

INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE UM GIROSCÓPIO NO COMPORTAMENTO DA VELOCIDADE ANGULAR DE UM SATÉLITE

MARCELO MOREIRA, DE L. B.¹
DENILSON DOS SANTOS, P. S.¹
LUIZ DE SOUZA, C. G.¹
ANDRÉ FENILI^{1,2}

1 – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Av. dos Astronautas, 1758 Cx. Postal 515 – São José dos Campos – SP – CEP 12201-970s

2 – Universidade de Taubaté
Rua Daniel Danelli, s/n (Campus da Juta) – Taubaté – SP – CEP 12060-440

E-mails: moreira@dem.inpe.br
denilson@dem.inpe.br
gadelha@dem.inpe.br
fenili@dem.inpe.br

Abstract— The objective of this study is to observe a gyroscope model influence on the stability of a satellite. The satellite is modeled as a rigid body and presents gyroscopic stability in its greater inertia moment. It is used as actuator a reaction wheel commanded by a control law proportional to a satellite's angular velocity, which is measured by a gyroscope model. In the models it is considered the saturation of the reaction wheel and perturbations in the gyroscope's measure. The movement equations are treated in its nonlinear form.

Keywords— Control, stability, nonlinear equations, angular velocity, gyroscope and reaction wheel.

Resumo— O objetivo desse estudo está em observar as influências de um modelo de um giroscópio na estabilidade de um satélite. O satélite é modelado como um corpo rígido e apresenta estabilidade giroscópica em torno de seu eixo de maior momento de inércia. Utiliza-se como atuador uma roda de reação comandada por uma lei de controle proporcional à velocidade angular do satélite, a qual é medida através de um modelo de giroscópio. Nos modelos, são levadas em consideração a saturação da roda de reação e as perturbações nas medições do giroscópio. As equações do movimento são tratadas em sua forma não-linear.

Palavras-chave— Controle, estabilidade, equações não-lineares, velocidade angular, giroscópio e rodada de reação.

1 Introdução

Uma missão espacial possui diferentes objetivos, entre eles: o satélite deve ser orientado para a Terra, apontar para o sol ou para alguma estrela de interesse. Para atingir tais objetivos de missão, é evidente que a estabilização e o controle da atitude são parte importante no projeto de um veículo espacial. Hughes (1986).

A simulação de tais sistemas só é possível quando a modelagem de seus componentes é levada em consideração. No controle de atitude de um satélite estão presentes sensores e atuadores. Considerando o modelo do giroscópio e da roda de reação é possível analisar um sistema de controle da velocidade angular na sua forma completa, isto é, com todos os seus componentes modelados.

As equações do movimento são consideradas na sua forma não-linear e, portanto, não se está limitando a análise do comportamento do sistema a uma região próxima ao ponto de equilíbrio.

2 Modelagem

2.1 Satélite

O satélite, para efeito de simulação numérica, será considerado apresentando um corpo principal (plataforma) de um metro cúbico e dois painéis solares de um metro por dois metros dispostos simetricamente e fixos à plataforma, conforme a Figura 1.

Inicialmente, devem ser escolhidos os eixos principais de inércia. Foram considerados como eixos de inércia os eixos de simetria do satélite, onde cada eixo está apontado para uma das faces do cubo que designa a plataforma.

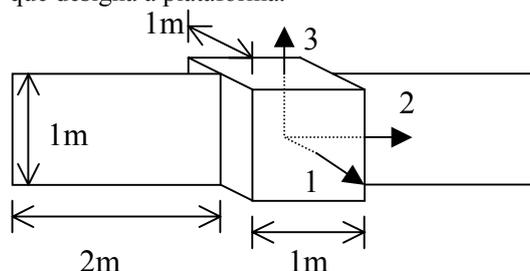


Figura 1. Geometria do satélite analisado.

O movimento do satélite é descrito pela equação de Euler:

$$[I]\{\dot{w}\} + [\tilde{w}][I]\{w\} = \{u\} \quad (1)$$

Onde $[I]$ é a matriz de inércia do satélite, $[\tilde{w}]$ é a matriz skew-simétrica, $\{w\}$ é o vetor de velocidades angulares e $\{u\}$ é o vetor de controle.

A matriz de momento de inércia da plataforma, devido a sua simetria em relação ao centro de massa e escolha das direções principais de inércia, é diagonal.

Considerando a massa do corpo do satélite igual a 120 Kg, a de cada painel igual a 12 Kg, e a massa da roda de reação igual a 5,13 Kg, os momentos principais de inércia do satélite completo são, em $\text{Kg}\cdot\text{m}^2$:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 84.2449 & 0 & 0 \\ 0 & 22.0297 & 0 \\ 0 & 0 & 82.2449 \end{bmatrix}$$

2.2 Giroscópio

O modelo do giroscópio segue o descrito por Iwens e Farrenkopf como consta em Wertz (1978):

$$\omega_M = (1 + K_G)\omega + B_G + N_G \quad (2)$$

onde ω_M é a velocidade angular medida pelo giroscópio, K_G é a correção do valor nominal da velocidade angular, B_G é a taxa de deriva e N_G é o ruído aleatório, que apresenta média 0 e variância 1.

K_G representa um parâmetro interno do modelo e não é normalmente divulgado pelos fabricantes. Os parâmetros B_G e N_G são divulgados e para simulação numérica utilizou-se giroscópios comerciais, cujos parâmetros estão descritos na tabela 1.

Tabela 1. Giroscópios comerciais disponíveis.

Giroscópio	B_G ($^\circ/h$)	N_G
VSG2000	36	1800 $^\circ/h$
MOD I/S CONEX Gyro	10	0,02 $^\circ/h$
Quartz rate sensor	7,2	40 $^\circ/h$
Astrium GYRA	0,2	0,001 $^\circ/\sqrt{h}$
Honeywell MINU	0,15	0,025 $^\circ/\sqrt{h}$
Astrium ASTRIX 200	0,01	0,0002 $^\circ/\sqrt{h}$

Um giroscópio de navegação típico apresenta deriva entre 0,01 e 0,001 $^\circ/h$. Os giroscópios com deriva de 10 $^\circ/h$ podem ser utilizados para recupera-

ção de tombos, controle de atitude e manobras orbitais como descrito por Tang (1998).

2.3 Roda de reação

A roda de reação é considerada linear e apresenta saturação a partir de um valor máximo e mínimo. Esse tipo de modelo é uma simplificação do modelo real, porém serve para demonstrar o efeito dos limites de saturação na resposta do sistema de equações do movimento do satélite, descritos por (1).

Para efeitos de simulação numérica, foi utilizada a roda de reação BENDIX OAO Series, com 5,13 Kg de massa, correspondendo a um momento de inércia na direção do seu eixo de rotação de $I_s = 0,0297 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$. Essa roda apresenta saturação em 900 rpm ($30\pi \text{ rad/s}$).

A roda de reação está alinhada com o eixo 2, o de menor momento de inércia, descrito na Figura 1. Sem a presença do controle por roda de reação o satélite apresenta um comportamento oscilatório, o que não é aceitável para a atitude de um satélite, fica evidente a necessidade de controle da velocidade angular.

2.4 Equações do Movimento

As equações descritas em (1), representadas na forma de equações de estado não-lineares, são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \frac{(I_2 - I_3)}{I_1} \omega_2 \omega_3 + \frac{I_s}{I_1} \omega_3 \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{(I_3 - I_1)}{I_2} \omega_3 \omega_1 - \frac{I_s}{I_2} K_p \omega_2 \\ \dot{\omega}_3 &= \frac{(I_1 - I_2)}{I_3} \omega_1 \omega_2 - \frac{I_s}{I_3} \omega_1 \end{aligned} \quad (3)$$

Substituindo os parâmetros do satélite, do giroscópio e da roda de reação, a equação (3) resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= -0.7148 \omega_2 \omega_3 + 3.5227 \cdot 10^{-4} \omega_3 \\ \dot{\omega}_2 &= -0.0908 \omega_3 \omega_1 - 0.0013 K_p \omega_2 \\ \dot{\omega}_3 &= 0.7565 \omega_1 \omega_2 - 3.6084 \cdot 10^{-4} \omega_1 \end{aligned} \quad (4)$$

3 Simulação

A simulação do comportamento dinâmico do satélite e as influências neste devido a variações nos parâmetros foi realizada no Matlab. Para melhor entendimento e visualização utilizou-se o Simulink, onde as equações do movimento (3) são descritas através de diagramas de blocos, conforme mostra a Figura 2.

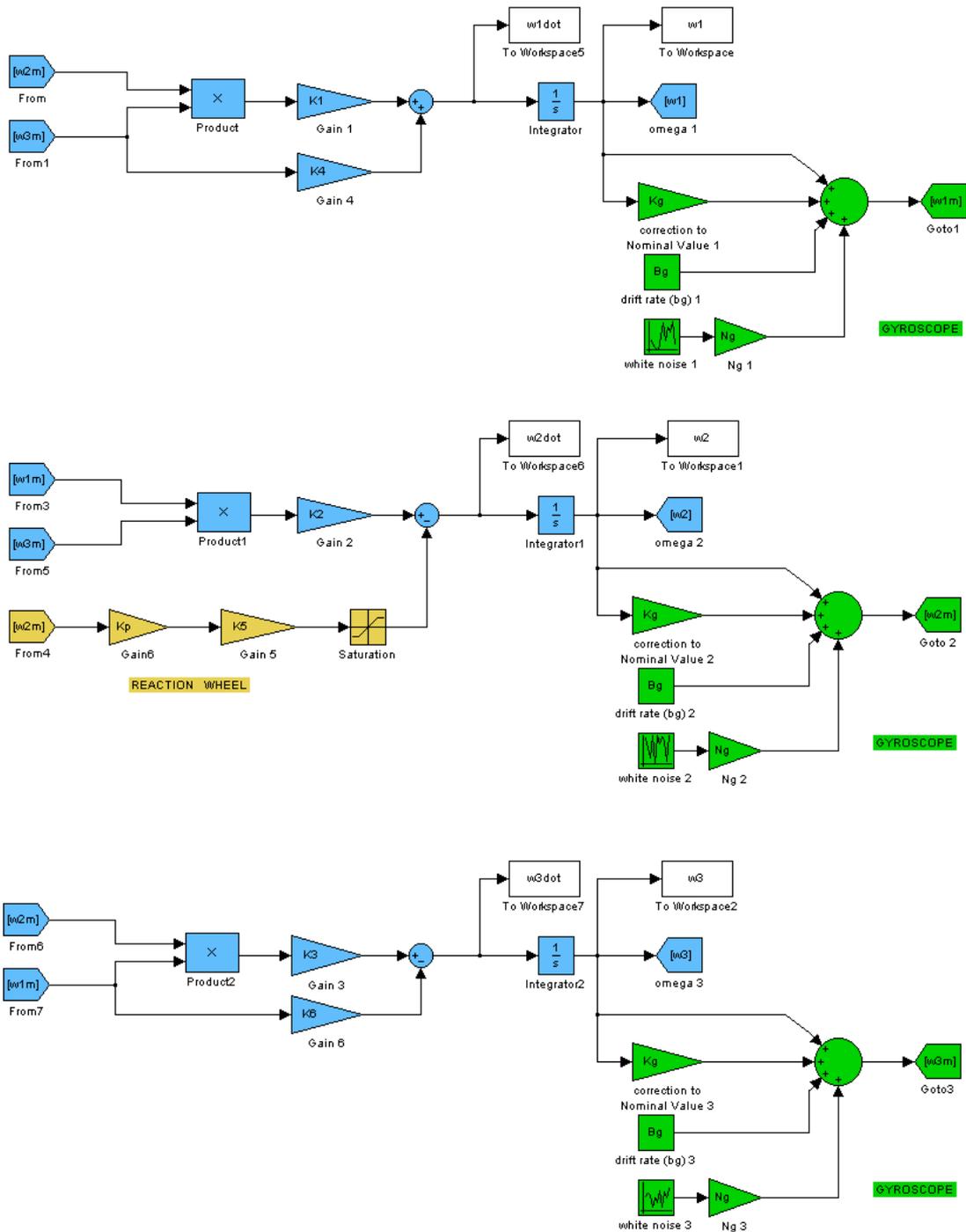


Figura 2. Diagrama de blocos no Simulink

A Figura 2 representa as equações (4) separadas para cada um dos componentes físicos do satélite. A dinâmica do satélite, descrito pelas equações, se encontra em azul.

O modelo do giroscópio, recebendo como entrada a velocidade angular e resultando na saída de uma velocidade medida, diferente da entrada devido a seus parâmetros, se encontra em verde.

A roda de reação, com seu modelo de saturação, está descrito em amarelo.

As velocidades medidas pelos giroscópios são realimentadas nas equações da dinâmica e na roda de reação que exerce controle somente no eixo 2. Devido ao acoplamento entre as equações não-lineares (4), o controle de uma das velocidades angulares interfere no comportamento das demais.

4 Resultados

Para demonstrar a necessidade de um controle por roda de reação, o comportamento do satélite sem a presença da roda e consequentemente do giroscópio pode ser observado na Figura 3.

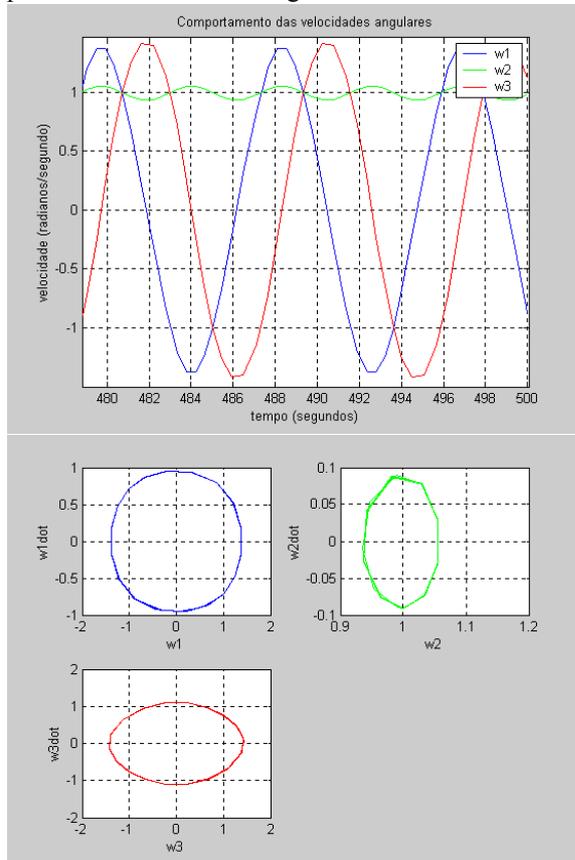


Figura 3. Resultados sem roda de reação ou giroscópio e com $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

Os demais resultados são obtidos variando-se os parâmetros do giroscópio.

As condições iniciais são: $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$, essa condição inicial poderia ser qualquer, pois se está trabalhando com equações não-lineares. O ganho Kp da roda de reação é 20, pois para evitar uma realimentação positiva Kp deve ser maior que zero, esse valor foi escolhido em 20 somente para a obtenção dos resultados, pois efetivamente poderia ser qualquer valor maior que zero. Aumentando-se Kp , o sistema se torna mais rápido, isto é ele converge em menor tempo.

Para a obtenção do resultado da Figura 4 foi considerado um giroscópio ideal, isto é, os parâmetros do giroscópio são nulos ($Kg=0$, $Bg=0$ e $Ng=0$), e o giroscópio mede exatamente a velocidade angular $\omega_M = \omega$.

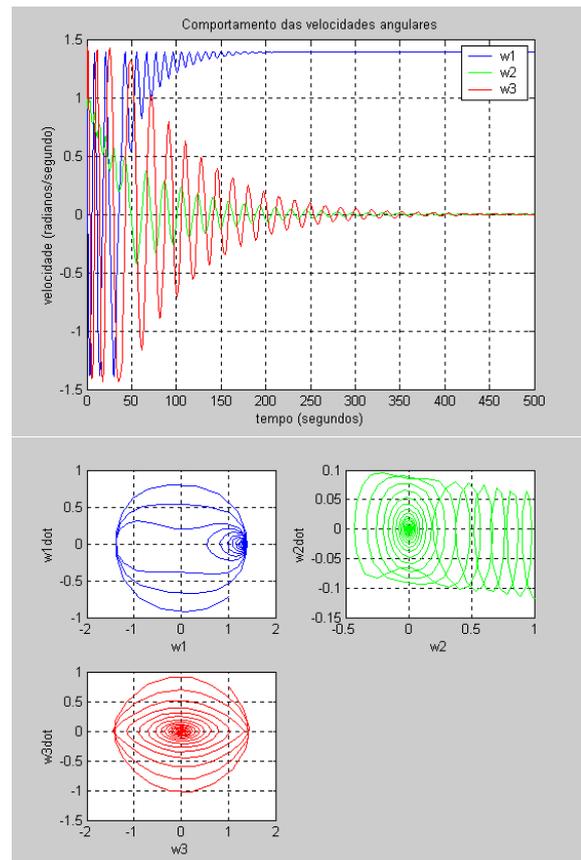
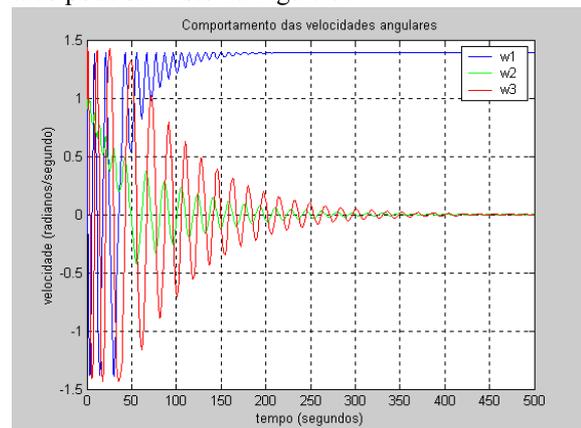


Figura 4. Resultados utilizando um giroscópio ideal, com $Kp = 20$ e $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

Pode-se notar que o sistema, partindo das condições iniciais $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$, se destina ao ponto de equilíbrio em $\omega = [1,3945 \ 0 \ 0]$.

Agora, considerando o modelo proposto para o giroscópio, com valores do *Astrium GYRA* da tabela 1 ($Bg = 0,2 \text{ } ^\circ/\text{h}$; $Ng = 0,001 \text{ } ^\circ/\sqrt{\text{h}}$) com $Kg = 0$; pois nada é informado sobre esse parâmetro, o resultado pode ser visto na Figura 5.



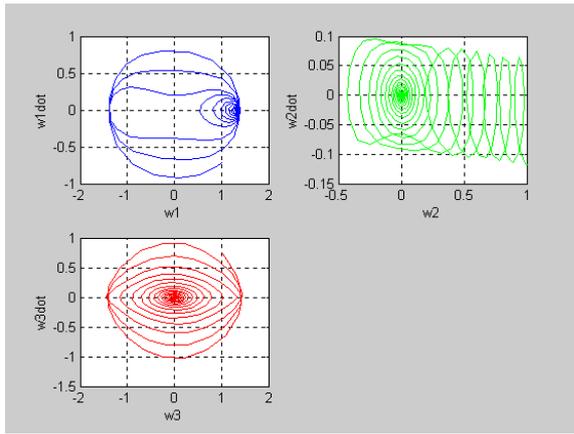


Figura 5. Resultados utilizando o modelo do giroscópio com parâmetros do *Astrium GYRA*, com $K_p = 20$ e $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

O comportamento do sistema, para a precisão dos parâmetros do giroscópio, é o mesmo que no caso do giroscópio ideal.

Considerando agora o giroscópio *Quartz rate sensor* com $B_g = 7,2 \text{ }^\circ/\text{h}$ e $N_g = 40 \text{ }^\circ/\text{h}$. Para tal giroscópio, com todos os outros parâmetros iguais à simulação anterior, os resultados são apresentados na Figura 6.

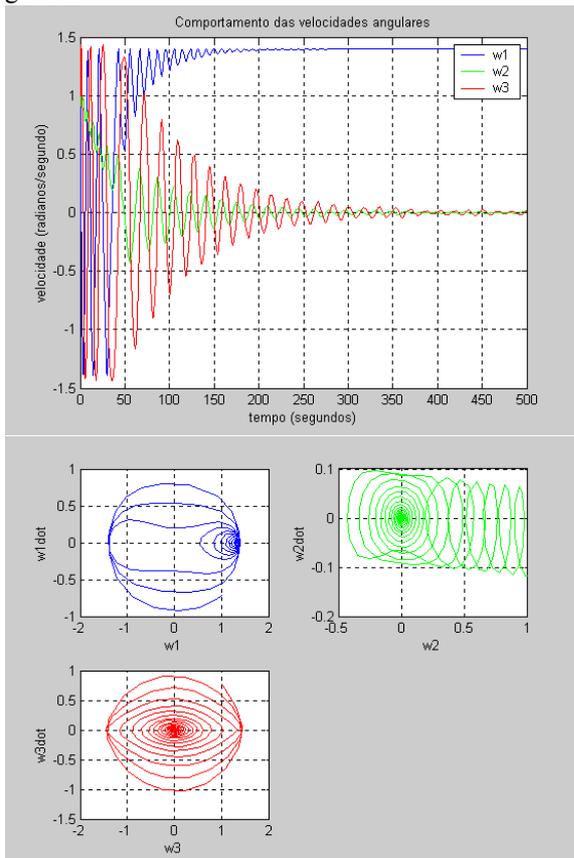


Figura 6. Resultados utilizando o giroscópio *Quartz rate sensor*, com $B_g = 7,2 \text{ }^\circ/\text{h}$, $N_g = 40 \text{ }^\circ/\text{h}$, $K_p = 20$ e $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

Pode-se notar um aumento no tempo para que o satélite se estabilize, porém o sistema continua estável giroscopicamente.

Analisando o giroscópio VSG2000, com $B_g = 36 \text{ }^\circ/\text{h}$ e $N_g = 1800 \text{ }^\circ/\text{h}$, tem-se o resultado da Figura 7.

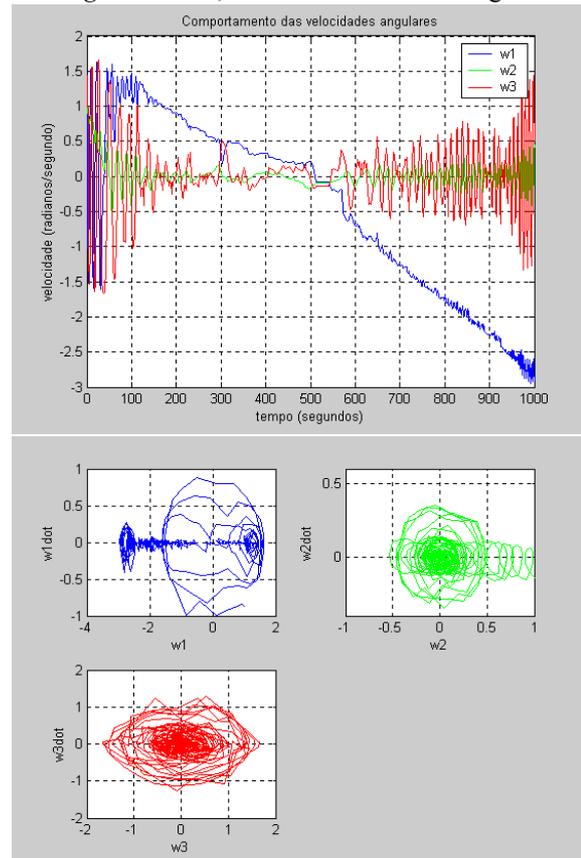
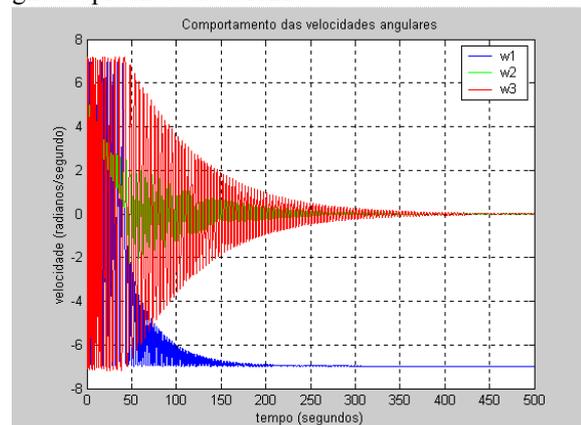


Figura 7. Resultados utilizando o giroscópio VSG2000, com $B_g = 36 \text{ }^\circ/\text{h}$, $N_g = 1800 \text{ }^\circ/\text{h}$, $K_p = 20$ e $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

Com esses parâmetros do giroscópio ($B_g = 36 \text{ }^\circ/\text{h}$ e $N_g = 1800 \text{ }^\circ/\text{h}$), o sistema deixa de ser estável, divergindo.

Esse giroscópio apresenta N_g elevado e somente foi considerado para demonstrar como pode se comportar o satélite estudado para tais parâmetros. Existe um limite de precisão dos giroscópios comerciais para aplicações espaciais, mais especificamente no controle da velocidade angular, escopo desse trabalho.

Modificando as condições iniciais para $\omega(0) = [5 \ 5 \ 5]$, pode-se observar o resultado na Figura 8 para o giroscópio *Astrium GYRA*.



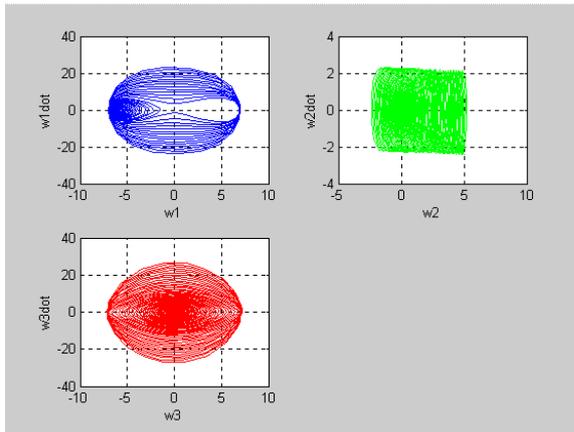


Figura 8. Resultados utilizando o giroscópio da *Astrium GYRA*, com $B_g = 0,2 \text{ }^\circ/\text{h}$, $N_g = 0,001 \text{ }^\circ/\text{sqrt}(\text{h})$, $K_p = 20$ e $\omega(0) = [1 \ 1 \ 1]$

Pode ser observado a mudança do ponto de equilíbrio do sistema para $\omega = [-6,975 \ 0 \ 0]$. Vale lembrar que equações não-lineares podem apresentar mais de um ponto de equilíbrio, isto é demonstrado através da Figura 8, onde um novo conjunto de condições iniciais fez o sistema atingir um outro ponto de equilíbrio.

5 Conclusão

Ao se trabalhar com equações não-lineares, não se está restringindo o espaço de observação a uma hipersfera próxima ao ponto de equilíbrio analisado, como ocorre em uma linearização. Equações não-lineares possuem vários pontos de equilíbrio e, portanto é necessário analisar o comportamento do sistema nesses diversos pontos.

Variando-se as condições iniciais, outros pontos de equilíbrio são atingidos. A variação dos parâmetros do giroscópio, com a condição inicial utilizada nas simulações, modificam o tempo de resposta do sistema e até mesmo inviabilizam sua estabilidade.

Os resultados obtidos mostram que a presença de incertezas na medida do giroscópio faz com que os estados, para um mesmo conjunto de condições iniciais, variem a precisão com que atingem seus pontos de equilíbrio.

O ruído (N_g) mostrou-se como sendo o parâmetro que mais afeta a resposta do sistema, pois uma variação no valor de N_g causa uma variação proporcional na precisão. Para a deriva (B_g) é necessária uma variação maior que a do ruído para afetar igualmente a precisão do sistema.

O sistema continua estável giroscopicamente em torno do seu eixo de maior momento de inércia, porém a oscilação em torno do ponto de equilíbrio está relacionado com a qualidade da medida do giroscópio. Isto ocorre até uma precisão no giroscópio quando o sistema deixa de ser estável, como mostram as simulações.

O controle proporcional apresentou uma resposta satisfatória para os giroscópios comerciais dispo-

níveis para aplicações espaciais, já que a consideração do modelo do giroscópio não desestabilizou o satélite.

Com o acoplamento entre as equações não-lineares estudadas para esse satélite, o controle de uma das velocidades angulares, fazendo-a convergir a seu ponto de equilíbrio, fez com que as outras velocidades também seguissem para seus respectivos pontos de equilíbrio. Foi para estudar esse acoplamento que somente uma roda de reação foi adicionada ao eixo 2 do satélite.

Agradecimentos

Não podemos deixar de agradecer aos que nos auxiliaram na obtenção dos dados reais dos giroscópios e na interpretação do seu funcionamento. Obrigado Milani, Roberto Lopes, Adenilson Silva e Waldemir Carrara.

Referências Bibliográficas

- Greenwood, D. T. (1965). Principles of Dynamics, Prentice Hall, Canada
- Hughes, P. C. (1986). Spacecraft Attitude Dynamics, John Wiley & Sons, New York, USA.
- Ogata, K. (1997). Modern Control Engineering, Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Tang, W. C. (1998). Micromechanical Devices at JPL for Space Exploration, Aerospace Conference, Proceedings, IEEE, Vol 1, pp. 461-470.
- Wertz, J. R. (1978). Spacecraft Attitude Determination and Control, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Wie, B. et al. (1989). New Approach to Attitude/Momentum Control for the Space Station, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 12, No. 5, AIAA, pp. 714-722.