MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

O MODELO COSMOLÓGICO DE CARMELI REVISADO E UMA PRIMEIRA ANÁLISE DO MODELO GRAVITACIONAL CARMELI-KALUZA-KLEIN

Aluno: Pedro Moraes
Orientador: Dr. Oswaldo Duarte Miranda

Introdução

O modelo desenvolvido na década de 90 pelo Dr. Moshe Carmeli, consiste no tratamento do universo como uma brana 5-D. O elemento de linha nessa teoria é dado por:

$$ds^2 \overset{(1)}{=} c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \tau^2 dv^2,$$

em que τ é a idade do universo e v é a velocidade de expansão do mesmo.

O principal objetivo da Cosmologia de Carmeli é atacar o problema da **matéria escura** e da **energia escura**, sem necessitar a imposição da existência de um tipo de matéria que não sofre interação eletromagnética e de um fluido exótico ou constante cosmológica que faria o universo expandir aceleradamente.

Expansão Acelerada do Universo

Re-escrevendo o elemento de linha em coordenadas esféricas, temos:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - e^{\xi} dr^2 - R^2(d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2) + \tau^2 dv^2, \qquad (2)$$

que nos leva a:

$$\frac{dr}{dv} = \tau e^{-\xi/2}. \qquad (3)$$

Essa equação descreve um universo em expansão acelerada sem a necessidade da inserção de nenhum tipo de fluido exótico ou constante cosmológica.

Matéria Escura

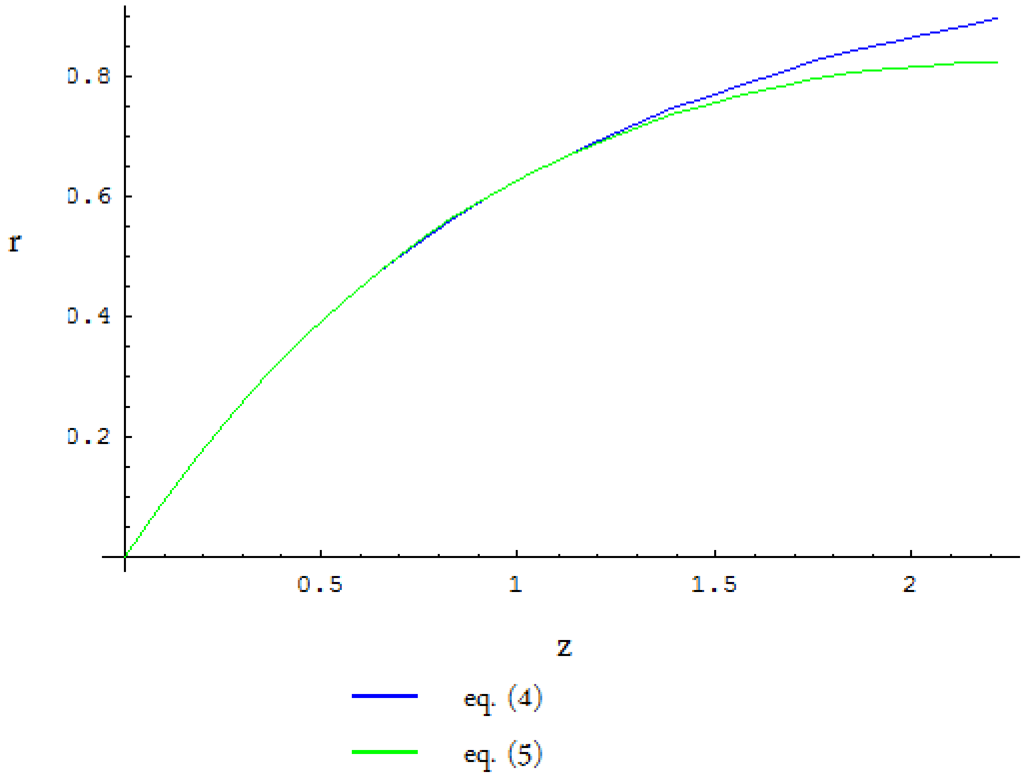
A solução da equação de expansão do universo é dada por:

$$r = c\tau \frac{senh\left[\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1}\sqrt{1-\Omega_m}\right]}{\sqrt{1-\Omega_m}}. \tag{4}$$

Com o aumento do redshift, o volume aumenta com $(1+z)^{-3}$, dessa forma, re-escrevemos a equação acima como:

$$r = c\tau \frac{senh\left[\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1}\sqrt{1-\Omega_m(1+z)^3}\right]}{\sqrt{1-\Omega_m(1+z)^3}}. \tag{5}$$

Se na equação (5) usarmos $\Omega_m \sim \Omega_b \sim 0.03$ (supondo que toda a matéria do universo seja bariônica), obtemos para $0<z<1.2$, resultados praticamente idênticos aos da equação (4) com $\Omega_m=0.245$, como mostra a figura a seguir.



Dessa forma, não é necessária a suposição da existência de matéria escura em escalas cosmológicas.

Análise Estatística

Quando temos um modelo cosmológico que depende de um conjunto de *m* parâmetros e desejamos compará-los com dados experimentais/observacionais, usamos o teste *chi-quadrado*, definido como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{f_i^t(\theta_1, \theta_2, \dots \, \theta_{m-1}, \theta_m) - f_i^{exp}}{\sigma_i^{exp}} \right)^2 , \qquad (6)$$

onde procuramos identificar os parâmetros θ_i que minimizam a função *chi-quadrado*.

Para o modelo estudado, a equação (6) fica:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\mu_i^t - \mu_i^{obs}}{\sigma_i} \right)^2 , \qquad (7)$$

onde $\mu_i^t = \mu(z_i, \Omega_m)$ é o módulo de distância predito pela teoria para uma supernova de redshift z_i, *e* μ_i^{obs} e σ_i foram retirado para cada supernova no banco de dados *Union (http://supernova.lbl.gov/union).*

Com o intuito de comparar a Cosmologia de Carmeli com a Relatividade Geral (RG), aplicamos o teste *chi-quadrado* para ambas teorias. O que obtivemos como resultado foi:

- Carmeli:

$$\chi^2_{mín} = 330.32, \Omega_m = 0.0730^{+0.0160}_{-0.0298}. \quad (8)$$

- RG:

$$\chi^2_{mín} = 311.93, \Omega_m = 0.2870^{+0.0253}_{-0.0246}. \quad (9)$$

O Modelo Gravitacional Kaluza-Klein

- A principal façanha do modelo KK foi mostrar que a RG em cinco dimensões contém tanto a teoria gravitacional 4D de Einstein quanto a teoria do eletromagnetismo de Maxwell.
- Matéria quadridimensional parece surgir puramente da geometria de um espaço-tempo 5D vazio.

- Assim, temos uma teoria puramente geométrica de matéria, em que os termos geométricos em 5D são nulos, mas cujo tensor de Einstein 5D é separado em um tensor de Einstein 4D não nulo mais um tensor energia-momentum (efetivo) 4D não nulo.

Do elemento de linha:

$$ds^2 = e^{\nu} dt^2 - e^{\omega}[dr^2 + r^2(d\theta^2 + sen^2\theta d\phi^2] - e^{\mu} dl^2, \qquad (10)$$

chegamos aos seguintes tensores de Einstein:

$$G_0^0 = e^{-\nu}\left(-\frac{3\dot{\omega}}{4} - \frac{3\dot{\omega}\dot{\mu}}{4}\right) + e^{-\mu}\left(\frac{3\omega^{**}}{2} + \frac{3\omega^{*2}}{2} - \frac{3\mu^{*}\omega^{*}}{4}\right), \qquad (11)$$

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = -e^{-\nu}\left(\ddot{\omega} + \frac{3\dot{\omega}^2}{4} + \frac{\ddot{\mu}}{2} + \frac{\dot{\mu}^2}{4} + \frac{\dot{\omega}\dot{\mu}}{2} - \frac{\dot{\nu}\dot{\omega}}{2} - \frac{\dot{\nu}\dot{\mu}}{4}\right), \qquad (12)$$

$$G_4^4 = -e^{-\nu}\left(\frac{3\ddot{\omega}}{2} + \frac{3\dot{\omega}^2}{2} - \frac{3\dot{\nu}\dot{\omega}}{4}\right) + e^{-\mu}\left(\frac{3\omega^{*2}}{4} + \frac{3\omega^{*}\nu^{*}}{4}\right). \qquad (13)$$

Os componentes do tensor energia-momentum efetivo podem ser escritos como:

$$8\pi\rho = -\frac{3}{4}e^{-\nu}\dot{\omega}\dot{\mu} + \frac{3}{2}e^{-\mu}\left(\omega^{**} + \omega^{*2} - \frac{\mu^{*}\omega^{*}}{2}\right), \qquad (14)$$

$$8\pi p = e^{-\nu}\left(\frac{\ddot{\mu}}{2} + \frac{\dot{\mu}^{2}}{4} + \frac{\dot{\omega}\dot{\mu}}{2} - \frac{\dot{\nu}\dot{\mu}}{4}\right) - e^{-\mu}\left(\omega^{**} + \frac{3\omega^{*2}}{4} + \frac{\nu^{**}}{2} + \frac{\nu^{*2}}{4} + \frac{\omega^{*}\nu^{*}}{2} - \frac{\mu^{*}\omega^{*}}{2} - \frac{\nu^{*}\mu^{*}}{4}\right). \qquad (15)$$

FIM