

# Análise de Anisotropia de Imagens Utilizando o Método DFA

Ramon Morais de Freitas<sup>1</sup>, Reinaldo Roberto Rosa<sup>1</sup>, Yosio Edemir Shimabukuro<sup>1</sup>  
Patricia Carneiro Genovez<sup>2</sup>, Maria Cristina Bentz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE  
Caixa Postal 515 – 12245-970 – São José dos Campos - SP, Brasil

<sup>2</sup> PETROBRAS CENPES  
Av. Jequitibá, 950 - Ilha do Fundão - 21949-900 - Rio de Janeiro - RJ, Brasil  
{ramon,yosio}@dsr.inpe.br  
{reinaldo}@lac.inpe.br  
{cris,genovez.sampling}@petrobras.br

**Abstract.** *This work presents the Detrended Fluctuation Analysis (DFA) method for anisotropic analysis in remote sensing data. Radar images derived from Radarsat-1 satellite were used for this analysis. The objective was to improve understanding about DFA operational capabilities for anomalies detection in remote sensing data applied to oceanography and petroleum exploration and production systems. The study area is Campos Basin located offshore of Rio de Janeiro, Brazil. The proposed method based on eulerian approach that combines geocoding oil platform points over near real time radarsat images. Using omnidirectional sampling over radar images, we applied DFA method for each radial direction time series. The DFA anisotropic shows anomalies direction and ranging over platforms geocoding points. Therefore the preliminary results indicate that the proposed method can be used for anisotropic analysis of the surface.*

**Resumo.** *Este trabalho apresenta o método de análise de flutuações destendenciadas - Detrended Fluctuation Analysis (DFA) para análise de anisotropia de imagens de sensoriamento remoto. Imagens Radar do sensor Radarsat-1 foram utilizadas nesta análise. O objetivo do trabalho é avaliar o DFA como uma métrica para detecção de anomalia nas imagens de radar com aplicação na área de oceanografia e exploração e produção de petróleo. A área de estudo está localizada na bacia de Campos localizada na área off-shore do estado do Rio de Janeiro. A metodologia proposta é baseada numa abordagem euleriana que combina um ponto georeferenciado na imagem, ex. plataforma de petróleo, em imagens de radar adquiridas em tempo próximo ao real. Utilizando amostragem onimidirecional nas imagens de radar aplicou-se o DFA em cada direção e em diferentes distâncias. Os resultados preliminares mostram que o DFA pode ser utilizado como uma métrica para detectar a anomalia, indicando sua direção e distância de um ponto georeferenciado na imagem.*

## 1. Introdução

O descobrimento de novos campos de exploração de petróleo off-shore tem levado a indústria do óleo e órgãos governamentais a ter cada vez mais atenção nas questões ambientais que envolvem as atividades de exploração e produção de petróleo no mar. Considerando a presença significativa de plataformas e navios sondas pela costa brasileira,

o monitoramento de possíveis ocorrências envolvendo o derramamento de óleo e descontroles operacionais<sup>1</sup> deve ser realizado no contexto da prevenção, caracterização e investigação. O monitoramento sistemático de áreas oceânicas é importante para detectar prontamente possíveis acidentes envolvendo derramamento de óleo, fornecendo informações estratégicas para a tomada de decisão durante as ações de combate ao óleo no mar ou nas áreas costeiras.

Nesse contexto, um sistema de monitoramento orbital utilizando imagens de RADAR é fundamental, pois garante o imageamento sob quaisquer condições meteorológicas, dia ou noite, além de uma grande área de recobrimento (Fingas e Brown, 2005). Com as imagens de RADAR é possível detectar áreas de baixo retroespalhamento do sinal SAR que podem estar associadas a alvos escuros na superfície do mar. Em geral, feições de alvos escuros (baixo retroespalhamento) podem estar associadas à presença de óleo, concentração de algas, baixa intensidade de vento, óleos biológicos dentre outros fenômenos oceanográficos (Brekke e Solberg, 2005; Bentz, 2006).

A interpretação e classificação automática de alvos escuros verificados em imagens de RADAR ainda é um problema em aberto devido à grande quantidade de feições que apresentam resposta semelhante ao óleo nestas imagens. Várias metodologias de seleção de atributos e classificação de imagens RADAR têm sido propostas (Brekke e Solberg, 2005) todavia, o trabalho de intérpretes experientes é indispensável para a elucidação das feições encontradas nas imagens. Imagens meteo-oceanográficas, fornecendo informações sobre concentração da clorofila na superfície do mar, temperatura na superfície do mar e intensidade e direção de vento auxiliam na identificação destas feições nas imagens de RADAR, embora, inspeções de campo a bordo de aeronaves são essenciais para comprovar a natureza destas feições (Bentz, 2006). Dessa forma, o problema na interpretação das imagens está relacionado com o tempo de análise, edição e principalmente subjetividade da interpretação (Solberg et al., 2005). Nesse contexto, os sistemas automáticos de detecção de ocorrências podem auxiliar em muito o fotointérprete, tanto na questão de tempo quanto na análise dos diferentes tipos de ocorrências, inclusive nas relacionadas a derramamento de óleo (Brekke e Solberg, 2005; Bentz, 2006; Keramitsoglo et al. 2006).

Do ponto de vista de um alvo fixo no mar, que apresente riscos de vazamentos (ex. plataformas de petróleo), torna-se interessante caracterizar a direção e distância aproximada de uma anomalia que ocorra no entorno de uma plataforma, seja um derramamento de óleo, presença de algas, baixa intensidade do vento, óleos biológicos, dentre outros. Com auxílio de técnicas de sensoriamento remoto e computação esse procedimento pode ser automatizado e realizado em tempo próximo do real. O pré-requisito básico é o conhecimento da posição geográfica do alvo fixo e do georeferenciamento da imagem. Esse trabalho tem como hipótese a afirmação de que a análise da anisotropia das imagens RADAR da superfície do mar pode auxiliar o fotointérprete na caracterização da variabilidade espacial em torno de um alvo fixo. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é propor e avaliar uma metodologia que utiliza o método DFA para análise da anisotropia de imagens com aplicações na área de oceanografia e indústria de exploração de petróleo.

---

<sup>1</sup>Nomeclatura dada aos vazamentos devido perfuração de novos poços e mistura de água e óleo durante o processo de extração

## 2. Método DFA

O método *Detrended Fluctuation Analysis* foi proposto por Peng et al. (1994) e tem se estabelecido como uma importante ferramenta para detecção de correlações de longo alcance em séries temporais não estacionárias. Originalmente o método DFA, baseado na teoria de caminhos aleatórios (*random walk theory*) (Mandelbrot, 1983; Addison, 1997), é um aperfeiçoamento do método *Fluctuation Analysis* FA (Peng et al., 1992). Inicialmente proposto para aplicações em análise seqüencial de DNA, o método DFA tem aplicações na análise de séries temporais nas mais diversas áreas (Kantelhardt et al., 2001; Bashan et al., 2008). Nessa seção, será apresentada a descrição matemática do método, bem como os passos para sua implementação computacional e alguns exemplos de aplicações em geociências.

A abordagem do DFA é fundamentada na análise de flutuações de uma série temporal em diferentes escalas. Na prática o DFA permite eliminar a tendência de uma ST em diferentes escalas, analisando as flutuações intrínsecas do dado. Entenda-se como flutuações, a medida de variabilidade do sinal associada a variância de cada segmento da série, em diferentes escalas. O algoritmo do DFA é composto por 6 passos básicos.

(1) Dado uma série temporal  $\{X_{i,N}\}$  com  $i = 1, \dots, N$  equidistantes espaçados no tempo, o primeiro passo é o cálculo da *função perfil*. Esta função é obtida pela soma cumulativa da série temporal. Nesse passo já podemos subtrair a média da série temporal  $\bar{X}_i$ , conforme descrito a seguir.

$$Y(i) = \sum_{i=1}^N X_i - \langle X \rangle \quad (1)$$

(2) subdivide-se o perfil  $Y(i)$  em  $N_s$  segmentos não sobrepostos de mesma escala  $s$ , em que

$$N_s \equiv \lfloor N/s \rfloor \quad (2)$$

(3) calcula-se a tendência local de cada segmento ( $\nu$ ) através do ajuste polinomial de mínimos quadrados. Para cada segmento ( $\nu$ ) calcula-se a série “destendenciada” através da diferença entre o perfil  $Y(i)$  e o polinômio  $p_\nu(i)$ . Em geral, usa-se o polinômio de grau linear ( $p=1$ ), obtendo-se o DFA1 de primeira ordem, que retira tendências lineares da função perfil  $Y(i)$ . Polinômios de maior grau, como por exemplo quadráticos ( $p=2$ ), podem ser utilizados nesse passo para retirar tendências de ordens maiores obtendo-se, para cada grau de polinômio  $p$ , um valor da função  $Y_s(i)$  e conseqüentemente um valor de DFA $_p$  associado ao grau do polinômio.

$$Y_s(i) = Y(i) - p_\nu(i) \quad (3)$$

(4) calcula-se a variância para cada segmento ( $\nu$ ) dada por:

$$F_s^2(\nu) = \langle Y_s^2(i) Y(i) \rangle = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s Y_s^2[(\nu - 1)s + i] \quad (4)$$

(5) calcula-se a função de flutuação DFA para cada segmento  $s$ , conforme descrito a seguir:

$$F(s) = \left[ \frac{1}{N_s} \sum_{\nu=1}^{N_s} F_s^2(\nu) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

(6) Se a série original apresenta correlações de longo alcance, o valores de  $F^{(n)}(s)$  seguem uma lei de potência:

$$F^n(s) \propto s^\alpha \quad (6)$$

Para grandes valores de  $s$  vale a relação com o expoente da autocorrelação  $\gamma$ , onde  $\alpha=1-\gamma/2$  com  $0 < \gamma < 1$  (Taqqu et al., 1995). Onde  $n$  é a ordem do polinômio utilizado para tirar a tendência da série. Na prática isso permite o cálculo do expoente  $\alpha$  através do ajuste linear em escala logarítmica de  $s$  em função de  $F^n(s)$ .

O expoente de flutuação pode ser classificado de acordo com uma faixa dinâmica de valores (Kantelhardt et al., 2001; Bashan et al., 2008; Zheng et al., 2008):

- $\alpha < \frac{1}{2}$  : anti-correlacionado, sinal anti-persistente.
- $\alpha \cong \frac{1}{2}$  : sem correlação, ruído branco, não apresenta memória.
- $\alpha > \frac{1}{2}$  : apresenta correlações de longo alcance.
- $\alpha \cong 1$  : 1/f noise ou ruído rosa.
- $\alpha > 1$  : random walk, não estacionário.
- $\alpha \cong \frac{3}{2}$  : ruído browniano, integração do ruído branco.

### 3. Procedimento Proposto

O procedimento básico utilizado nesse trabalho é a aplicação do método DFA conforme descrito na seção anterior. Porém, antes da aplicação do DFA deve-se calcular as coordenadas do raio de aplicação. O conceito básico é a transformação de coordenadas polares para planas e vice-versa. A generalização apresentada aqui considera uma abordagem euleriana, ou seja, temos um ponto fixo de observação, no qual queremos analisar a presença de anisotropia de um campo 2-D ou 3-D de uma variável escalar ou vetorial qualquer.

Para o caso bi-dimensional, a partir de um ponto fixo  $P(x,y)$  de uma matriz escalar ou vetorial  $M$  de dimensões  $[L,C]$ , construiremos  $n$  segmentos radiais de raio  $R_s$  igualmente distribuídos em um vetor real  $\theta_n$  dado por:

$$\theta_n = [0 : \frac{(2\pi)}{n} : (2\pi)] \quad (7)$$

Dada as restrições:  $(x-R_s) \geq 1$ ,  $(x+R_s) \leq C$ ,  $(y-R_s) \geq 1$  e  $(y+R_s) \leq L$ , para cada posição do vetor  $\{\theta_n\}$ , variando entre 0 a  $2\pi$ , constrói-se uma série unidimensional a partir do ponto fixo  $P(x,y) \in M$  dada pelas coordenadas cartesianas da seqüência de pares  $[(X_{\theta_n}), (Y_{\theta_n})]$ :

$$X_{\theta_n} = (x + ([1 : R_s] * \cos(\theta_n))) \quad (8)$$

$$Y_{\theta_n} = (y - ([1 : Rs] * \sin(\theta_n))) \quad (9)$$

Note que cada vetor  $X_{\theta_n}$ ,  $Y_{\theta_n}$  deve ser arredondado para o valor inteiro mais próximo, uma vez que os valores de coordenadas da matriz  $M$  são inteiros. Esse procedimento pode ser realizado pela simples operação numérica de arredondamento descrita por:

$$Y = \lfloor (Z + ([Z] - \lfloor Z \rfloor) / 2) \rfloor \quad (10)$$

Onde,  $Z$  representa o vetor a ser arredondado, no caso  $X_{\theta_n}$  e  $Y_{\theta_n}$ , construindo  $n$  séries para cada segmento  $S_\theta$  dado por,

$$S_\theta = M(X_{\theta_n}, Y_{\theta_n}) \quad (11)$$

onde,  $M$  representa uma matriz 2-D a ser amostrada, e  $(X_{\theta_n}, Y_{\theta_n})$  é o par ordenado para cada segmento radial de raio  $Rs$  e direção  $\theta$  gerados a partir do ponto fixo  $P(x,y)$ .

Após a amostragem da matriz 2-D, o passo seguinte é aplicar o método DFA em cada segmento  $S_\theta$  obtendo assim  $n$  valores de  $\alpha_\theta$ . O método DFA é aplicado conforme descrito na seção anterior. A visualização dos valores  $\alpha_\theta$  é realizada em coordenadas polares, ou seja,  $\theta_n$  representa a fase e o valor do respectivo expoente  $\alpha$  é exibido como o raio nessa coordenada.

## 4. Experimentos

### 4.1. Dados

No presente trabalho foram utilizados recortes de 4 imagens RADAR de diferentes datas provenientes do satélite RADARSAT-1, banda C, polarização HH, possuindo resolução radiométrica de 8 bits, resolução espacial de 50m x 50m e no formato compactado MrSid.

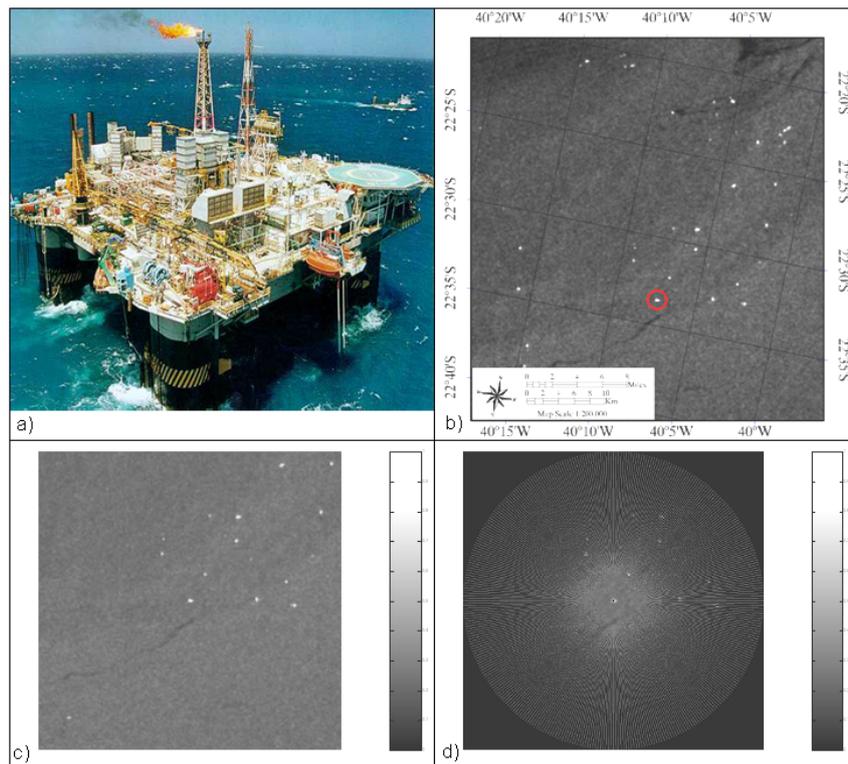
### 4.2. Metodologia

O método descrito na seção 3 foi utilizado para avaliação da anisotropia de imagens RADAR em plataformas de petróleo localizadas na região da bacia de Campos, RJ. A Figura 1 apresenta respectivamente, a) uma fotografia de uma plataforma de petróleo, b) sua localização na imagem de RADAR, c) recorte amostrado nesta imagem com um raio de 5km, d) amostragem radial a partir do centro desse recorte. Os pontos claros (na escala de cinza) na imagem RADARSAT são gerados pelo sinal retroespalhado desses alvos devido a reflexão de canto. Com o objetivo de exemplificar e avaliar o método proposto foram analisados inicialmente mais de 50 campos de anisotropia para as 4 datas. As análises apresentadas neste trabalho se restringiram em selecionar apenas alguns exemplos de imagens que representem campos anisotrópicos e isotrópicos.

### 4.3. Resultados e Discussão

No exemplo a seguir (Figura 2) observa-se uma imagem de uma plataforma de petróleo cujos valores de nível digital normalizado - ND<sup>2</sup>, em torno da plataforma são isotrópicos.

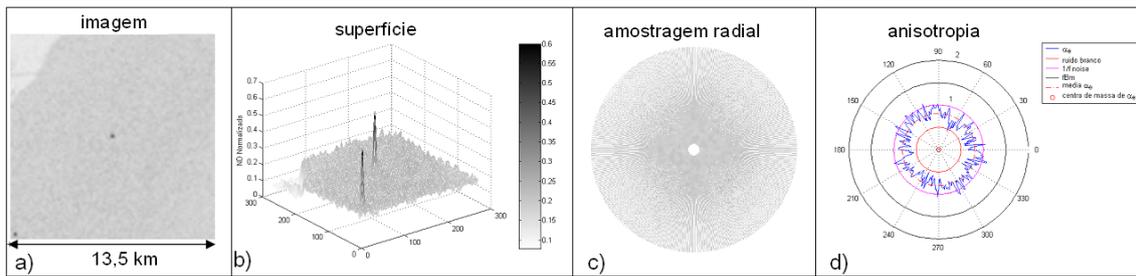
<sup>2</sup>normalização aplicada por transformação da escala de 8 bits para valores entre 0 e 1, dado pela divisão dos valores dos pixels por 255.



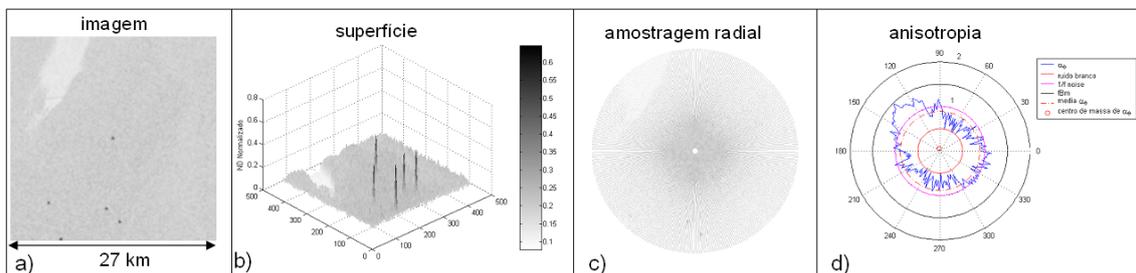
**Figure 1. a) Fotografia de uma plataforma de petróleo (Fonte: Petrobrás); b)Localização desta plataforma na imagem RADARSAT-1 c); recorte de imagem centrado na plataforma; e d) amostragem radial a partir do centro da imagem (plataforma)**

Para facilitar a visualização a escala de cinza foi invertida, assim os maiores valores de ND são escuros e os menores são claros. A Figura 2-a é a representação da imagem, na Figura 2-b é a representação da superfície, em que os picos representam os alvos com alto retroespalhamento, como plataformas e embarcações. Na Figura 2-c é apresentado a imagem amostrada gerada a partir do raio  $R_s$  para 360 valores de  $\theta$ . Analisando o gráfico em coordenadas polares (Figura 2-d) para toda a variação da fase  $\theta$  os valores do raio,  $\alpha$ , flutuam em torno da média sem apresentar direções preferenciais, ou seja, há isotropia na escala  $R_s$  de 6,75 km. Porém, quando aumenta-se o valor da escala,  $R_s$  para 13,5 km (Figura 3), percebe-se que o campo se torna anisotrópico da direção aproximada entre 120° e 150° devido à presença de uma mancha escura(Figura 3-d).

Um outro exemplo (Figura 4) consiste em uma região de baixa intensidade de vento em que os valores de  $\alpha_\theta$  são próximos a um ruído branco (Figura 4-d). Para as áreas anisotrópicas os valores apresentam correlação de longo alcance, uma vez que há transição entre o baixo retroespalhamento do baixo vento para um maior retroespalhamento da superfície do mar que é mais rugosa. Esse aumento no retroespalhamento é resultado da reflexão difusa dos pulsos emitidos pelo RADAR nessa região. Um campo totalmente isotrópico pode ser observado na Figura 5, em que os valores de  $\alpha_\theta$  oscilam em torno de um ruído do tipo 1/f noise. Esses valores indicam as correlações de longo alcance ao longo de todas as direções seguem esse tipo de ruído. Para uma região de resíduo oleoso o campo anisotrópico é observado na Figura 6, entre as direções 240° e

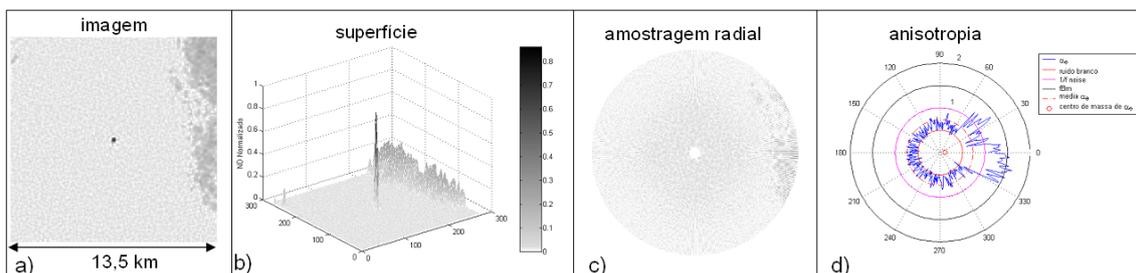


**Figure 2. a) Recorte de imagem centralizado na plataforma; b) Visualização em superfície do recorte da imagem; c) Amostragem radial a partir da plataforma; e d) Valores de  $\alpha_\theta$  em coordenadas polares, mostrando que a superfície é isotrópica num raio entre 6,5 km**



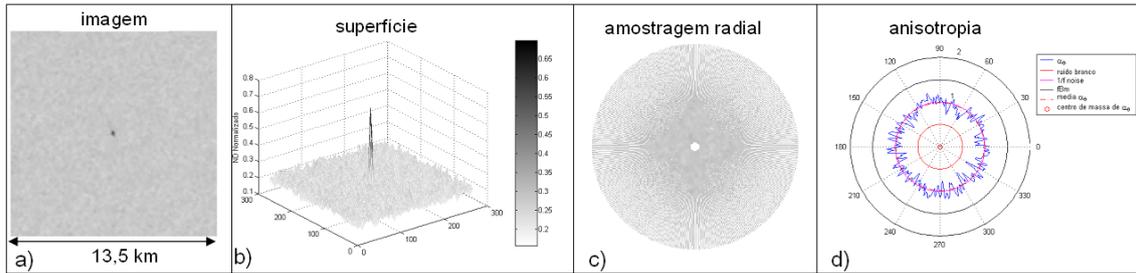
**Figure 3. a) Recorte de imagem centralizado na plataforma; b) Visualização em superfície do recorte da imagem; c) Amostragem radial a partir da plataforma; e d) Valores de  $\alpha_\theta$  em coordenadas polares, mostrando que a superfície se torna anisotrópica num raio entre 6,5 a 13 km**

270° o campo apresenta mesma variabilidade, pois as amostras estão dentro do resíduo oleoso. Contudo, os valores do expoente  $\alpha_\theta$  são maiores que para baixa intensidade de vento (Figura 4). Isso indica que a textura deve ser avaliada na discriminação de alvos escuros. Nas outras direções 0°, 50°, 210° e 275° o valor de  $\alpha_\theta$  é maior, dado a região de transição entre o resíduo oleoso e a água do mar.

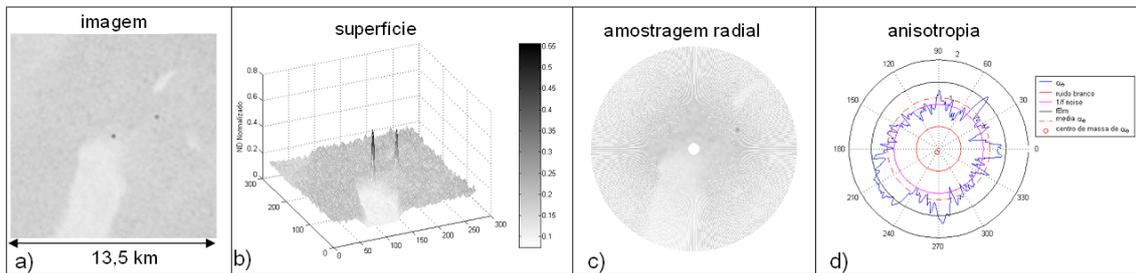


**Figure 4. a) Recorte de imagem centralizado na plataforma; b) Visualização em superfície do recorte da imagem; c) Amostragem radial a partir da plataforma; e d) Valores de  $\alpha_\theta$  em coordenadas polares, mostrando a anisotropia num região de baixa intensidade de vento**

É interessante ressaltar que os valores de  $\alpha_\theta$ , além de reduzirem a dimensionalidade dos dados para análise, possuem um significado físico, indicando que existem correlações de longo alcance ao longo das direções. Isto está relacionado com a interação do pulso emitido pelo RADAR com a superfície do oceano. Em futuros trabalhos essa



**Figure 5. a) Recorte de imagem centralizado na plataforma b) Visualização em superfície do recorte da imagem; c) Amostragem radial a partir da plataforma; e d) Valores de  $\alpha_\theta$  em coordenadas polares, mostrando uma superfície totalmente isotrópica**



**Figure 6. a) Recorte de imagem centralizado na plataforma; b) Visualização em superfície do recorte da imagem; c) Amostragem radial a partir da plataforma; e d) Valores de  $\alpha_\theta$  em coordenadas polares, mostrando a anisotropia devido ocorrência de resíduo oleoso**

análise será explorada correlacionando a rugosidade do oceano observada pelo expoente  $\alpha_\theta$  com dados de correntes, ventos de superfície e modelos hidrodinâmicos de interação de dois fluidos.

## 5. Conclusões

Este trabalho apresentou uma nova abordagem para aplicação do método DFA para análise da anisotropia de campo 2-D. Um exemplo para demonstrar o potencial da metodologia na área de meio ambiente foi aplicado à indústria de exploração e produção de petróleo. Os resultados preliminares indicam a possibilidade da utilização do método DFA para caracterizar a presença de anisotropia ao redor das plataformas e/ou embarcações em imagens de RADAR. A detecção de anisotropia ao redor destes pontos pode vir a constituir informação auxiliar estratégica para o processo de interpretação visual das imagens, tendo potencial de indicar não apenas a presença de anomalias visíveis ao redor das plataformas, como também, anomalias imperceptíveis ao olho humano, como orientações do campos de vento. O método pode ser utilizado como uma métrica capaz de reduzir a dimensionalidade dos dados, uma vez que, para cada alvo de interesse georeferenciado na imagem, pode-se criar uma métrica que descreva a anisotropia ao entorno do alvo na imagem. Neste mesmo contexto, a caracterização de séries espaço temporais em uma abordagem euleriana representa também outra aplicação potencial para o método DFA.

A metodologia DFA apresenta como limitação a utilização de raios muito pe-

quenos para as análises, produzindo segmentos com poucos pixels, restritos a séries muito curtas ( $n < 64$ ). Esta limitação abre caminhos para o teste de novas metodologias para avaliação da anisotropia em imagens. Todavia, ressalta-se o potencial do método DFA para aplicações em áreas do sensoriamento remoto como, por exemplo, analisar a presença de anisotropia em alvos homogêneos em imagens ópticas derivadas de sensores hiperespectrais, proporcionando um estudo da anisotropia de um alvo em várias regiões do espectro eletromagnético.

Quanto ao método proposto cabe ressaltar que este pode ser generalizado também para 3 dimensões, bastando a utilização de geometria esférica. A combinação da metodologia com técnicas de classificação, oriundas do reconhecimento de padrões e inteligência artificial abre caminho para novas aplicações nos sistemas ambientais. Fora do domínio ambiental existe um potencial de emprego da metodologia no reconhecimento automático de alvos, como por exemplo, nos sistemas de navegação em tempo real.

### Referências Bibliográficas

Addison P. S.(1997). **Fractals and Chaos: An Illustrated Course**. CRC Press, 256p.

Bashan, A.; Bartsch, R.; Kantelhardt, J. W.; Havlin, S.(2008). Comparison of detrending methods for fluctuation analysis, **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 387, n. 21, p. 5080-5090, Sep.

Bentz, C. M. (2006). **Reconhecimento Automático de Eventos Ambientais Costeiros e Oceânicos em Imagens de Radars Orbitais**. Tese de Doutorado. Rio de Janeiro, XIII, 115 p., COPPE/UFRJ, Engenharia Civil.

Brekke, C.; Solberg, A.H.S. (2005). Oil spill detection by satellite remote sensing, **Remote Sensing of Environment**, v. 95, n. 1, p. 1-13, mar.

Fingas, M.F.; Brown, C.E. (2005). Review Of Oil Spill Remote Sensing Presented at the Eighth. **Proceedings...** International Conference on Remote Sensing for Marine and Coastal Environments, Halifax, Nova Scotia, May.

Kantelhardt, J. W.; Stephan, A.; Zschiegner, E.; Koscielny-Bunde, E.; Havlin, S.; Bunde, A., Stanley, E. H. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series, **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v 316, n.1-4, p. 87-114, Dec.

Keramitsoglou I., Cartalis C., Kiranoudis C. (2006). Automatic Identification of oil spills on satellite images. **Environmental Modelling Software**, v. 21, p. 640-652.

Mandelbrot, B. (1983). **The Fractal Geometry of Nature**. New York: W.H. Freeman and Company. 420p.

Peng, C.K.; Buldyrev, S.V.; Goldberger, A.L.; Havlin, S.; Sciortino, F.; Simons, M.; Stanley, H.E. (1992). Long-range correlations in nucleotide sequences. **Nature**, v.356, n.6365, p. 168-170.

Peng, C.K.; Buldyrev, S.V.; Havlin, S.; Simons, M.; Stanley, H.E.; Goldberger, A.L. (1994). Mosaic organization of DNA nucleotides. **Phys. Rev. E**, v.49, p.1685-1689.

Solberg, A.; Clayton, P.; Indregard, M. (2005). D2 - Report on benchmarking oil spill recognition approaches and best practice. **Kongsberg Satellite Services - Norway Archive** n.: 04-10225-A-Doc, 2.1.

Taqqu, M.S.; Teverovsky, V.; Willinger, W. (1995). Estimators for long-range dependence: an empirical study, **Fractals**, v. 3, n. 4, p.785-798.

Zheng, H.; Song, W.; Wang J. (2008). Detrended fluctuation analysis of forest fires and related weather parameters, **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 387, n.9, p. 2091-2099.