é medido no primeiro quadrante;
- O vetor normal aponta para fora da superfície;
- $a' = \frac{2\tilde{r}}{3}(1 - s)$ ;
- $b' = 1 - \tilde{r}s$ ;
- $c' = \tilde{r}s$ ;
- E verifica-se:

$$B(\theta) = a' \cos \theta + 2c' \cos^2 \theta \quad (4.24)$$

Considerando  $d\vec{A} = dA \hat{n}$  tem-se a expressão da força de radiação solar:

$$\vec{F} = -K_r(r') \iint_A [B(\theta) d\vec{A} + b' (\vec{\sigma} \cdot d\vec{A}) \vec{\sigma}]. \quad (4.25)$$

Vale a pena ressaltar que este resultado é válido quando considera-se a reflexão difusa obedecendo à Lei de *Lambert*, que só vale para alguns tipos de materiais. Para um caso genérico a função  $B(\theta)$  sempre tem a forma citada na Equação 4.24, sendo que os valores de  $a'$  e  $c'$  mudam conforme os parâmetros de reflexão do material em questão. Tais parâmetros, assim como o parâmetro  $b'$  também podem variar com o tempo, refletindo o envelhecimento e consequente mudança de características físicas do material, que tende a se comportar mais como um corpo negro à medida que se desgasta (GEORGEVIC, 1973a). As propriedades ópticas de alguns materiais podem ser encontrados no trabalho publicado pela NASA (1969).

Outro fator que pode contribuir com um pequeno adicional na força de radiação solar é a reirradiação da energia térmica. Neste caso, a expressão da Equação 4.18 pode ser reescrita de forma mais genérica, assumindo a expressão:

$$dP = dF_N \{(1 + \tilde{r}s) \cos^2 \theta + L(f)[(1 - s)\tilde{r} + k(1 - \tilde{r})]\} \cos \theta \quad (4.26)$$

em que  $L(f)$  é um parâmetro que depende da lei de reflexão  $f(\theta)$ , e  $k$  é um parâmetro que depende das temperaturas frontal e traseira da superfície refletora, assim como sua emissividade e condutividade do fluxo térmico (GEORGEVIC, 1973a).

### 4.1.2 Torques Gerados pela Força de Radiação Solar

Embora o trabalho publicado pela [NASA \(1969\)](#) considere a radiação solar como um efeito perturbativo do veículo espacial, e não como fator propulsivo deste, a teoria contemplada no trabalho é válida também para o caso das velas solares. Assim, de acordo com os autores de tal trabalho, o torque gerado pela força de radiação solar depende das fontes de radiação e orientação da vela, entre outros fatores. Porém, conhecendo-se o elemento de força atuante sobre a superfície, sabe-se que o elemento de torque  $d\vec{M}$  gerado por ela é:

$$d\vec{M} = \vec{r}' \times d\vec{F} \quad (4.27)$$

$$\vec{M} = -K_r(r') \iint_A \left[ (\vec{r}' \times d\vec{A})B(\theta) + b' (\vec{r}' \times \vec{\sigma})(\vec{\sigma} \cdot d\vec{A}) \right] \quad (4.28)$$

em que  $\vec{r}'$  é o vetor posição do centro de massa da superfície ao elemento de área considerado.

### 4.1.3 Força de Radiação Solar na Superfície Interna de um Refletor Parabólico

A pressão solar produzida em superfícies de forma geral foi estudada por vários autores, entre eles, [Georgevic \(1973a\)](#) e [Rios-Reyes e Scheeres \(2005\)](#). No entanto, estes trabalhos consideram apenas uma reflexão no sistema, o que não é o caso das velas solares, que contam com mais de um espelho em sua estrutura. A título de exemplo, consideram-se as forças devidas à pressão de radiação solar atuantes em uma superfície parabólica ([GEORGEVIC, 1973a](#)). O foco do autor neste trabalho é uma antena com este formato, e lembra-se que não refletem as forças atuantes em uma SPT, uma vez que esta estrutura paraboloide é somente um dos elementos da vela. Considera-se, portanto, um paraboloide de revolução (representado na [Figura 4.3](#)) cuja equação é:

$$z = \lambda(x^2 + y^2) \quad (4.29)$$

Seja  $\delta$  o raio de abertura do refletor e  $\zeta$  sua profundidade. O parâmetro  $\lambda$  é dado por:

$$\lambda = \frac{\zeta}{\delta^2} \quad (4.30)$$

O sistema coordenado será tal que o eixo  $z$  coincide com o eixo de simetria do refletor. O vetor unitário ao longo deste eixo é  $\hat{k}$ . O plano  $yz$  contém a direção da radiação incidente, definida pelo vetor unitário  $\hat{\sigma}$ , de forma que o vetor unitário na direção  $x$  é dado por:

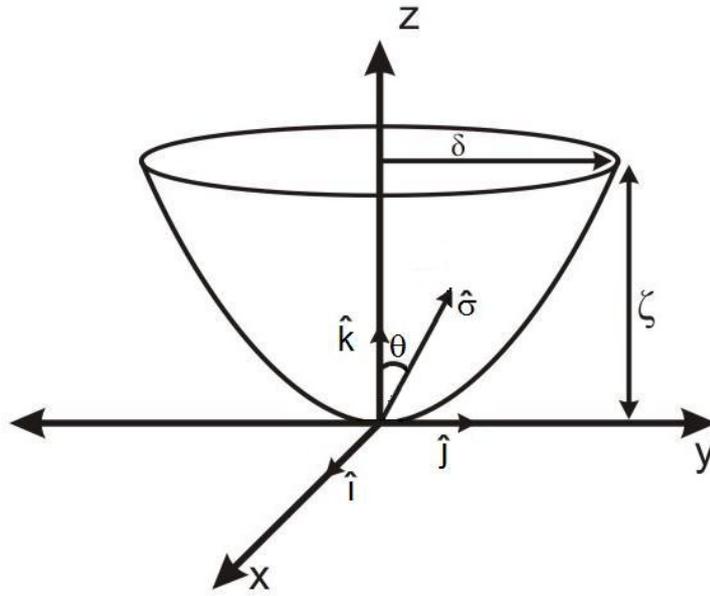


Figura 4.3 - Parabolóide de revolução.

Fonte: [Georgevic \(1973a\)](#)

$$\hat{i} = \frac{\hat{\sigma} \times \hat{k}}{|\hat{\sigma} \times \hat{k}|} = \frac{\hat{\sigma} \times \hat{k}}{\sin \theta} \quad (4.31)$$

em que  $\theta$  é o ângulo entre o eixo de simetria do refletor e a direção dos raios solares. Completando o sistema dextrógiro, tem-se:

$$\hat{j} = \hat{k} \times \hat{i} = \frac{\hat{k} \times (\hat{\sigma} \times \hat{k})}{\sin \theta} = \frac{\hat{\sigma} - \hat{k} \cos \theta}{\sin \theta} \quad (4.32)$$

Observa-se que, para  $\theta = 0$  (radiação incidente na direção  $z$ ) ou quando  $\hat{\sigma} = \hat{k}$  este sistema coordenado se torna indeterminado. Neste caso, a escolha dos eixos  $x$  e  $y$  é arbitrária, podendo ser quaisquer direções mutuamente perpendiculares, e perpendiculares à incidência dos raios.

As expressões que seguem, cuja dedução pode ser encontrada no trabalho de [Georgevic \(1973a\)](#), consideram uma reflexão ideal. Baseando-se no sistema coordenado mencionado anteriormente, é possível chegar às expressões das componentes da força de radiação solar no refletor parabólico:

$$F_x = 0 \quad (4.33)$$

$$F_y = -\pi\delta^2 K_r(r')(f_1 \sin \theta + f_2 \sin 2\theta) \quad (4.34)$$

$$F_z = -\pi\delta^2 K_r(r')(g_0 + g_1 \cos \theta + g_2 \cos 2\theta), \quad (4.35)$$

em que:

$$f_1 = \frac{a'}{3} \left( \frac{1 - \cos \Omega}{1 + \cos \Omega} \right) (2 + \sec \Omega) \quad (4.36)$$

$$f_2 = \frac{1}{2} + \frac{c'}{2} (1 + 4 \cot^2 \Omega \ln \cos \Omega) \quad (4.37)$$

$$g_0 = \frac{1}{2} - c' \cot^2 \Omega \ln \cos \Omega \quad (4.38)$$

$$g_1 = 2a' \frac{\cos \Omega}{1 + \cos \Omega} \quad (4.39)$$

$$g_2 = \frac{1}{2} - c' (1 + 3 \cot^2 \Omega \ln \cos \Omega) \quad (4.40)$$

$$\tan \Omega = \frac{2\zeta}{\delta} \quad (4.41)$$

Estas equações deverão ser modificadas para situações onde  $\theta$  é menor que  $\Omega$ . Neste caso, uma simplificação pode ser feita, tendo como resultado uma expressão semelhante, porém multiplicada por um fator dependente de  $\theta$ .

#### 4.1.4 Torque da Força de Radiação Solar na Superfície Interna de um Refletor Parabólico

A dedução do torque gerado pela força de radiação solar na superfície interna do refletor parabólico é novamente encontrada no trabalho de [Georgevic \(1973a\)](#). Sendo a Equação 4.28 a expressão do torque gerado pela força de radiação, procedendo a integração sobre toda a área do refletor, obtém-se:

$$M_x = \pi\delta^2 \zeta K_r(r')(h_1 \sin \theta + h_2 \sin 2\theta) \quad (4.42)$$

$$M_y = 0 \quad (4.43)$$

$$M_z = 0 \quad (4.44)$$

em que:

$$h_1 = \frac{2\tilde{r}}{15}(1-s)\cot^4\Omega(4+\sec^5\Omega-5\sec\Omega) \quad (4.45)$$

$$h_2 = \frac{1}{2}[1+2\tilde{r}s\cot^4\Omega(\tan^2\Omega+2\ln\cos\Omega)]. \quad (4.46)$$

## 4.2 Velas Solares

Velas Solares têm sido estudadas com o objetivo de realizar missões interplanetárias utilizando veículos mais leves (uma vez que carregam uma quantidade menor de combustível) e que viajem mais, uma vez que não dependem de fontes esgotáveis de energia, sejam elas químicas ou elétricas. A princípio a operação das velas solares pode ser contínua durante longos períodos, desde que as velas estejam aptas a captar e utilizar energia solar. Para a operação adequada da vela é necessário que haja um controle do seu movimento (MCINNES, 2004).

Seja qual for o formato da vela, empuxo ao qual ela está submetida é muito baixo, sendo suas acelerações da ordem de  $0,1 - 1\text{mm/s}^2$  a 1UA de distância do Sol, com perspectivas de no futuro, com o desenvolvimento de materiais mais eficazes para o filme, alcançar até  $6\text{mm/s}^2$  (MCINNES, 2004). Apesar disto, elas são capazes de operar por longos períodos, de forma que a energia obtida ao longo do tempo é maior do que aquela que seria possível obter com energia embarcada. Assim, a tecnologia de velas solares possibilita o desenvolvimento de missões a baixo custo. Isto se faz particularmente interessante para o caso de missões interplanetárias utilizando veículos de pequena massa. Embora as aplicações das velas solares sejam promissoras e seu estudo esteja sendo alvo de atenção de vários pesquisadores, inclusive com construção de protótipos e testes específicos (LEIPOLD et al., 2003; MACDONALD et al., 2007; LAPPAS et al., 2009), ainda não houve uma missão já realizada utilizando esta tecnologia, embora um teste de lançamento já tenha sido realizado com sucesso (JAXA, 2004).

Para que uma vela solar seja funcional, é indispensável que ela seja de grandes dimensões. Para isto, é necessário que haja uma estrutura que dê suporte ao filme, além de mantê-lo no formato adequado. Tal estrutura deve, além de ser leve e resistente, ser viável em termos de fabricação, lançamento e desdobramento no espaço. A referida estrutura ajuda a manter o filme da vela esticado, seja sob tensão ou mesmo através do giro da vela, podendo, ainda, usar ambos os métodos para se certificar de que a vela tenha o formato desejado.

Desde o início do seu estudo, vários esquemas de velas solares foram propostas. O primeiro esquema, mais estudado até hoje e já em fase de testes, tanto na NASA (JOHNSON et al., 2000; LAPPAS et al., 2009) como no DLR (MCINNES, 2003a), é a vela solar plana. Tal vela é constituída por um corpo plano que sofre a pressão de radiação solar, sendo diretamente impulsionado por ela. Autores como Wie (2004a) e Price et al. (2001) estudaram formatos alternativos para as velas, tais como estrutura quadrada, circular ou em forma de hélice, mostrados na Figura 4.4, sendo que a vela solar plana quadrada é o modelo que está sendo testado atualmente. O controle de tais velas seria feito através da rotação de toda a estrutura da vela solar, o que poderia demandar um esforço de controle muito grande, dadas as dimensões da estrutura (WIE, 2004a). Depois de um tempo surgiu uma

nova estrutura de velas, chamada velas solares compostas, que aproveitam de forma mais eficaz a radiação incidente, podendo direcionar a força resultante para a direção desejada. Este esquema foi inicialmente proposto por [Forward \(1990\)](#). Neste caso há uma grande superfície parabólica, sempre voltada para o Sol. Esta superfície direciona os raios solares para um conjunto menor de espelhos, que por sua vez são controlados a fim de movimentar a vela conforme desejado para cumprimento da missão.

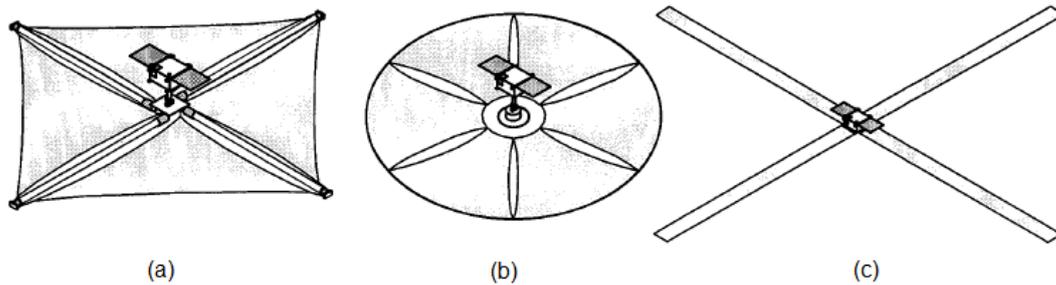


Figura 4.4 - Esquemas alternativos para velas solares planas: (a) Vela quadrada, (b) Vela circular, (c) Vela em forma de hélice.

Fonte: [Wie \(2004a\)](#)

O perfil de funcionamento de uma vela, que é baixo empuxo e com capacidade teoricamente ilimitada de deslocamento, permite alguns tipos de missão que são impossíveis ou inviáveis com veículos de propulsão tradicional. [Baoyin e McInnes \(2005\)](#) mostram órbitas que são geradas artificialmente em pontos de libração entre o Sol e a Terra com o uso de velas solares, e em outro trabalho os mesmos autores mostram órbitas halo em torno do referido ponto  $L_1$ . [Bookless e McInnes \(2008\)](#) mostram que tais órbitas halo são instáveis, necessitando de técnicas de manutenção de órbita que podem ser realizadas pelas velas solares. Esta órbita é especialmente interessante para o estudo dos ventos solares, como reportado por [Macdonald et al. \(2007\)](#) e [Lappas et al. \(2009\)](#). Outras missões consideradas para o uso de velas solares são envio de veículos para corpos pequenos do Sistema Solar, órbitas altamente não-Keplerianas, assim como órbitas deslocadas do plano do Sistema Solar ([MCINNES, 2003a](#)). No entanto, apesar de tais vantagens, nada impede que as velas sejam sistemas propulsores auxiliares dos satélites, combinados com tecnologias adicionais, como sistemas propulsores tradicionais ou mesmo realização de manobras assistidas por gravidade. Inclusive para missões muito distantes tal complemento pode ser desejável ([SMIRNOV et al., 2007](#)). Dependendo da missão, seus objetivos podem ser alcançados inclusive com velas de baixo desempenho.

Para missões longas, como escape do Sistema Solar, órbitas em *looping* podem ser desejadas, assim o veículo se acelera até que tenha uma velocidade de cruzeiro alta o suficiente para que possa cumprir a missão. No entanto, deve-se lembrar que, para o caso de missões tão distantes, é necessário prever um sistema de abastecimento de energia para o funcionamento do satélite, uma vez que a estas distâncias células fotoelétricas não teriam muita utilidade ([MCINNES, 2004](#)).

Outra aplicação promissora para velas solares são órbitas não-Keplerianas menos comuns, dada a capacidade teoricamente ilimitada destes veículos de obter energia. Neste caso, materiais de alto desempenho podem ser usados para velas, inclusive de esquemas simples, que possibilitem alcançar tais órbitas.

Ao contrário do que possa parecer, velas solares também são adequadas para missões ao Sistema Solar interior. Nestes casos, inclusive há a vantagem de a aceleração devida à radiação solar ser maior do que o valor nominal, que geralmente é definido na posição da órbita da Terra. Embora não haja muitas vantagens em fazer uma viagem de mão única para Mercúrio, por exemplo, no caso de uma viagem de ida e volta há uma enorme vantagem, que é não precisar embarcar combustível para o regresso à Terra (MCINNES, 2004). Um exemplo de missões para o Sistema Solar interior foi descrito por Koblik et al. (2003), por exemplo. Da mesma forma, missões para Marte são bastante vantajosas, como descrito por Leipold et al. (1996) e Tychina et al. (2002), que inclusive utiliza uma manobra assistida por gravidade perto de Vênus.

#### 4.2.1 Velas Solares Compostas - SPT

Embora o conceito de velas solares compostas - ou *Solar Photon Thrusters, SPT* - tenha sido apresentado por Forward (1990), este mesmo autor ressalta que sua ideia básica já havia sido discutida por Tsander no começo da década de 20, e desenvolvida nos anos 70 em artigos de modesta circulação na Rússia. A ideia surge como uma alternativa às velas solares planas, com uma configuração que apresenta um melhor desempenho do que estas. Enquanto o controle de uma vela solar plana é feito através do giro de toda a estrutura, na vela solar composta o controle da estrutura é feita através do movimento de uma estrutura menor. Embora Forward (1990) tenha apresentado um conceito bastante completo em seu trabalho, durante muitos anos o potencial do SPT atraiu pouca atenção dos pesquisadores da área (FLINT, 2004), apesar do seu potencial promissor, principalmente para missões longas.

O trabalho de Forward (1990) aparece revisto e detalhado alguns anos mais tarde, através da publicação de Flint (2004). A ideia principal de uma vela solar composta é a separação das funções de coleta e reflexão da radiação solar. O espelho designado para coleta dos fótons fica sempre orientado na direção do Sol, de forma a receber durante todo o tempo toda a radiação incidente na estrutura. Os raios solares são, então, concentrados e direcionados para uma segunda estrutura, de menores dimensões, que se encarregará de refletir os fótons de forma a produzir o controle desejado. Considerando um espelho coletor com área aproximadamente igual à de uma vela solar plana, tão leve quanto aquela, percebe-se que tal esquema é mais eficiente que a vela solar plana, uma vez que está sempre apontando na direção do Sol, e portanto, sempre operando em situação de maior coleta de energia possível (FORWARD, 1990). Assim, o desempenho da SPT é melhor que o desempenho da vela plana, proporcionando uma maior capacidade de levar carga útil para uma mesma missão, ou mesma realização de mesma missão com uma estrutura menor.

As vantagens desta estrutura podem ser resumidas em três itens que contribuem significativamente para o melhor desempenho da SPT em relação à vela solar plana (FLINT, 2004):

- Sempre ter a face do coletor voltada para o Sol, e portanto sempre aproveitando toda a radiação incidente;
- Maior flexibilidade no que diz respeito aos ângulos usados para o controle;
- Controle operando com uma inércia muito menor, uma vez que o controle é feito deslocando-se uma pequena estrutura, ao invés de girar toda a estrutura da vela, o que influencia na rapidez de atuação do sistema de controle.

Apesar das vantagens já citadas, o SPT traz uma maior complexidade no que diz respeito aos seus requisitos, apresentando maiores dificuldades no seu projeto e fabricação. O formato do espelho coletor, assim como sua atitude, devem estar bem mais próximo aos valores nominais do que o caso da vela solar plana, que tem uma tolerância maior quanto aos desvios nestas duas características. Também deve-se considerar que a estrutura do SPT é mais complexa que de uma vela plana, sendo que esta estrutura deve ser contabilizada quando se compara o desempenho dos dois tipos de vela (FLINT, 2004). No entanto, no caso de conseguir-se uma densidade superficial parecida para ambos os esquemas, a vela composta tem vantagens substanciais em relação à vela plana.

Forward (1990) descreve em seu trabalho dois tipos de SPT: as SPT simples (SSPT - *Simple Solar Photon Thruster*) e de reflexão dupla (DR SPT - *Dual Reflector Solar Photon Thruster*). Em ambos os casos é mantida a característica de separar as funções de coletar e direcionar a radiação solar. No modelo proposto pelo autor, o espelho coletor tem a forma parabólica aproximada por um formato esférico, e concentra a luz incidente em uma superfície menor e mais leve, que por sua vez direcionará o feixe de luz para uma direção específica de forma a controlar a força atuante na vela. O sistema secundário responsável pelo controle é constituído por um espelho plano, no caso da SSPT, e no caso de uma DR SPT, de outro espelho em forma de lente (novamente aproximada por uma estrutura esférica no referido trabalho) em conjunto com um espelho plano. Vale ressaltar que o esquema do DR SPT apresentado pelo autor é ligeiramente diferente do esquema estudado posteriormente por outros (MCINNES, 2000; GUERMAN; SMIRNOV, 2006a; DACHWALD; WURM, 2009). Além disso, Guerman e Smirnov (2006a) mostram que a aproximação esférica das superfícies parabólicas é inadequada pelo fato de o fenômeno de aberração esférica não direcionar os raios solares para o foco. Os esquemas apresentados por Forward (1990) podem ser conferidos na Figura 4.5.

Além da mudança no formato do espelho coletor, outras diferenças podem ser observadas entre o modelo original e os trabalhos mais atuais. Enquanto Forward (1990) utiliza um espelho refletor convexo, localizado antes do foco do coletor, trabalhos mais atuais citados anteriormente (MCINNES, 2000; GUERMAN; SMIRNOV, 2006a) consideram outro espelho côncavo, co-focal ao coletor. O refletor convexo é novamente considerado em um outro modelo de vela solar (ASPT, ou *Advanced Solar Photon Thruster*, ou *Vela Solar Composta Avançada*) proposto por Dachwald e Wurm (2009).

#### 4.2.1.1 Velas Solares Compostas Simples - SSPT

A SSPT é composta, conforme pode ser verificado na Figura 4.6, de um espelho parabólico grande, (chamado *coletor*), e de um espelho menor plano (chamado *diretor*), localizado no foco  $F$  do coletor. A luz incide na vela paralelamente ao eixo de simetria do coletor e é refletido, de forma que os

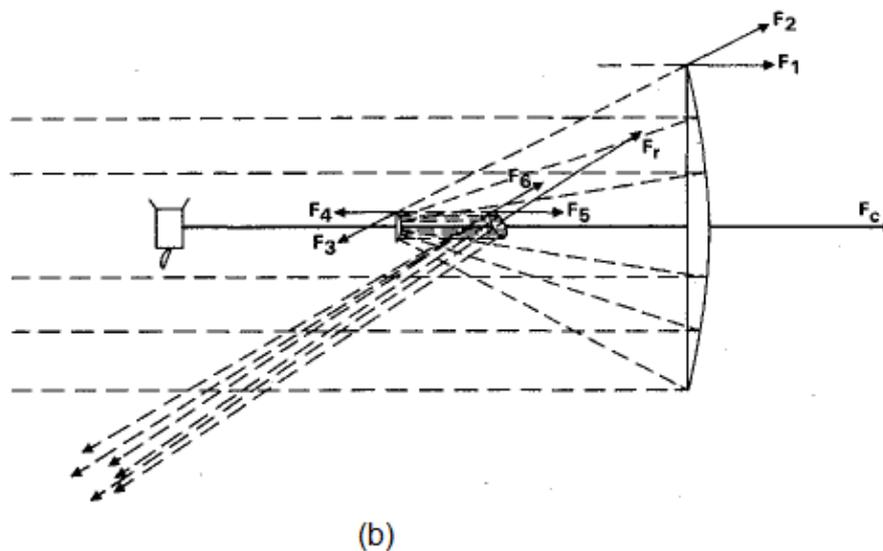
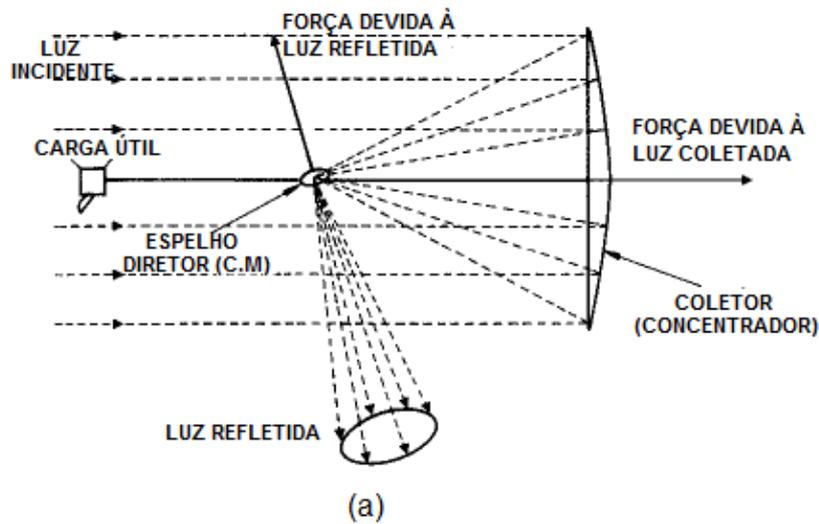


Figura 4.5 - Velas solares compostas: (a) simples e (b) de dupla reflexão.

Fonte: Forward (1990)

raios solares concentram-se no foco. O espelho diretor recebe os raios solares. O controle da SSPT é feito através do movimento do espelho diretor que direciona os raios refletidos para a direção desejada. Assim, controlando-se o movimento do diretor controla-se também a força e o torque aplicados na vela solar provocados pela pressão de radiação solar (GUERMAN; SMIRNOV, 2006a). Para que torques indesejados não surjam na estrutura, o espelho diretor deve estar localizado no centro de massa do veículo.

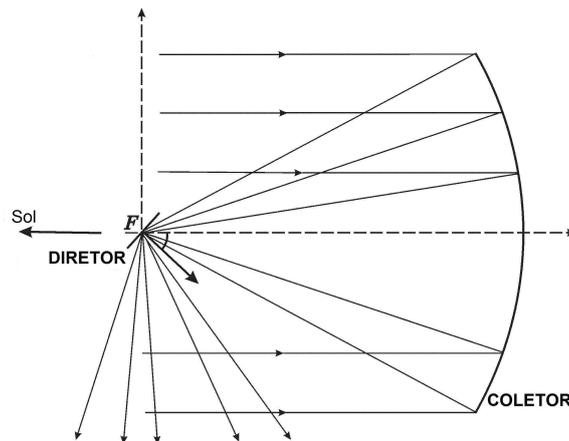


Figura 4.6 - Esquema da Vela Solar Composta Simples, SSPT.

Fonte: [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#)

#### 4.2.1.2 Velas Solares Compostas de Dupla Reflexão - DR SPT

Conforme pode-se conferir na Figura 5.3 a DR SPT é composta por um coletor, um diretor e um segundo espelho parabólico (chamado *refletor*), co-focal com o coletor. A luz incide na vela paralelamente ao eixo de simetria do coletor e é refletido, de forma que os raios solares concentram-se no foco. Saindo do foco, incidem sobre o refletor, fazendo com que novamente sejam refletidos, paralelamente ao seu eixo, incidindo sobre o diretor. O diretor, como no caso do SSPT, pode se mover, direcionando os raios refletidos para a direção desejada. Assim, controlando-se o movimento do diretor, controla-se também a força e o torque aplicados na vela solar provocados pela pressão de radiação solar ([GUERMAN; SMIRNOV, 2006a](#)). Novamente, para que torques indesejados não surjam no veículo, o diretor deve estar localizado no seu centro de massa. Este modelo é levemente diferente do modelo proposto por [Forward \(1990\)](#), embora o princípio de funcionamento seja o mesmo. É importante observar que, conforme exposto no trabalho de [Guerman e Smirnov \(2007\)](#), a posição do espelho diretor influencia grandemente a força resultante, uma vez que os raios que saem do coletor em direção ao foco estão colimados quando chegam ao diretor. Portanto, o efeito de sombra é amplificado dependendo da posição que o diretor se encontra.

#### 4.2.1.3 Comparação preliminar entre os esquemas

De acordo com o estudo preliminar de [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#) e resultados apresentados neste trabalho, a SSPT apresenta mais vantagens do que a DR SPT. Por ter menos peças em sua composição, facilita o transporte pelo veículo lançador. Também facilita sua montagem, uma vez em órbita. Apresenta como principal desvantagem o fato de toda a luz ser concentrada em um ponto do diretor, fazendo com que as especificações do material sejam bastante rígidas no que diz respeito a requisitos térmicos. Estudos mostram que não são apenas estas as vantagens da SSPT em relação à DR SPT. Resultados apresentados no presente trabalho mostram que a SSPT é mais

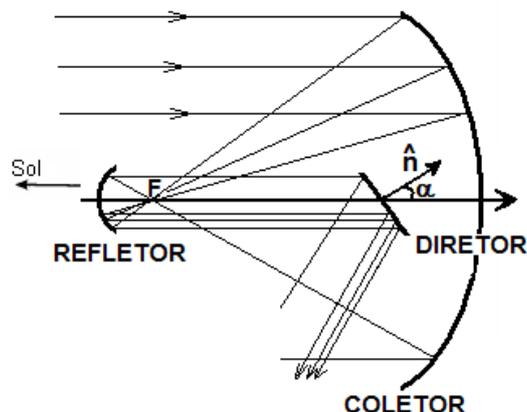


Figura 4.7 - Esquema da Vela Solar Composta de Dupla Reflexão, DR SPT.

Fonte: [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#)

robusta do que a DR SPT quando se consideram pequenos desalinhamentos e irregularidades na superfície do espelho, sendo que tais desvios não comprometem a sua controlabilidade, o que nem sempre é observado no caso da DR SPT.

### 4.3 Materiais

Para que o uso de velas solares seja viável, é necessário que ela seja leve, resistente e que suporte altas temperaturas. Portanto, definir o material do qual a vela é feita é uma preocupação de grande parte dos estudiosos do assunto. [Angrilli e Bortolami \(1990\)](#), na missão descrita em seu trabalho, sugere o uso de *mylar* (filme de poliéster) revestido com alumínio. Este filme teria  $5\mu m$  de espessura e  $8g/m^2$ . A estrutura de suporte seria feita de *Kevlar* (tecido de fibra sintética de aramida) embutido em resina epóxi. Esta estrutura, de dimensões  $100m \times 100m$  teria massa total de  $120Kg$ . [McInnes \(1999\)](#) sugere que tiras de *Kevlar* sejam dispostas no diâmetro de um círculo de  $100m$  de raio, e sugere que um substrato plástico seja colocado sobre o círculo, para ajudar a embalagem e a abertura da vela. Sobre este plástico um filme metálico (alumínio, por exemplo) de  $0.05\mu m$  seria depositado. Para conferir leveza à vela, o autor sugere que este substrato plástico se vaporize em vácuo ou exposto à radiação ultra violeta, uma vez que depois de aberto ele perde sua utilidade. [Garner \(2000\)](#) também recomenda o uso de filmes de *mylar* ou *Kevlar*. O autor afirma que PETF (*Polyethylene Terephthalate Film*, uma versão russa do *mylar*) foi usado no *Znamya 2*, como um espelho para direcionar a luz do Sol para algumas regiões russas. Neste caso, não houve uma estrutura de suporte e o formato era mantido através de rotação. [Grossman \(2000\)](#) cita que hastes para a estrutura da vela estavam sendo testados no DLR, sendo construídas com fibra de carbono, enquanto no JPL estavam sendo testadas estruturas de aço inoxidável cobertas com alumínio. Outros materiais considerados são fibra de vidro e fibra de carbono. Para o filme, é sugerido novamente o uso de *mylar* ou *Kapton* (filme de poliamida), devidamente revestidos com alumínio.

Também são mencionados estudos sobre fibras de grafite ou fibras de carbono monocristalinas.

McInnes (2003a) apresenta não só a sugestão de materiais mencionados pelos autores anteriores, como também apresenta como alternativa ao *Kapton* o filme CP1 (poliamida composta com flúor), materiais estes também mencionados por Banik et al. (2007). O CP1 também é sugerido por Johnson et al. (2000) para os testes da NASA, assim como o próprio *mylar*. Já Leipold et al. (2003) sugerem que a estrutura seja feita de plástico reforçado com fibras de carbono desenvolvido especialmente para este fim, enquanto o filme foi testado em três versões: *mylar* revestido de alumínio em um lado, *Kapton* revestido de alumínio em ambos os lados (2 segmentos da vela) e finalmente PEN (*polyethylen-naphthalate*) revestido de alumínio em ambos os lados, enquanto para a missão *GeoSail* o material pretendido é o mesmo PEN, porém revestido em uma face de alumínio e outra em cromo (DACHWALD et al., 2006; LAPPAS et al., 2009). Neste caso, a densidade superficial do material é por volta de  $5g/m^2$ . Murphy et al. (2004) realizou os estudos de uma vela plana quadrada com filme de CP1 revestido de alumínio, sendo a estrutura feita de compósito de carbono. Mais testes foram propostos com um filme do mesmo material, mais fino. Os materiais usualmente utilizados até então para revestimento do filme, alumínio e cromo, foram analisados por Dachwald e Wurm (2009). Embora os autores reconheçam que tais materiais têm sido considerados seriamente para o coletor, observam que para o refletor das velas solares compostas que utilizam refletor eles só podem ser usados com um sistema de refrigeração ativo, uma vez que, pela quantidade de radiação refletida nele, os materiais derreteriam sem resfriamento.

Como visto, existem alguns tipos de materiais que têm sido considerados por boa parte dos pesquisadores como candidatos para a construção de uma vela solar composta. Um exemplo de pesquisador que se dedica ao estudo de filmes com uso potencial para velas solares é Kezerashvili (2009). Neste estudo, o autor analisa os tipos de radiação que incidem sobre as velas, e, sabendo que a radiação refletida e absorvida pela vela é a responsável pela sua aceleração, calcula a espessura mínima do filme de forma a obter a melhor reflexão e absorção possíveis para todos os comprimentos de onda a uma dada temperatura. Os fatores considerados pelo autor foram a dependência que a condutividade elétrica do material tem com a temperatura e a existência de uma gama vasta de frequências da radiação solar e dependência da condutividade elétrica e função dielétrica com esta frequência. O autor chega a expressões que definem a espessura mínima do filme que suporte a pressão de radiação sem extrapolar o limite de deformação do material. Ainda conclui que efeitos de temperatura e frequência da radiação são mais críticos na escolha da espessura do que as propriedades mecânicas do material. Por fim, o autor sugere como materiais para o revestimento da vela o alumínio (já utilizado atualmente) ou berílio, que são os materiais que permitem uma menor espessura. A escolha entre eles, entretanto, depende do compromisso entre o ponto de fusão do alumínio (mais baixo que o do berílio) e o processamento do berílio, que é potencialmente tóxico.

#### 4.4 Equações de Movimento Orbital

Para se avaliar o desempenho das velas solares, serão estudados neste trabalho manobras espaciais envolvendo tais veículos. Considera-se, então, um problema de dois corpos, onde o corpo massivo principal é o Sol e o segundo corpo é o veículo espacial que porta uma vela solar. Considera-se que a vela solar parte da órbita terrestre, com a velocidade orbital da Terra, e o desempenho da

missão será avaliado pelo tempo de duração, que deve ser mínimo, como realizado por [Guerman e Smirnov \(2006b\)](#).

O problema de dois corpos é um problema clássico e pode ser encontrado em diversos trabalhos. Sendo o objetivo deste trabalho a análise dinâmica da vela, foram utilizadas as equações de um modelo simplificado, como movimento coplanar e órbitas circulares, por exemplo. A teoria completa com deduções pode ser facilmente encontrada na bibliografia, como os trabalhos de [Szebehely \(1989\)](#), [Prussing e Conway \(1993\)](#) e [Prado \(2001\)](#)

Para tal avaliação será utilizado o modelo mais simples, em duas dimensões, que poderá representar a dinâmica orbital do problema. As órbitas de referência são consideradas circulares, concêntricas e coplanares. Assim, as equações de movimento são:

$$\begin{aligned}
 \dot{r}_s &= v_r \\
 \dot{\varphi} &= \frac{v_T}{r_s} \\
 \dot{v}_r &= \frac{v_T^2}{r_s} - \frac{1}{r_s^2} + a_{sz} \\
 \dot{v}_T &= -\frac{v_r v_T}{r_s} + a_{sx}
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

em que o sistema está normalizado ( $r_E = 1$ ,  $v_T = 1$ ),  $r_s$  é a distância heliocêntrica da vela,  $\varphi$  é a anomalia verdadeira,  $v_r$  é a velocidade radial e  $v_T$  é a velocidade transversal. Os termos  $a_{sx}$  e  $a_{sz}$  são as acelerações devidas ao efeito da radiação solar nas direções  $x$  e  $z$  respectivamente e o ponto indica a derivada em relação ao tempo.

## 4.5 Equações do Movimento de Atitude

Para que a vela desempenhe bem seu papel, é necessário que o coletor esteja sempre apontando para o Sol, uma vez que o funcionamento da vela baseia-se no fato de o coletor recolher toda a radiação incidente. Assim, deve haver um sistema de controle que faça com que a vela sempre esteja na posição nominal. Para projetar e implementar tal controle, é necessário conhecer a dinâmica de atitude das velas solares.

A teoria que se segue pode ser conferida no trabalho de [Fowles e Cassiday \(1998\)](#). Na análise da rotação livre de um corpo (considerado rígido, embora a rigor a vela não possa ser considerada rígida, dada a estrutura leve do coletor), seu movimento é descrito em relação a um sistema de coordenadas fixo no corpo e girando com este.

Para descrever seu movimento pelo ponto de vista de um observador externo, deve-se especificar como a posição de tal sistema de coordenadas muda no tempo em relação ao sistema fixo no espaço. A forma de fazer tal descrição não é única, embora uma das formas mais comuns seja através dos ângulos de Euler, cujo diagrama mostrando as relações entre os eixos pode ser conferido na Figura

4.8.

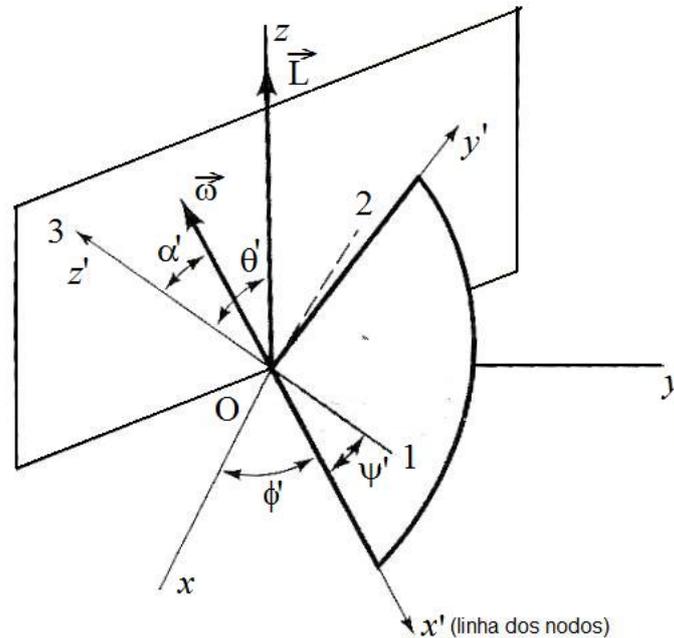


Figura 4.8 - Diagrama mostrando a relação entre os ângulos de Euler e os sistemas coordenados fixo e girante.

Fonte: Fowles e Cassiday (1998)

Definindo os sistemas coordenados:

- $O123$  está fixo aos três principais eixos de inércia do corpo e gira com ele;
- $Oxyz$  é o sistema de coordenadas fixo;
- $Ox'y'z'$  é um sistema auxiliar, girante;
- O eixo  $z'$  coincide com o eixo 3 de simetria do corpo;
- O eixo  $x'$  é definido pela interseção do plano 1 – 2 do corpo com o plano fixo  $xy$  (linha dos nodos).

Ainda na Figura 4.8 (FOWLES; CASSIDAY, 1998):

- $\phi'$  é o ângulo entre os eixos  $x$  e  $x'$ ;
- $\theta'$  é o ângulo entre os eixos  $z$  e  $z'$  (ou 3);
- $\psi'$  é o ângulo entre os eixos 1 e  $x'$ ;

- $\vec{\omega}$  é o vetor velocidade angular do corpo (soma das três componentes da velocidade angular referentes à variação dos três ângulos de Euler);
- $\alpha'$  é o ângulo entre o vetor velocidade angular  $\vec{\omega}$  e o eixo  $z'$ .

Os ângulos  $\phi'$ ,  $\theta'$  e  $\psi'$  definem completamente a orientação do corpo no espaço e são chamados Ângulos de Euler.

De acordo com a teoria da Física Clássica, sabe-se que o torque  $\vec{M}$  aplicado em um corpo é igual à variação temporal do seu momento angular  $\vec{L}$ . Geralmente o momento angular é expresso em relação aos principais eixos de inércia do corpo, o que simplifica bastante suas expressões. Assim, tem-se:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (4.48)$$

Para calcular a derivada do vetor momento angular em um referencial fixo em relação a um referencial girante, tem-se (FOWLES; CASSIDAY, 1998):

$$\left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_{fixo} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_{gir} + \vec{\omega} \times \vec{L} \quad (4.49)$$

Assim, a equação de movimento do sistema girante é

$$\vec{M} = \left(\frac{d\vec{L}}{dt}\right)_{gir} + \vec{\omega} \times \vec{L} \quad (4.50)$$

em que

$$\dot{\vec{L}} = \mathbf{I} \cdot \dot{\vec{\omega}} \quad (4.51)$$

$$\vec{\omega} \times \vec{L} = \vec{\omega} \times (\mathbf{I} \cdot \vec{\omega}). \quad (4.52)$$

Nas expressões acima  $\mathbf{I} = \text{diag} [I_1 \ I_2 \ I_3]^T$  é a matriz de inércia do sólido e  $\vec{\omega}$  é sua velocidade angular. Também, o sinal “ $\dot{\phantom{x}}$ ” indica derivada temporal, assim como “ $\ddot{\phantom{x}}$ ” indica segunda derivada, também em relação ao tempo. Assim, tem-se a expressão final:

$$\vec{M} = \mathbf{I} \cdot \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times (\mathbf{I} \cdot \vec{\omega}) \quad (4.53)$$

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \dot{\omega}_1 \\ I_2 \dot{\omega}_2 \\ I_3 \dot{\omega}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_2 \omega_3 (I_3 - I_2) \\ \omega_3 \omega_1 (I_1 - I_3) \\ \omega_1 \omega_2 (I_2 - I_1) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

As Equações 4.53 e 4.54 são duas formas de se escrever as Equações de Euler, que modelam o movimento angular de um sólido. Para encontrar os valores envolvidos, é necessário definir os ângulos de Euler.

### 4.5.1 Ângulos de Euler

O ângulo entre os eixos  $x$  e  $x'$  é indicado por  $\varphi'$ , enquanto o ângulo entre os eixos  $z$  e  $z'$  é denotado por  $\theta'$ . A rotação do corpo em torno do eixo 3 é representado pelo ângulo  $\psi'$ , ou seja, ângulo entre o eixo 1 e o eixo  $x'$ . Estes três ângulos,  $\varphi'$ ,  $\theta'$  e  $\psi'$  definem totalmente a orientação do corpo no espaço e são chamados ângulos de Euler.

A velocidade angular do corpo  $\vec{\omega}$  é a soma das velocidades angulares devidas às mudanças temporais dos três ângulos de Euler. Considera-se, para isto, mudanças infinitesimais na orientação angular do corpo que ocorre em um intervalo de tempo infinitesimal.

Assume-se que no momento  $t_0 = 0$  a orientação do sistema coordenado  $O123$  coincide com  $Oxyz$ . Decorrido um intervalo infinitesimal de tempo  $dt$ , o corpo terá girado um ângulo dado por  $\vec{\omega} dt = d\vec{\beta}'$ . O ângulo de rotação é escrito como um vetor que aponta na mesma direção da velocidade angular, dada pela regra da mão direita. Tal rotação pode ser decomposta em três rotações infinitesimais sucessivas de  $d\varphi'$ ,  $d\theta'$  e  $d\psi'$ . Como tratam-se de rotações infinitesimais, a ordem de tais rotações não fará diferença para o resultado final, o que não pode ser considerado verdadeiro no caso de rotações finitas.

As rotações podem ser conferidas na Figura 4.9.

Lembrando que o sistema coordenado a ser girado é o  $O123$ , a primeira rotação foi feita em torno do eixo  $z$  (coincidente com o eixo  $z'$ ), de um ângulo  $d\varphi'$ . Este giro pode ser conferido na Figura 4.9 (a) O segundo giro da sequência é em torno do eixo  $x'$ , de um ângulo  $d\theta'$ , fazendo com que o eixo 3 coincida com o eixo  $z'$ . Esta rotação é mostrada na Figura 4.9 (b). Finalmente, gira-se o sistema coordenado  $O123$  no sentido anti-horário em torno do eixo  $z'$  de um ângulo  $d\psi'$ , como mostrado na Figura 4.9 (c). Este resultado final é semelhante à Figura 4.8. Porém, neste segundo caso, os ângulos são infinitesimais. O ângulo final girado,  $d\vec{\beta}'$ , à taxa temporal de  $\vec{\omega}$ , é dado por:

$$d\vec{\beta} = \vec{\omega} dt = d\varphi' + d\theta' + d\psi' \quad (4.55)$$

$$\therefore \vec{\omega} = \dot{\varphi}' + \dot{\theta}' + \dot{\psi}' \quad (4.56)$$

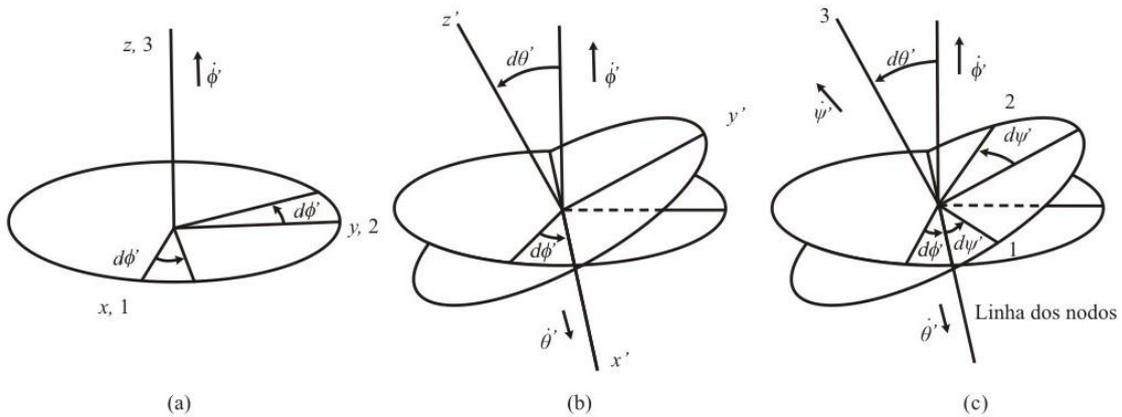


Figura 4.9 - Composição de uma rotação infinitesimal arbitrária de um corpo rígido, através de rotações infinitesimais através dos ângulos de Euler, (a)  $d\vec{\phi}'$ , (b)  $d\vec{\theta}'$ , (c)  $d\vec{\psi}'$ .

Fonte: Fowles e Cassiday (1998)

Derivando a Equação 4.56 em relação ao tempo, tem-se a aceleração angular  $\vec{\omega}$  que poderá ser usada na Equação 4.53:

$$\vec{\beta}' = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\phi}}' + \ddot{\vec{\theta}}' + \ddot{\vec{\psi}}'. \quad (4.57)$$

## 4.6 Controle

Para o funcionamento adequado da vela, ela deve contar com um sistema de controle, não só para o movimento orbital, mas também para assegurar que ela mantenha a atitude correta.

Para que um sistema de controle seja eficiente, é necessário ter um modelo matemático da sua dinâmica suficientemente preciso. Entretanto, o modelo mais representativo do sistema considera seu sistema de controle. Sendo assim, os dois estão de certa forma acoplados, sendo impossível uma representação estritamente fiel do sistema (SKELTON, 1988). Assim, na simplificação do modelo, neste trabalho usa-se a tradicional separação entre planta e sistema de controle.

Um sistema é dito controlável no tempo  $t_0$  caso seja possível, através de um vetor de controle não vinculado, transferir o sistema do estado  $\mathbf{x}(t_0)$  a qualquer estado desejado em um intervalo finito de tempo (OGATA, 1970). Este conceito foi introduzido por Kalman, que desenvolveu a ferramenta matemática para avaliar se um sistema é ou não controlável.

### 4.6.1 Linearização da Dinâmica do Sistema

Sendo o principal objeto da Teoria de Controle Clássico um sistema linear (ZABCZYK, 1992) e considerando que dinâmicas encontradas na natureza são geralmente não lineares, o que geralmente se faz é linearizar a planta a ser controlada para então aplicar a teoria de controle linear. Isto muitas vezes é necessário pelo fato de que encontrar as soluções para problemas envolvendo sistemas não lineares é uma tarefa extremamente complicada (OGATA, 1970). Um sistema é dito linear se os efeitos das forças que atuam sobre ele se sobrepõem, ou seja, se a soma dos efeitos das forças equivale ao efeito das forças adicionadas (TAKAHASHI et al., 1972).

A forma de contornar esta dificuldade matemática é procedendo a linearização do sistema. Para isto, considera-se que para cada intervalo computado o sistema se comporta como um sistema linear. Tal condição é verificada no caso de o sistema inicialmente estar próximo de sua condição nominal, e considerando que o controle é eficiente o suficiente para mantê-lo assim. Pode-se então, linearizá-lo em torno da sua posição nominal e considerar que, nestas circunstâncias, ele se comporta como um sistema naturalmente linear equivalente ao original naquele intervalo.

Para a obtenção de um modelo matemático linear para uma dinâmica não linear utiliza-se a expansão por série de Taylor em sistemas onde a não-linearidade é definida analiticamente (OGATA, 1970; LEIGH, 1980; SKELTON, 1988):

Se um sistema é representado pelos estados  $\mathbf{x}(t)$  e seus controles por  $\mathbf{u}(t)$ , o sistema pode ser descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)\end{aligned}\tag{4.58}$$

Seja a solução de interesse dada por  $\bar{\mathbf{x}}$ ,  $\bar{\mathbf{u}}$ . Pela própria definição de solução, estes termos devem satisfazer:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, t) \\ \bar{\mathbf{y}} &= \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, t)\end{aligned}\tag{4.59}$$

Procedendo a expansão em série de Taylor de  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$  em torno da solução  $\bar{\mathbf{x}}$ ,  $\bar{\mathbf{u}}$ , obtém-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}, t) + \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T, \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \right]_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \end{pmatrix} + \\
&+ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}})^T] \mathbf{F}_1 \\ \vdots \\ [(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}})^T] \mathbf{F}_n \end{bmatrix}_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}} \begin{pmatrix} \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} \\ \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \end{pmatrix} + \mathbf{h}
\end{aligned} \tag{4.60}$$

em que  $\mathbf{h}$  representa termos de ordem superior e as matrizes Hessianas  $\mathbf{F}_i$  são definidas como:

$$\mathbf{F}_i \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial u} \\ \frac{\partial^2 f_i}{\partial u \partial x} & \frac{\partial^2 f_i}{\partial u^2} \end{bmatrix}_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}} \tag{4.61}$$

Sejam as matrizes do sistema linearizado:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(t) &\triangleq \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}}, & \mathbf{B}(t) &\triangleq \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}}, & \mathbf{X} &\triangleq \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}, & \mathbf{U} &\triangleq \mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}} \\
\mathbf{C}(t) &\triangleq \left( \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}}, & \mathbf{H}(t) &\triangleq \left( \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T_{\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}}, & \mathbf{Y} &\triangleq \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}},
\end{aligned} \tag{4.62}$$

Reescrevendo as Equações 4.60 e 4.61, juntamente com a equação de saída, obtém-se sua forma linearizada:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{X} + \mathbf{B}(t)\mathbf{U} \\
\mathbf{Y} &= \mathbf{C}(t)\mathbf{X} + \mathbf{H}(t)\mathbf{U}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

em que  $\mathbf{G}_i$  tem o mesmo formato da Equação 4.61, com  $f_i$  trocado por  $g_i$ .  $\mathbf{A}(t)$  e  $\mathbf{B}(t)$  geralmente são constantes ou variantes no tempo caso o par  $\bar{\mathbf{X}}$  e  $\bar{\mathbf{U}}$  também o sejam.

Assim, procede-se a linearização de sistemas dinâmicos não lineares, podendo-se, a partir daí, aplicar a teoria de controle linear do sistema por trechos, sendo que, quanto menores os intervalos, mais fiel o modelo é ao original.

## 4.6.2 Controlabilidade

Um sistema linear dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{4.64}$$

em que:

- $\mathbf{x}$  é o vetor  $n$ -dimensional de estados do sistema
- $\mathbf{u}$  é o vetor de controle,  $m$ -dimensional
- $\mathbf{A}$  é uma matriz  $n \times n$
- $\mathbf{B}$  é uma matriz  $n \times m$

é dito controlável em um determinado tempo  $t_0$  se, como dito anteriormente, é possível obter um controle livre de vínculos que transfere o sistema do estado atual a um estado desejado em um intervalo de tempo finito ( $t_0 \leq t \leq t_1$ ). Se todos os estados do sistema forem controláveis, diz-se que o sistema é completamente controlável (OGATA, 1970).

Na prática, a controlabilidade de um sistema linear pode ser verificada de forma algébrica (SKELTON, 1988; ZABCZYK, 1992), sendo que existem algumas condições equivalentes no que diz respeito ao sistema ser controlável ou não, representando o Critério controlabilidade. Algumas de tais condições são (ZABCZYK, 1992):

- a) Um estado arbitrário  $b \in \mathbb{R}^n$  é alcançável a partir do estado inicial considerado;
- b) O Sistema 4.64 é controlável em um dado tempo  $T > 0$ ;
- c) O rank da matriz  $[A|B] = n$ , em que  $[A|B] = [B, AB, \dots, A^{n-1}B]_{n, nm}$  é a matriz constituída pelas colunas formadas pelas matrizes  $B, AB, \dots, A^{n-1}B$  escritas consecutivamente.

A Condição dada pelo item (c) é chamada de Critério de controlabilidade do sistema, sendo que neste trabalho este critério será o adotado para avaliar o sistema estudado.

### 4.6.3 Controle de Atitude

As velas solares compostas têm, como principal característica, o fato de estarem sempre com seu eixo de simetria apontado para o Sol, a fim de coletar o máximo de fótons incidentes. Assim, para um bom funcionamento da vela, não só o controle da força atuante deve ser feito, como também é indispensável que ele mantenha a atitude nominal, a fim de funcionar propriamente.

Para estudar a estabilidade das velas solares, Wie (2004a) usa o conceito de estabilidade estática. Um veículo espacial é dito estaticamente estável, sob o ponto de vista da pressão de radiação, quando seu centro de massa se localiza entre o Sol e seu centro de pressão. O centro de pressão comumente é definido como o local entre a linha de referência do veículo através da qual a força resultante está aplicada, embora esta definição não seja única.

Quando um veículo estaticamente estável gira em um eixo diferente do eixo dito neutro (eixo que aponta para o Sol) sofre a ação de um torque restaurador. Neste caso, seu comportamento

será análogo ao de um satélite estabilizado por gradiente de gravidade, ou seja, se perturbado, o veículo oscilará indefinidamente, por não ter um elemento dissipador de energia (ACORD; NICKLAS, 1964; WIE, 2004a). Alguns métodos já foram propostos para criar um agente de amortecimento, como uso de atrito viscoso. No entanto, embora os métodos criados pareçam simples na teoria, sua frequência natural (ciclos por horas, em valores típicos) faz com que sua implementação não seja trivial (ACORD; NICKLAS, 1964). Também há um problema relacionado com o centro de oscilação do sistema passivo, que normalmente não é coincidente com o eixo nominal do controle de atitude principal. Neste caso um ajuste anterior ao lançamento não é viável, uma vez que pequenas forças podem produzir uma grande modificação no ajuste (ACORD; NICKLAS, 1964). No caso de um veículo cujo centro de pressão está entre o Sol e o centro de massa, um torque desestabilizador é gerado no caso de um giro fora de seu eixo neutro (WIE, 2004a).

Embora para alguns tipos de veículo e missões o controle passivo de atitude seja eficiente na estabilização do satélite, nem sempre pode-se contar com este tipo de técnica. Dada a dinâmica das velas solares, que será tratada em detalhes no Capítulo 5, técnicas de estabilização passivas não são eficientes para o caso das velas solares compostas. Assim, o controle ativo para estabilização em três eixos será necessário para a maioria dos veículos que utilizem velas solares, demandando constantes manobras para a manutenção de sua atitude ou mesmo sua modificação (WIE, 2004a).

Uma das formas de controlar a atitude em três eixos de uma vela solar seria mudar a posição do seu centro de massa em relação ao seu centro de pressão (para deixá-lo estaticamente estável) ou mesmo utilizar painéis refletores fixos no veículo em uma posição tal que a força resultante gerada pela pressão de radiação solar incida atrás do centro de massa do veículo (ACORD; NICKLAS, 1964; WIE, 2004a). Abordagens diferentes deverão ser analisadas para o caso em questão, assim como é feita para a escolha do tipo de vela, considerando controlabilidade, factibilidade, entre outros aspectos (WIE, 2004a). Uma breve descrição dos sistemas segue:

- a) O sistema que utiliza a ventoinha considera um conjunto de ventoinhas presas ao veículo. Esta idéia surgiu como um controlador passivo, de forma que quando a vela está em uma posição adequada em relação ao Sol, nenhuma força é gerada nas ventoinhas. Porém, quando o veículo se move, os raios solares incidem sobre elas, gerando uma força restauradora que tende a fazer com que o veículo volte para sua atitude original (ACORD; NICKLAS, 1964). Tal sistema foi adaptado e é utilizado como um controlador ativo, em que as ventoinhas podem se mover de forma a mudar a força gerada nelas, e assim gerar uma força que fará o controle de atitude.
- b) Para se manejar os centros de massa e de pressão de um veículo, o que se faz é anexar uma massa ligada a uma barra articulada. Esta barra tem liberdade para se mover com dois graus de liberdade, e assim o centro de massa de todo o sistema é deslocado, conforme a barra se movimentar. Apesar de a ideia de manejar os centros de massa e de pressão pareçam simples, sua aplicação complica-se pelo fato de sua implementação no *hardware* do sistema ser difícil (WIE, 2004a).
- c) Para conferir uma rigidez giroscópica ao sistema e assim aumentar sua estabilidade, existe a possibilidade de aplicar uma velocidade angular ao sistema, que pode ser variável

ou constante. Este método, chamado *dual-spin* já é amplamente estudado e utilizado (FLATLEY, 1971; SEN, 1977) e com pequenas adaptações pode ser aplicado a velas solares compostas, aumentando a estabilidade de um dos seus eixos.

## 5 EQUAÇÕES DINÂMICAS DE UMA VELA SOLAR COMPOSTA

Para obter as equações dinâmicas que modelam o movimento de uma vela solar composta, é necessário deduzir a força provocada pela pressão de radiação solar que atua sobre a estrutura. Para isto, o raio solar que atinge cada elemento de área será seguido em seu trajeto a fim de determinar a força produzida por ele, e conseqüentemente o torque aplicado no sistema.

Considerando que os cálculos envolvidos são muitas vezes grandes, a fim de evitar erros, o desenvolvimento descrito nas subseções seguintes foi realizado no *Mathematica 6.0* seguindo o método descrito nos trabalhos de [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#), [Guerman et al. \(2008a\)](#) e [Guerman et al. \(2008b\)](#).

### 5.1 Expressões de Força e Torque Atuantes na SSPT

Para desenvolver um modelo de força e torque para uma SSPT, a força atuante em cada um dos espelhos que compõe a vela foi analisada, possibilitando também o cálculo do torque. Com tais modelos de força desenvolvidos, a força resultante pode ser facilmente calculada. O esquema considerado para o modelo pode ser visto na Figura 5.1:

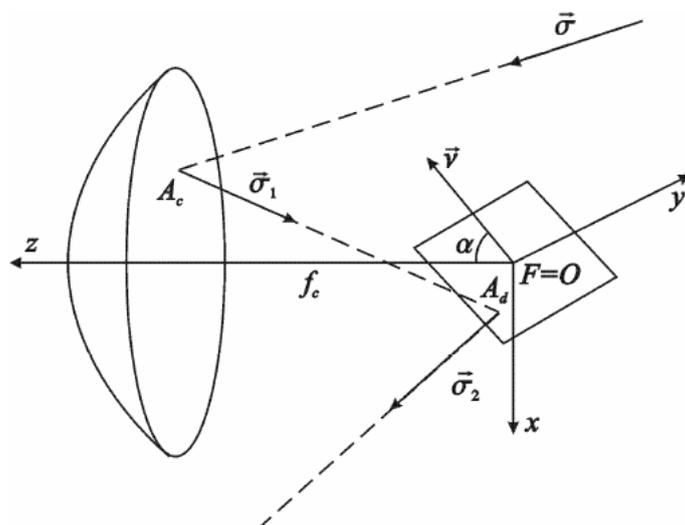


Figura 5.1 - Caminho seguido pelo raio de luz que atinge o coletor.

Fonte: [Guerman et al. \(2008a\)](#)

Na Figura 5.1 estão representados o coletor, de área  $A_c$ , e o diretor, de área  $A_d$ .  $z$  é o eixo de simetria da vela, normal ao plano definido pelos eixos  $x$  e  $y$ . A origem deste sistema coordenado está no foco  $F$  e o centro da vela está a uma distância  $f_c$  da origem. A direção de incidência dos raios solares é dada por  $\vec{\sigma}$ , enquanto a direção dos raios refletidos especularmente pelo coletor é

dada por  $\vec{\sigma}_1$  e os raios refletidos pelo diretor seguem a direção de  $\vec{\sigma}_2$ . A inclinação do diretor é dada por  $\alpha$  e o vetor normal a ele é dado por  $\vec{\nu}$ .

### 5.1.1 Força e Torque Atuantes no Coletor

Para desenvolver as equações de força e torque atuantes no coletor, considera-se a ausência da sombra produzida pelo diretor. Tal consideração pode ser feita, uma vez que os modelos propostos têm o raio do diretor no valor de 10% do raio do coletor, sendo portanto, sua área igual a 1% da área do coletor. Assim, sua sombra, estando a vela na posição nominal, é desprezível para os cálculos. Além disto, o fato de considerar a sombra não leva necessariamente a um modelo mais preciso, uma vez que a carga útil do satélite fica posicionada entre o diretor e o Sol, para que o diretor fique localizado no centro de massa do veículo. Portanto, para considerar a sombra seria necessário avaliar um caso específico, onde as dimensões da carga útil fossem conhecidas, a fim de saber exatamente qual a sombra projetada no coletor. Porém, como a ordem de grandeza das dimensões da carga útil não deve ser diferente da ordem de grandeza do diretor, ainda assim sua sombra pode ser desprezada sem prejuízo à análise do modelo. Outra simplificação considerada é que a superfície do coletor é totalmente regular, ou seja, assume a forma de um parabolóide perfeito, além de ser considerada um corpo rígido.

#### 5.1.1.1 Equação do Parabolóide

A estrutura do coletor, como já dito anteriormente, é na forma de um parabolóide de foco  $f_c$ , e tem seu formato descrito pela Equação 5.1:

$$\mathcal{F}(x, y, z) = x^2 + y^2 + 4f_c(z - f_c) = 0. \quad (5.1)$$

Portanto, para um dado elemento de área do coletor de coordenadas  $(x, y)$ , a distância na direção  $z$  (sobre o eixo de simetria do parabolóide) é dada pela Equação 5.2:

$$z = \frac{1}{4f_c}(4f_c^2 - x^2 - y^2) \quad (5.2)$$

Representa-se o vetor posição  $\vec{\xi}$  de cada elemento de área do coletor por:

$$\vec{\xi} = (x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}). \quad (5.3)$$

Para estudar a reflexão da luz incidente neste ponto, deve-se considerar a direção de incidência no elemento de área. Para isto, define-se o vetor unitário  $\hat{n}$  normal a cada elemento de área:

$$\hat{n} = \frac{-\nabla\mathcal{F}}{|\nabla\mathcal{F}|} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4f_c^2}}(x\hat{i} + y\hat{j} + 2f_c\hat{k}) \quad (5.4)$$

### 5.1.1.2 Forças e Torques Atuantes Sobre um Elemento de Área do Coletor

A luz que incide sobre o elemento de área  $dA = dx dy$ , vinda na direção dada pelo vetor unitário  $\vec{\sigma}$ , produz uma força  $d\vec{P}_1$  dada por:

$$d\vec{P}_1 = P_1 dA \hat{\sigma} \quad (5.5)$$

em que:

- $P_1 = -\rho (\vec{\sigma} \cdot \hat{n})$
- $\rho = \Phi \frac{r_E^2}{r_S^2}$
- $\Phi$  é a pressão solar a 1 U.A.
- $r_E, r_S$  são as distâncias heliocêntricas da Terra e da vela, respectivamente.

Assim, a força produzida pela luz incidente em um elemento de área é:

$$d\vec{P}_1 = -\rho (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) dA \vec{\sigma} \quad (5.6)$$

e o respectivo torque gerado é:

$$d\vec{M}_1 = \vec{\xi} \times d\vec{P}_1. \quad (5.7)$$

Esta luz incidente tem uma parcela refletida (especularmente e não especularmente) e outra parcela absorvida e depois reemitida. A luz refletida especularmente tem a direção  $\vec{\sigma}_1$ :

$$\vec{\sigma}_1 = \vec{\sigma} - 2(\vec{\sigma} \cdot \hat{n})\hat{n}. \quad (5.8)$$

Seja  $\tilde{r}_c$  a parcela da luz refletida no elemento de área. Desta parcela, uma fração  $s_c$  é refletida especularmente Assim:

$$d\vec{P}_{2r} = P_{2r} dA (-\vec{\sigma}_1) \quad (5.9)$$

em que  $P_{2r} = \rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{n}) = -\rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma} \cdot \hat{n})(-\vec{\sigma}_1)$ , ou seja:

$$d\vec{P}_{2r} = \rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) dA \vec{\sigma}_1. \quad (5.10)$$

Uma parcela  $(1 - s_c)$  da luz é refletida de forma difusa, ou seja, não especularmente, em uma superfície que pode ser Lambertiana ou não. Uma superfície Lambertiana é aquela que parece igualmente brilhante vista por todos os ângulos. O desvio desta condição ideal é dada pelo Coeficiente Lambertiano  $B_i$ , sendo  $B_f$  e  $B_b$  os coeficientes Lambertianos da parte frontal e traseira do coletor, respectivamente. A força gerada por esta parcela de luz refletida difusamente é dada por:

$$d\vec{P}_{2s} = \rho B_f \tilde{r}_c (1 - s_c) (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) dA \hat{n}. \quad (5.11)$$

Além da porção da radiação refletida, uma outra parte é absorvida pela vela, sendo então reemitida em forma de radiação térmica por ambas as faces da superfície. Para um material de emissividade  $\varepsilon$  a uma dada temperatura  $T$ , a potência emitida é:

$$P_{OT} = \varepsilon \tilde{\sigma} T^4 \quad (5.12)$$

em que  $\tilde{\sigma}$  é a constante de *Stefan-Boltzmann*. Seja o ângulo de incidência do raio de luz dado por  $\theta$ , a Equação 5.12 pode ser escrita como:

$$(1 - \tilde{r}_c) \rho \cos \theta = (\varepsilon_f + \varepsilon_b) \tilde{\sigma} T^4 \quad (5.13)$$

$$T^4 = \frac{(1 - \tilde{r}_c) \rho}{(\varepsilon_f + \varepsilon_b) \tilde{\sigma}} \cos \theta. \quad (5.14)$$

Nesta expressão  $\varepsilon$  é a emissividade da superfície e os subscritos  $b$  e  $f$  se referem respectivamente à superfície traseira e frontal da vela. Considerando que a força devida à reemissão térmica é a diferença entre a força produzida na superfície frontal e a superfície traseira do coletor, tem-se:

$$\begin{aligned} d\vec{P}_{2e} &= (P_{2ef} - P_{2eb}) \hat{n} dA \\ &= (\varepsilon_f \tilde{\sigma} T^4 B_f - \varepsilon_b \tilde{\sigma} T^4 B_b) \hat{n} dA \\ &= [(\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b) \tilde{\sigma} T^4] \hat{n} dA \\ &= (\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b) \tilde{\sigma} \frac{(1 - \tilde{r}_c) \rho}{(\varepsilon_f + \varepsilon_b) \tilde{\sigma}} \cos \theta \hat{n} dA \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$(5.16)$$

Assim, a força produzida pela absorção e reemissão da radiação é dada por:

$$d\vec{P}_{2e} = \frac{(\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b)}{(\varepsilon_f + \varepsilon_b)} \rho (1 - \tilde{r}_c) (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}) \hat{n} dA \quad (5.17)$$

e a força total exercida sobre o elemento de área  $dA$  é:

$$d\vec{P}_2 = d\vec{P}_{2r} + d\vec{P}_{2s} + d\vec{P}_{2e}, \quad (5.18)$$

enquanto o respectivo torque é dado por:

$$d\vec{M}_2 = \vec{\xi} \times d\vec{P}_2. \quad (5.19)$$

### 5.1.1.3 Força e Torque Exercidos pela Radiação Incidente no Coletor

Assim, a força e o torque exercidos pela radiação solar no coletor são dados pela integração das Equações 5.18 e 5.19, resultando:

$$\vec{P}_c = \int \int (d\vec{P}_1 + d\vec{P}_2) \quad (5.20)$$

$$\vec{M}_c = \int \int (d\vec{M}_1 + d\vec{M}_2) \quad (5.21)$$

## 5.1.2 Força e Torque Atuantes no Diretor

Para deduzir as forças atuantes sobre o diretor, consideram-se dois casos: diretor com características ópticas ideais, em que toda a luz incidente sobre ele é refletida especularmente, e diretor real, em que acontecem os mesmos casos de reflexão citadas no caso do coletor. Em ambos os casos, a radiação incidente é aquela refletida especularmente no coletor. Assim, esta radiação incide sobre o diretor na direção  $\vec{\sigma}_1$ .

### 5.1.2.1 Diretor Ideal

Considerando que as dimensões do diretor são muito menores que as dimensões do coletor, e tendo em vista que uma grande quantidade de radiação incide sobre ele (fazendo com que requisitos térmicos sejam bastante rígidos), pode-se modelar o diretor como uma superfície com características ideais. A primeira componente da força atuante é a correspondente à luz refletida pelo coletor sobre o diretor:

$$d\vec{P}_{rd1} = -d\vec{P}_{c2s} = -\rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}) \vec{\sigma}_1 dA \quad (5.22)$$

Em que  $\tilde{r}_c s_c$  é a parcela de luz que chega ao diretor, refletida pelo coletor e  $\vec{\nu}$  é o versor normal ao diretor. Seja  $\alpha$  a inclinação do diretor:

$$\vec{\nu} = [ \sin \alpha \quad 0 \quad \cos \alpha ]^T. \quad (5.23)$$

A luz será, então, refletida na direção  $\vec{\sigma}_2$ :

$$\vec{\sigma}_2 = \vec{\sigma}_1 - 2 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nu}) \vec{\nu} \quad (5.24)$$

Como o diretor é considerado ideal, a luz é totalmente refletida especularmente:

$$d\vec{P}_{rd2} = -dP_{rd1} \vec{\sigma}_2 = \rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma} \cdot \vec{\nu}) \vec{\sigma}_2 dA. \quad (5.25)$$

Assim:

$$d\vec{P}_{rd} = d\vec{P}_{rd1} + d\vec{P}_{rd2}, \quad (5.26)$$

e o referido raio de luz incide no diretor em uma posição dada por  $\vec{\xi}_D$ :

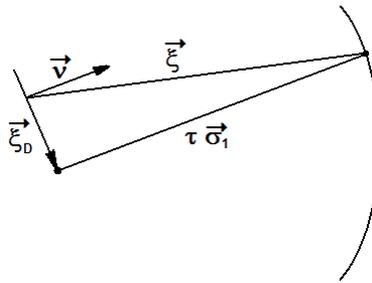


Figura 5.2 - Reflexão no diretor

$$\begin{aligned}\vec{\xi}_D &= \vec{\xi} + \vec{\xi}' \\ &= \vec{\xi} + \tau \vec{\sigma}_1\end{aligned}\quad (5.27)$$

$$\vec{\xi}_D \cdot \vec{\nu} = 0 \quad (5.28)$$

$$(\vec{\xi} + \tau \vec{\sigma}_1) \cdot \vec{\nu} = 0 \quad (5.29)$$

$$(\vec{\xi} \cdot \vec{\nu}) + \tau (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nu}) = 0 \quad (5.30)$$

$$\tau = -\frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\nu})}{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nu})} \quad (5.31)$$

$$\vec{\xi}_D = \vec{\xi} - \frac{(\vec{\xi} \cdot \vec{\nu})}{(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nu})} \vec{\sigma}_1. \quad (5.32)$$

Portanto, os torques gerados pelas parcelas 1 e 2 da força incidente sobre o diretor são:

$$d\vec{M}_{d1} = \vec{\xi}_D \times d\vec{P}_{d1} = \tilde{r}_c s_c \rho (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}_d) dA (\vec{\sigma}_1 \times \vec{\xi}) \quad (5.33)$$

$$d\vec{M}_{d2} = \vec{\xi}_D \times d\vec{P}_{d2}. \quad (5.34)$$

Logo,

$$d\vec{M}_d = d\vec{M}_{d1} + d\vec{M}_{d2} \quad (5.35)$$

Integrando as Equações 5.26 e 5.35, tem-se as expressões para força e torque atuantes sobre o diretor:

$$\begin{aligned}\vec{P}_{rd} &= \int \int d\vec{P}_{rd} \\ \vec{M}_d &= \int \int d\vec{M}_d\end{aligned}\quad (5.36)$$

### 5.1.2.2 Diretor Não- Ideal

Segue-se a dedução das forças atuantes no diretor considerando suas características não ideais. Como o diretor é feito de material diferente do material do coletor, suas características ópticas também serão diferentes, como pode-se ver na dedução das expressões de força.

Neste caso, também considera-se que a radiação incide no diretor na direção dada pelo vetor unitário  $\vec{\sigma}_1$ . A primeira componente da força é:

$$d\vec{P}_{d1} = -d\vec{P}_{c2s} = -\rho \tilde{r}_c s_c (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \vec{\sigma}_1 dA \quad (5.37)$$

Em que  $\tilde{r}_c s_c$  é a parcela da luz que atinge o diretor, vinda do coletor. Desta luz que atinge o diretor, uma parcela  $\tilde{r}_d$  é refletida, sendo que desta parcela refletida,  $s_d$  é refletida especularmente e  $(1 - s_d)$  é refletida difusamente. A direção de reflexão da luz é dada por:

$$\vec{\sigma}_2 = \vec{\sigma}_1 - 2 (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\nu}) \vec{\nu} \quad (5.38)$$

A força gerada pela luz refletida especularmente é:

$$d\vec{P}_{d2r} = \rho (\tilde{r}_c s_c) (\tilde{r}_d s_d) (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \vec{\sigma}_2 dA \quad (5.39)$$

E a parcela refletida de forma difusa produz uma força dada por:

$$d\vec{P}_{d2s} = \rho B_{fd}(\tilde{r}_c s_c) \tilde{r}_d (1 - s_d) (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \vec{\nu} dA \quad (5.40)$$

Enquanto a parcela reemitida gera:

$$d\vec{P}_{d2e} = \left( \frac{\varepsilon_{fd} B_{fd} - \varepsilon_{bd} B_{bd}}{\varepsilon_{fd} + \varepsilon_{bd}} \right) \rho (\tilde{r}_c s_c) (1 - \tilde{r}_d) (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \vec{\nu} dA \quad (5.41)$$

Finalmente, a força atuante no diretor quando este é considerado não-ideal é dada por

$$d\vec{P}_{d2} = d\vec{P}_{d2r} + d\vec{P}_{d2s} + d\vec{P}_{d2e} \quad (5.42)$$

$$d\vec{P}_d = d\vec{P}_{d1} + d\vec{P}_{d2}. \quad (5.43)$$

O torque provocado por esta força pode ser escrito como:

$$d\vec{M}_{d1} = \vec{\xi}_D \times d\vec{P}_{d1} = \tilde{r} s \rho (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) dA (\vec{\sigma}_1 \times \vec{\xi}_D) \quad (5.44)$$

$$d\vec{M}_{d2} = \vec{\xi}_D \times d\vec{P}_{d2}. \quad (5.45)$$

Logo,

$$d\vec{M}_d = d\vec{M}_{d1} + d\vec{M}_{d2}. \quad (5.46)$$

É importante lembrar que pode-se usar na construção do diretor um material melhor e mais rígido que o filme do coletor, que apresenta melhores características ópticas. Portanto, não é uma aproximação inadequada supor que o diretor se comporta idealmente.

### 5.1.3 Força e Torque Totais Atuantes no Diretor

Integrando as Equações 5.26 e 5.35, tem-se as expressões para força e torque atuantes sobre o diretor:

$$\vec{P}_{rd} = \int \int d\vec{P}_{rd} \quad (5.47)$$

$$\vec{M}_d = \int \int d\vec{M}_d \quad (5.48)$$

### 5.1.4 Força e Torque Totais Atuantes na SSPT

A resultantes das forças atuantes no coletor de raio  $R_c$  e foco  $f_c$  e no diretor (considerado ideal), dado pelas Expressões 5.21 e 5.36 respectivamente, depois de integradas, levam a:

$$P_x = \pi\rho \left[ \chi_x + \zeta_x \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.49)$$

$$P_y = \pi\rho \left[ \chi_y + \zeta_y \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.50)$$

$$P_z = \pi\rho \left[ \chi_z + \zeta_z \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.51)$$

em que:

$$\chi_x = \frac{1}{6f_c} \left\{ \sigma_x \lambda_1 \Psi_1 + \lambda_2 + 6R_c^2 \tilde{r}_c s_c \left[ \nu_x \sigma_z \Psi_2 - \tilde{r}_d s_d (2\nu_x \nu_z (1 - 2\sigma_z^2) + 2\nu_x \sigma_z (\nu_x \sigma_x + \nu_y \sigma_y) - \sigma_x \sigma_z) \right] \right\}$$

$$\chi_y = \frac{1}{6f_c} \left\{ \sigma_y \lambda_1 \Psi_1 + \lambda_2 + 6R_c^2 \tilde{r}_c s_c \left[ \nu_y \sigma_z \Psi_2 - \tilde{r}_d s_d (2\nu_y \nu_z (1 - 2\sigma_z^2) + 2\nu_y \sigma_z (\nu_y \sigma_y + \nu_x \sigma_x) - \sigma_y \sigma_z) \right] \right\}$$

$$\chi_z = \sigma_z (\eta_1 \lambda_3 + R_c^2 \sigma_z + \eta_2 (-2f_c + \sqrt{4f_c^2 + R_c^2}) + R_c^2 s_c \nu_z \eta_3) + R_c^2 s_c \tilde{r}_c \tilde{r}_d (s_d \Psi_3) - \eta_4 \nu_z \sigma_z$$

com:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= 16f_c^3 + (R_c^2 - 8f_c^2)\sqrt{R_c^2 + 4f_c^2} \\
\lambda_2 &= 6R_c^2 f_c \sigma_z \\
\lambda_3 &= 4f_c \sqrt{4f_c^2 + R_c^2} - 8f_c^2 \\
\Psi_1 &= \frac{(B_{bc}\epsilon_{bc} - B_{fc}\epsilon_{fc})}{\epsilon_{fc} + \epsilon_{bc}}(\tilde{r}_c - 1) + B_{fc}\tilde{r}_c(1 - s_c) \\
\Psi_2 &= \frac{1}{(\epsilon_{fd} + \epsilon_{bd})} \{B_{bd}\epsilon_{bd}(1 - \tilde{r}_d) - B_{fd}[\epsilon_{fd} + \epsilon_{bd}\tilde{r}_d - \tilde{r}_d s_d(\epsilon_{fd} + \epsilon_{bd})]\} \\
\Psi_3 &= (1 - 2\nu_z^2)(1 - 2\sigma_z^2) - 2\nu_z \sigma_z (\nu_x \sigma_x + \nu_y \sigma_y) \\
\eta_1 &= \frac{(B_{bc}\epsilon_{bc}(\tilde{r}_c - 1) + B_{fc}\epsilon_{fc})}{(\epsilon_{bc} + \epsilon_{fc})} \\
\eta_2 &= \frac{\tilde{r}_c}{(\epsilon_{bc} + \epsilon_{fc})(\epsilon_{bd} + \epsilon_{fd})} (4B_{fc}f_c(\epsilon_{bc}\epsilon_{bd}(1 - s_c) - s_c\epsilon_{bd}\epsilon_{fc} + \epsilon_{bc}\epsilon_{fd} - s_c\epsilon_{bc}\epsilon_{fd} - s_c\epsilon_{fc}\epsilon_{fd})) \\
\eta_3 &= (B_{bd}\epsilon_{bc}\epsilon_{bd} + B_{bd}\epsilon_{bd}\epsilon_{fc} - B_{fd}\epsilon_{bc}\epsilon_{fd} - B_{fd}\epsilon_{fc}\epsilon_{fd}) \\
\eta_4 &= \frac{(B_{bd} + B_{fd})\epsilon_{bd} - B_{fd}s_d(\epsilon_{bd} + \epsilon_{fd})}{(\epsilon_{bd} + \epsilon_{fd})} \\
\zeta_x &= 8 f_c^2 \tilde{r}_c s_c \tilde{r}_d s_d [-\sigma_x \sigma_z (1 - 2\nu_x^2) + \nu_x (\nu_z + 2\nu_y \sigma_y \sigma_z - 3\nu_z \sigma_z^2)] \\
\zeta_y &= 8 f_c^2 \tilde{r}_c s_c \tilde{r}_d s_d [-\sigma_y \sigma_z (1 - 2\nu_y^2) + \nu_y (\nu_z + 2\nu_x \sigma_x \sigma_z - 3\nu_z \sigma_z^2)] \\
\zeta_z &= 4 f_c^2 \tilde{r}_c s_c \tilde{r}_d s_d [(1 - 3\sigma_z^2)(2\nu_z^2 - 1) + 4\nu_z \sigma_z (\nu_x \sigma_x + 2\nu_y \sigma_y)]
\end{aligned}$$

Porém, podendo considerar as características ópticas do diretor como ideais, a expressão de força se resume ao resultado apresentado por [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#):

$$P_x = \pi\rho \left[ \chi'_x + \zeta'_x \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.52)$$

$$P_y = \pi\rho \left[ \chi'_y + \zeta'_y \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.53)$$

$$P_z = \pi\rho \left[ \chi'_z + \zeta'_z \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \quad (5.54)$$

em que:

$$\chi'_x = \frac{1}{6f_c} \left\{ \sigma_x \lambda' \Psi' - 6f_c R_c^2 [-\sigma_x \sigma_z + \tilde{r}_s (-\sigma_x \sigma_z (1 - 2\nu_x^2) + 2\nu_x (\nu_z + \nu_y \sigma_y \sigma_z - 2\nu_z \sigma_z^2))] \right\}$$

$$\chi'_y = \frac{1}{6f_c} \left\{ \sigma_y \lambda' \Psi' - 6f_c R_c^2 \left[ -\sigma_y \sigma_z + \tilde{r} s \left( -\sigma_y \sigma_z (1 - 2\nu_y^2) + 2\nu_y (\nu_z + \nu_x \sigma_x \sigma_z - 2\nu_z \sigma_z^2) \right) \right] \right\}$$

$$\chi'_z = 4f_c \sigma_z \left( -2f_c + \sqrt{R_c^2 + 4f_c^2} \right) \Psi' + R_c^2 \left[ \sigma_z^2 + \tilde{r} s \left( 1 - \sigma_z^2 (1 - 2\nu_z^2) - 2\nu_z (\nu_z + \nu_x \sigma_x \sigma_z + \nu_y \sigma_y \sigma_z) \right) \right]$$

com:

$$\lambda' = 16f_c^3 + (R_c^2 - 8f_c^2) \sqrt{R_c^2 + 4f_c^2}$$

$$\Psi' = \frac{B_b \epsilon_b (\tilde{r} - 1) + B_f [\epsilon_f + \tilde{r} \epsilon_b - \tilde{r} s (\epsilon_f + \epsilon_b)]}{\epsilon_f + \epsilon_b}$$

$$\zeta'_x = 8 f_c^2 \tilde{r} s \left[ -\sigma_x \sigma_z (1 - 2\nu_x^2) + \nu_x (\nu_z + 2\nu_y \sigma_y \sigma_z - 3\nu_z \sigma_z^2) \right]$$

$$\zeta'_y = 8 f_c^2 \tilde{r} s \left[ -\sigma_y \sigma_z (1 - 2\nu_y^2) + \nu_y (\nu_z + 2\nu_x \sigma_x \sigma_z - 3\nu_z \sigma_z^2) \right]$$

$$\zeta'_z = 4 f_c^2 \tilde{r} s \left[ 1 - 3\sigma_z^2 (1 - 2\nu_z^2) - 2\nu_z (\nu_z + 2\nu_x \sigma_x \sigma_z + 2\nu_y \sigma_y \sigma_z) \right]$$

Enquanto a integração da expressão para o torque é dada por:

$$M_{sx} = \pi \rho \left\{ \left[ \frac{v\psi}{120f_c^2} + \frac{R_c^2 \sigma_z}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_x^2) \right] \sigma_y - 2\nu_x \nu_y r_c^2 f_c \tilde{r} s \sigma_x \right\} \quad (5.55)$$

$$= \pi \rho \left\{ \left[ \frac{v\psi}{120f_c^2} + \frac{R_c^2}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_x^2) \right] \gamma + 2r_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_x \nu_y \alpha \right\} \quad (5.56)$$

$$M_{sy} = \pi \rho \left\{ \left[ \frac{-v\psi}{120f_c^2} - \frac{R_c^2 \sigma_z}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_y^2) \right] \sigma_x - 2\nu_x \nu_y r_c^2 f_c \tilde{r} s \sigma_y \right\} \quad (5.57)$$

$$= \pi \rho \left\{ \left[ \frac{v\psi}{120f_c^2} + \frac{R_c^2}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_y^2) \right] \alpha + 2r_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_x \nu_y \gamma \right\} \quad (5.58)$$

$$M_{sz} = 2\pi \rho f_c R_c^2 \tilde{r} s \nu_z \sigma_z (\nu_x \sigma_y - \nu_y \sigma_x) \quad (5.59)$$

$$= 2\pi \rho R_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_z (\nu_x \gamma + \nu_y \alpha) \quad (5.60)$$

Em que:

- $v = 64f_c^5 + (3r_c^4 + 4f_c^2 R_c^2 - 32f_c^4) \sqrt{R_c^2 + 4f_c^2}$
- $\psi = \frac{B_b \epsilon_b (\tilde{r} - 1) + B_f [\epsilon_f + \tilde{r} \epsilon_b - \tilde{r} s (\epsilon_b + \epsilon_f)]}{(\epsilon_b + \epsilon_f)}$ .

### 5.1.5 Limite no controle

Dada a necessidade de a vela ser leve, aliada ao fato de que ela deve estar dobrada no momento do lançamento e desdobrada uma vez em órbita, o filme da qual ela se constitui deve ser muito fino (MCINNES, 2004), como dito anteriormente. Assim, a incidência de radiação sobre a película

provoca uma degradação do filme (MCINNES, 2004; DACHWALD et al., 2006), o que diminui sua vida útil. Assim, convém que evitem-se reflexões múltiplas na vela para, assim, reduzir o desgaste desnecessário. Com isto, o ângulo de controle (ângulo que o diretor faz com o eixo de simetria da vela) deve ser limitado, de forma que toda a luz incidente no diretor saia do sistema ao invés de incidir novamente sobre a superfície do coletor.

Assim, para evitar estas múltiplas reflexões, o controle é limitado, sendo que o ângulo  $\tilde{\theta}$  mínimo para o controle é dado pela expressão:

$$\tan \tilde{\theta} = \frac{4 f_c R_c}{4 f_c^2 - R_c^2}, \quad (5.61)$$

em que  $f_c$  é a distância focal do coletor e  $R_c$  é o seu raio.

## 5.2 Força Atuante sobre a DR SPT

A DR SPT se constitui de um coletor e um refletor parabólicos, cofocais, e de um espelho plano, diretor, localizado no centro de massa do sistema. A luz incidente no coletor, que o atinge em raios paralelos, se converge para o foco, e, passando por ele, atinge o espelho refletor. Estes raios solares, por sua vez, são novamente refletidos, desta vez como fluxo paralelo, que por sua vez atingirá o diretor, que pode controlar a direção da radiação por meio de sua posição.

Observa-se que, em um modelo idealizado, as forças internas devido à pressão de radiação solar incidentes no coletor e no diretor se cancelam (MCINNES, 2004), como se pode observar na Figura 5.3, reproduzida novamente abaixo.

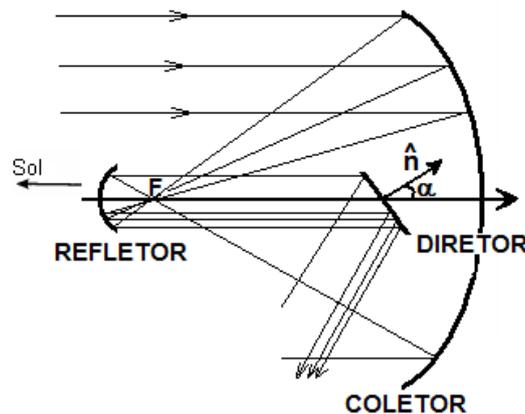


Figura 5.3 - Esquema da Vela Solar Composta de Dupla Reflexão, DR SPT.

Fonte: Guerman e Smirnov (2006a)

Assim, a força resultante é dada por [Guerman e Smirnov \(2006a\)](#):

$$P = 2A_c \frac{\Phi r_E^2}{r_S^2} \cos \theta \quad (5.62)$$

em que  $A_c$  é a área do coletor,  $\Phi$  é a pressão de radiação solar a 1 U.A.,  $r_E$  e  $r_S$  são respectivamente as distâncias heliocêntricas da Terra e da vela e  $\theta = 2\alpha$  é o dobro do ângulo de controle, ou seja, o ângulo que o diretor faz com o eixo de simetria da vela.

### 5.3 Equações de Movimento de Atitude da SSPT

O movimento de atitude da SSPT, como sua estabilidade e sua controlabilidade, foi objeto de estudo do presente trabalho. Considera-se que a vela é um objeto rígido. A rigor, sabendo-se que o coletor é uma estrutura de grandes dimensões e pequena massa, tem-se que tal estrutura é flexível. Porém, como um modelo simplificado, neste trabalho ele é tratado como uma estrutura rígida. Ainda, considera-se que o veículo está com atitude nominal e portanto seu movimento de atitude se resume a variações de pequenos ângulos dos eixos que compõe o sistema de coordenadas.

A primeira análise de movimento de atitude foi feita considerando a sequência (2, 3, 1). Esperava-se, por serem os desvios angulares pequenos, que para qualquer sequência tomada os resultados sejam os mesmos. De fato, para comprovar com um exemplo, o cálculo para a sequência (1, 2, 3) foi feito, obtendo-se os mesmos resultados. Assim, procedendo os giros de ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  na sequência (2, 3, 1), tem-se que a matriz de rotação é dada por:

$$M_{231} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma + \sin \alpha \cos \gamma \\ \sin \beta & \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \\ -\sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

Para ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  muito pequenos, pode-se considerar:

- $\sin \alpha \approx \alpha$ ;  $\sin \beta \approx \beta$ ;  $\sin \gamma \approx \gamma$ ;
- $\cos \alpha \approx 1$ ;  $\cos \beta \approx 1$ ;  $\cos \gamma \approx 1$ .

E descartando os termos de 2ª ordem e superiores, a Matriz [5.63](#) se reduz a:

$$M_{231} = \begin{bmatrix} 1 & -\beta & \alpha \\ \beta & 1 & -\gamma \\ -\alpha & \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Novamente considerando a sequência (2, 3, 1) para as velocidades, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad (5.65)$$

Sejam  $A$ ,  $B$ ,  $C$  os momentos de inércia da vela, e seja  $A = B$  (vela simétrica em relação ao eixo). As equações de movimento podem ser escritas como:

$$A \dot{p} + (C - B) q r = M_{sx} + M_{cx} \quad (5.66)$$

$$B \dot{q} + (A - C) r p = M_{sy} + M_{cy} \quad (5.67)$$

$$C \dot{r} + (B - A) p q = M_{sz} + M_{cz} \quad (5.68)$$

Em que  $M_s$  é o momento devido à pressão de radiação solar e  $M_c$  é o controle. Desprezando termos de 2ª ordem obtém-se:

$$A \ddot{\gamma} = M_{sx} + M_{cx} \quad (5.69)$$

$$B \ddot{\alpha} = M_{sy} + M_{cy} \quad (5.70)$$

$$C \ddot{\beta} = M_{sz} + M_{cz} \quad (5.71)$$

O desalinhamento da vela coincide com o eixo  $z$ , e é dado pela 3ª linha da matriz  $M_{231}$ :

$$\vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha \\ \gamma \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

Considere-se o momento de pressão solar, definido pelas Equações 5.56, 5.58 e 5.60. Fazendo:

- $$\pi \rho \left( \frac{v \psi}{120 f_c^2} + \frac{R_c^2}{4 f_c} (R_c^2 - 4 f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s \right) = F \quad (5.73)$$

- $$2 \pi \rho R_c^2 f_c \tilde{r} s = G \quad (5.74)$$

- $$G \nu_x \nu_y = E \quad (5.75)$$

as Equações 5.56, 5.58 e 5.60 ficam:

$$M_{sx} = F\gamma + G\nu_x^2\gamma + E\alpha = (F + G\nu_x^2)\gamma + E\alpha \quad (5.76)$$

$$M_{sy} = F\alpha + G\nu_y^2\alpha + E\gamma = (F + G\nu_y^2)\alpha + E\gamma \quad (5.77)$$

$$M_{sz} = G\nu_x\nu_z\gamma + G\nu_y\nu_z\alpha \quad (5.78)$$

Assim, as equações de movimento linearizadas são:

$$A\ddot{\gamma} = (F + G\nu_x^2)\gamma + E\alpha \quad (5.79)$$

$$B\ddot{\alpha} = (F + G\nu_y^2)\alpha + E\gamma \quad (5.80)$$

$$C\ddot{\beta} = G\nu_x\nu_z\gamma + G\nu_y\nu_z\alpha \quad (5.81)$$

#### 5.4 Estabilidade das Equações Linearizadas do Movimento de Atitude

Sejam as Equações 5.79 e 5.80 reescritas:

$$B\ddot{\alpha} - (F + G\nu_y^2)\alpha - E\gamma = 0 \quad (5.82)$$

$$-E\alpha + A\ddot{\gamma} - (F + G\nu_x^2)\gamma = 0 \quad (5.83)$$

Aplicando a Transformada de Laplace em 5.82 e 5.83:

$$B\lambda^2\alpha - (F + G\nu_y^2)\alpha - E\gamma = 0 \quad (5.84)$$

$$-E\alpha + A\lambda^2\gamma - (F + G\nu_x^2)\gamma = 0 \quad (5.85)$$

A matriz característica, portanto, é:

$$M_A = \begin{bmatrix} B\lambda^2 - (F + G\nu_y^2) & -E \\ -E & A\lambda^2 - (F + G\nu_x^2) \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

A equação característica é  $\det(M_A) = 0$

$$[B \lambda^2 - (F + G \nu_y^2)][A \lambda^2 - (F + G \nu_x^2)] - E^2 = 0 \quad (5.87)$$

$$AB \lambda^4 - A [F + G \nu_y^2] \lambda^2 - B [F + G \nu_x^2] \lambda^2 + [F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2) + G^2 \nu_x^2 \nu_y^2 - E^2] = 0 \quad (5.88)$$

Como a vela é simétrica em torno do eixo  $z$ ,  $A = B$ :

$$A^2 \lambda^4 - A[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] \lambda^2 + [F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2) + G^2 \nu_x^2 \nu_y^2 - E^2] = 0 \quad (5.89)$$

Porém,  $E^2 = G^2 \nu_x^2 \nu_y^2$ , de forma que:

$$A^2 \lambda^4 - A[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] \lambda^2 + [F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2)] = 0 \quad (5.90)$$

Fazendo  $\lambda^2 = p$ , a equação para a análise da estabilidade fica:

$$A^2 p^2 - A[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]p + [F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2)] = 0 \quad (5.91)$$

### 5.4.1 Condições de Estabilidade

Para uma equação quadrática, a condição necessária e suficiente para que haja estabilidade é que as raízes sejam reais, distintas e negativas. Para que tais condições sejam cumpridas, pode-se escrever:

$$\text{i) } \Delta \geq 0 \rightarrow b^2 - 4ac \geq 0$$

$$\text{ii) } p_1 + p_2 = \frac{b}{a} < 0$$

$$\text{iii) } p_1 p_2 = \frac{c}{a} > 0$$

Verificando as condições de estabilidade para a Equação 5.91, tem-se:

- Condição (i):

$$A^2[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]^2 - 4A^2 [F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2)] = \quad (5.92)$$

$$A^2 \{ [2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]^2 - 4[F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2)] \} = \quad (5.93)$$

$$A^2 G^2 (\nu_x^2 + \nu_y^2)^2 \geq 0 \quad (5.94)$$

Pois  $A, G, (\nu_x^2 + \nu_y^2) \in \Re$

ou seja, a Condição (i) sempre é cumprida

- Condição (ii):

$$\frac{A[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]}{A^2} < 0 \quad (5.95)$$

Porém,  $A > 0$

Então, para que a Condição (ii) seja cumprida:

$$[2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] < 0 \quad (5.96)$$

- Condição (iii):

$$\frac{F^2 + FG(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A^2} > 0 \quad (5.97)$$

Como  $A > 0$ :

$$F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2) > 0 \quad (5.98)$$

A partir destas condições, conclui-se que:

- No caso extremo de uma vela ideal, não há estabilidade sem um controlador no eixo  $z$ . É o único caso em que a vela solar é instável (GUERMAN et al., 2008b);
- No caso extremo de uma vela que absorve toda a luz incidente (ou seja,  $\tilde{r} = 0$ , o que leva a  $G = 0$  e  $E = 0$ ), sempre há estabilidade;
- Para velas não ideais, dependendo das características ópticas, há estabilidade para determinadas geometrias do coletor.

## 5.5 Estabilidade do eixo $\beta$ (rolamento)

Sejam as equações de movimento:

$$\ddot{\gamma} = \left( \frac{F + G\nu_x^2}{A} \right) \gamma + \left( \frac{E}{A} \right) \alpha \quad (5.99)$$

$$\ddot{\alpha} = \left( \frac{F + G\nu_y^2}{A} \right) \alpha + \left( \frac{E}{A} \right) \gamma \quad (5.100)$$

$$\ddot{\beta} = \left( \frac{G\nu_x\nu_z}{C} \right) \gamma + \left( \frac{G\nu_y\nu_z}{C} \right) \alpha \quad (5.101)$$

As soluções deste sistema são dadas por:

$$\alpha(t) = k_1 \exp\left(\sqrt{\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}}t\right) + k_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}}t\right) + \quad (5.102)$$

$$+ k_3 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_4 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \quad (5.103)$$

$$\gamma(t) = \frac{\nu_x}{\nu_y} \left[ k_1 \exp\left(\sqrt{\frac{F + G(\nu_y^2 + \nu_x^2)}{A}}t\right) + k_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}}t\right) \right] + \quad (5.104)$$

$$+ \frac{\nu_x}{\nu_y} \left[ k_3 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_4 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \right] \quad (5.105)$$

$$\beta(t) = \left(\frac{G\nu_z(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{C\nu_y}\right) \left(\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}\right) \left[ k_1 \exp\left(\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}t\right) + \quad (5.106)$$

$$+ k_2 \exp\left(-\frac{F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{A}t\right) \right] + k_5 t + k_6 \quad (5.107)$$

em que  $k_i$  são as constantes de integração. Pode-se observar que para  $\nu_x$  e/ou  $\nu_y = 0$  a Equação 5.105 apresenta indeterminações. Apesar de estes casos não cumprirem a condição de controle para evitar reflexões múltiplas, não se pode ignorar o comportamento da vela nestas condições. Nestes casos, as equações reduzem-se a:

- $\nu_x = 0$  e  $\nu_y \neq 0$

$$\dot{\gamma} = \left(\frac{F}{A}\right) \gamma \quad (5.108)$$

$$\ddot{\alpha} = \left(\frac{F + G\nu_y^2}{A}\right) \alpha \quad (5.109)$$

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{G\nu_y\nu_z}{C}\right) \alpha \quad (5.110)$$

Cujas soluções são:

$$\gamma(t) = k_1 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \quad (5.111)$$

$$\alpha(t) = k_3 \exp\left(\sqrt{\frac{F + G\nu_y^2}{A}}t\right) + k_4 \exp\left(-\sqrt{\frac{F + G\nu_y^2}{A}}t\right) \quad (5.112)$$

$$\beta(t) = \left(\frac{G\nu_y\nu_z}{C}\right) \left(\frac{F + G\nu_y^2}{A}\right) \left[ k_3 \exp\left(\frac{F + G\nu_y^2}{A}t\right) \right. \quad (5.113)$$

$$\left. + k_4 \exp\left(-\frac{F + G\nu_y^2}{A}t\right) \right] + k_5 t + k_6 \quad (5.114)$$

- $\nu_x \neq 0$  e  $\nu_y = 0$

$$\ddot{\gamma} = \left(\frac{F + G\nu_x^2}{A}\right) \gamma \quad (5.115)$$

$$\ddot{\alpha} = \left(\frac{F}{A}\right) \alpha \quad (5.116)$$

$$\ddot{\beta} = \left(\frac{G\nu_x\nu_z}{C}\right) \gamma \quad (5.117)$$

Cujas soluções são:

$$\gamma(t) = k_1 \exp\left(\sqrt{\frac{F + G\nu_x^2}{A}}t\right) + k_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{F + G\nu_x^2}{A}}t\right) \quad (5.118)$$

$$\alpha(t) = k_3 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_4 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \quad (5.119)$$

$$\beta(t) = \left(\frac{G\nu_x\nu_z}{C}\right) \left(\frac{F + G\nu_x^2}{A}\right) \left[ k_1 \exp\left(\frac{F + G\nu_x^2}{A}t\right) \right. \quad (5.120)$$

$$\left. + k_2 \exp\left(-\frac{F + G\nu_x^2}{A}t\right) \right] + k_5 t + k_6 \quad (5.121)$$

- $\nu_x = 0$  e  $\nu_y = 0$

$$\ddot{\gamma} = \left(\frac{F}{A}\right) \gamma \quad (5.122)$$

$$\ddot{\alpha} = \left(\frac{F}{A}\right) \alpha \quad (5.123)$$

$$\ddot{\beta} = 0 \quad (5.124)$$

Cujas soluções são:

$$\gamma(t) = k_1 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \quad (5.125)$$

$$\alpha(t) = k_3 \exp\left(\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) + k_4 \exp\left(-\sqrt{\frac{F}{A}}t\right) \quad (5.126)$$

$$\beta(t) = k_5 t + k_6 \quad (5.127)$$

Como pode-se observar, o movimento do eixo de rolamento  $\beta$  é sempre instável. Uma das opções para estabilizá-lo é girando a vela (sistema semelhante ao *dual spin*). Estabilizar o eixo de rolamento através da velocidade angular mostra-se uma alternativa interessante, pois, além de estabilizar tal eixo através da rigidez giroscópica, proporciona que o filme do coletor mantenha um formato mais próximo ao parabolóide ideal. Entretanto, observa-se que a estabilidade do eixo de simetria da vela não significa que o movimento em torno de tal eixo seja estável, uma vez que tais movimentos são desacoplados. Assim, um controlador para o movimento em torno do eixo de simetria sempre será necessário.

## 5.6 Estabilização do Eixo de Rolamento $\beta$

A ênfase desta Seção é a estabilização do movimento do eixo de simetria da vela, assim como o movimento em torno de tal eixo. Para estabilizar o movimento do eixo de simetria da vela, uma velocidade angular será aplicada ao coletor, que gira em torno do seu eixo de simetria. A velocidade de rotação do coletor pode ser considerada uma constante ou uma variável de controle. Os resultados abaixo apresentados podem ser conferidos no trabalho de [Guerman et al. \(2008a\)](#).

Para a rotação constante, mostra-se que para uma vela ideal ou não ideal, algumas geometrias da vela podem ser estabilizadas através de uma rotação, desde que respeitado um valor mínimo para a velocidade angular, determinado pela geometria da vela considerada. No caso extremo de uma vela que absorve toda a luz incidente, o sistema, se não é estável, pode ser estabilizado através de uma rotação constante.

No caso de velocidade angular variável, mostra-se que o sistema obedece à condição de controlabilidade definida por Kalman. Neste caso, o movimento do eixo de simetria sempre pode ser estabilizado, embora o movimento em torno dele não o seja.

Assim, considera-se uma vela com uma estrutura principal simétrica, cujos momentos de inércia são  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{A}$  e  $C$  e coletor com momentos de inércia  $\hat{A}$ ,  $\hat{A}$  e  $J$  que gira em torno do eixo  $z$  com velocidade angular  $\delta$ . Sabendo-se que  $A = \tilde{A} + \hat{A}$ , as equações de movimento desta estrutura são dadas por:

$$A\dot{p} + (C - A)qr = -J\delta q + M_{sx} \quad (5.128)$$

$$A\dot{q} + (A - C)rp = J\delta p + M_{sy} \quad (5.129)$$

$$C\dot{r} + J\dot{\delta} = M_{sz} \quad (5.130)$$

Com a linearização, e sendo  $F$  e  $G$  dadas pelas Expressões 5.73 e 5.74, as Equações 5.129 ficam:

$$A\ddot{\alpha} - J\delta\dot{\gamma} - (F + G\nu_y^2)\alpha - G\nu_x\nu_y\gamma = 0 \quad (5.131)$$

$$A\ddot{\gamma} - J\delta\dot{\alpha} - (F + G\nu_x^2)\gamma - G\nu_x\nu_y\alpha = 0 \quad (5.132)$$

$$C\ddot{\beta} + J\dot{\delta} - G\nu_z(\nu_y\alpha + \nu_x\gamma) = 0 \quad (5.133)$$

### 5.6.1 Rotação do Coletor com Velocidade Angular Constante

Considerando que o coletor gira com velocidade constante, a equação para o eixo de rolamento  $\beta$  é a mesma da Expressão 5.101. Portanto, como naquele caso, o movimento ainda é instável. A equação característica para este caso é:

$$A^2 \lambda^4 + [(J\delta)^2 - 2AF - AG(\nu_x^2 + \nu_y^2)]\lambda^2 + F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] = 0 \quad (5.134)$$

E as condições de estabilidade são:

$$\begin{cases} (J\delta)^2 - 2AF - AG(\nu_x^2 + \nu_y^2) > 0 \\ F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] > 0 \\ [(J\delta)^2 - 2AF - AG(\nu_x^2 + \nu_y^2)]^2 - 4A^2F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] > 0 \end{cases} \quad (5.135)$$

Tais condições são equivalentes a:

$$\begin{cases} F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] > 0 \\ (J\delta)^2 > A \left\{ 2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2) + 2\sqrt{F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]} \right\} \end{cases} \quad (5.136)$$

ou:

$$\begin{cases} F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)] > 0 \\ (J\delta)^2 < A \left\{ 2F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2) - 2\sqrt{F[F + G(\nu_x^2 + \nu_y^2)]} \right\} \end{cases} \quad (5.137)$$

Analisando as Equações 5.136 e 5.137, mostra-se que a estabilidade do eixo de rolamento para qualquer que seja a orientação do diretor é obtida em dois casos:

a)  $F < -G$

b)  $F > 0$  e  $(J\delta)^2 > A \left[ 2F + G + 2\sqrt{F(F+G)} \right]$

A condição (a) coincide com a condição de estabilidade para uma vela solar sem rotação no coletor, enquanto a condição (b) significa que para  $F > 0$  sempre é possível estabilizar o eixo de rolamento com uma alta rotação no coletor. O valor da velocidade angular mínima que estabiliza este eixo depende da geometria da vela considerada. Para velas que levam à condição  $-G < F < 0$  não há possibilidade de estabilizar o veículo através de rotação do coletor com velocidade constante. Seu movimento será instável em pelo menos para algumas orientações do diretor (GUERMAN et al., 2008b).

Para casos particulares, tem-se:

- Para um coletor com propriedades ópticas ideais, a condição (a) nunca é satisfeita. A condição (b) fica:

$$4f_c^3 \pi \rho \psi (\psi - 2) > 0 \quad (5.138)$$

$$(J\delta^2) > 8\pi \rho A f_c^3 \psi [\psi - 1 + \sqrt{\psi(\psi - 2)}] \quad (5.139)$$

Como  $\psi > 0$ , a condição (5.139) é satisfeita para  $\psi > 2$ , o que significa que a geometria da vela deve ser tal que  $R_c > 2\sqrt{2}f_c$ .

- Para um coletor que absorve toda a luz incidente, a condição (a) é satisfeita para  $0 < \psi < 1$  e a condição (b) fica:

$$4f_c^3 \pi \rho \psi (\psi - 1) > 0 \quad (5.140)$$

$$(J\delta^2) > 16\pi \rho A f_c^3 \psi (\psi - 1) \quad (5.141)$$

Neste caso, para todas as geometrias da vela, o eixo de rolamento pode ser estabilizado por rotação do coletor, sendo que o valor mínimo para estabilizar novamente depende da geometria da vela considerada.

- Para um caso não ideal, ou seja, um caso intermediário entre os dois casos extremos anteriormente mencionados, a estabilidade do eixo de rolamento vai depender das características ópticas do material, assim como de sua geometria. Para o material exemplificado no trabalho de McInnes (2004), ou seja:

$$\tilde{r} = 0.88, \quad s = 0.94; \quad \varepsilon_f = 0.05; \quad \varepsilon_b = 0.05; \quad B_b = 0.55; \quad B_f = 0.79$$

a condição (a) é satisfeita para  $R_c < 0.83f_c$ , enquanto a condição (b) é satisfeita para  $\psi > 1.83583$ , ou seja,  $R_c > 2.71f_c$ . Ou seja, para tais características ópticas, tais geometrias proporcionam estabilização através de uma rotação com velocidade angular do coletor.

### 5.6.2 Rotação do Coletor com Velocidade Angular Variável

A aceleração angular do coletor pode ser usada como uma variável de controle do movimento do eixo de rolamento. A Equação 5.133 mostra que tal movimento pode ser assim estabilizado. O esforço de controle necessário é pequeno para o caso do eixo estável. Obviamente tal controle não tem efeito sobre o movimento em torno do eixo de simetria, uma vez que as outras equações de movimento são independentes de  $\beta$ .

## 5.7 Controle de Atitude de uma Vela Solar Composta Simples

Para estabilizar a vela solar, é necessário ter um sistema ativo de controle de atitude. O sistema proposto neste trabalho é constituído por três superfícies refletoras de dimensões menores (ventoinhas), fixas à borda do coletor. Tal sistema foi proposto por outros autores em outras configurações, como por exemplo nos trabalhos de [McInnes \(2004\)](#) e [Wie \(2004b\)](#). Aqui consideram-se três ventoinhas dispostas de forma simétrica na borda do coletor, conforme Figura 5.4. Cada ventoinha possui área  $A_v$  e seu centro de massa está localizado a uma distância  $d$  do centro do coletor. O movimento delas é simultâneo, ou seja, o ângulo que elas se deslocam é igual para as três. As coordenadas dos seus centros de massa são:

$$\vec{d}_1 = d(\sin \varphi_d, 0, \cos \varphi_d) \quad (5.142)$$

$$\vec{d}_2 = d(\sin \varphi_d \cos \frac{2\pi}{3}, \sin \varphi_d \sin \frac{2\pi}{3}, \cos \varphi_d) \quad (5.143)$$

$$\vec{d}_3 = d(\sin \varphi_d \cos \frac{2\pi}{3}, -\sin \varphi_d \sin \frac{2\pi}{3}, \cos \varphi_d) \quad (5.144)$$

Em que  $\varphi_d$  é o ângulo formado entre o eixo de simetria da vela e a inclinação de uma ventoinha, conforme mostrado na Figura 5.5. O torque de controle é produzido por estas ventoinhas é dado por ([MCINNES, 2004](#)):

$$\vec{M}_c = \frac{\Phi A_v r_E^2}{r_s^2} \sum_{i=1}^3 (\vec{\sigma} \cdot \hat{n}_i)^2 (\vec{d}_i \times \hat{n}_i) \quad (5.145)$$

em que  $\Phi$  é o fluxo solar a 1UA,  $r_E$  e  $r_s$  são as distâncias heliocêntricas da Terra e da SSPT, respectivamente e  $\hat{n}_i$  são os vetores unitários normais à superfície das ventoinhas. As equações de movimento são, portanto:

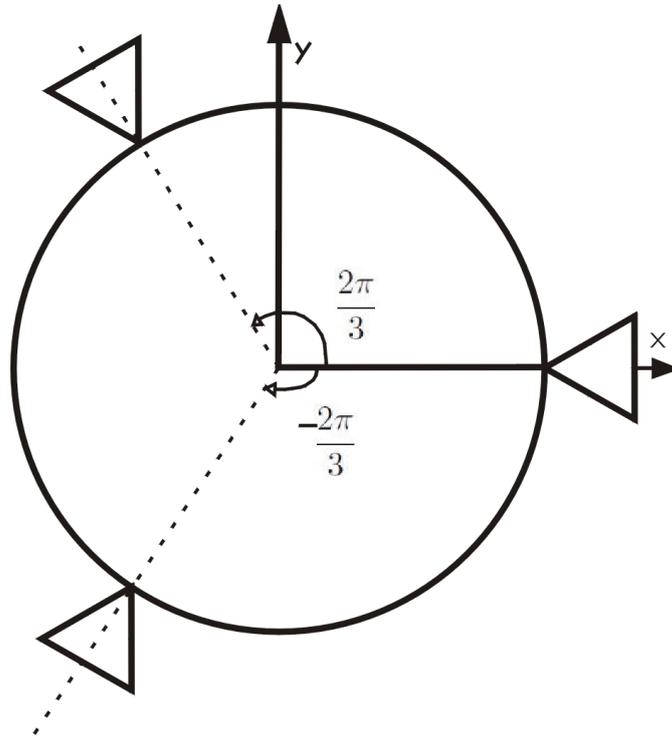


Figura 5.4 - Ventoinhas dispostas simetricamente em torno do coletor

$$A\dot{p} + (C - B)qr = 3\frac{\mu}{r_s^3}(C - B)a_{32}a_{33} + M_{sx} + M_{cx}, \quad (5.146)$$

$$B\dot{q} + (A - C)rp = 3\frac{\mu}{r_s^3}(A - C)a_{33}a_{31} + M_{sy} + M_{cz}, \quad (5.147)$$

$$C\dot{r} + (B - A)pq = 3\frac{\mu}{r_s^3}(B - A)a_{31}a_{32} + M_{sy} + M_{cz} \quad (5.148)$$

em que

- $a_{31} = \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma$
- $a_{32} = \cos \beta \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$
- $a_{33} = \cos \alpha \cos \gamma$ .

Se o diretor tem a orientação definida por:

$$\vec{\nu} = [\nu_x \nu_y \nu_z]^T \quad (5.149)$$

o torque devido à pressão de radiação solar é dado pelas Equações 5.56, 5.58, 5.60, reproduzidas a

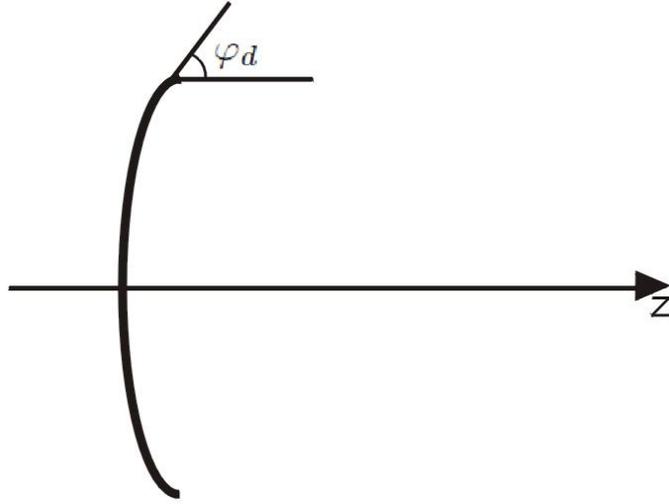


Figura 5.5 - Ângulo formado entre o eixo de simetria da vela e a inclinação da ventoinha

seguir:

$$M_{sx} = \pi\rho \left\{ \left[ \frac{v\psi}{120f_c^2} + \frac{R_c^2}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_x^2) \right] \gamma + 2r_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_x \nu_y \alpha \right\} \quad (5.150)$$

$$M_{sy} = \pi\rho \left\{ \left[ \frac{v\psi}{120f_c^2} + \frac{R_c^2}{4f_c} (R_c^2 - 4f_c^2) - R_c^2 f_c \tilde{r} s (1 - 2\nu_y^2) \right] \alpha + 2r_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_x \nu_y \gamma \right\} \quad (5.151)$$

$$M_{sz} = 2\pi\rho R_c^2 f_c \tilde{r} s \nu_z (\nu_x \gamma + \nu_y \alpha) \quad (5.152)$$

com:

- $v = 64f_c^5 + (3r_c^4 + 4f_c^2 R_c^2 - 32f_c^4) \sqrt{R_c^2 + 4f_c^2}$

- $\psi = \frac{B_b \epsilon_b (\tilde{r} - 1) + B_f [\epsilon_f + \tilde{r} \epsilon_b - \tilde{r} s (\epsilon_b + \epsilon_f)]}{(\epsilon_b + \epsilon_f)}$

Como visto na Subseção 5.3, as equações já linearizadas em torno da posição nominal são dadas por:

$$A\ddot{\gamma} = (F + G\nu_x^2)\gamma + E\alpha \quad (5.153)$$

$$B\ddot{\alpha} = (F + G\nu_y^2)\alpha + E\gamma \quad (5.154)$$

$$C\ddot{\beta} = G\nu_x \nu_z \gamma + G\nu_y \nu_z \alpha \quad (5.155)$$

Somando-se a elas as parcelas de controle dadas pela expressão 5.145, tem-se um modelo linear para a dinâmica do sistema. Considerando a teoria descrita na Subseção 4.6.2, calcula-se a matriz de controlabilidade. Tal matriz satisfaz o critério de controlabilidade desde que:

$$\varphi_d \neq 0, \pm\pi/2.$$

Assim, um controle feito com um *feedback* linear pode estabilizar o sistema com um dado amortecimento. Variando a distância entre as ventoinhas e o eixo de simetria da vela pode-se obter uma vasta gama de torques de controle. Assim, tal sistema é capaz de estabilizar o sistema original baseado em um controle projetado a partir do sistema linearizado.

## 6 AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA DINÂMICA DAS VELAS SOLARES COMPOSTAS

No Capítulo 5 foram desenvolvidas as expressões analíticas que modelam a dinâmica da SSPT e da DR SPT. No entanto, as expressões analíticas não consideram situações que fogem do comportamento nominal do veículo. Para analisar o comportamento das velas solares considerando situações mais abrangentes, ou seja, diferentes das condições nominais, foram desenvolvidos modelos numéricos que considerassem efeitos tais como:

- Reflexões múltiplas nos espelhos que constituem a vela;
- Efeito de sombra;
- Desalinhamento da vela em relação à atitude nominal (apontando para o Sol);
- Irregularidades na superfície do coletor;

As simulações numéricas foram feitas com precisão de 1%, o que proporciona bons resultados para estudos de caso geral. O *software* utilizado foi o MATLAB *Release* 14, sendo as simulações feitas por linhas de comando.

Sendo o coletor uma estrutura frágil, feita de um filme fino, há uma degradação de sua superfície à medida que incide radiação sobre ele (DACHWALD et al., 2007). Para evitar um desgaste da estrutura além do necessário, de forma a aumentar o tempo de operação do veículo, múltiplas reflexões devem ser evitadas. Isto pode ser feito limitando o ângulo de controle. Porém, para um estudo completo da dinâmica da vela, deve-se considerar qualquer posição que seja do diretor. Esta situação, que dificulta um estudo analítico do problema, pode ser modelada numericamente.

Apresentam-se a seguir os resultados da simulação dos modelos numéricos para SSPT e DR SPT. Para as simulações numéricas apresentadas neste Capítulo, foram considerados resultados comparados àqueles obtidos por uma vela solar plana de área igual à área do coletor das velas solares compostas.

### 6.1 Cálculo Numérico das Forças Geradas pela Pressão de Radiação Solar na SPT

Nesta subseção o modelo numérico das velas solares compostas é usado na computação do vetor de força gerado pela pressão de radiação solar. Para tanto, considera-se a geometria da vela dada pelos parâmetros:

- Raio do coletor:  $R_c = 20m$ ;
- Raio do diretor:  $r_d = 0,1 R_c = 2m$ ;
- Raio do refletor:  $r_r = 0,1 R_c = 2m$ ;

A integração é feita em coordenadas cartesianas, de forma que cada elemento de área da vela tem o mesmo peso na computação da força incidente no coletor. O modelo considera reflexões múltiplas. No entanto, caso ocorram mais de 20 reflexões sem que o raio considerado abandone o sistema, passa-se ao próximo elemento de área. Tal aproximação é bastante coerente, uma vez que a cada reflexão a radiação é parcialmente absorvida e parcialmente refletida difusamente, de forma que sua intensidade diminui à medida que o número de reflexões aumenta. Contudo, estas situações são raras e ocorrem somente na DR SPT, uma vez que o controle da SSPT se responsabiliza por evitar tais reflexões múltiplas.

### 6.1.1 Força Gerada pela Pressão de Radiação Solar na SSPT

Para o cálculo da força gerada pela pressão de radiação solar sobre uma SSPT, as expressões apresentadas na Subseção 5.1 foram utilizadas. Assim, para a incidência de raios solares no coletor, a força é composta pela própria luz incidente, por uma parcela de luz refletida (especularmente ou difusamente) e também por uma parcela devida à absorção e reemissão térmica da radiação. Todas estas parcelas são computadas para o cálculo da força exercida no coletor. O diretor, neste modelo numérico, é considerado ideal, e portanto as parcelas de força são geradas pela luz incidente e sua reflexão especular. Como dito anteriormente as dimensões menores do diretor permitem que ele seja feito de um material melhor, e, portanto, com características ópticas mais próximas do ideal.

O modelo numérico segue os seguintes passos:

- a) Inserção dos parâmetros físicos da vela;
- b) Definição do desalinhamento da vela em relação à atitude nominal;
- c) Definição do ângulo de controle;
- d) Escolha de um elemento de área do coletor;
- e) Cálculo do vetor que determina a direção da radiação solar incidente no elemento de área do coletor;
- f) Cálculo dos vetores de força e torque produzidos neste elemento de área e soma ao valor armazenado;
- g) Cálculo da direção do raio refletido;
- h) Verificação se atinge o diretor. Caso negativo, passa ao próximo elemento de área e repete-se o procedimento. Caso positivo, passa ao próximo item;
- i) Cálculo dos vetores de força e torque produzidos no diretor e soma ao valor armazenado;
- j) Cálculo da direção do raio refletido;
- k) Verificação se atinge o coletor. Caso negativo, passa ao próximo elemento de área e repete-se o procedimento até o máximo de 20 reflexões. Caso positivo, passa ao item (e);
- l) Repetição do procedimento para os demais ângulos de controle.

O esquema deste modelo numérico da SSPT pode ser conferido no Apêndice A. Um exemplo de caminho percorrido pelo raio solar nas reflexões pode ser verificado na Figura 6.1.

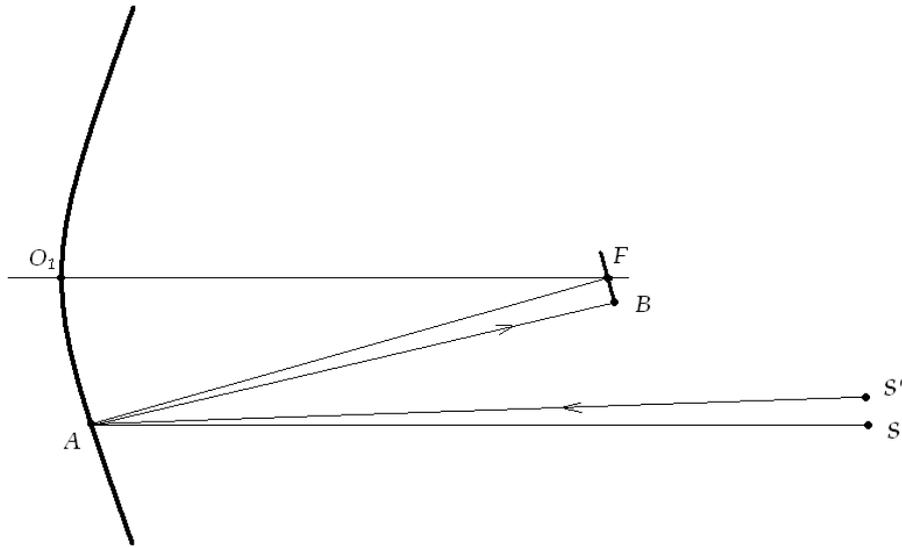


Figura 6.1 - Análise do caminho percorrido pela luz em uma SSPT

A distância  $|AF|$  é dada por:

$$|AF| \leq f_c + \frac{R_c^2}{4f_c} \quad (6.1)$$

em que  $f_c$  é a distância focal do coletor (igual à distância entre os espelhos) e  $R_c$  é seu raio. Se o ângulo  $\theta'$  definido por:

$$\theta' = \angle FAB = \angle SAS' \quad (6.2)$$

satisfizer a condição 6.3, a luz encontra o diretor.

$$\sin \theta' < \frac{r_d}{f_c + R_c/(4f_c)} \quad (6.3)$$

em que  $r_d$  é o raio do diretor.

Os resultados obtidos para o modelo numérico para diferentes geometrias de SSPT podem ser conferidos nas Figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5. Todos os resultados apresentados neste trabalho estão normalizados em relação aos resultados obtidos para uma vela plana de mesma área. Comparando

estes resultados com aqueles obtidos analiticamente (Expressões 5.50) percebe-se que o modelo analítico só é coerente com o modelo numérico a partir de certos valores do ângulo de controle.

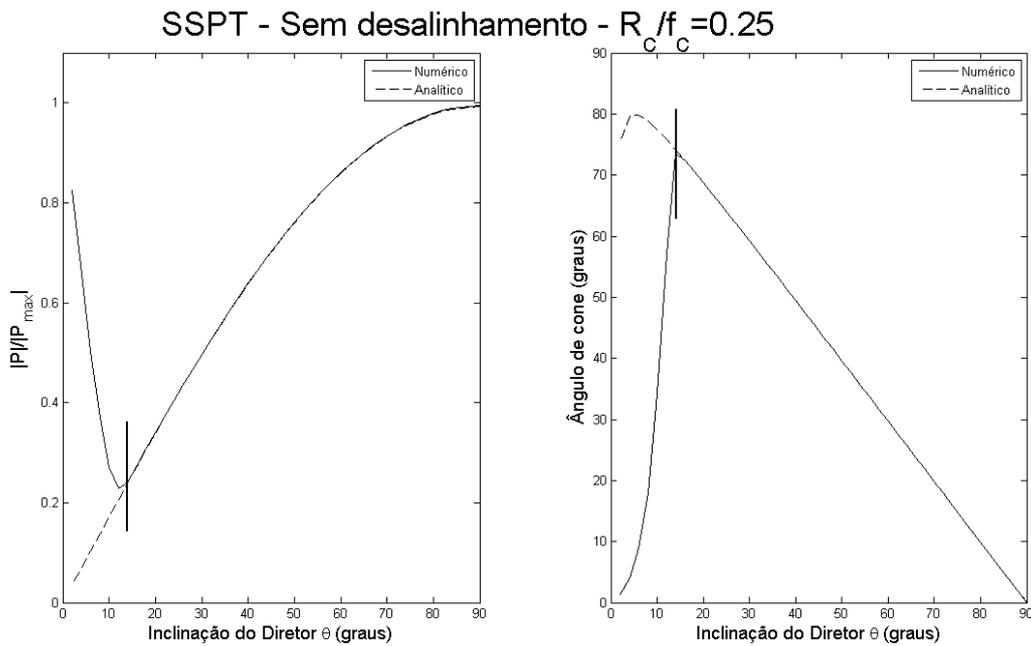


Figura 6.2 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

O modelo analítico foi desenvolvido para ângulos de controle a partir de um limite inferior dado pela Equação 5.61, pelo fato de a exigência de não contemplar casos de reflexões múltiplas. Os cálculos para tais limites levam aos valores de  $\tilde{\theta} = 14^\circ$  para  $R_c/f_c = 0,25$ ; para  $R_c/f_c = 0,50$ ,  $\tilde{\theta} = 28^\circ$ ; para  $R_c/f_c = 0,75$ ,  $\tilde{\theta} = 40^\circ$ ; e para  $R_c/f_c = 1,00$ ,  $\tilde{\theta} = 52^\circ$ . Abaixo destes valores, a posição do diretor leva a reflexões múltiplas, que contribuem com uma parcela de força a cada incidência em um dos espelhos. Para valores abaixo de tal ângulo não há um modelo analítico desenvolvido. No entanto, para o intervalo que tal modelo existe, seus resultados estão de acordo com o modelo numérico com uma precisão muito boa. O limite de validade do modelo analítico foi indicado nos gráficos com um traço vertical.

### 6.1.2 Forças Geradas pela Pressão de Radiação Solar na DR SPT

No caso da DR SPT, um modelo numérico é ainda mais necessário para a análise da força aplicada na vela do que no caso da SSPT. No caso deste esquema, o modelo analítico falha pelo fato de desprezar o efeito de sombra, reflexões múltiplas e pelas limitações geométricas do sistema (GUERMAN; SMIRNOV, 2007). Assim como a SSPT, os raios dos espelhos menores são 10% do raio do coletor, o que faz com que a sombra do raio incidente seja apenas 1% da área computada. Porém, no caso desta estrutura, embora a sombra provocada pelos raios incidentes seja também desprezível, a própria geometria da estrutura faz com que o efeito de sombra dos raios refletidos

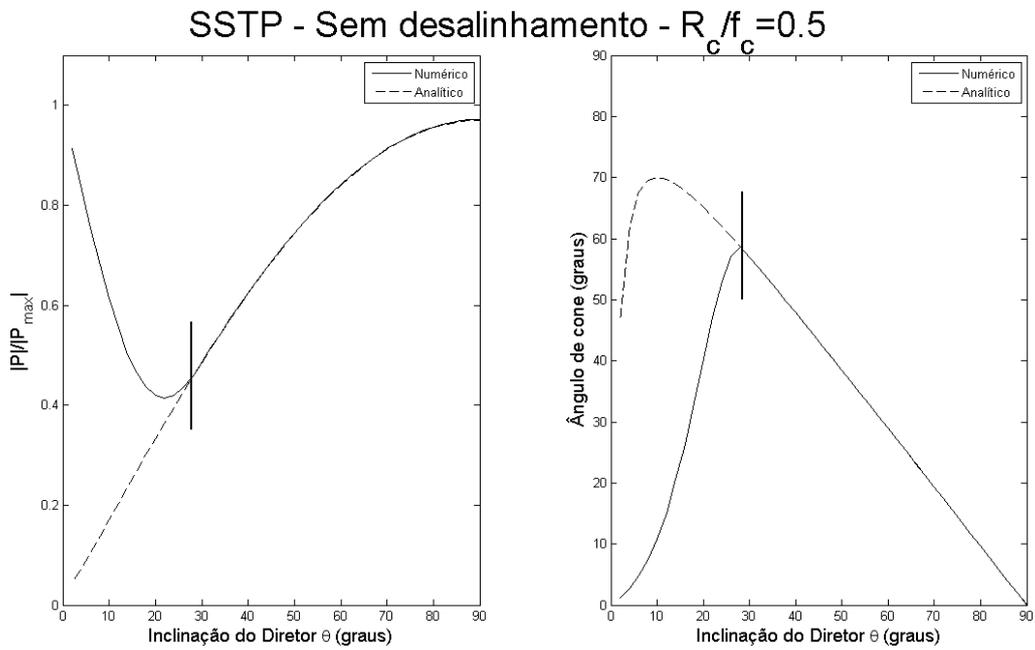


Figura 6.3 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

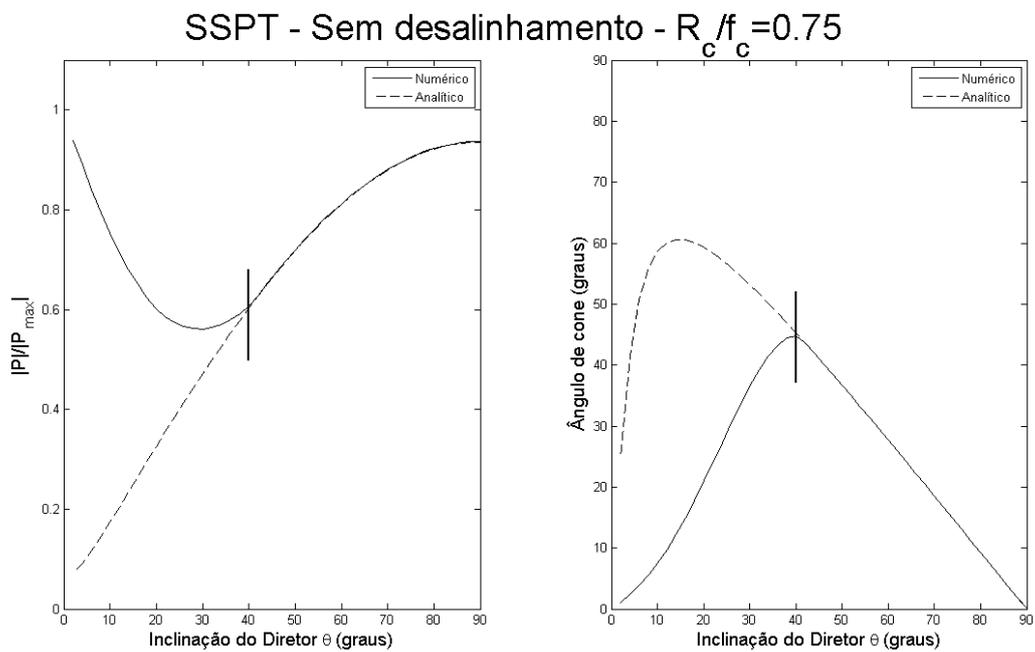


Figura 6.4 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

não o seja. Os raios incidentes no coletor são concentrados e direcionados para o foco. Porém, antes de atingirem este ponto, parte deles encontra a região traseira do espelho diretor, impedindo que

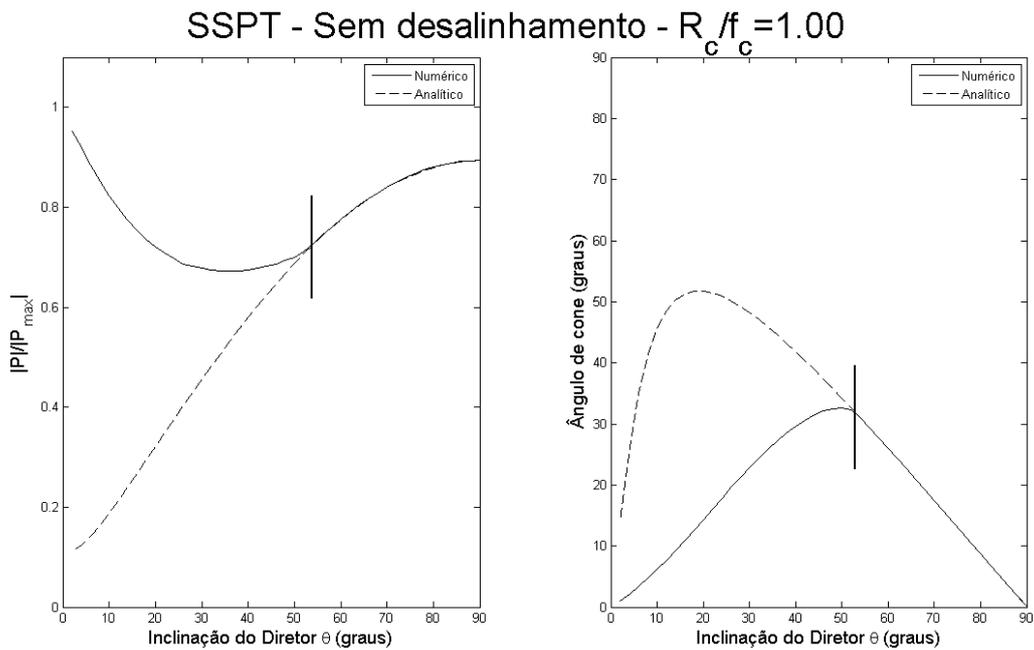


Figura 6.5 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

cheguem ao foco, e portanto, que incidam no refletor. A fração dos raios perdida neste processo varia com a distância que o diretor se encontra do coletor, sendo maior à medida que o diretor se aproxima do foco.

O modelo numérico segue os seguintes passos:

- a) Inserção dos parâmetros físicos da vela;
- b) Definição do desalinhamento da vela em relação à atitude nominal;
- c) Definição do ângulo de controle;
- d) Escolha de um elemento de área do coletor;
- e) Cálculo do vetor que determina a direção da radiação solar incidente no coletor;
- f) Cálculo dos vetores de força e torque produzidos neste elemento de área e soma ao valor armazenado;
- g) Cálculo da direção do raio refletido;
- h) Verificação se atinge o diretor. Caso negativo, passa ao próximo item. Caso positivo, passa ao próximo elemento de área e repete-se o procedimento até um máximo de 20 reflexões.
- i) Cálculo dos vetores de força e torque produzidos no refletor e soma ao valor armazenado;
- j) Cálculo da direção do raio refletido;

- k) Verificação se atinge o diretor. Caso positivo, passa ao próximo item. Caso negativo, passa ao próximo elemento de área e repete-se o procedimento até um máximo de 20 reflexões.
- l) Cálculo dos vetores de força e torque produzidos no diretor e soma ao valor armazenado;
- m) Cálculo da direção do raio refletido;
- n) Verificação se atinge o refletor. Caso negativo, passa ao próximo elemento de área e repete-se o procedimento até que somem 20 reflexões. Caso positivo, passa ao item (i);
- o) Repetição do procedimento para os demais ângulos de controle.

O esquema deste modelo numérico da SSPT pode ser conferido no Apêndice B. Uma análise do caminho percorrido pela luz em uma DR SPT será realizada, assim como foi feito para a SSPT. Tal caminho pode ser conferido na Figura 6.6.

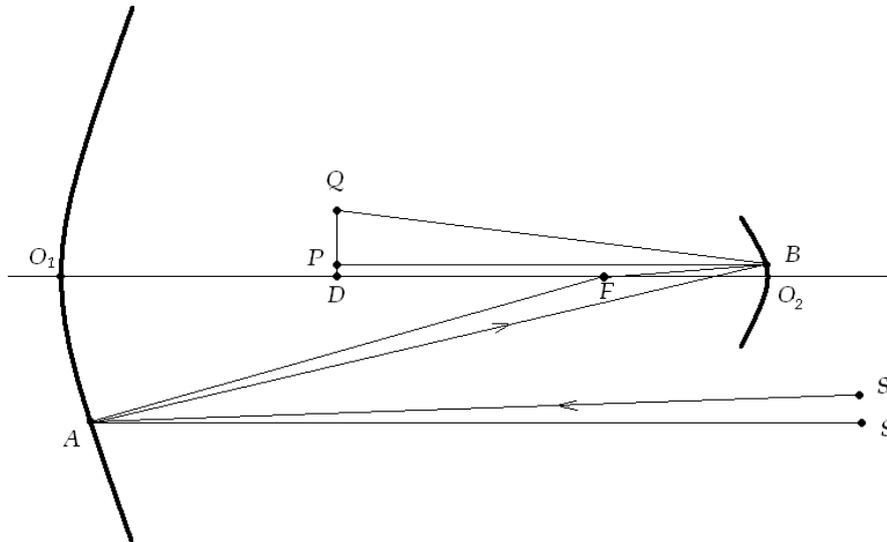


Figura 6.6 - Análise do caminho percorrido pela luz em uma DR SPT

Seja  $F$  o ponto onde se encontra o foco comum do coletor e do refletor, sendo  $f_c$  e  $f_r$  as distâncias focais do coletor e do refletor respectivamente, e  $R_c$  e  $r_r$  seus raios. O diretor localiza-se na posição  $D$ , sendo seu raio denotado por  $r_d$ . Considerações geométricas serão levadas em conta: a linha  $SA$  é paralela a  $O_1O_2$  e, assim como o caso da SSPT,  $\theta' = \angle SAS' = FAB$ . Também,  $\alpha = \angle ABF = \angle PBQ$ . Pela Figura 6.6 tem-se:

$$|BF| = f_r + \frac{h^2}{4f_r} \quad (6.4)$$

em que  $h$  é a distância entre  $B$  e o eixo  $O_1O_2$ . Considerando o triângulo  $AFB$  escreve-se:

$$\frac{\sin \theta'}{|BF|} = \frac{\sin \alpha}{|AF|} \quad (6.5)$$

e como  $|AF| \geq f_c$  e  $|BF| \leq f_r + r_r^2/(4f_r)$ , obtém-se:

$$\sin \alpha \geq \frac{4f_c f_r}{4f_r^2 + r_r^2} \sin \theta' \quad (6.6)$$

Caso

$$\tan \alpha > \frac{r_r + r_d}{|BP|} \quad (6.7)$$

a luz não incide sobre o diretor. Combinando as condições 6.6 e 6.7 e considerando que o ângulo de controle  $\alpha$  é tal que  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ , tem-se:

$$\frac{4f_c f_r}{4f_r^2 + r_r^2} \sin \theta' \geq \frac{r_r + r_d}{|BP|}. \quad (6.8)$$

e caso a condição 6.9 se verifique, a luz não incide sobre o diretor. Sabendo que  $|BP| \geq |FD| + f_r - r_r^2/(4f_r)$ , a condição 6.8 não é mais que uma consequência de:

$$\sin \alpha \geq \frac{(r_r + r_d)(f_r + r_r^2/(4f_r))}{f_c(|FD| + f_r - r_r^2/(4f_r))}. \quad (6.9)$$

Fazendo  $r_d = r_r = \mu R_c$  e  $f_r = \mu f_c$ , em que  $\mu < 1$  e fazendo  $k = R_c/(2f_c)$ , se a desigualdade 6.10 se cumpre, existem ângulos tais que satisfazem as condições 6.6 e 6.9 para os quais a DR SPT não pode ser controlada a partir do giro do diretor.

$$1 < \frac{2|FD|k}{r_r(1 + 5k^2 + 2k^4)} \quad (6.10)$$

Devido ao já referido efeito de sombra, ao contrário da SSPT, a DR SPT tem sua geometria definida por dois parâmetros. Assim como a SSPT, a razão  $R_c/f_c$  entre o raio do coletor e seu foco é um parâmetro, mas também  $|FD|$ , a distância do foco dos espelhos parabólicos ao diretor.

As expressões analíticas que modelam as forças atuantes em uma DR SPT são dadas pelas Equações 5.62. A simulação numérica, no entanto, leva a resultados diferentes, como pode-se conferir nas Figuras 6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11 e 6.12. Aqui, as seis velas mostradas tiveram a grandeza  $|FD| = 0, 7$  e  $|FD| = 0, 9$ , variando  $R_c/f_c = 0, 25$ ,  $R_c/f_c = 0, 50$  e  $R_c/f_c = 1, 00$  respectivamente.

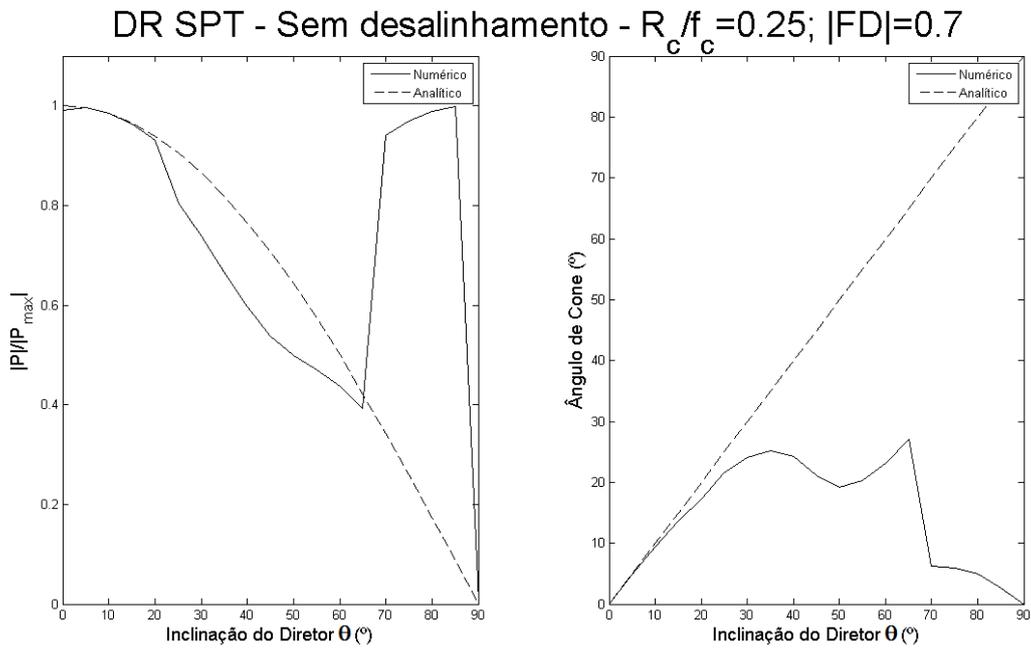


Figura 6.7 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,7$

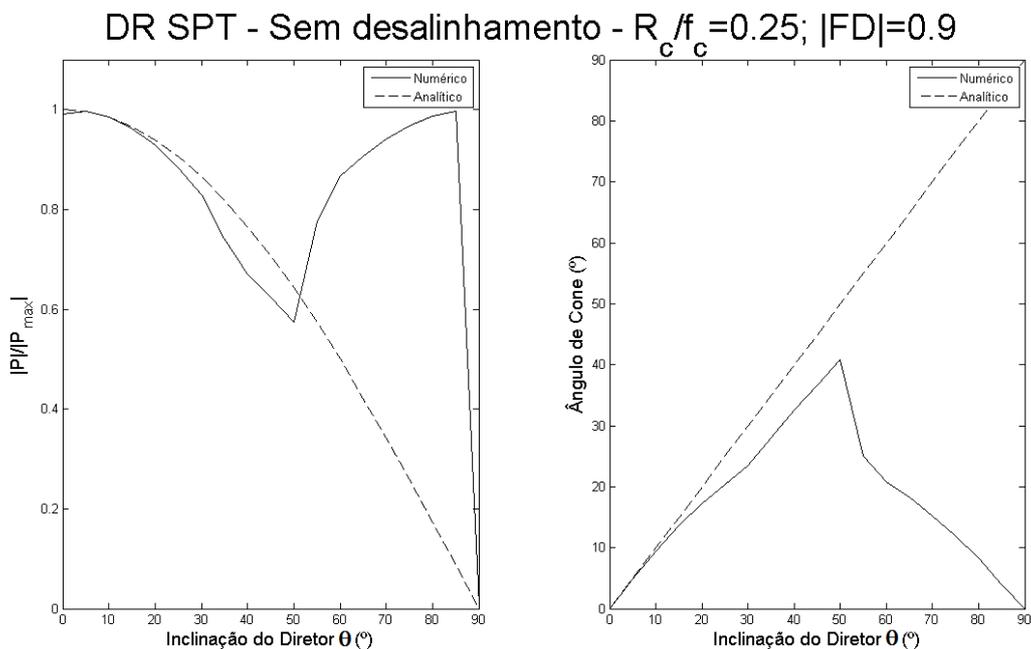


Figura 6.8 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,9$

DR SPT - Sem desalinhamento -  $R_c/f_c = 0.50$ ;  $|FD| = 0.7$

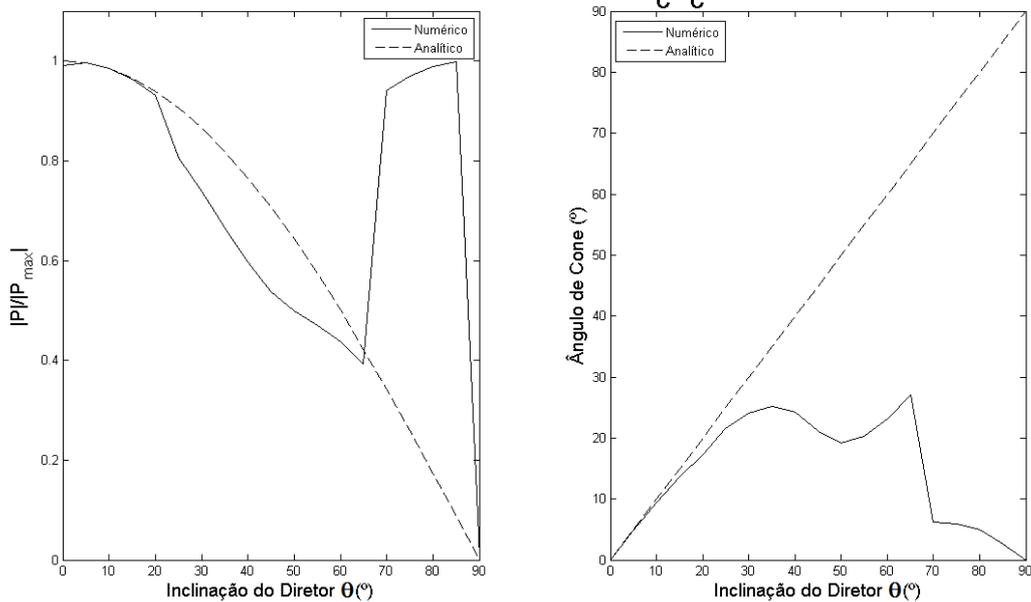


Figura 6.9 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,7$

DR SPT- Sem desalinhamento -  $R_c/f_c = 0.5$ ;  $|FD| = 0.9$

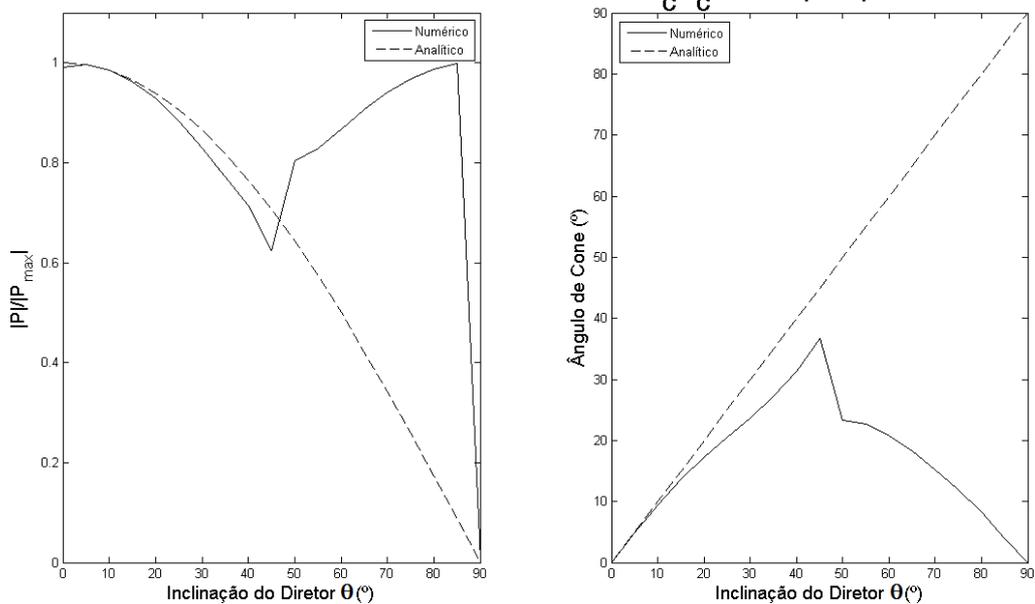


Figura 6.10 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,9$

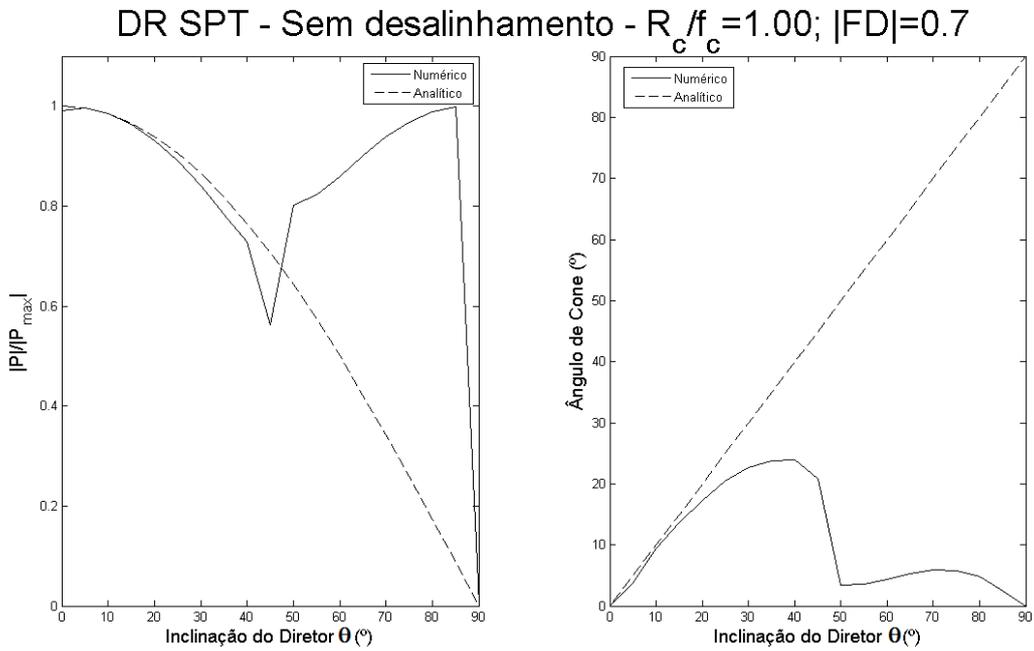


Figura 6.11 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 1,00$  e  $|FD| = 0,7$

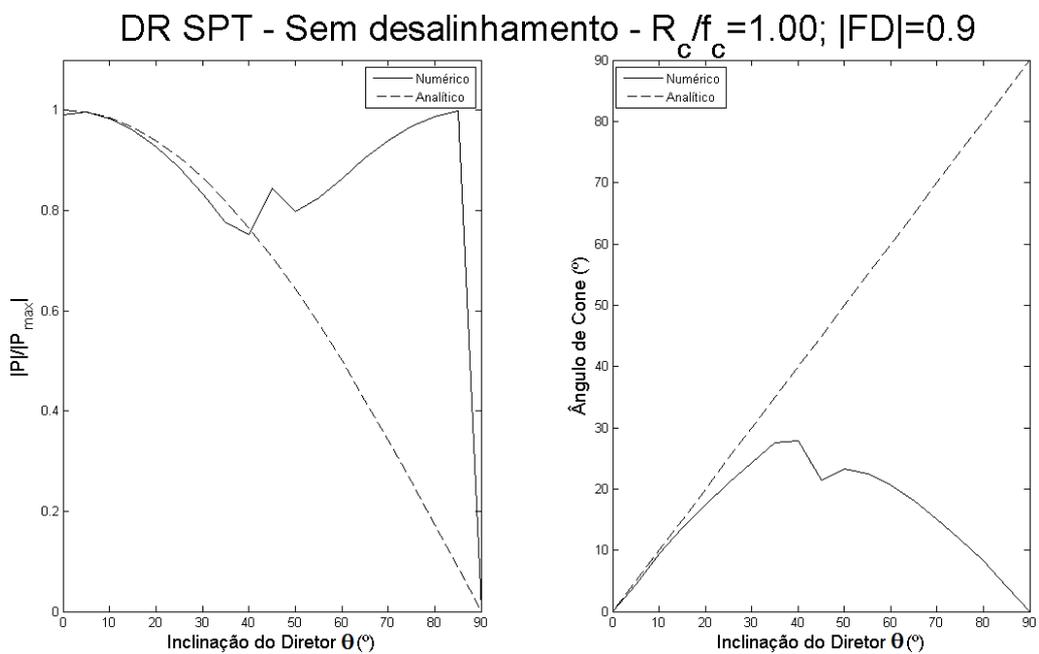


Figura 6.12 - Força gerada pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 1,00$  e  $|FD| = 0,9$

## 6.2 Influência do Efeito Sombra na Força Gerada em um SSPT

Como dito anteriormente, considerando que o raio do diretor da SSPT (e, no caso da DR SPT, do refletor) é 10% do raio do coletor, a sombra que é projetada no coletor é da ordem de 1% da área deste. Assim, geralmente despreza-se este efeito, dado que sua influência está dentro dos limites da precisão do modelo numérico. No entanto, foi também desenvolvido um modelo da sombra e feita uma análise numérica de tal efeito. Conforme era de se esperar, o efeito é desprezível, conforme observa-se na Figura 6.13, que mostra tal efeito em uma SSPT cuja geometria é  $R_c/f_c = 0,75$ .

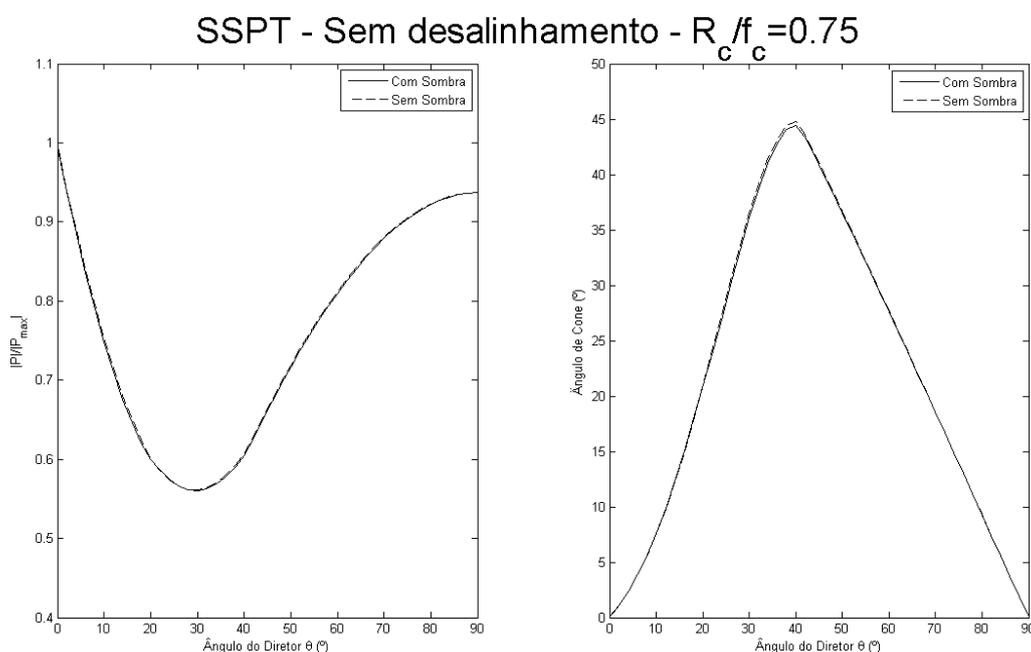


Figura 6.13 - Comparação entre a força e ângulo de cone gerados em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$  considerando e desprezando a sombra do diretor sobre o coletor.

É importante observar que o efeito de sombra considerado não é muito preciso. Para que o centro de massa da vela esteja na posição do diretor (e assim evitar torques indesejáveis no sistema), o satélite em si, com sua carga útil, deve estar na posição oposta ao coletor. Assim, a análise rigorosa do efeito sombra só pode ser realizada conhecendo-se as dimensões e formato do satélite, o que a princípio só é conhecido durante seu projeto, considerando a missão específica a ser realizada. Como dito anteriormente, embora o efeito da sombra devida aos raios solares incidentes, no caso da DR SPT a sombra dos raios refletidos não é, uma vez que tais raios são concentrados antes de atingirem a face traseira do diretor, portanto provocando uma sombra muito maior.

## 6.3 Influência do Desalinhamento da Vela em Relação à Posição Nominal

Uma das maiores vantagens da vela solar composta em relação à vela solar plana é o fato de estar sempre com o coletor voltado para o Sol. Para que a vela se mantenha assim, é necessário ter um sistema de controle de atitude. No entanto, a vela está sujeita a desalinhamentos, seja por erros ou limitações do sistema de controle ou perturbações.

Para estudar os efeitos de tal desalinhamento, foram feitas simulações que consideram um pequeno ângulo entre o eixo de simetria da vela e a direção dos raios solares. Os resultados são apresentados a seguir.

### 6.3.1 Influência do Desalinhamento da SSPT em Relação à Posição Nominal

Considerando que haja um ângulo entre o eixo de simetria da vela e a direção dos raios solares, a luz que refletida pelo coletor não será propriamente direcionada para o foco, sendo que não vai incidir como esperado no diretor. A luz incidirá como uma mancha borrada no diretor, ou mesmo parte dela não incidirá sobre ele. À medida que este efeito torna-se mais acentuado, ocasionalmente grande parte da radiação refletida pelo coletor não incidirá sobre o diretor, comprometendo a controlabilidade da estrutura.

Resultados de tal simulação para valores de força e ângulos de cone são mostrados nas Figuras, 6.14, 6.15 e 6.16, que mostram simulações para  $R_c/f_c = 0,25$ ,  $R_c/f_c = 0,50$ ,  $R_c/f_c = 0,75$  e  $R_c/f_c = 1,00$  respectivamente. A linha pontilhada indica os resultados obtidos analiticamente.

Pode-se observar que o desalinhamento da do eixo de simetria em relação à direção do Sol não compromete o comportamento da vela. O perfil de força, assim como do ângulo de tal força se mantém inalterados, e mesmo os valores de força envolvidos não mudam grandemente. Assim, a SSPT mostra-se uma estrutura robusta em relação a um pequeno erro de orientação, permitindo que a vela possa continuar operando até que o sistema de controle de atitude atue, ou mesmo se tal sistema permitir que pequenos desalinhamentos permaneçam.

### 6.3.2 Influência do Desalinhamento da DR SPT em Relação à Posição Nominal

Os resultados de tal simulação para valores de força e ângulos de cone de DR SPTs são mostrados nas Figuras 6.18, 6.19, 6.20, 6.21, 6.22 e 6.23, que mostram simulações para  $R_c/f_c = 0,25$ ,  $R_c/f_c = 0,50$  e  $R_c/f_c = 1,00$  respectivamente, com as distâncias entre o foco e o diretor de  $|FD| = 0,7$  e  $|FD| = 0,9$ .

Assim como na SSPT, a luz refletida pelo coletor da DR SPT também fica desfocada em caso de desalinhamento da vela, eventualmente fazendo com que parte da luz não atinja o diretor e portanto perdendo controlabilidade. Porém, conforme pode-se observar pelos resultados numéricos, a DR SPT é muito mais sensível a desalinhamentos do que a SSPT. O perfil de força da vela é

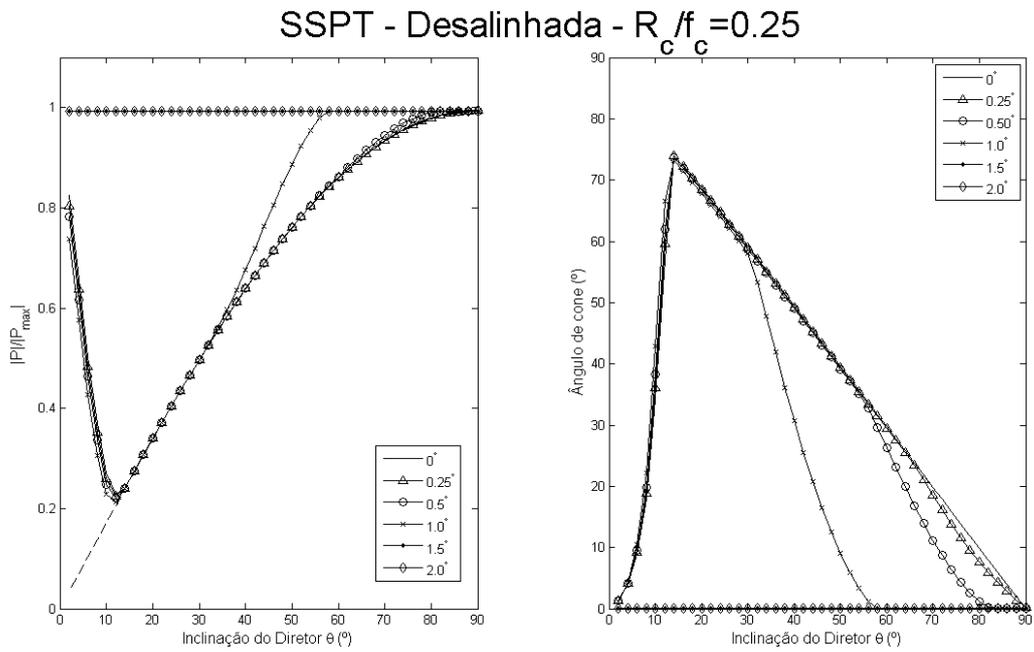


Figura 6.14 - Efeito do desalinhamento de uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

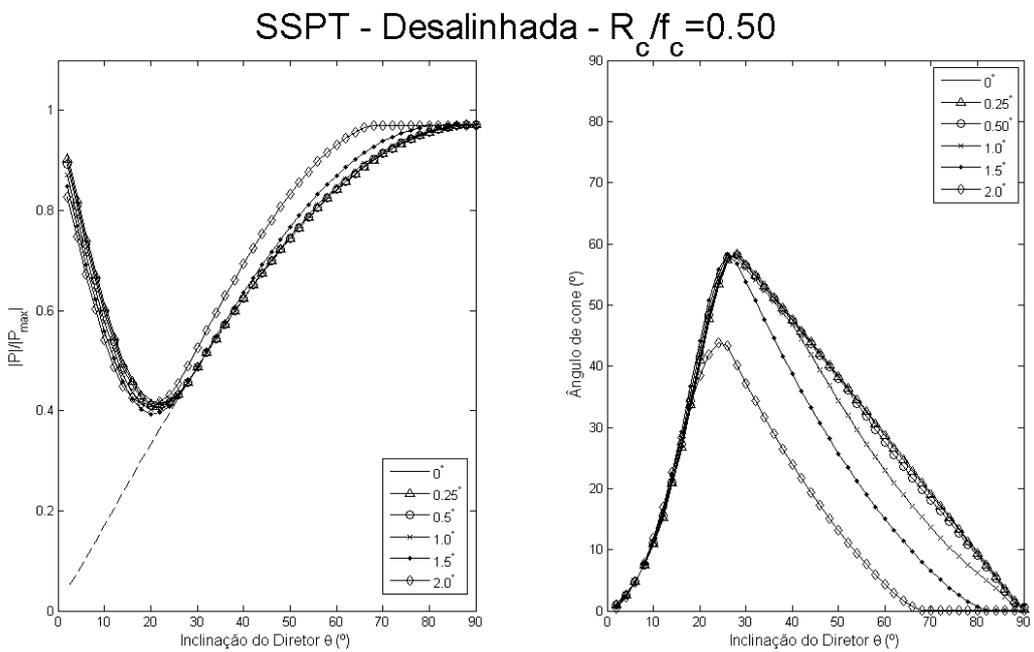


Figura 6.15 - Efeito do desalinhamento de uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

completamente degradado com pequenos valores de desalinhamento, demandando um sistema de controle bem mais preciso do que seria originalmente necessário. Mesmo assim, observa-se que com um desalinhamento de apenas  $1^\circ$  a controlabilidade da vela é perdida. Portanto, a SSPT mostra-se

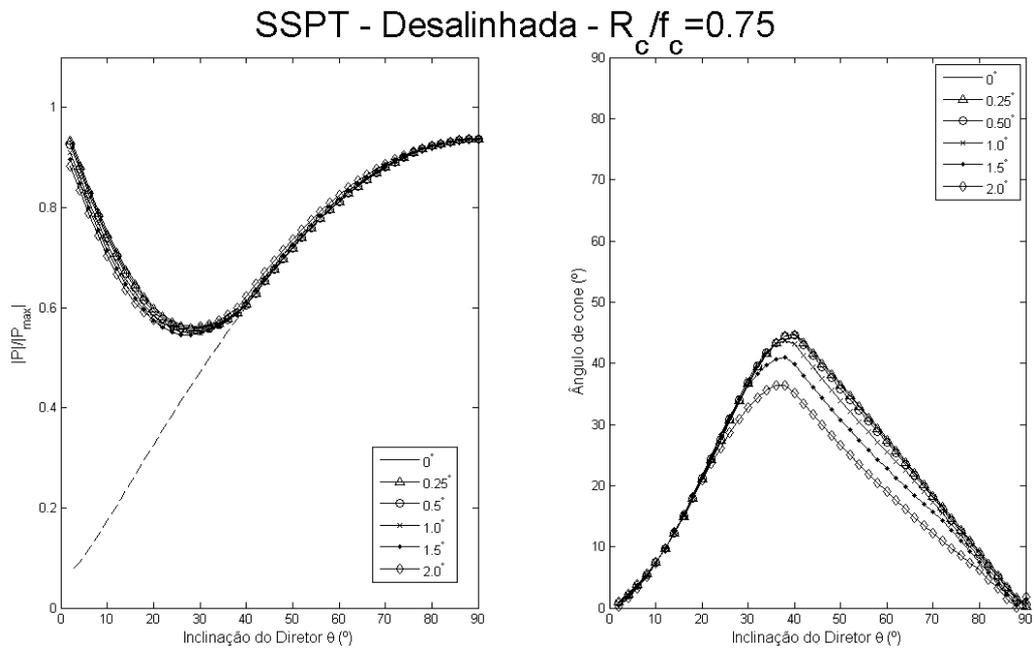


Figura 6.16 - Efeito do desalinhamento de uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

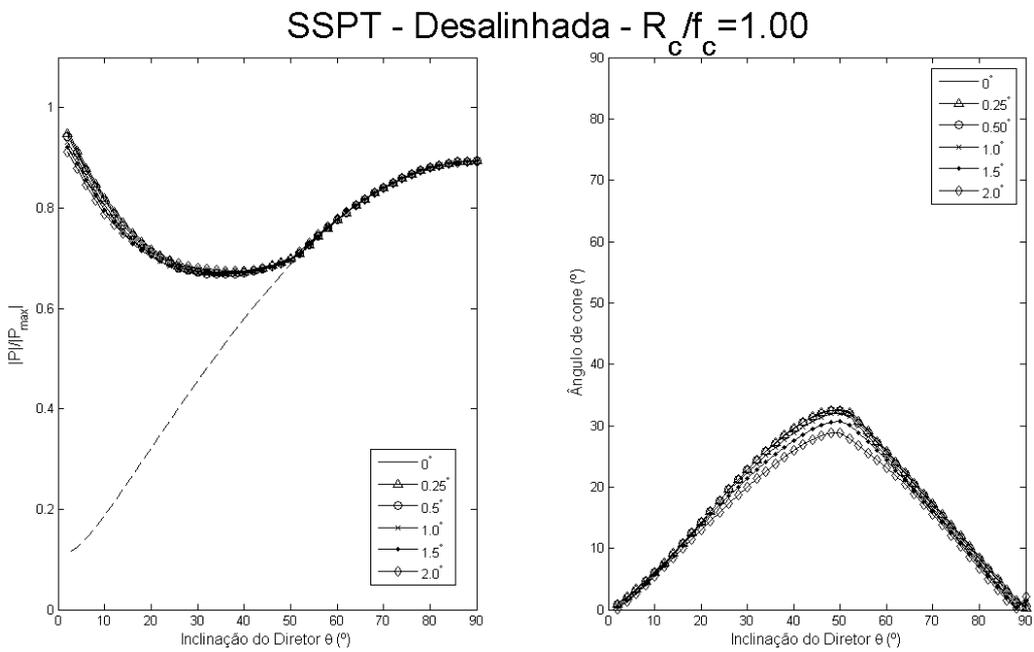


Figura 6.17 - Efeito do desalinhamento de uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

muito mais robusta em relação a erros de desalinhamento do que a DR SPT.

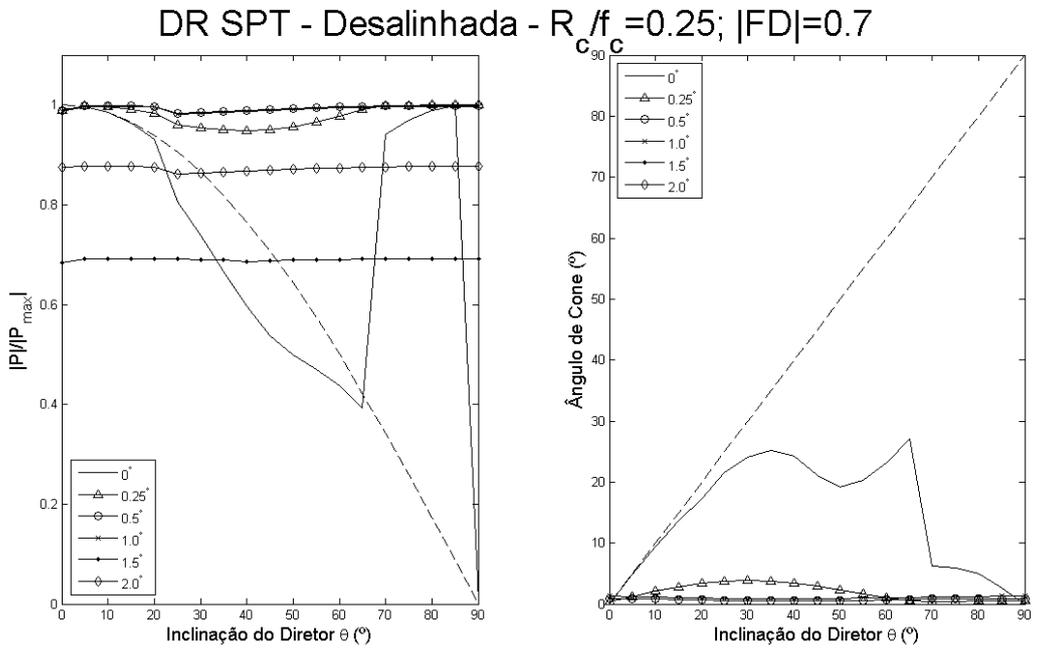


Figura 6.18 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,7$

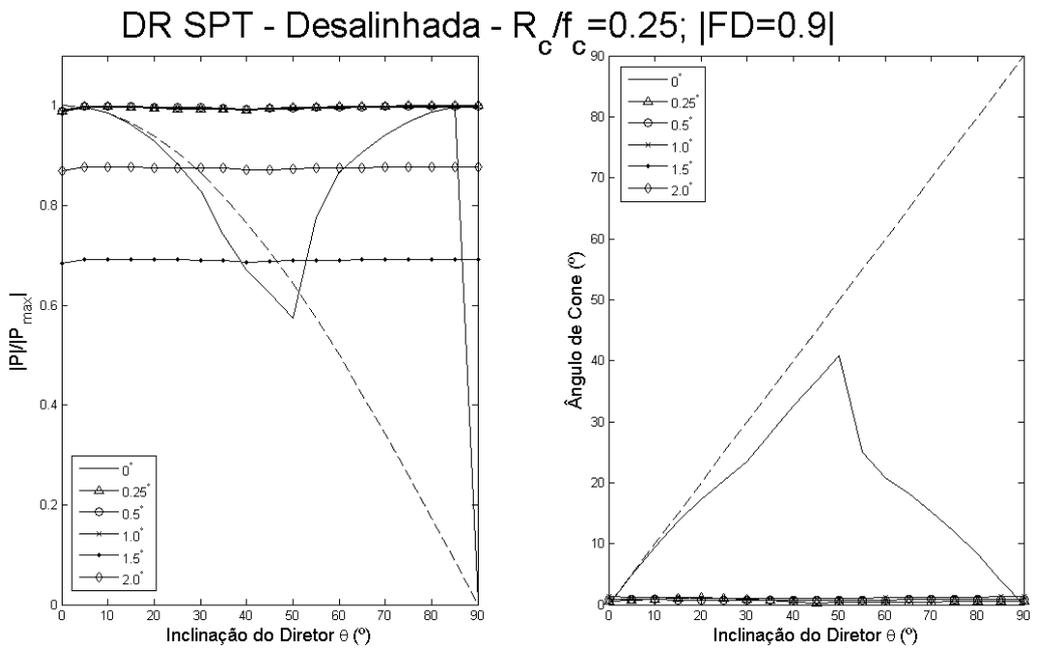


Figura 6.19 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,9$

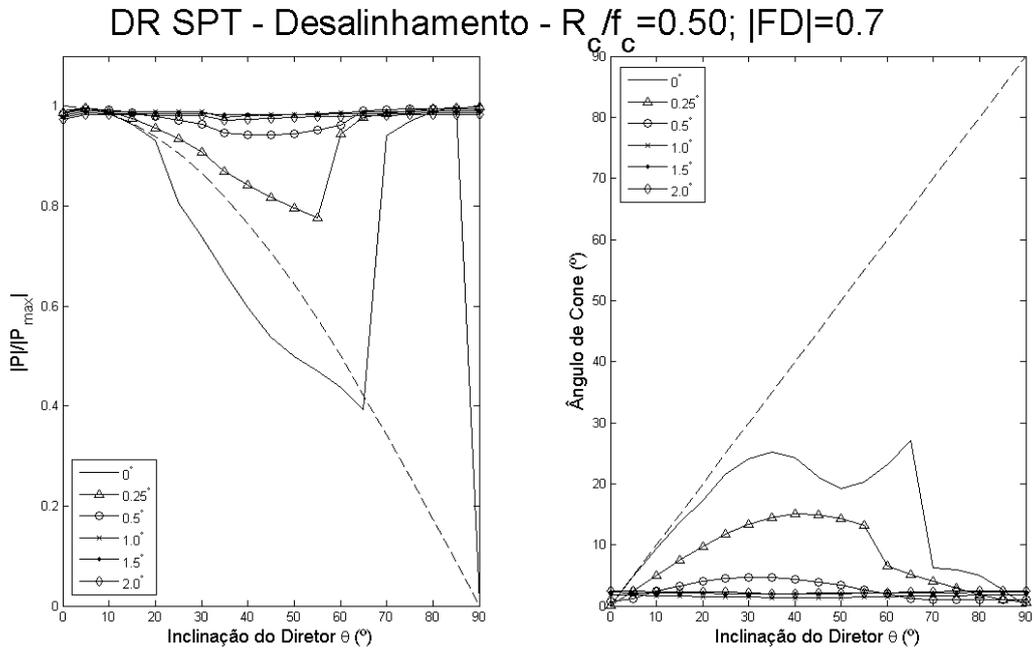


Figura 6.20 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,7$

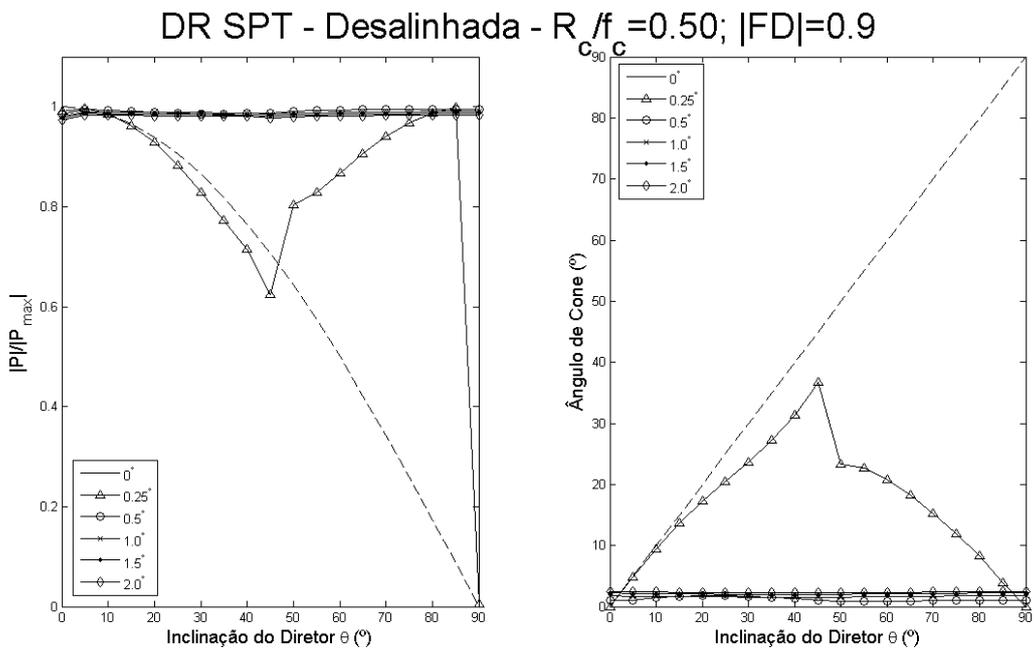


Figura 6.21 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,9$

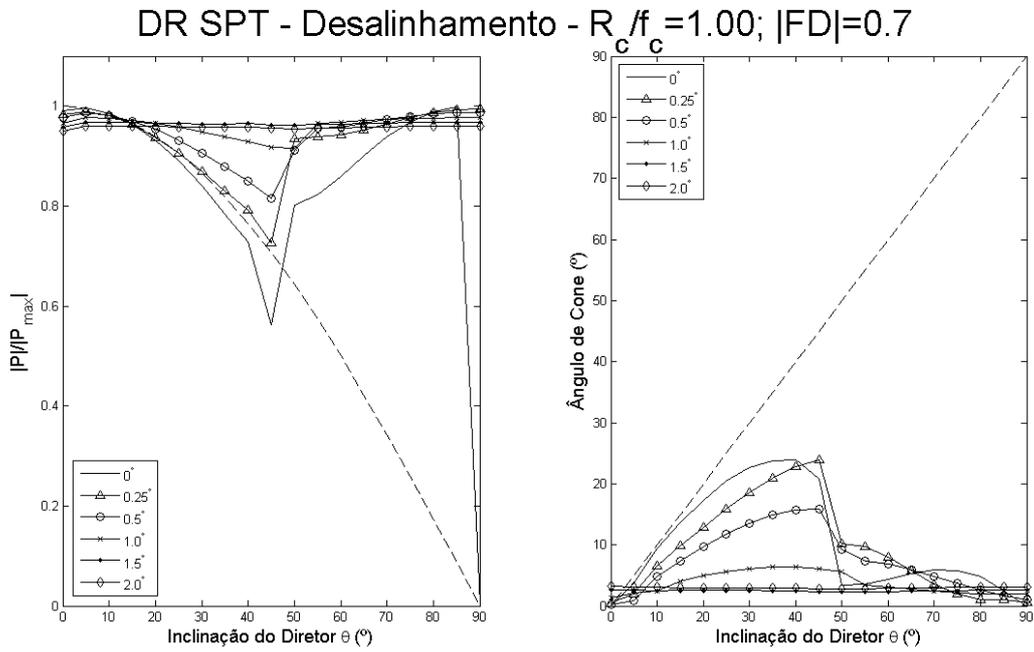


Figura 6.22 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 1,00$  e  $|FD| = 0,7$

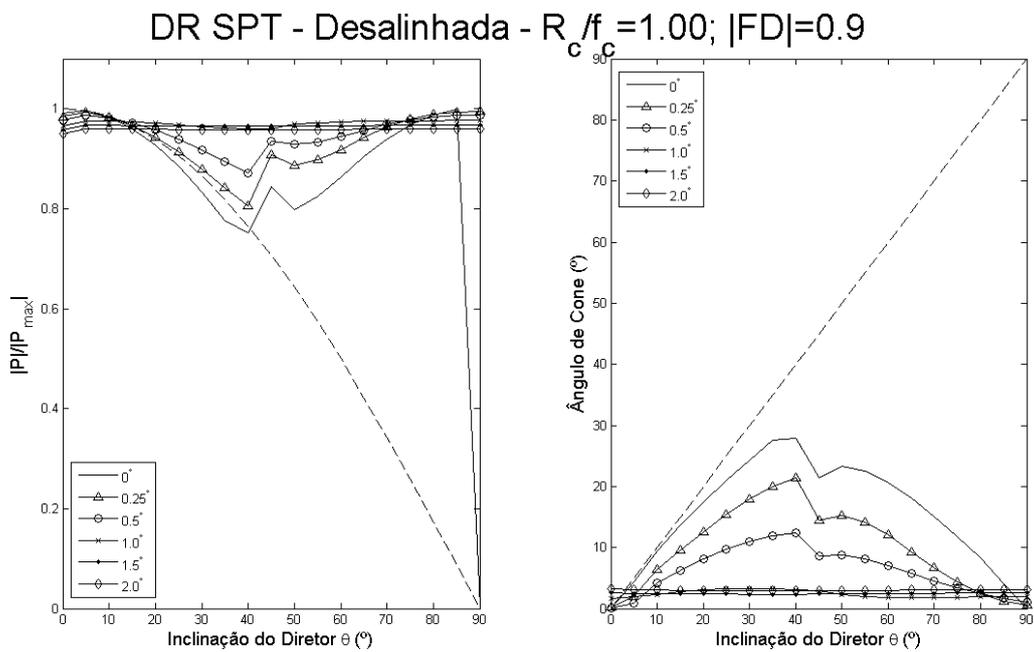


Figura 6.23 - Efeito do desalinhamento de uma DR SPT com  $R_c/f_c = 1,00$  e  $|FD| = 0,9$

## 6.4 Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho das Velas

Sendo o coletor constituído por um filme fino sustentado por uma estrutura leve e dobrável, é razoável imaginar que a forma do coletor não seja de um paraboloide perfeito. Mesmo utilizando recursos para manter tal formato, como o giro em torno do eixo de simetria sugerido no Capítulo 5, não pode-se assumir que o coletor mantenha-se no formato de um paraboloide perfeito.

Assim, foram simuladas as forças atuando sobre as velas solares compostas considerando irregularidades no coletor. Para isto, assumiu-se que o vetor normal de cada elemento de área do coletor estivesse ligeiramente deslocado em uma direção arbitrária, de um valor arbitrário, que pode variar de 0 a  $\delta_{max}$ . Os resultados de tais simulações são apresentados a seguir.

### 6.4.1 Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho da SSPT

A força produzida pela radiação solar em SSPTs de diferentes geometrias e com irregularidade nos coletores pode ser verificada nos resultados das simulações apresentados nas Figuras 6.24, 6.25 e 6.26.

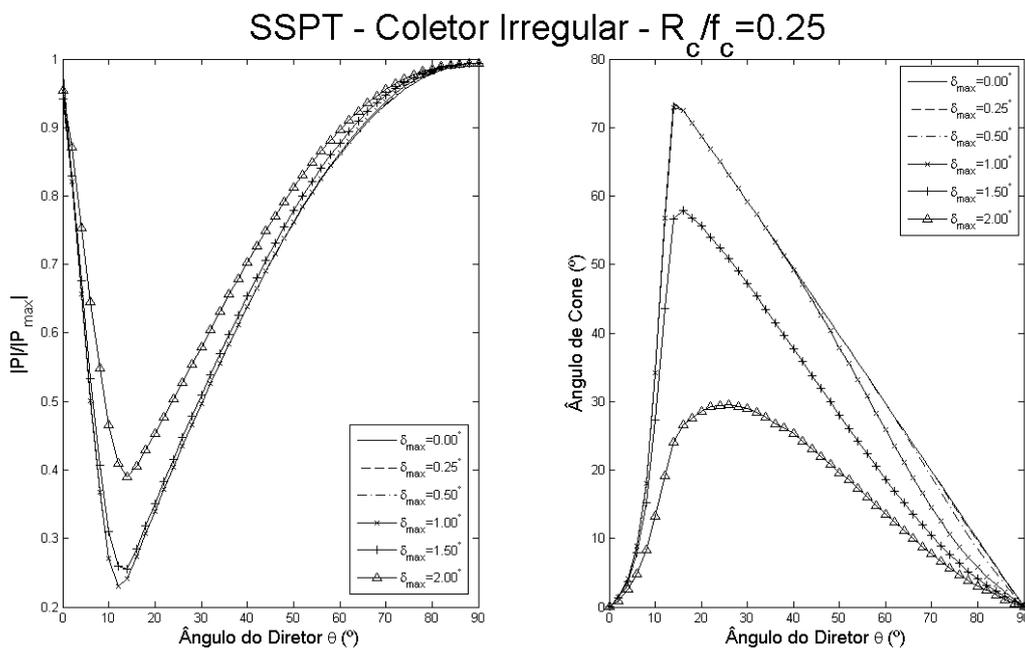


Figura 6.24 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

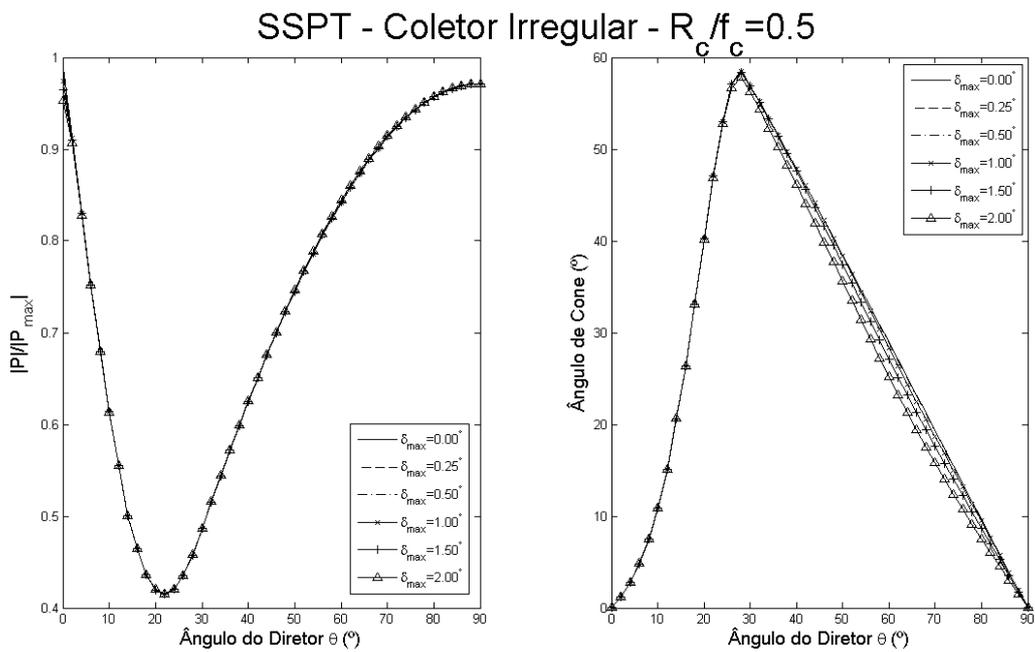


Figura 6.25 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

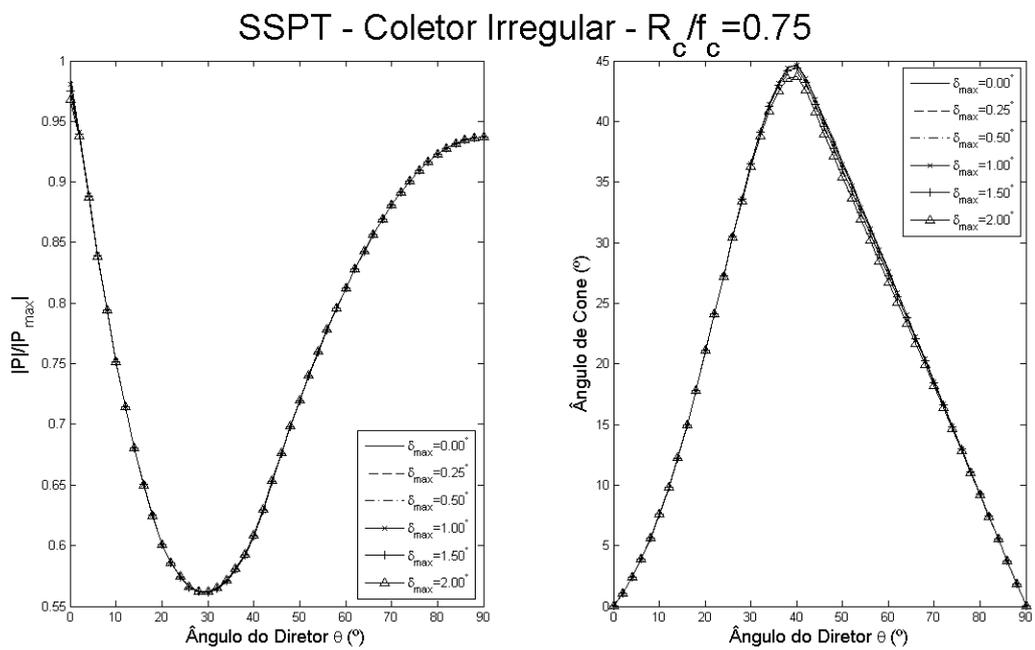


Figura 6.26 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

### 6.4.2 Efeito de Irregularidades na Forma do Coletor no Desempenho da DR SPT

A força produzida pela radiação solar em DR SPTs de diferentes geometrias e com irregularidade nos coletores pode ser verificada nos resultados das simulações apresentados nas Figuras 6.27, 6.28, 6.29

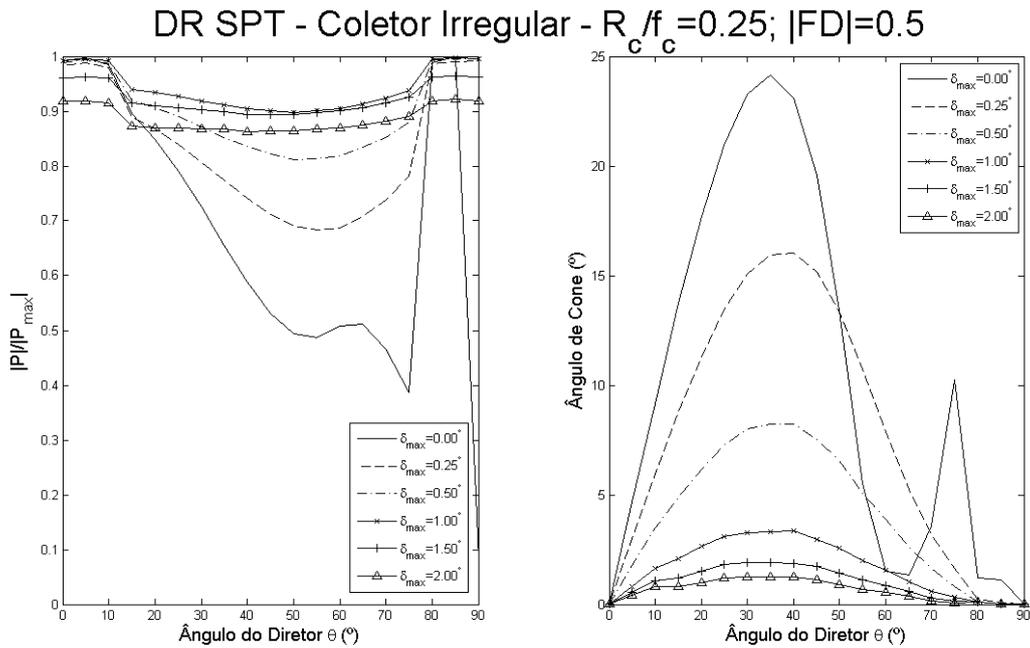


Figura 6.27 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,5$

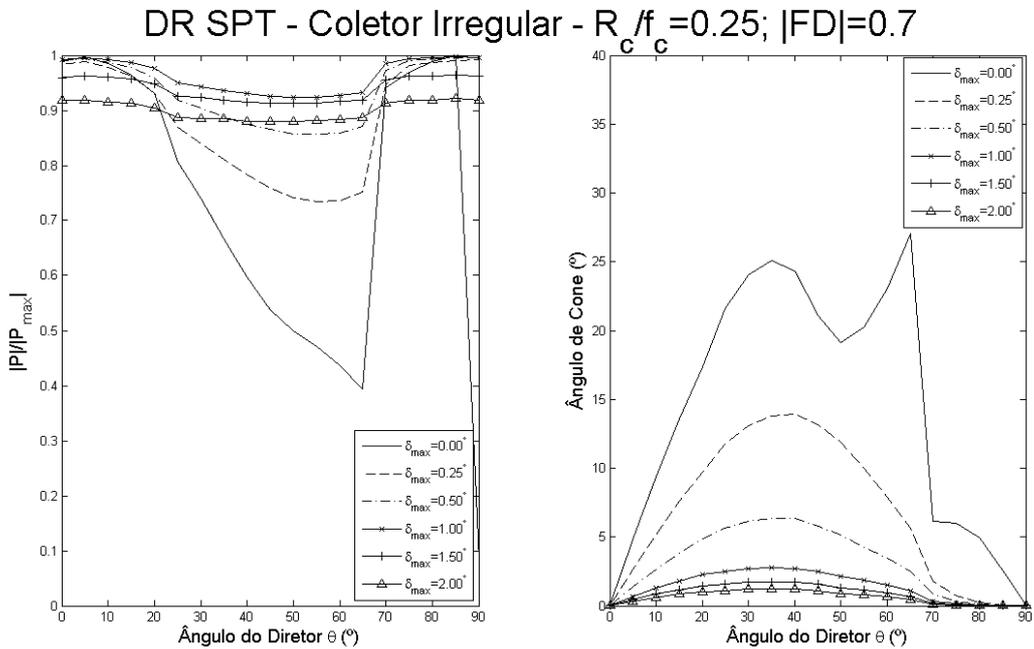


Figura 6.28 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,25$  e  $|FD| = 0,7$

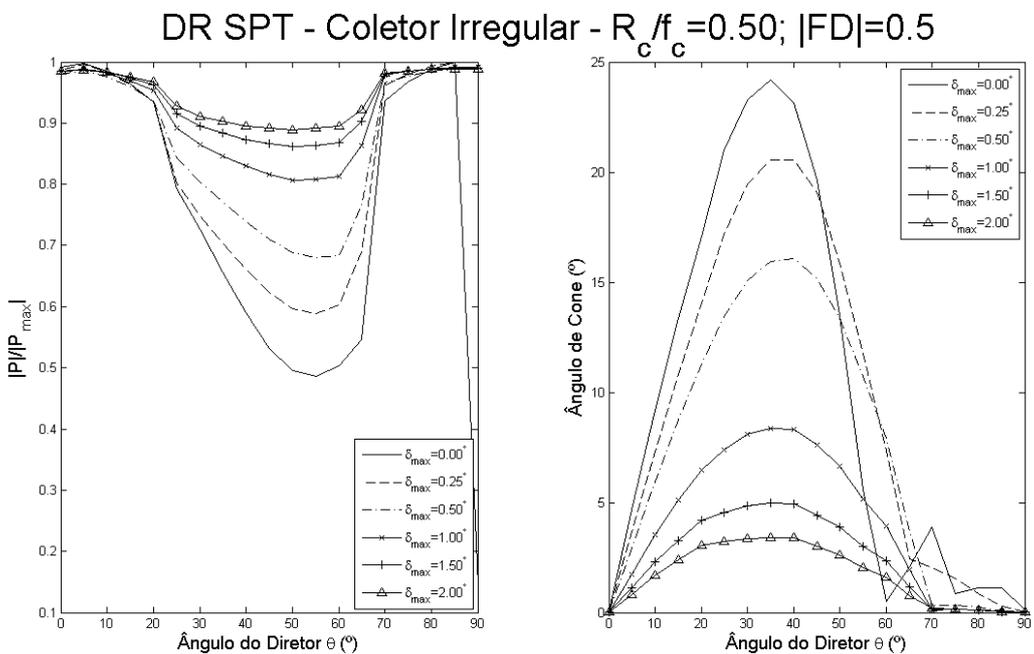


Figura 6.29 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,5$

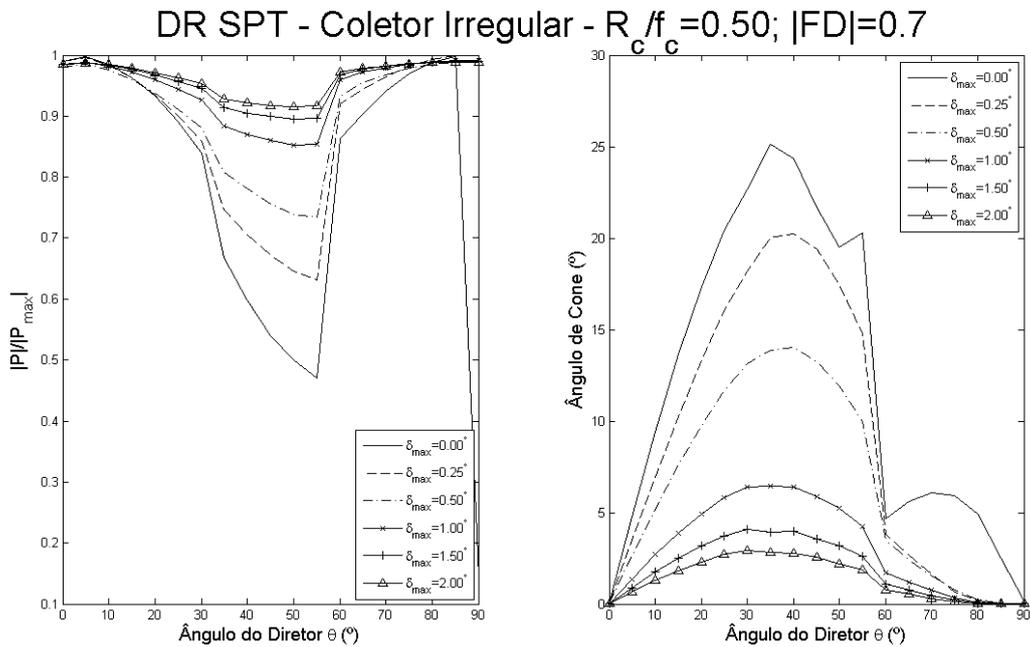


Figura 6.30 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,50$  e  $|FD| = 0,7$

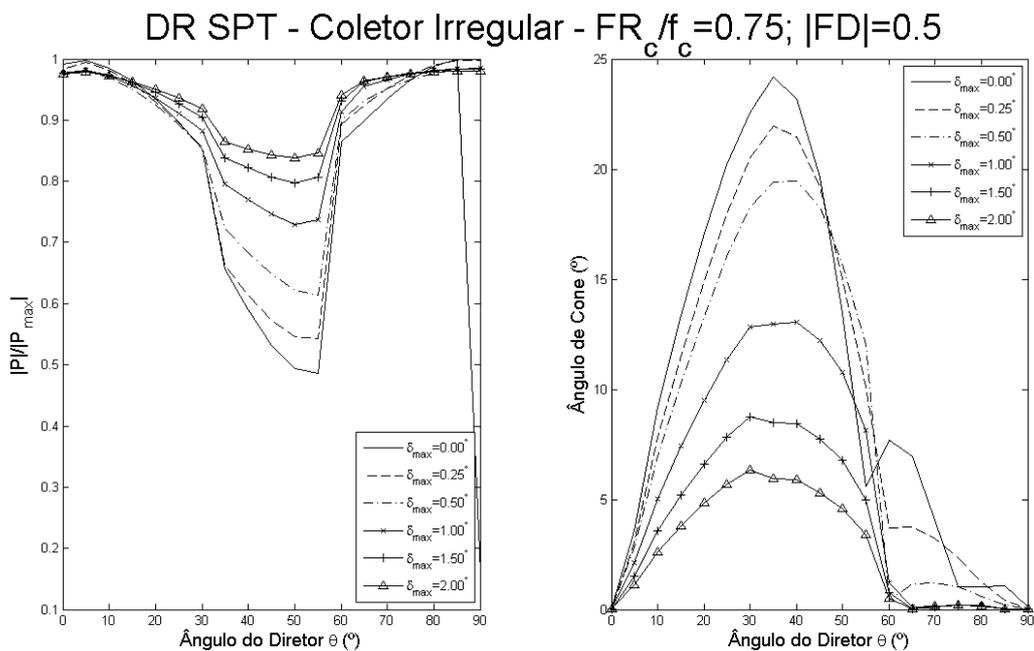


Figura 6.31 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,75$  e  $|FD| = 0,5$

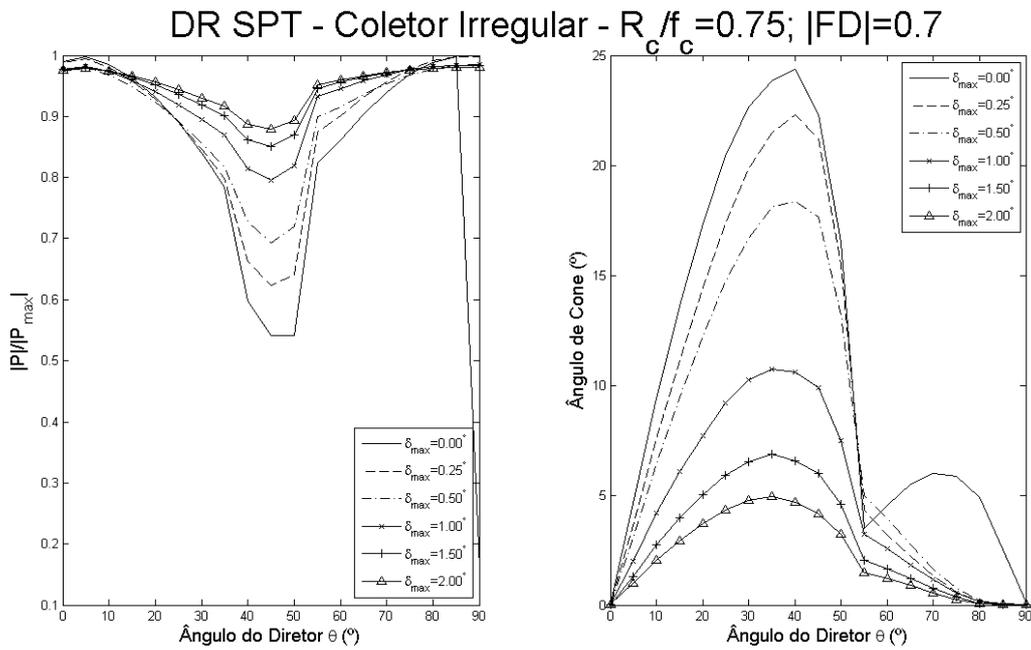


Figura 6.32 - Força produzida pela pressão de radiação solar em uma DR SPT com  $R_c/f_c = 0,75$  e  $|FD| = 0,7$

Mais uma vez observa-se que a DR SPT é menos robusta quanto à SSPT quando se trata de operar fora das condições nominais. Observa-se pelos resultados apresentados que uma leve irregularidade no coletor é capaz de degradar totalmente o perfil de força da vela, fazendo com que esta perca a controlabilidade.

## 7 ANÁLISE DE MISSÕES

Para avaliar o desempenho de uma vela solar composta simples, o movimento orbital para várias geometrias de vela foi simulado para duas missões específicas: Transferência Terra - Marte e Transferência Terra - Vênus. Os resultados obtidos foram comparados com resultados das mesmas missões utilizando uma vela plana, realizados previamente.

Para a simulação de tais problemas, foi usado um software de Otimização anexo ao livro de [Smirnov e Bushenkov \(2005\)](#). Este sistema é construído à base de diálogo entre computador e usuário. O usuário pode escolher o método. O método robusto tem região de convergência grande. Depois, o usuário pode usar uma solução próxima da ótima para escolher um método mais sofisticado, como gradientes conjugados ou método de Newton. O usuário tem também o poder de controlar os coeficientes de penalização durante o processo de otimização. Assim, o problema de controle ótimo reduz-se a um problema de programação matemática através da discretização do tempo. O problema de programação matemática transforma-se em um problema de minimização sem restrições através do método de funções de penalização.

Para resolver tais problemas, algumas suposições foram feitas:

- Órbitas da Terra, de Marte e de Vênus são circulares e coplanares, e a vela se move neste plano;
- A vela parte da Terra (1UA) com velocidade orbital;
- A lei de controle garante a trajetória mais rápida;
- No caso de missões a Marte e Vênus, não é necessário um *rendezvous* com o planeta.

A formulação do problema é dada por:

a) Funcional a ser minimizado:  $J = t_f$

b) Equações dinâmicas:

$$\dot{r}_s = v_r \quad (7.1)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{v_T}{r_s} \quad (7.2)$$

$$\dot{v}_r = \frac{v_T^2}{r_s} - \frac{1}{r_s^2} + a_{sz} \quad (7.3)$$

$$\dot{v}_T = -\frac{v_r v_T}{r_s} + a_{sx} \quad (7.4)$$

Em que  $r_s$  é a distância da vela ao Sol,  $\varphi$  é a anomalia verdadeira,  $v_r$  é a velocidade radial,  $v_T$  é a velocidade transversal, sendo  $a_{sx}$  e  $a_{sz}$  componentes da aceleração da vela. Para a simulação numérica, foi considerado que  $\frac{\Phi \pi R_c^2}{m} = 0.0843$ , o que corresponde a uma aceleração de  $1mm/s^2$  a 1UA.

Para a análise do desempenho das velas solares compostas simples, considerou-se que o controle foi limitado inferiormente por:

$$\tan \theta = \frac{4f_c R_c}{4f_c^2 - R_c^2} \quad (7.5)$$

E as componentes da aceleração no plano considerado são:

$$a_{sx} = \Phi \pi R_c^2 \frac{r_E^2}{r_s^2} \left[ 1 - \frac{8f_c^2}{R_c^2} \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \right] \sin 2\theta \quad (7.6)$$

$$a_{sz} = 2\Phi \pi R_c^2 \frac{r_E^2}{r_s^2} \left[ \cos^2 \theta - 4 \frac{8f_c^2}{R_c^2} \ln \left( 1 + \frac{R_c^2}{4f_c^2} \right) \cos 2\theta \right] \quad (7.7)$$

## 7.1 Transferência Terra - Marte

Para a transferência Terra - Marte, considera-se que a vela é lançada da Terra, com velocidade orbital, e deve chegar à órbita de Marte sem, necessariamente, realizar um *rendezvous*. Para isto, o controle foi limitado a valores que impedem reflexões múltiplas.

Os valores obtidos são comparados com aqueles obtidos para uma vela solar plana com área igual à área do coletor. A vela plana realiza esta missão em 166,7 dias.

Os resultados para diferentes geometrias de vela podem ser observados nas Figuras 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8,:

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$  (Figuras 7.1 e 7.2) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 14^\circ = 0.244rad$ . O veículo realiza a missão em 157.4 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 5.6% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$  (Figuras 7.3 e 7.4) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 28^\circ = 0.489rad$ . O veículo realiza a missão em 160.3 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 3.8% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$  (Figuras 7.5 e 7.6) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 40^\circ = 0.698rad$ . O veículo realiza a missão em 165.6 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 0.7% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$  (Figuras 7.7 e 7.8) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 52^\circ = 0.908rad$ . O veículo realiza a missão em 172.0 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada

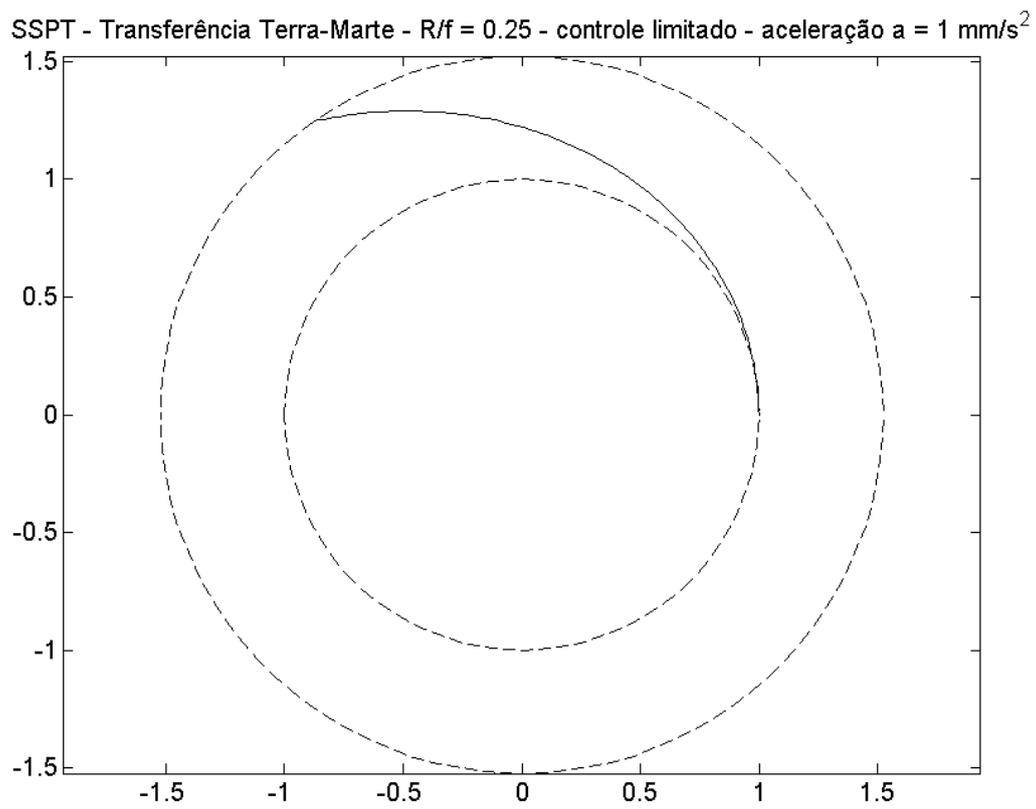


Figura 7.1 - Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

em tempo 3.1% maior que o caso da vela plana.

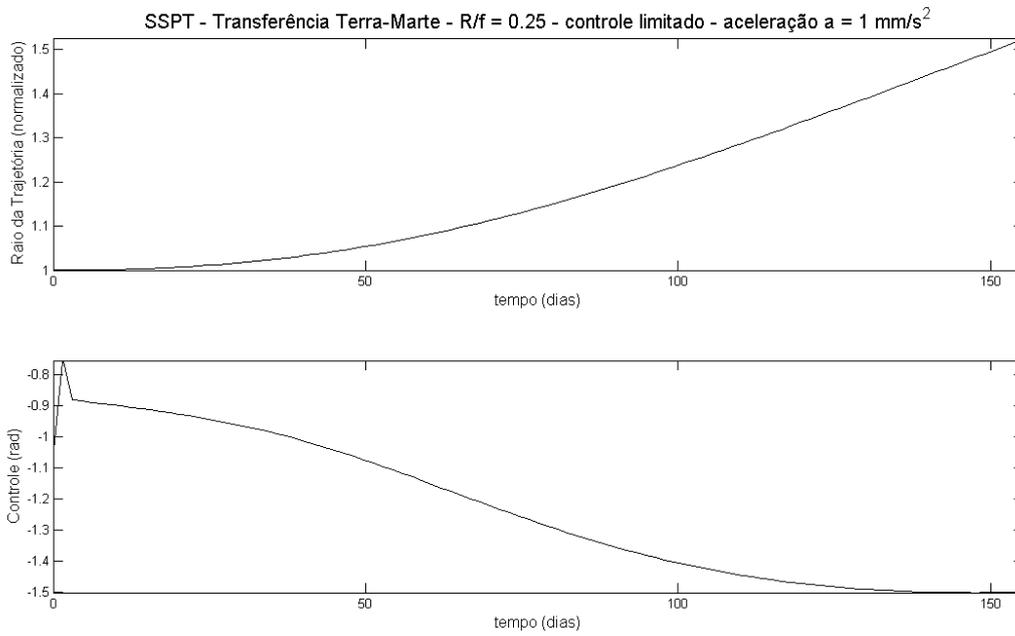


Figura 7.2 - Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

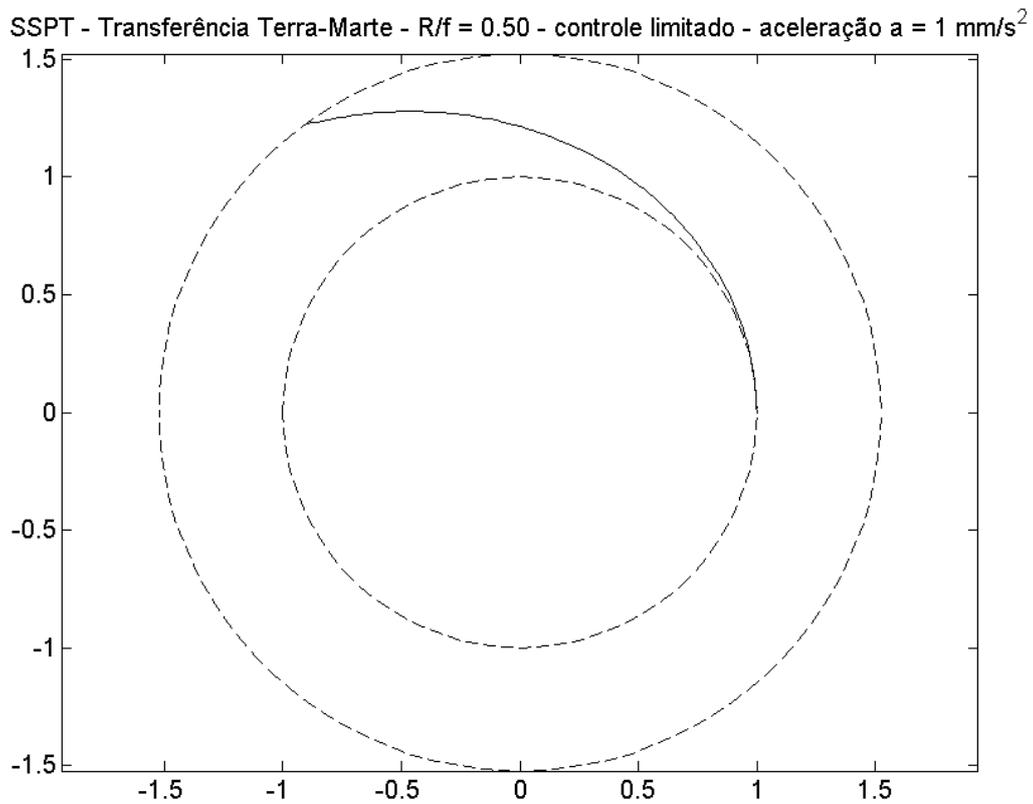


Figura 7.3 - Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

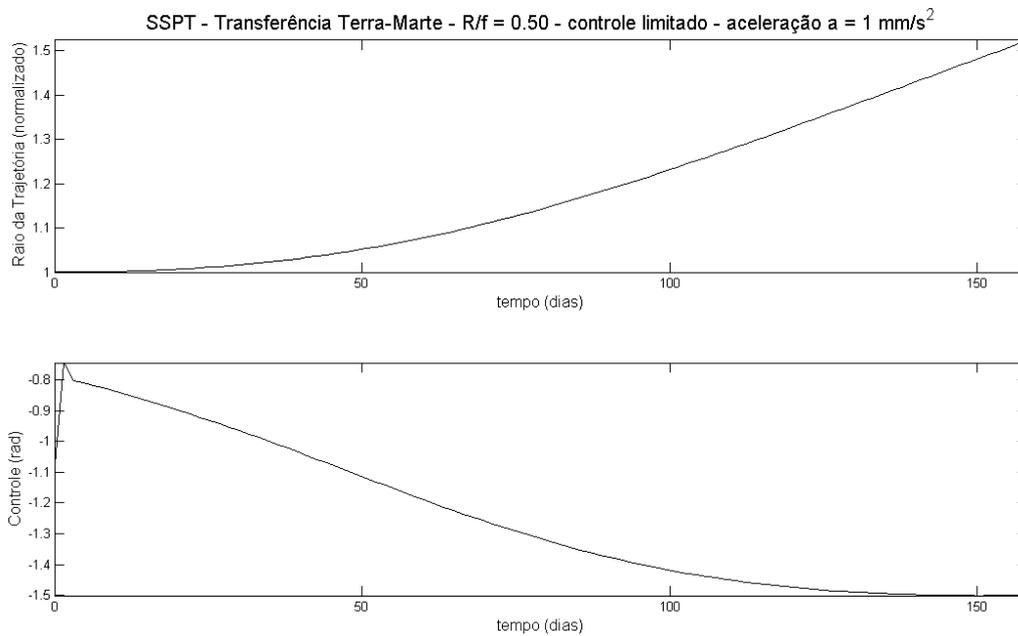


Figura 7.4 - Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

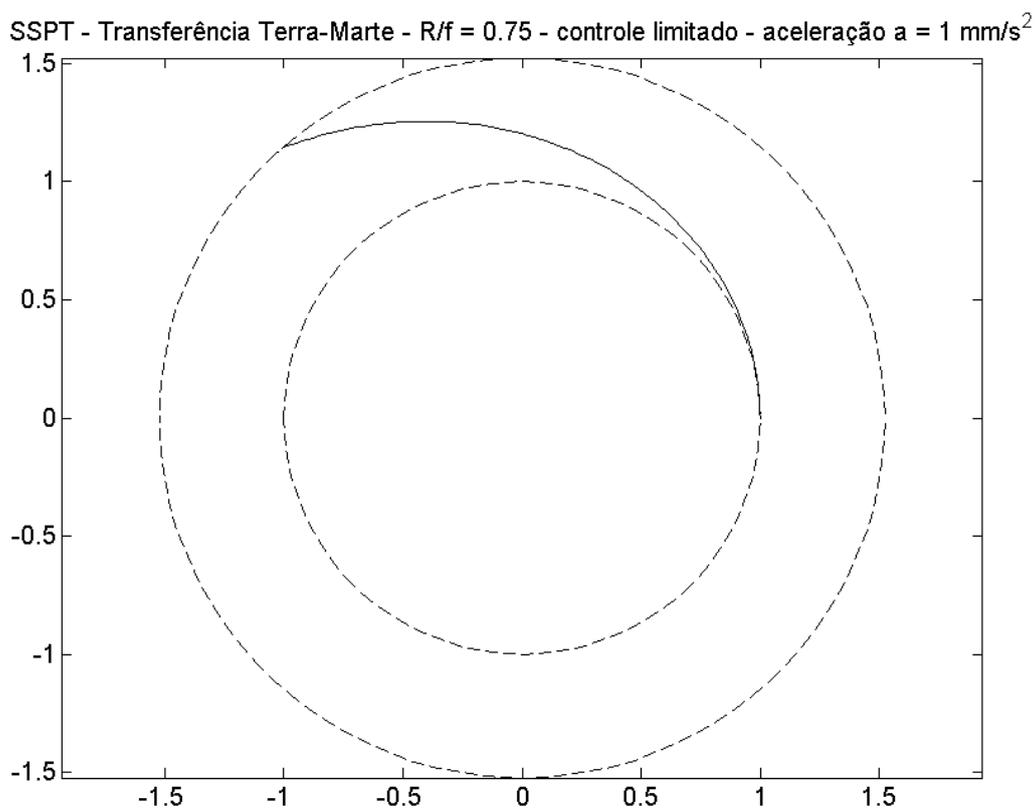


Figura 7.5 - Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

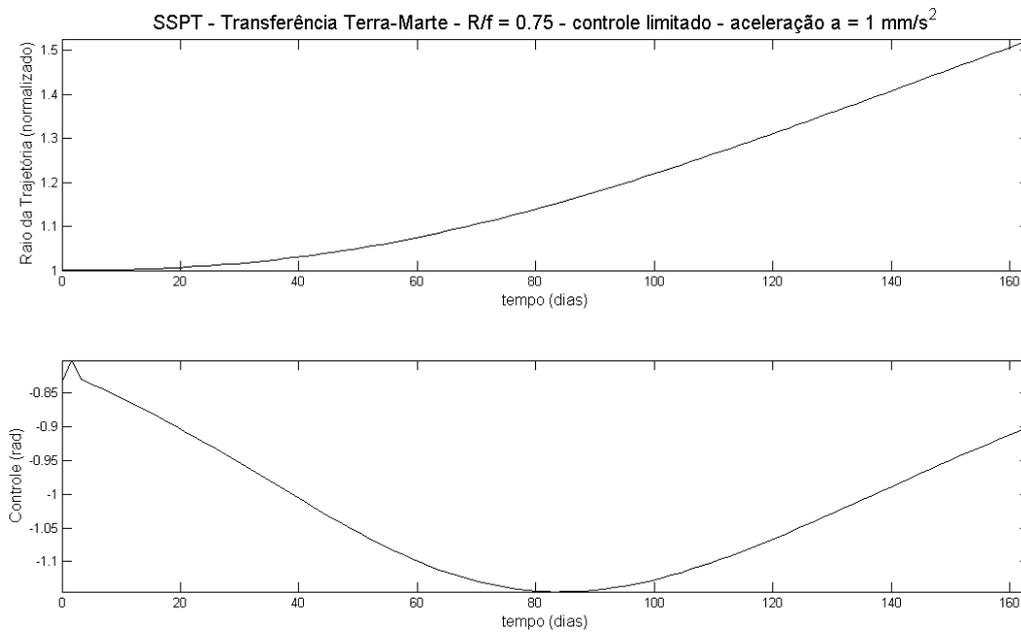


Figura 7.6 - Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

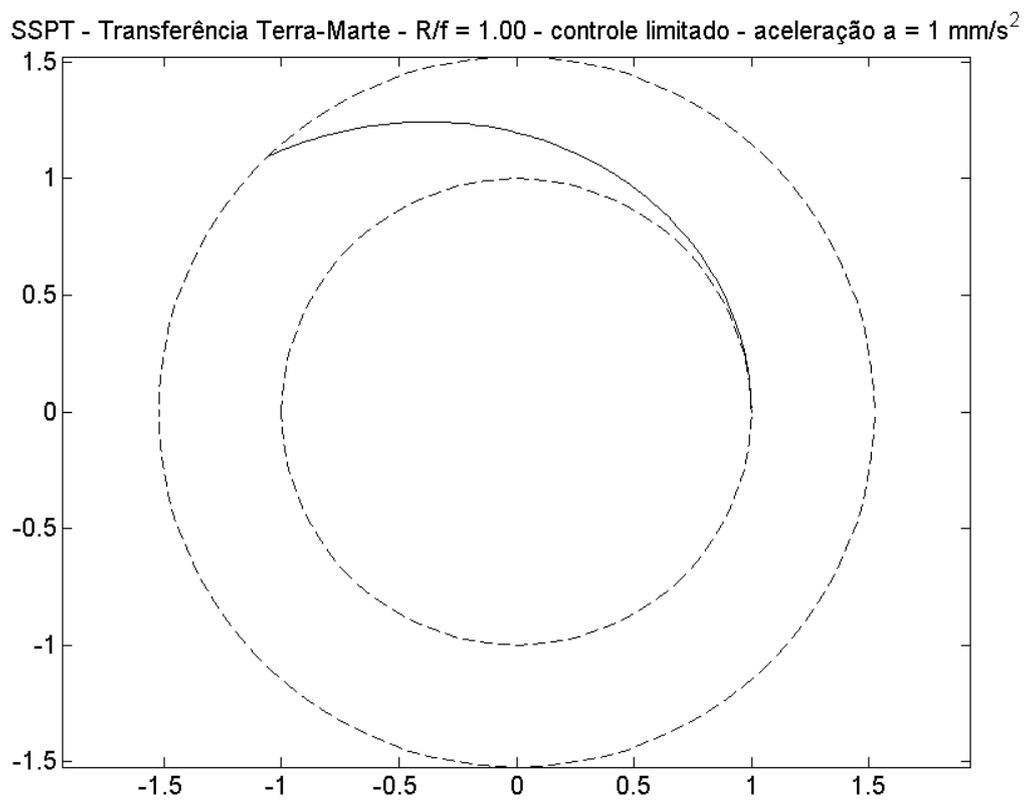


Figura 7.7 - Transferência Terra - Marte realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

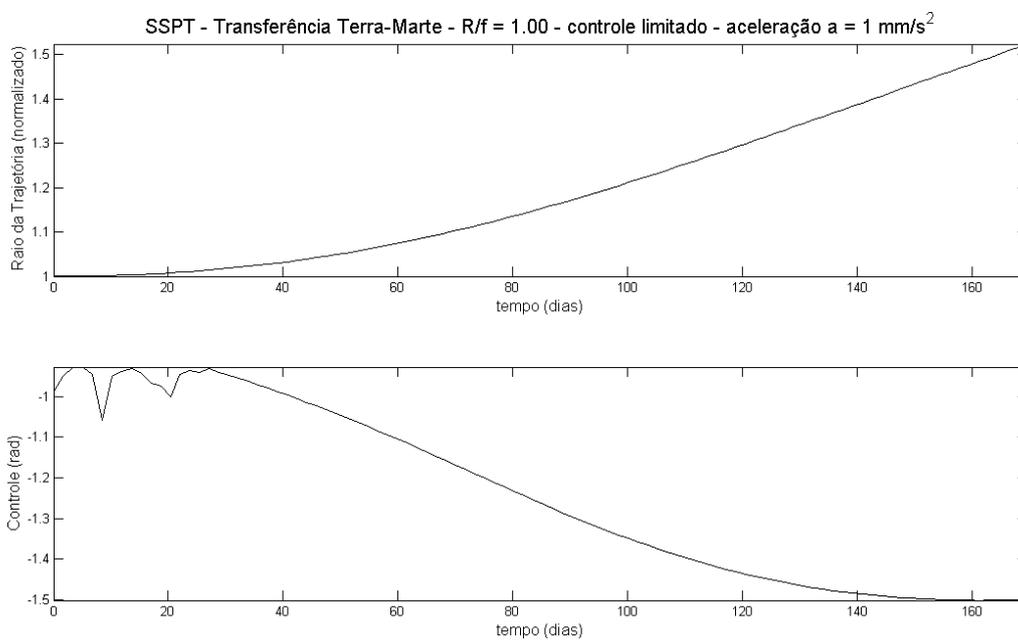


Figura 7.8 - Controle para realização da transferência Terra - Marte por uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

## 7.2 Transferência Terra - Vênus

Assim como no caso anterior, para a transferência Terra - Vênus, considera-se que a vela é lançada da Terra, com velocidade orbital, e deve chegar à órbita de Vênus sem, necessariamente, realizar um *rendezvous* com o planeta. Novamente o controle foi limitado a valores que impedem reflexões múltiplas.

Os valores obtidos são comparados com aqueles obtidos para uma vela solar plana com área igual à área do coletor. A vela plana realiza esta missão em 181.2 dias.

Os resultados para diferentes geometrias de vela podem ser observados nas Figuras 7.9, 7.10, 7.11, 7.12, 7.13, 7.14, 7.15 e 7.16,:

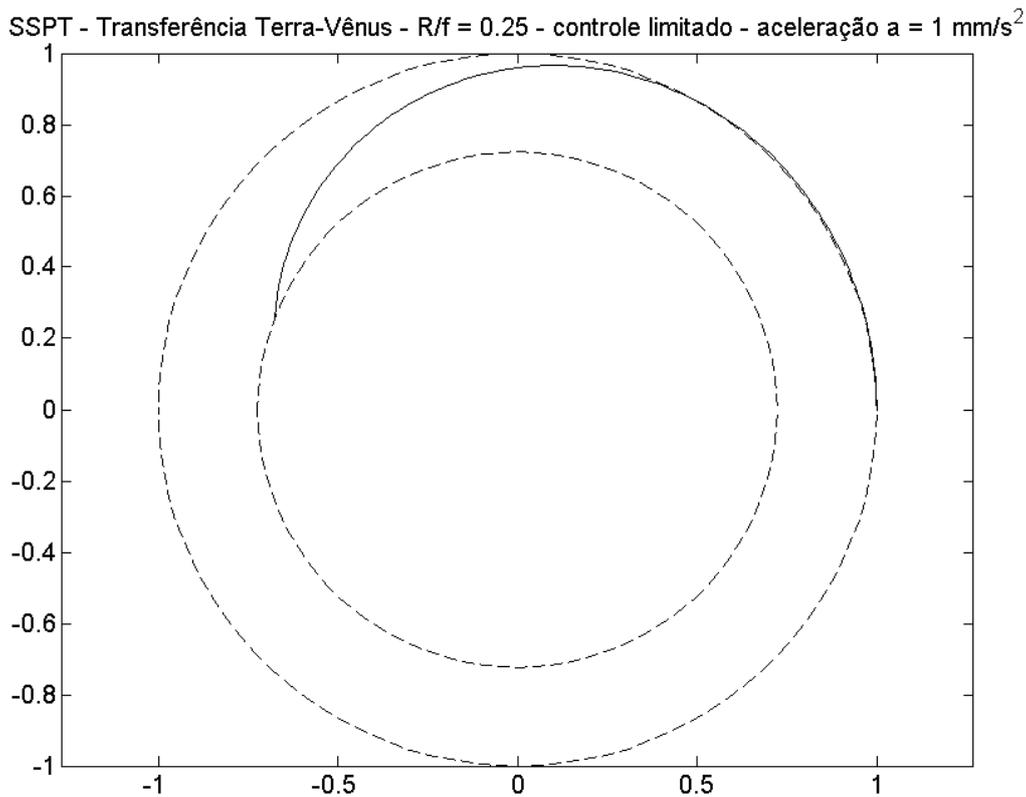


Figura 7.9 - Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$  (Figuras 7.9 e 7.10) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 14^\circ = 0.244 \text{ rad}$ . O veículo realiza a missão em 158.6 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 12.5% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$  (Figuras 7.11 e 7.12) o controle foi limitado para valores de

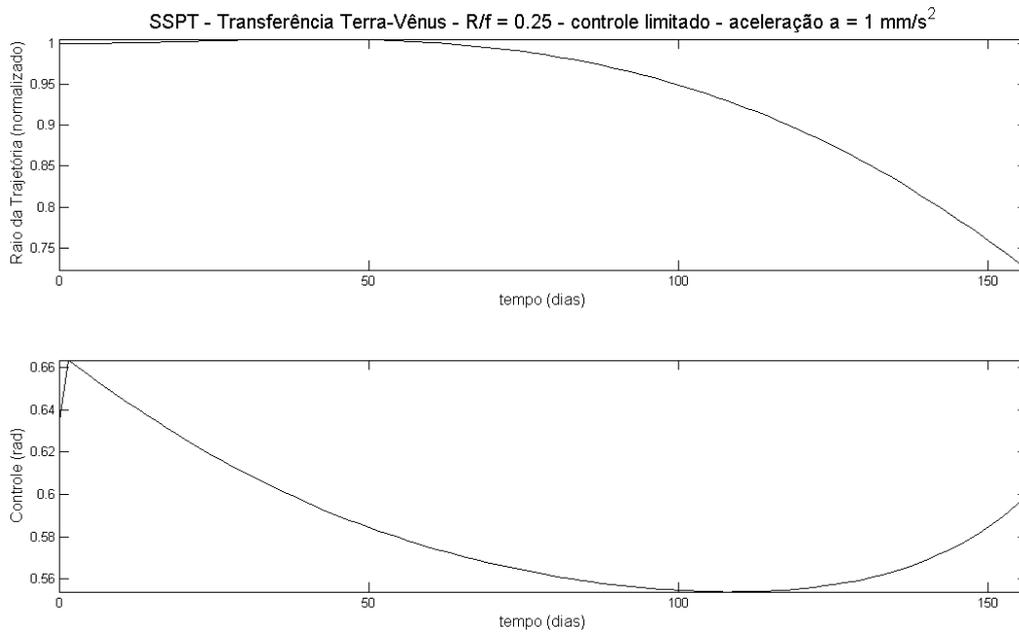


Figura 7.10 - Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,25$

ângulo superiores a  $|\theta| = 28^\circ = 0.489 \text{ rad}$ . O veículo realiza a missão em 162.1 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 10.6% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$  (Figuras 7.13 e 7.14) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 40^\circ = 0.698 \text{ rad}$ . O veículo realiza a missão em 176.0 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 2.9% menor que o caso da vela plana.

Para uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$  (Figuras 7.15 e 7.16) o controle foi limitado para valores de ângulo superiores a  $|\theta| = 52^\circ = 0.908 \text{ rad}$ . O veículo realiza a missão em 205.1 dias. O controle demandado obedece aos limites impostos, portanto evitando reflexões múltiplas. Neste caso a missão é realizada em tempo 13.1% maior que o caso da vela plana.

Os resultados das simulações das missões indicam que quando menor for a relação entre raio e foco do coletor, maior será a eficiência das velas, uma vez que o limite de controle está diretamente ligado a esta proporção. No caso de  $R_c/f_c = 1,00$  o tempo de missão chega a superar o caso da vela plana. No entanto o tempo para cumprimento das missões deve ser apenas um dos fatores a serem considerados na escolha de uma determinada geometria, uma vez que as características físicas da vela influenciam também na estabilidade da vela e seu controle de atitude.

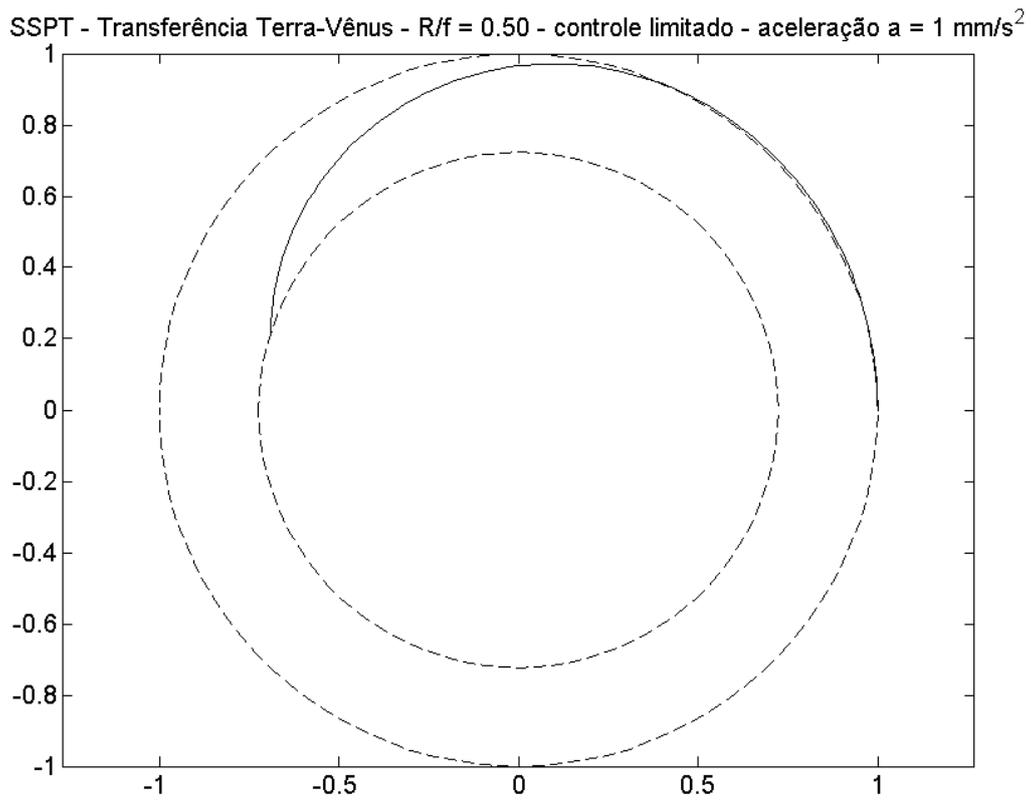


Figura 7.11 - Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

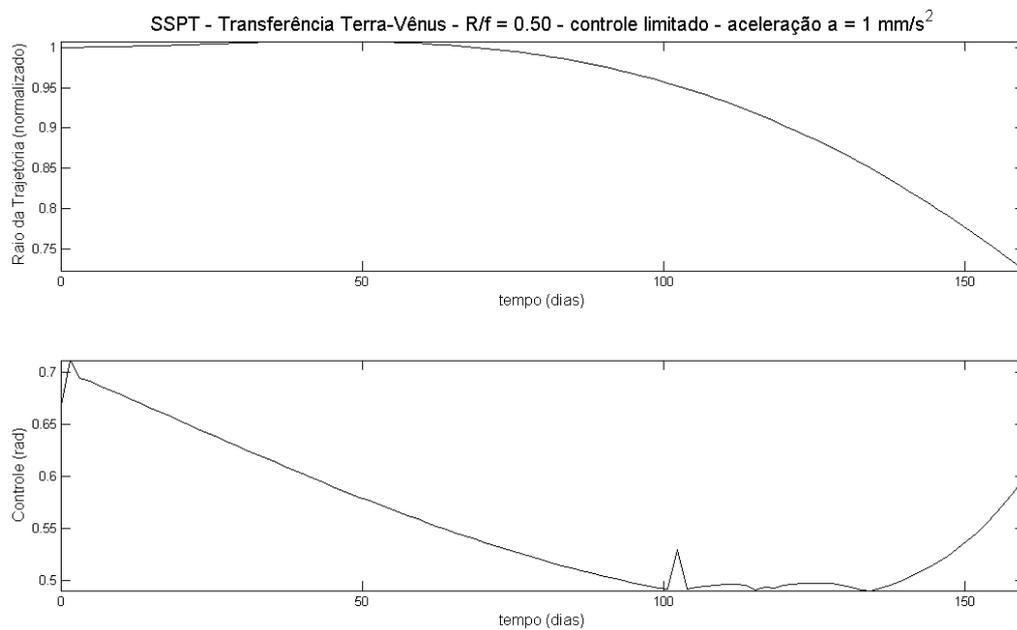


Figura 7.12 - Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,50$

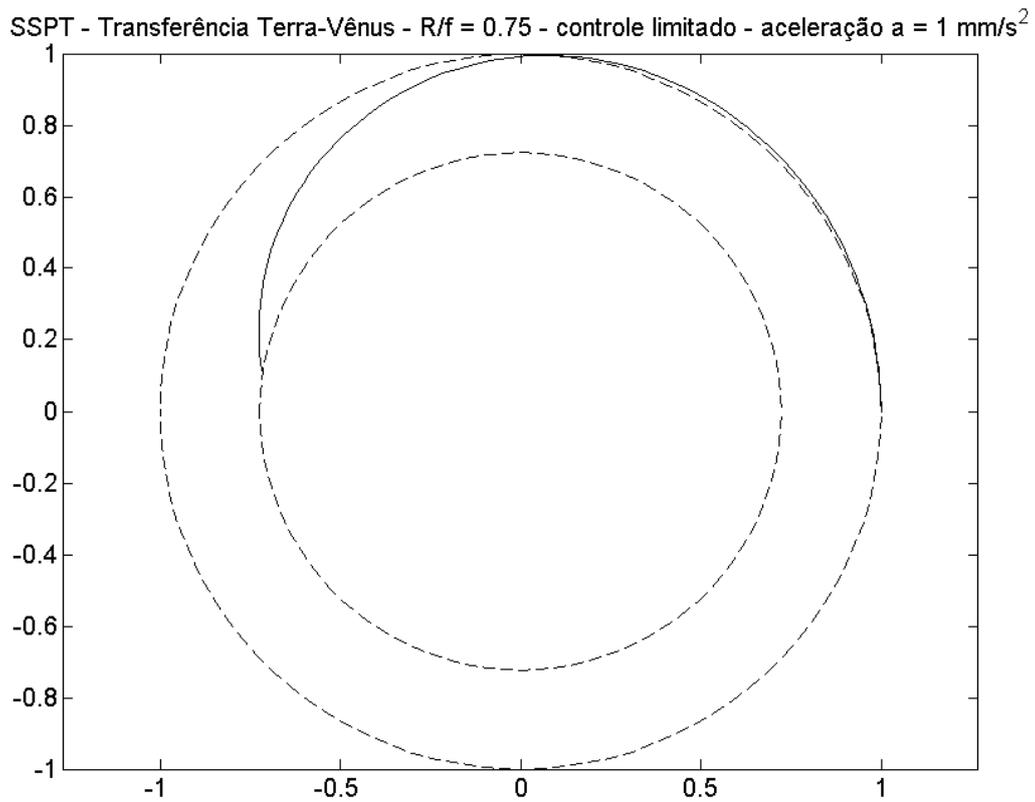


Figura 7.13 - Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

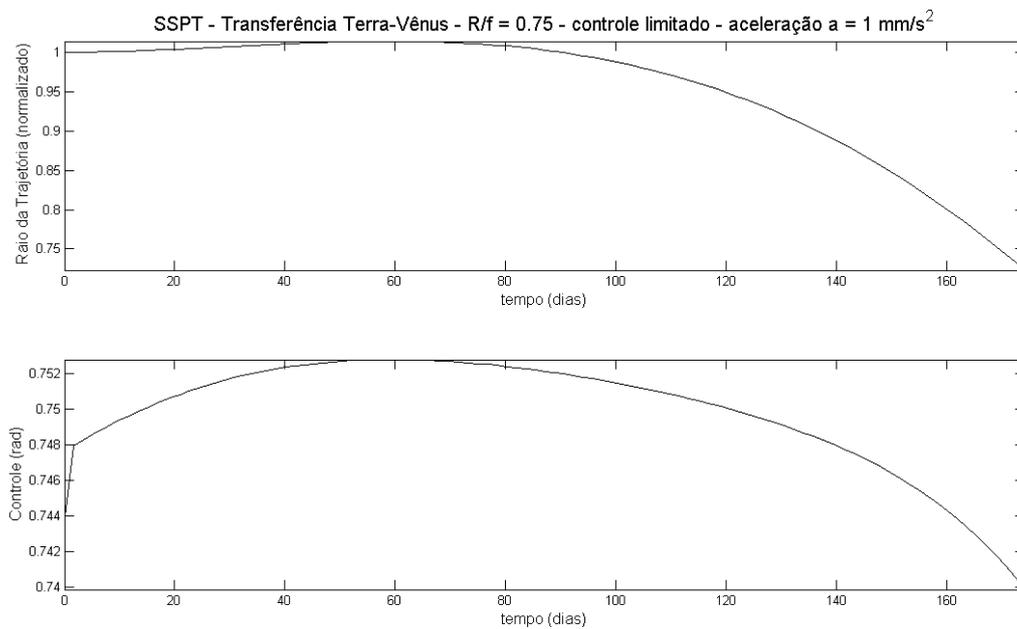


Figura 7.14 - Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com  $R_c/f_c = 0,75$

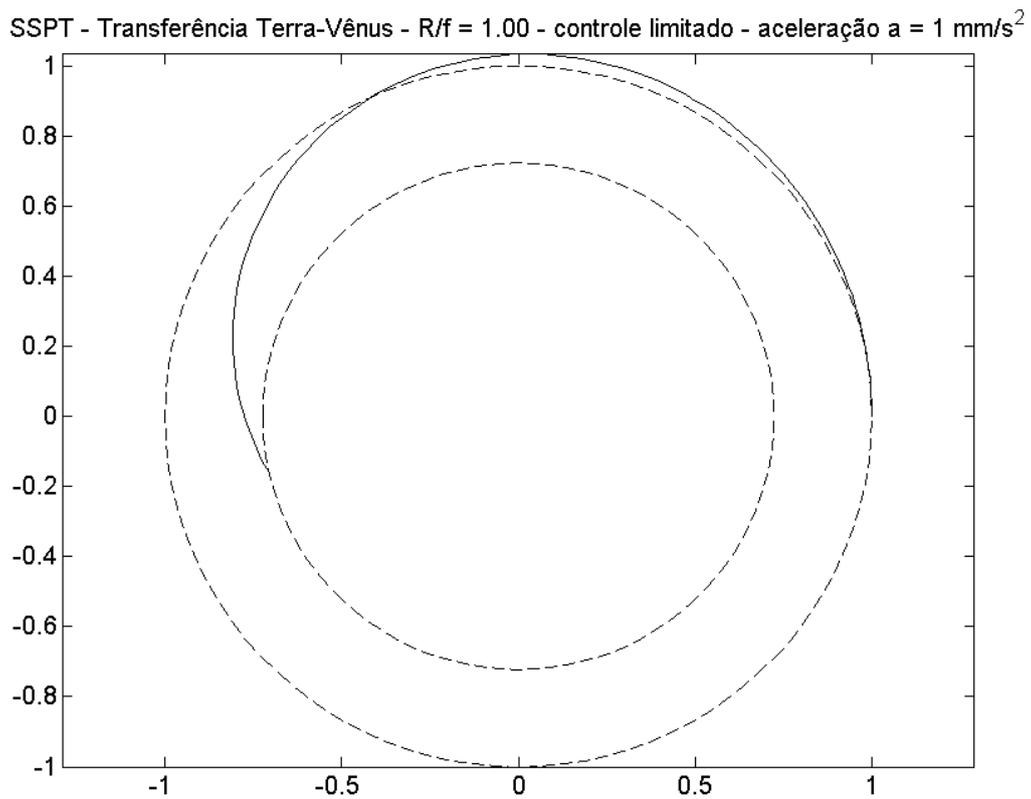


Figura 7.15 - Transferência Terra - Vênus realizada por uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

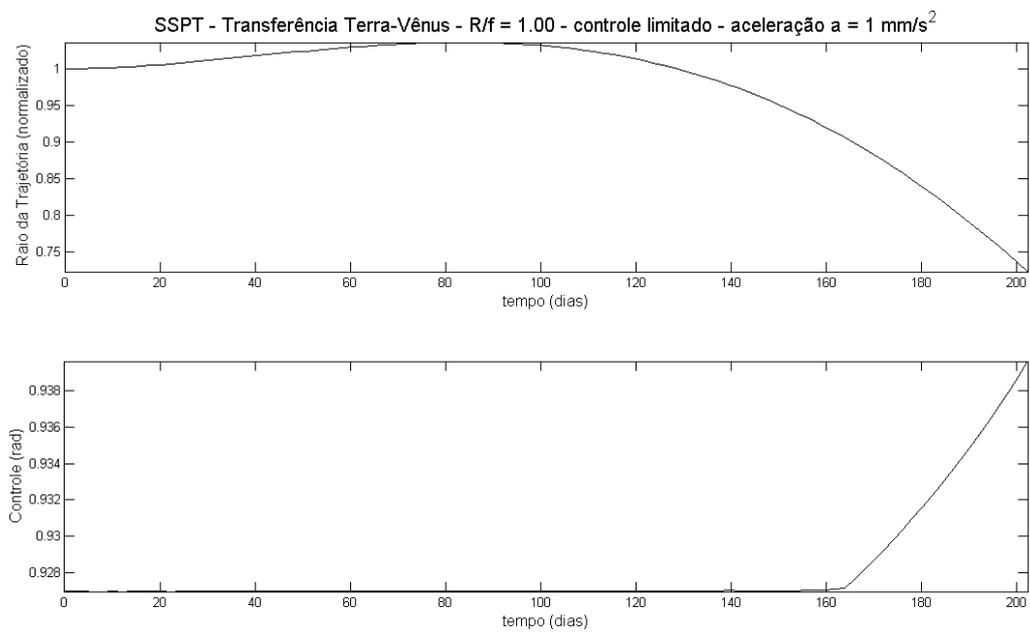


Figura 7.16 - Controle para realização da transferência Terra - Vênus por uma SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$

## 8 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram analisadas as propriedades dinâmicas de sistemas que usam a radiação solar como meio propulsor. Tais sistemas foram estudados em dois esquemas: velas solares compostas simples (SSPT) e velas solares compostas de dupla reflexão (DR SPT). Após análise da geometria do problema e resultados numéricos obtidos, conclui-se que o esquema que apresenta mais viabilidade é a SSPT, um modelo analítico foi desenvolvido para tal sistema a fim de estudar a estabilidade do sistema.

Para o estudo das velas solares, um modelo de força e torque foi desenvolvido. A análise de efeitos tais como múltiplas reflexões, efeito de sombra, desalinhamento da vela em relação à atitude nominal e efeitos de irregularidades no coletor, modelos numéricos foram levadas em conta neste modelo. Como os modelos analíticos foram desenvolvidos para casos onde não acontecem reflexões múltiplas, o modelo numérico, além de comprovar os resultados analíticos, retrata um comportamento realista para o caso não representado por estes. No caso do SSPT, há uma região limitada inferiormente onde os modelos estão de acordo, sendo que o modelo numérico supre as informações da região para a qual não há modelo analítico. Tal limite é o ângulo a partir do qual não acontecem múltiplas reflexões no sistema. Já o modelo numérico da DR SPT não permite comparação com modelo analítico, uma vez que para quase todos os valores de ângulo de controle acontecem múltiplas reflexões na vela, impossibilitando o desenvolvimento deste.

Através do modelo numérico foi mostrado que o efeito da sombra que o diretor (no caso da SSPT) e o conjunto de refletor e diretor (no caso da DR SPT) fazem quando a radiação incide na estrutura pode ser desprezado, uma vez que a área da sombra é da ordem de 1% da área do coletor. Porém, conforme já havia sido mencionado por [Guerman e Smirnov \(2007\)](#), a sombra que o diretor faz no caso da DR SPT não pode ser desprezada, uma vez que os raios que saem do coletor estão concentrados ao atingir a traseira do diretor. Portanto, tal sombra não só influencia a força aplicada, como sua influência depende da posição do diretor em relação ao coletor.

A influência do desalinhamento da vela em relação à atitude nominal também é bastante diferente para ambos os esquemas da vela. Resultados obtidos com o modelo numérico mostram que a força aplicada na SSPT não é significativamente influenciada com o desalinhamento da vela, sendo que o perfil de força é mantido, o que possibilita que o controle da vela seja realizado a partir da rotação do diretor. Já para a DR SPT o desalinhamento da vela, mesmo para valores muito pequenos, leva a uma mudança significativa no perfil de força, fazendo com que a vela perca a controlabilidade. Tal efeito é tão maior quanto menor a distância entre o coletor e o diretor.

O modelo numérico também possibilitou a análise da influência que irregularidades na superfície do coletor têm no perfil de força. Como o coletor é feito de uma película, não é possível mantê-lo no formato de um parabolóide perfeito, sendo, portanto, pertinente avaliar o efeito da irregularidade da superfície. A SSPT para pequenos valores de irregularidade não tem seu comportamento alterado. Para valores de irregularidades maiores, embora a força não seja a mesma, mantém o perfil, de forma que ainda é possível controlar o veículo através da rotação do diretor. A influência das irregularidades é tão maior quanto menor é a relação entre raio e foco do coletor. Já a DR

SPT mostra-se menos robusta em relação às irregularidades no coletor, sendo que para pequenas irregularidades o perfil de força já é bastante modificado, dificultando ou mesmo impossibilitando que o controle seja realizado através do movimento do diretor.

Portanto, as velas solares compostas de dupla reflexão mostram-se inviáveis para missões futuras, uma vez que pequenos desalinhamentos e irregularidades no coletor já levam a estrutura à condição de incontrollabilidade. Assim, para avaliar o desempenho das velas solares compostas em missões, apenas as velas solares compostas simples foram consideradas, sendo que as missões simuladas são transferências da órbita da Terra para as órbitas de Marte e Vênus. Para tal análise as órbitas dos planetas foram consideradas circulares e coplanares, o movimento da vela se dá em duas dimensões e não é necessário um *rendezvous* com o planeta. O controle foi limitado de forma a evitar reflexões múltiplas. Para os parâmetros considerados neste trabalho as SSPT realizam as missões em tempo até 5.6% menor do que as velas planas no caso de uma missão para Marte e até 12.5% para o caso da missão para Vênus. Os tempos de missões são tão menores quando as relações entre raio e foco do coletor, sendo que no caso da SSPT com  $R_c/f_c = 1,00$  os valores extremamente limitados do controle fazem com que o tempo de missão seja maior que o da vela plana.

O modelo analítico de força e torque das velas compostas foi desenvolvido através do cálculo das forças geradas pela radiação incidente em um elemento de área do coletor e suas reflexões nos outros elementos da vela. Para este modelo foi considerado que não há múltiplas reflexões na vela, ou seja, o controle deve ser limitado a um valor de forma que, uma vez atingido o diretor, a radiação deixa o sistema. Sendo o coletor contruído de uma fina película, não pode-se considerá-lo como um espelho ideal. Portanto, reflexões não ideais foram computadas no cálculo de força e torque. O diretor, por ter dimensões menores, pode ser construído com um material melhor, e portanto, com características ópticas melhores. Ainda assim o cálculo de forças atuantes em um diretor não ideal foi realizado. As expressões analíticas para a SSPT mostram que a força e o torque gerados por pressão de radiação solar são dependentes não só da distância heliocêntrica, como da geometria da vela, como também de suas características físicas, assim como da inclinação do diretor (que é usada no controle da vela). A expressão analítica para a DR SPT, no entanto, só depende da distância heliocêntrica e da inclinação do diretor.

As expressões analíticas de torque foram consideradas a fim de avaliar a estabilidade do movimento de atitude da SSPT. O efeito estabilizador da radiação solar foi estudado para a SSPT. O movimento do eixo de simetria da SSPT é estável para quaisquer velas não ideais com geometria apropriada. O movimento em torno do eixo de rolamento é instável, porém pode ser estabilizado através de uma rotação do coletor, a fim de provocar uma rigidez giroscópica ao sistema. Para isto, uma velocidade angular constante pode ser usada, sendo que seu valor mínimo depende das características ópticas do coletor, assim como de sua geometria. No entanto, também há possibilidade da estabilização destes movimentos através de velocidade angular variável do coletor, sendo que a aceleração angular atuaria como a variável de controle. O controle de atitude proposto para as tais velas baseia-se no princípio de deslocamento do centro de pressão em relação ao centro de massa da vela, o que é feito através de ventoinhas que, instaladas em redor do coletor, movem-se de forma sincronizada de forma a gerar um torque de controle. Variando a distância das ventoinhas obtém-se uma vasta gama de torques de controle que podem estabilizar o sistema.

As velas solares compostas, portanto, mostram-se alternativas interessantes ao uso de combustível embarcado no veículo para geração de propulsão, sendo que as velas solares compostas simples mostram muitas vantagens em relação à vela solar plana e à vela solar composta de dupla reflexão. Além disto este esquema é composto de menos peças, facilitando o lançamento e desdobramento no espaço. Também, este esquema é mais robusto no que diz respeito à operação em condições desviadas da condição nominal. Como inconveniente de tal esquema apresenta-se principalmente os rígidos requisitos de temperatura do espelho diretor que, por receber em um ponto toda a radiação incidente no coletor, está sujeito a altas temperaturas.

Como trabalhos futuros, como sugestão para a continuidade da análise de tais velas propõe-se analisar as propriedades dinâmicas, como estabilidade do movimento e o controle em missões mais específicas, uma vez que o movimento orbital e o movimento de atitude são acoplados. Também propõe-se desenvolver um modelo mais realista do coletor, que no presente trabalho foi considerado rígido. No entanto, considerando as grandes dimensões do coletor e a pequena massa necessária para a viabilidade da vela, é inevitável que este elemento da vela se comporte como uma estrutura flexível. Então, como próximo passo, sugere-se a modelagem do coletor como uma estrutura flexível, e verificar a influência da flexibilidade no comportamento da vela, além de, caso necessário, proporcionar um modelo para o controle de tal estrutura. Outra análise que pode ser feita em um passo futuro consiste em determinar o padrão de temperatura dos elementos que constituem a vela, a fim de definir os requisitos de temperatura para a estrutura.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACORD, J. D.; NICKLAS, J. C. Theoretical and practical aspects of solar pressure attitude control for interplanetary spacecraft. **Guidance and Control II**, p. 73 – 91, 1964. [29](#), [32](#), [73](#)
- ANGRILLI, F.; BORTOLAMI, S. Attitude and orbital modelling of solar-sail spacecraft. **ESA Journal**, v. 14, p. 431 – 446, 1990. [40](#), [63](#)
- BANIK, J. A.; LIVELY, P. S.; THALEGANI, B. K.; JENKINS, C. H. Solar sail topology variations due to on-orbit thermal effects. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 558 – 570, 2007. [40](#), [64](#)
- BAOYIN, H.; MCINNES, C. R. Solar sail orbits at artificial Sun - Earth libration points. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 28, n.6, p. 1328 – 1330, 2005. [35](#), [58](#)
- \_\_\_\_\_. Solar sail equilibria in the elliptical restricted three-body problem. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 29, n.3, p. 538 – 543, 2006. [36](#)
- \_\_\_\_\_. Solar sail halo orbits at the Sun-Earth artificial L1 point. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 94, p. 155 – 171, 2006. [36](#)
- BENFORD, G.; NISSENSON, P. Reducing solar sail escape times from Earth orbit using beamed energy. **Acta Astronautica**, v. 58, p. 175 – 184, 2006. [38](#)
- BOBYLEV, A. V.; YAROSHEVSKII, V. A.; ZASHCHIRINSKII, A. M.; PICHKHADZE, K. M. Experimental flight of a spacecraft with solar sail. **Cosmic Research**, v. 41, n.6, p. 612 – 627, 2003. [41](#)
- BOOKLESS, J.; MCINNES, C. R. Dynamics and control of displaced periodic orbits using solar-sail propulsion. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 29, n.3, p. 527 – 537, 2006. [36](#)
- \_\_\_\_\_. Control of Lagrange point orbits using solar sail propulsion. **Acta Astronautica**, v. 62, p. 159 – 176, 2008. [36](#), [58](#)
- CARRARA, V. **Modelagem das forças e torques atuantes em satélites**. São José dos Campos: INPE, 1982. [31](#), [48](#), [49](#), [50](#)
- CIRCI, C. Mars and Mercury missions using solar sails and solar electric propulsion. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 27, n.3, p. 496 – 498, 2004. [35](#)
- \_\_\_\_\_. Simple strategy for geostationary stationkeeping maneuvers using solar sails. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.2, p. 249 – 253, 2005. [38](#)
- COLASURDO, G.; CASALINO, L. Optimal control law for interplanetary trajectories with nonideal solar sail. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 40, n.2, p. 260 – 265, 2003. [39](#)
- COVERSTONE, V.; PRUSSING, J. E. Technique for escape from geosynchronous transfer orbit using a solar sail. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 26, n.4, p. 628 – 634, 2003. [36](#)

- D, n. S.; SCHEERES, D. J. Solar-System escape trajectories using solar sails. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 41, n.4, p. 684 – 687, 2004. [39](#)
- DACHWALD, B. Minimum transfer times for nonperfectly reflecting solar sailcraft. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 41, n.4, p. 693 – 695, 2004. [39](#)
- \_\_\_\_\_. Optimization of interplanetary solar sailcraft trajectories using evolutionary neurocontrol. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n.1, p. 66 – 72, 2004. [39](#)
- \_\_\_\_\_. Optimal solar-sail trajectories for missions to the outer solar system. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.6, p. 1187 – 1193, 2005. [39](#)
- DACHWALD, B.; MACDONALD, M.; MCINNES, C. R.; MENGALI, G.; QUARTA, A. A. Impact of optical degradation on solar sail mission performance. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.4, p. 740 – 749, 2007. [40](#), [101](#)
- DACHWALD, B.; MENGALI, G.; QUARTA, A. A.; MACDONALD, M. Parametric model and optimal control of solar sails with optical degradation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 29, n.5, p. 1170 – 1178, 2006. [40](#), [86](#)
- DACHWALD, B.; SEBOLDT, W. Multiple near - Earth asteroid rendezvous and sample return using first generation solar sailcraft. **Acta Astronautica**, v. 57, p. 864 – 875, 2005. [37](#)
- DACHWALD, B.; SEBOLDT, W.; RICHTER, L. Multiple rendezvous and sample return missions to near-Earth objects using solar sailcraft. **Acta Astronautica**, v. 59, p. 768 – 776, 2006. [38](#), [64](#)
- DACHWALD, B.; WURM, P. Design concept and modelling of an advanced solar photon thruster. In: AIAA, 19., 2009, Savannah (GA), USA. **Proceedings...** Savannah (GA), USA: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, 2009. [44](#), [60](#), [64](#)
- DANDOURAS, I.; PIRARD, B.; PRADO, J. Y. High performance solar sails for linear trajectories and heliostationary missions. **Advances in Space Research**, v. 34, p. 198 – 203, 2004. [38](#)
- FARRÉS, A.; JORBA, A. Solar sail surfing along families of equilibrium points. **Acta Astronautica**, v. 63, p. 249 – 257, 2008. [36](#)
- FIESELER, P. D. A method for solar sailing in a low Earth orbit. **Acta Astronautica**, v. 43, n.9-10, p. 531 – 541, 1998. [34](#)
- FLATLEY, T. W. **Equilibrium States for a Class of Dual-Spin Spacecraft**. Washington, D.C., USA: NASA, 1971. 5 - 77 p. [74](#)
- FLINT, E. M. Robert Forward's solar photon thruster solar sail architecture revisited. In: AIAA, 45., 2004, Palm Springs, California. **Proceedings...** Palm Springs, California, USA: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, 2004. p. 1578. [43](#), [59](#), [60](#)
- FORWARD, R. L. Solar photon thruster. **Journal of Spacecraft**, v. 27, n.4, p. 411 – 416, 1990. [42](#), [43](#), [44](#), [48](#), [58](#), [59](#), [60](#), [61](#), [62](#)

- FOWLES, G. R.; CASSIDAY, G. L. **Analytical Mechanics**. 6. ed. Belmont, CA, USA: Saunders College Publishing, 1998. 65, 66, 67, 69
- GARNER, C. E. Large area sail design concepts. **IEEE**, p. 447–457, 2000. 34, 63
- GARWIN, R. L. Solar sailing - a practical method of propulsion within the Solar System. **Jet Propulsion**, p. 188 – 190, 1958. 29, 31
- GEORGEVIC, R. M. The solar radiation pressure force and torque models. **The Journal of Astronautical Sciences**, v. 20, n.5, p. 257–274, 1973. 31, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56
- \_\_\_\_\_. The solar radiation pressure on the mariner 9 mars orbiter. **Acta Astronautica**, v. 18, p. 109 – 115, 1973. 31
- GRESCHIK, G.; MIKULAS, M. M. Design study of a square solar sail architecture. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 39, n.5, p. 653 – 661, 2002. 34
- GROSSMAN, J. Solar sailing: The next space craze? **Engineering & Science**, v. 4, p. 19 – 28, 2000. 63
- GUERMAN, A.; SMIRNOV, G. Attitude dynamics of a compound solar sail. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION (IAF), 57., 2006, Madrid, Spain. **Proceedings...** Madrid, Spain: International Astronautical Congress (IAC 2006), 2006. 44, 60, 61, 62, 63, 75, 84, 86, 87
- \_\_\_\_\_. \_\_\_\_\_. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 123, n.3, p. 2635–2648, 2006. 44, 65
- \_\_\_\_\_. Comment on “Compound solar sail with optical properties: Models and performance”. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 732 – 734, 2007. 43, 62, 104, 137
- GUERMAN, A.; SMIRNOV, G.; PEREIRA, M. C. Attitude dynamics and control of a compound solar sail. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 129, p. 607–619, 2008. 75, 94
- \_\_\_\_\_. Attitude dynamics and control of a simple solar photon thruster. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION (IAF), 59., 2008, Glasgow, Scotland. **Proceedings...** Glasgow, Scotland: International Astronautical Congress (IAC 2008), 2008. 75, 91, 96
- HUGHES, G. W.; MCINNES, C. R. Solar sail hybrid trajectory optimization for non-Keplerian orbit transfers. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 25, n.3, p. 602 – 604, 2001. 37
- JAXA. **ISAS deployed solar sail film in space**. Tokio, 2004. 2004 Topics. Disponível em: <<http://www.isas.jaxa.jp/e/snews/2004/0809.shtml>>. Acesso em: 18 mai. 2009. 33, 57
- JENKINS, C. H.; KALANOVIC, V. D. Issues in control of space membrane / inflatable structures. **IEEE**, p. 411 – 414, 2000. 35
- JOHNSON, L.; YOUNG, R. M.; MONTGOMERY, E. E. Recent advances in solar sail propulsions systems at NASA. **IEEE**, p. 411 – 414, 2000. 32, 57, 64
- JONES, L. Prospects and challenges of particulate solar sail propulsion. **AIAA/ AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit**, 2008. 33, 47

KEZERASHVILI, R. Y. Thickness requirement for solar sail foils. **AIAA**, 2009. Disponível em: <[10.1016/j.actaastro.2009.01.062](http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.01.062)>. Acesso em: 07 mai. 2009. 64

KIM, M.; HALL, D. Symmetries in the optimal control of solar sail spacecraft. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 92, p. 273 – 293, 2005. 38

KOBLIK, V.; POLYAKHOVA, E.; SOKOLOV, L. Controlled solar sail transfers into near-Sun regions combined with planetary gravity-assist flybys. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 86, p. 59 – 80, 2003. 38, 59

LAPPAS, V.; MENGALI, G.; QUARTA, A. A.; GIL-FERNANDEZ, T. J.; SCHMIDT; WIE, B. Practical systems designs for an Earth- magnetotail- monitoring solar sail mission. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 46, n.2, p. 381 – 393, 2009. 42, 57, 58, 64

LEIGH, J. R. Modelling principles and simulation. In: NICHOLSON, H. (Ed.). **Modelling of dynamical systems**. London, England: The Institution of Electrical Engineers, 1980. v. 1. 70

LEIPOLD, M.; EIDEN, M.; GARNER, C. E.; HERBECK, L.; KASSING, D.; NIEDERSTADT, T.; KRUEGER, T.; PAGEL, G.; REZAZAD, M.; ROZEMEIJER, H.; SEBOLDT, W.; SCHOEPPINGER, C.; SICKINGER, C.; UNCKENBOLD, W. Solar sail technology development and demonstration. **Acta Astronautica**, v. 52, p. 317 – 326, 2003. 41, 57, 64

LEIPOLD, M.; FICHTNER, W.; HEBER, B.; GROEPPER, P.; LASCAR, S.; BURGER, F.; EIDEN, M.; NIEDERSTADT, T.; SICKINGER, C.; HERBECK, L.; DACHWALD, B.; SEBOLDT, W. Heliopause explorer - A sailcraft mission to the outer boundaries of the Solar System. **Acta Astronautica**, v. 59, p. 785 – 796, 2006. 41

LEIPOLD, M.; SEBOLDT, W.; LINGNER, S.; BORG, E.; HERMANN, A.; PABSCH, A.; WAGNER, O.; BRÜCKNER, J. Mercury Sun-synchronous polar orbiter with a solar sail. **Acta Astronautica**, v. 39, n.1-4, p. 143 – 151, 1996. 40, 59

LIKHACHEV, V. N.; SAZONOV, V.; UL'YASHIN, A. I. Single-axis solar orientation of a satellite of the Earth. **Cosmic Research**, v. 41, n.2, p. 159 – 170, 2003. 34

MACDONALD, M.; HUGHES, G. W.; MCINNES, C. R.; LYNGVI, A.; FALKNER, P.; ATZEI, A. Solar polar orbiter: A solar sail technology reference study. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 43, n.5, p. 960 – 972, 2006. 41

\_\_\_\_\_. Geosail: An elegant solar sail demonstration mission. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.4, p. 784 – 796, 2007. 41, 57, 58

MACDONALD, M.; MCINNES, C. R. Analytical control laws for planet-centered solar sailing. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.5, p. 1038 – 1048, 2005. 34

\_\_\_\_\_. Realistic Earth escape strategies for solar sailing. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.2, p. 315 – 323, 2005. 39

MANKINS, J. C. **Technology Readiness Level - A White Paper**. NASA, 1995. 5 pages. Disponível em: <<http://www.hq.nasa.gov/office/codeq/tr1/tr1.pdf>>. Acesso em: 20 maio 2009. 47

- MCINNES, C. R. Solar sail mission applications for non-Keplerian orbits. **Acta Astronautica**, v. 45, p. 567 – 575, 1999. [35](#), [63](#)
- \_\_\_\_\_. Payload mass fractions for minimum-time trajectories of flat and compound solar sails. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 23, n.6, p. 1076 – 1078, 2000. [44](#), [60](#)
- \_\_\_\_\_. Inverse solar sail trajectory problem. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 26, n.2, p. 369 – 371, 2002. [35](#)
- \_\_\_\_\_. Solar sailing: Mission applications and engineering challenges. **The Philosophical Transactions of the Royal Society London**, v. 361, p. 2989 – 3008, 2003. [47](#), [57](#), [58](#), [64](#)
- \_\_\_\_\_. Solar sailing: Orbital mechanics and mission applications. **Advances in Space Research**, v. 31, n.8, p. 1971 – 1980, 2003. [35](#)
- \_\_\_\_\_. **Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications**. 2. ed. United Kingdom: Springer and Praxis Publishing, 2004. [29](#), [31](#), [36](#), [47](#), [48](#), [57](#), [58](#), [59](#), [85](#), [86](#), [96](#), [97](#)
- MENGALI, G.; QUARTA, A. A. Optimal control laws for axially symmetric solar sails. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 42, n.6, p. 1130 – 1133, 2005. [38](#)
- \_\_\_\_\_. Optimal three dimensional interplanetary rendezvous using nonideal solar sailing. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.1, p. 173 – 177, 2005. [39](#)
- \_\_\_\_\_. Compound solar sail with optical properties: Models and performance. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 43, n.1, p. 239 – 244, 2006. [43](#)
- \_\_\_\_\_. Reply by the authors to A. D. Guerman and G. Smirnov. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 734 – 735, 2007. [43](#)
- \_\_\_\_\_. In-orbit repositioning of multiple solar sail spacecraft. **Aerospace Science and Technology**, v. 12, p. 506 – 514, 2008. [42](#)
- MODI, V. J.; KUMAR, K. Attitude control of satellites using the solar radiation pressure. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 9, n.9, p. 711 – 713, 1972. [32](#)
- MORROW, E.; SCHEERES, D. J.; LUBIN, D. Solar sail orbit operations at asteroids. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 38, n.2, p. 279 – 286, 2001. [37](#)
- MURPHY, D. M.; MACY, B. D.; GASPAR, J. L. Demonstration of a 10-m solar sail system. In: 45TH AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS & MATERIALS CONFERENCE, 2004, Palm Springs, CA. [S.l.], 2004. [64](#)
- N, n. S.; SAZONOV, V. V. Variation of the satellite orbit altitude by the light pressure force. **Cosmic Research**, v. 39, n.5, p. 491 – 501, 2001. [48](#)
- NASA. **Spacecraft Radiation Torques**. Washington, DC, 1969. 38p. Relatório técnico. Disponível em: <http://www.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4065/NASADesignSPs/sp8027.pdf>. Acesso em: 21 nov. 2006. [31](#), [48](#), [50](#), [53](#), [54](#)
- NASSIRI, N.; MEHDIZADEH, N. S.; JALALI, N. A. Interplanetary flight using solar sail. **IEEE**, v. 0-7803-8977-8/05, p. 330 – 334, 2005. [36](#)

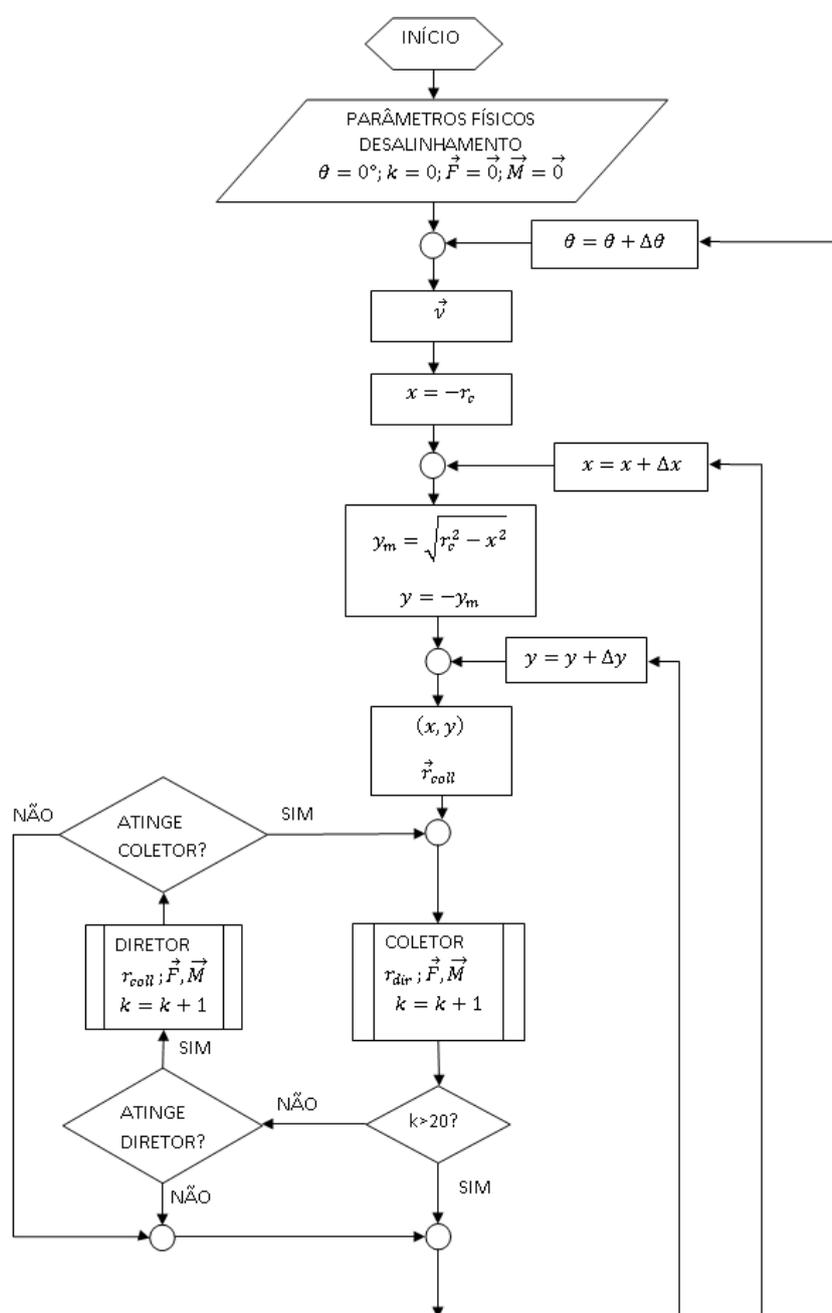
- OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 1. ed. Englewood Cliffs, USA: Prentice-Hall, 1970. 69, 70, 72
- OTTEN, M.; MCINNES, C. R. Near minimum-time trajectories for solar sails. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 24, n.3, p. 632 – 634, 2001. 37
- POMAZANOV, M. V.; YEGOROV, V. A. On attainability of small bodies by use of the solar sail spacecraft. **Advances in Space Research**, v. 24, n.9, p. 1175 – 1183, 1999. 37
- PRADO, A. F. B. A. **Trajatórias Espaciais e Manobras Assistidas por Gravidade**. 1. ed. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, 2001. 65
- PRICE, H. W.; AYON, J.; GARNER, C.; KLOSE, G.; METTLER, E.; SPRAGUE, G. Design for a solar sail demonstration mission. In: SPACE TECHNOLOGY AND APPLICATIONS INTERNATIONAL FORUM - STAIF 2001, 2001, Albuquerque, NM. **Anais...** [S.l.], 2001. 40, 57
- PRUSSING, J. E.; CONWAY, B. A. **Orbital Mechanics**. 1. ed. New York/ Oxford, USA: Oxford University Press, 1993. 65
- RIOS-REYES, L.; SCHEERES, D. J. Generalized model for solar sails. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 42, n.1, p. 182 – 185, 2005. 38, 54
- SAKAMOTO, H.; MIYAZAKI, Y.; PARK, K. C. Finite element modeling of sail deformation under solar radiation pressure. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 514 – 521, 2007. 39
- SALVAIL, J. R.; STUIVER, W. Solar sailcraft motion in Sun- Earth- Moon space with application to lunar transfer from geosynchronous orbits. **Acta Astronautica**, v. 35, p. 215 – 229, 1995. 37
- SANDS, N. Escape from planetary gravitational fields by use of solar sails. **American Rocket Society Journal**, p. 527 – 531, 1961. 29, 32
- SEN, A. K. The dynamic stability of a dual-spin satellite. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, AES 13 (4), p. 370 – 377, 1977. 74
- SKELTON, R. E. **Dynamic System Control - Linear Systems Control**. 1. ed. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1988. 69, 70, 72
- SMIRNOV, G.; BUSHENKOV, V. **Curso de Optimizaço**. 1. ed. Lisboa, Portugal: Escolar Editora, 2005. 125
- SMIRNOV, G.; OVCHINNIKOV, M.; GUERMAN, A. Use of solar radiation pressure to maintain a spatial satellite formation. **Acta Astronautica**, v. 61, n.7-8, 2007. 58
- SOHN, R. L. Attitude stabilization by means of solar radiation pressure. **American Rocket Society Journal**, p. 371 – 373, 1959. 29, 31
- SOUZA, P. N. **Curso Introdutório em Tecnologia de Satélites - Subistema de Suprimento de Energia**. INPE, 2008. 24 transparências. Disponível em: <[http://www.inpe.br/twiki/bin/viewfile/Main/IntroducaoTecnologiaSatelites?rev=1;filename=190\\_Satelites\\_P2.3\\_v3\\_2008.pdf](http://www.inpe.br/twiki/bin/viewfile/Main/IntroducaoTecnologiaSatelites?rev=1;filename=190_Satelites_P2.3_v3_2008.pdf)>. Acesso em: 20 maio 2009. 47

- STANCIULESCU, I.; L, n. V.; LAURSEN, T. A. Slender solar sail booms: Finite element analysis. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 528 – 537, 2007. [34](#)
- STUCK, B. W. Solar pressure three-axis attitude control. **J. Guidance and Control**, v. 3, p. 132 – 139, 1980. [31](#)
- SWARTWOUT, M. A. Earth escape using a slowly rotating, doubly reflective solar sail. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n.2, p. 374 – 377, 2005. [38](#)
- SZEBEHELY, V. G. **Adventures in Celestial Mechanics - A First Course in the Theory of Orbits**. 1. ed. Austin, USA: University of Texas Press, 1989. [65](#)
- TAKAHASHI, Y.; RABINS, M. J.; AUSLANDER, D. M. **Control and Dynamic Systems**. 2. ed. Massachusetts, USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1972. [70](#)
- TYCHINA, P. A.; EGOROV, V. A.; SAZONOV, V. V. Optimization of the flight of a spacecraft with a solar sail from the Earth to Mars with a perturbation maneuver near Venus. **Cosmic Research**, v. 40, n.3, p. 255 – 263, 2002. [37](#), [59](#)
- V, n. L.; SAZONOV, V.; UL'YASHIN, A. I. Evolution of the orbit of an Earth satellite with a solar sail. **Cosmic Research**, v. 42, n.2, p. 83 – 87, 2004. [34](#)
- WIE, B. Solar sail attitude control and dynamics, part 1. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n.4, p. 526 – 535, 2004. [32](#), [34](#), [57](#), [58](#), [72](#), [73](#)
- \_\_\_\_\_. Solar sail attitude control and dynamics, part 2. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 27, n.4, p. 536 – 544, 2004. [35](#), [97](#)
- \_\_\_\_\_. Thrust vector control analysis and design for solar-sail spacecraft. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n.3, p. 545 – 557, 2007. [35](#)
- ZABCZYK, J. **Mathematical Control Theory: An Introduction**. 1. ed. Boston, USA: Birkhäuser Boston, 1992. [70](#), [72](#)



## A MODELO NUMÉRICO DA SSPT

Apresenta-se neste Apêndice o esquema do modelo numérico da SSPT.



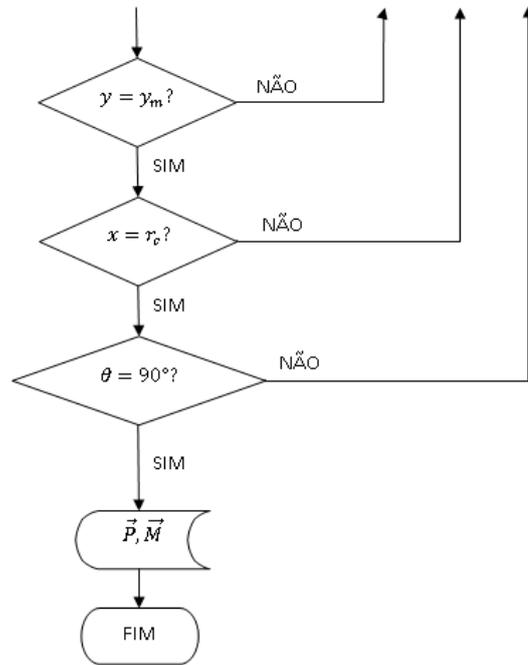


Figura A.1 - Esquema do modelo numérico da SSPT



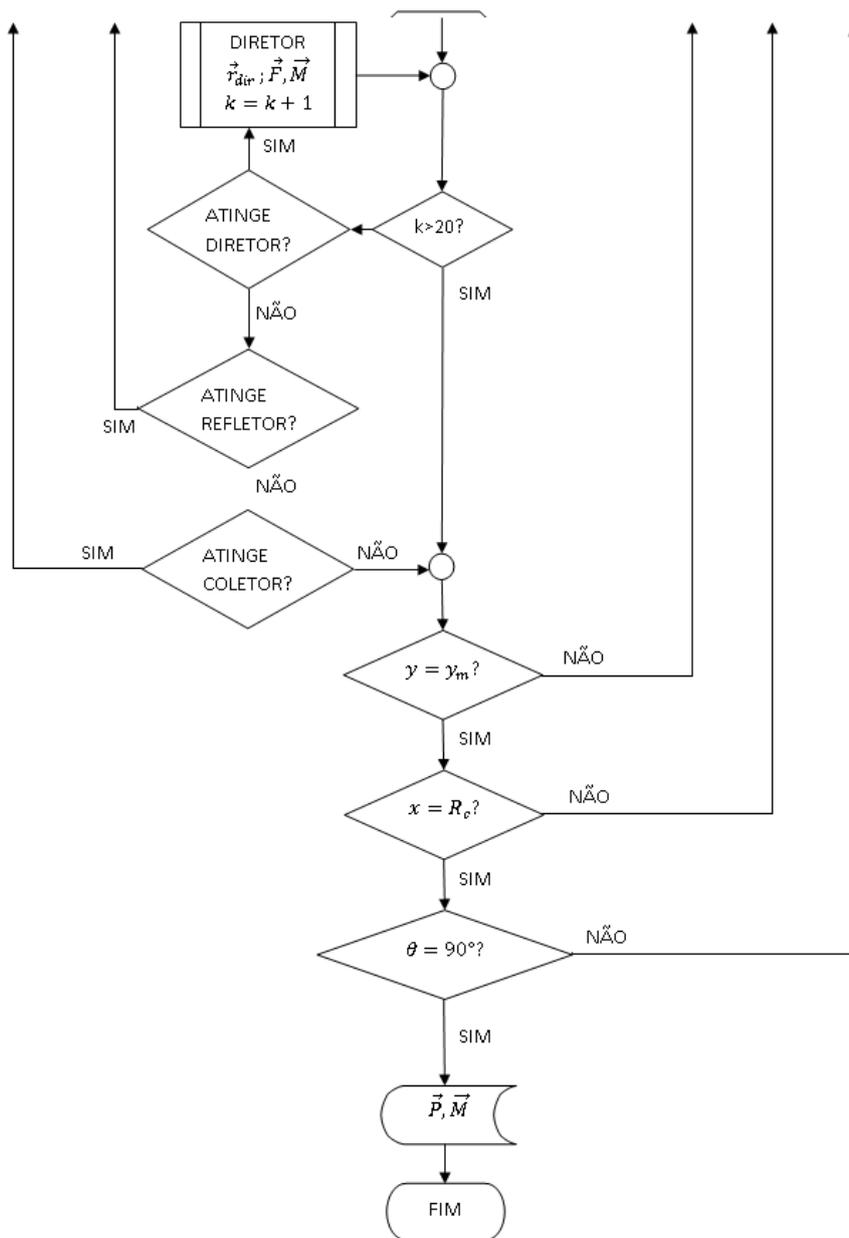


Figura B.1 - Esquema do modelo numérico da DR SPT