



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

AUTORES
AUTHORS

PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS
MAGNETOSFERA INTERNA
DINÂMICA DE PARTÍCULAS CARREGADAS
CAMPOS ELÉTRICOS

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY

Marco Antonio Rupp
Diretor Geral

AUTOR RESPONSÁVEL
RESPONSIBLE AUTHOR

O. Mendes Jr.

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION

- ☐ INTERNA / INTERNAL
☒ EXTERNA / EXTERNAL
☐ RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

W.D. Gonzalez

CDU/UDC

523.4-854

DATA / DATE

Agosto, 1988

PUBLICAÇÃO Nº
PUBLICATION NO

INPE-4669-PRE/1369

ORIGEM
ORIGIN

DGA

PROJETO
PROJECT

MAGNET

Nº DE PAG.
NO OF PAGES

19

ULTIMA PAG.
LAST PAGE

18

VERSÃO
VERSION

Nº DE MAPAS
NO OF MAPS

TÍTULO/TITLE

ALGORITMO PARA O ESTUDO DO MOVIMENTO DE
PARTÍCULAS NA MAGNETOSFERA
INTERNA DA TERRA

AUTORES/AUTHORSHIP

O. Mendes Jr.
O. Pinto Jr.

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

No estudo da dinâmica das partículas carregadas eletricamente na magnetosfera interna da Terra, em geral, é necessário determinar as trajetórias destas partículas sujeitas a diferentes campos elétricos e magnéticos. Quando tais campos não são de uma natureza estática ou não podem ser descritos de uma forma simples por potenciais escalares, o cálculo destas trajetórias envolve a integração numérica da velocidade de deriva do centro-de-guia destas partículas. Este trabalho descreve um algoritmo para a determinação de trajetórias de partículas eletricamente carregadas dentro da magnetosfera interna da Terra. As trajetórias das partículas são obtidas utilizando a equação da velocidade de deriva do centro-de-guia, considerando um ângulo arbitrário entre os vetores velocidade e campo magnético, e os dois primeiros invariantes adiabáticos do movimento. Os parâmetros básicos existentes nessas equações e as diversas aproximações numéricas para esses parâmetros são descritos em detalhes. Este algoritmo pode ser usado para estudos numéricos relacionados à dinâmica dessas partículas.

OBSERVAÇÕES/REMARKS

Este trabalho foi parcialmente subvencionado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FNDCT), através do contrato FINEP 537/CT, e foi apresentado no 2º Encontro Regional de Geofísica, Salvador-BA, 25 a 27 de novembro de 1987.



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

PROPOSTA PARA
PUBLICAÇÃO

- ☐ DISSERTAÇÃO
☐ TESE
☒ RELATÓRIO
☐ OUTROS

TÍTULO

ALGORITMO PARA O ESTUDO DO MOVIMENTO DE PARTÍCULAS NA MAGNETOSFERA INTERNA DA TERRA

IDENTIFICAÇÃO

AUTOR(ES)

O. Mendes Jr.
O. Pinto Jr.

ORIENTADOR

CO-ORIENTADOR

DSS. OU TESE

LIMITE

DEFESA

CURSO

ÓRGÃO

___/___/___

___/___/___

DIVULGAÇÃO

- ☒ EXTERNA ☐ INTERNA ☐ RESTRITA
EVENTO/MEIO
☐ CONGRESSO ☐ REVISTA ☐ OUTROS

NOME DO REVISOR

W.D. Gonzalez

NOME DO RESPONSÁVEL

José Marques da Costa

REV. TÉCNICA

RECEBIDO 8/10/87 DEVOLVIDO 8/10/87

ASSINATURA

W.D. Gonzalez

APROVADO

DATA

ASSINATURA

- ☒ SIM
☐ NÃO

8/10/87

José Marques da Costa

APROVAÇÃO

REV. LINGUAGEM

Nº 250 PRIOR. 1 RECEBIDO 15/10/87

NOME DO REVISOR

Keusa Maria da Silva

OS AUTORES DEVEM MENCIONAR NO VERSO INSTRUÇÕES ESPECÍFICAS, ANEXANDO NORMAS, SE HOUVER

PÁG. 18 DEVOLVIDO 15/10/87

ASSINATURA

Keusa Maria da Silva

RECEBIDO

DEVOLVIDO

NOME DA DATILÓGRAFA

___/___/___

DATILOGRAFIA

Nº DA PUBLICAÇÃO:

PÁG.:

CÓPIAS:

Nº DISCO:

LOCAL:

☐ SIM

☐ NÃO

AUTORIZO A PUBLICAÇÃO

___/___/___

DIRETOR

OBSERVAÇÕES E NOTAS

Este trabalho será apresentado no II Encontro Regional de Geofísica da SBGf, em Salvador, BA, de 25 a 27 de novembro de 1987.

Autorizo a dispensa de Revisão de Linguagem.

José Marques da Costa
JOSÉ MARQUES DA COSTA
Chefe do Departamento de Geofísica
e Aeronomia-DGA

ALGORITMO PARA O ESTUDO DO MOVIMENTO DE PARTÍCULAS
NA MAGNETOSFERA INTERNA DA TERRA

O. Mendes Jr. & O. Pinto Jr.
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
C.P. 515, 12201 São José dos Campos, SP

Trabalho apresentado no 2º Encontro Regional de Geofísica, 25-27 de
novembro de 1987, Salvador-BA.

RESUMO

No estudo da dinâmica das partículas carregadas eletricamente na magnetosfera interna da Terra, em geral, é necessário determinar as trajetórias destas partículas sujeitas a diferentes campos elétricos e magnéticos. Quando tais campos não são de uma natureza estática ou não podem ser descritos de uma forma simples por potenciais escalares, o cálculo destas trajetórias envolve a integração numérica da velocidade de deriva do centro-de-guia destas partículas. Este trabalho descreve um algoritmo para a determinação de trajetórias de partículas eletricamente carregadas dentro da magnetosfera interna da Terra. As trajetórias das partículas são obtidas utilizando a equação da velocidade de deriva do centro-de-guia, considerando um ângulo arbitrário entre os vetores velocidade e campo magnético, e os dois primeiros invariantes adiabáticos do movimento. Os parâmetros básicos existentes nessas equações e as diversas aproximações numéricas para esses parâmetros são descritos em detalhes. Este algoritmo pode ser usado para estudos numéricos relacionados à dinâmica dessas partículas.

ABSTRACT

In the general study of the dynamics of electrically charged particles inside the Earth's inner magnetosphere, it is necessary to determine the trajectories of particles subjected to different electric and magnetic field models. When these fields are not static, nor can be described in a simple form by scalar potentials, the determination of the trajectories involves a numerical integration of the guiding center-drift velocity equation. This work describes an algorithm for the determination of the trajectories of electrically charged particles inside the inner magnetosphere. The trajectories are obtained by using the guiding center drift-velocity equation, considering an arbitrary pitch angle, and the two first adiabatic invariants of the movement. The parameters involved in these equations as well as their several numerical approaches are described in detail. Such algorithm can be used in numerical studies related to the dynamics of the particles inside the inner magnetosphere.

INTRODUÇÃO

No estudo da dinâmica das partículas carregadas na magnetosfera interna da Terra, em geral, é necessário determinar as trajetórias destas partículas sujeitas a diferentes campos elétricos e magnéticos. Quando tais campos não são de uma natureza estática ou não podem ser descritos de uma forma simples por potenciais escalares, o cálculo destas trajetórias envolve a integração numérica da velocidade de deriva do centro-de-gravidade destas partículas.

Neste trabalho descreve-se a equação de deriva do centro-de-gravidade de uma partícula carregada, considerando um ângulo de inclinação arbitrário entre o vetor velocidade e o campo magnético. Também descrevem-se em detalhes os parâmetros básicos existentes nessa equação, bem como as diversas aproximações numéricas que podem ser usadas para a determinação destes parâmetros. A seguir, apresentam-se alguns exemplos de trajetórias de partículas calculadas neste trabalho. Finalmente apresenta-se a conclusão do trabalho.

MOVIMENTO DE PARTÍCULAS COM ÂNGULO DE INCLINAÇÃO ARBITRÁRIO

As partículas eletricamente carregadas, existentes na magnetosfera interna da Terra, apresentam movimentos influenciados pela ação conjunta de forças externas e do campo geomagnético (Roederer, 1970; Schulz & Lanzerotti, 1974; Ejiri, 1978). Em geral, no estudo da dinâmica dessas partículas, podem-se admitir as seguintes condições (Ejiri, 1978):

- 1) O campo geomagnético é um campo dipolar, sendo o seu eixo alinhado e concêntrico com o eixo de rotação da Terra, e as linhas de campo equipotenciais. Tal condição pode ser considerada válida para valores de $L \geq 1,5$, onde L é o parâmetro de McIlwain (Roederer, 1970).
- 2) As mudanças do E (campo elétrico médio) e do B (campo geomagnético médio) são muito lentas em comparação com o período ciclotrônico das partículas, de modo que o movimento delas pode ser representado pelo movimento de seus centros-de-guia.
- 3) O movimento das partículas é adiabático, isto é, o momento magnético μ e o invariante longitudinal J são conservados.
- 4) Os processos locais de energização ou de perdas das partículas não existem.

Desta forma, a velocidade de deriva V_D do centro-de-guia de uma partícula de carga q , de massa m , com ângulo de inclinação equatorial α_0 , a uma distância R no plano equatorial, devida a uma força externa perpendicular ao campo magnético B igual a $F^\perp$, é obtida (Ejiri, 1978) tomando a sua média sobre o movimento ciclotrônico e sobre o movimento de vaivém (bounce motion) entre os pontos de espelhamento magnético (mirror points) da partícula. Logo,

$$V_D = \frac{\mathbf{F}_\perp \times \mathbf{B}}{qB^2}, \quad (1)$$

onde:

$$\mathbf{F}_\perp = q \mathbf{E} - q(\boldsymbol{\omega}_T \times \mathbf{R}) \times \mathbf{B} - W G(y) \frac{\nabla_\perp B}{B}. \quad (2)$$

Na Equação 2, o primeiro termo representa a força devida ao campo elétrico externo $\mathbf{E}$, o segundo representa a co-rotação da partícula com a Terra ($\boldsymbol{\omega}_T$ é a velocidade angular da Terra) e o terceiro representa a força associada à curvatura e ao gradiente do campo geomagnético (onde $\nabla_\perp B$ representa a componente do gradiente de B perpendicular ao campo geomagnético). W é a energia cinética da partícula e y é igual ao $\sin \alpha$. Note-se que, como resultado da média em "bouncing" da equação para a velocidade de deriva, os dois primeiros termos dão as derivas equatoriais e o último é acrescido da função $G(y)$, que será definida a seguir.

Para determinar a trajetória do centro-de-guia de uma partícula, tem-se também de considerar a constância dos dois primeiros invariantes adiabáticos:

$$\mu = \frac{W y^2}{B} \quad (3)$$

e

$$J = 2 \pi R I(y), \quad (4)$$

onde p é o momentum da partícula, igual a $\sqrt{2mW}$ no caso não-relativístico. A função $I(y)$ é descrita na seção seguinte. Portanto, a determinação da trajetória da partícula envolve a solução conjunta das Equações 1, 3 e 4, considerando como condições iniciais do movimento no tempo $t=0$: R_i (posição radial inicial), W_i (energia cinética inicial) e α_{0i} (ângulo de inclinação inicial).

PARAMETROS BÁSICOS NO ESTUDO DO MOVIMENTO

Para a determinação da trajetória de partículas carregadas através das Equações 1, 3 e 4, é necessário explicitar as funções-parâmetros $G(y)$ e $I(y)$ contidas nas Equações 2 e 4.

O período de vaivém τ_b é (Roederer, 1970, Schulz & Lanzerotti, 1974; Papagiannis, 1978; Ejiri, 1978):

$$\tau_b = \frac{4R}{V} f(y) , \quad (5)$$

onde R é a distância da partícula ao centro da Terra no plano equatorial, V é a velocidade total da partícula e $f(y)$ é denominada função do movimento de vaivém do dipolo geomagnético, dada por:

$$f(y) = \int_0^{\lambda_m(y)} \frac{\cos \lambda [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\left\{ 1 - \frac{y^2 [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\cos^6 \lambda} \right\}^{1/2}} d\lambda . \quad (6)$$

Na Equação 6, λ é a latitude e λ_m é a latitude do ponto de espelhamento magnético.

A função $G(y)$ na Equação 2 é dada como (Roederer, 1970; Ejiri, 1978):

$$G(y) = \frac{g(y)}{f(y)} \quad (7)$$

onde (Hamlin et al., 1961):

$$g(y) = \int_0^{\lambda_m(y)} \frac{\left\{ 2 - \frac{y^2 [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\cos^6 \lambda} \right\} [1 + \sin^2 \lambda] \cos^3 \lambda}{\left\{ 1 - \frac{y^2 [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\cos^6 \lambda} \right\}^{1/2} [4-3 \cos^2 \lambda]^{3/2}} d\lambda \quad (8)$$

A função $I(y)$ é definida como (Schulz & Lanzerotti, 1974):

$$I(y) = 2 \int_0^{\lambda_m(y)} \frac{\cos \lambda [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\left\{ 1 - \frac{y^2 [4-3 \cos^2 \lambda]^{1/2}}{\cos^6 \lambda} \right\}^{-1/2}} d\lambda \quad (9)$$

É importante salientar que essas funções estão relacionadas por (Ejiri, 1978; Schulz & Lanzerotti, 1974).

$$G(y) = \frac{g(y)}{f(y)} = 1 - \frac{I(y)}{6 f(y)} \quad (10)$$

APROXIMAÇÕES PARA AS FUNÇÕES-PARAMETRO

No cálculo das trajetórias de partículas carregadas, a determinação dessas funções-parâmetro (apresentadas na seção anterior) através da resolução numérica de integrais não é prática. Assim, aproximações analíticas são muitas vezes desejáveis (Ejiri, 1978; Schulz & Lanzerotti, 1974; Hamlin et al., 1961).

Ejiri (1978) apresenta a seguinte aproximação analítica para $f(y)$:

$$f(y) = \alpha - \beta(y+y^{1/2}) + a_1 y^{1/3} + a_2 y^{2/3} + a_3 y + a_4 y^{4/3}, \quad (11)$$

onde:

$$a_1 = 0,055,$$

$$a_2 = -0,037,$$

$$a_3 = -0,074,$$

$$a_4 = 0,056,$$

$$\alpha \approx 1,38,$$

$$\beta \approx 0,32.$$

Essa fórmula aproximada apresenta uma imprecisão nos valores de $f(y)$ menor do que 0,1% em relação à solução exata, para todos os valores de y . Considerando somente os dois primeiros termos na Equação 11, tem-se ainda uma imprecisão menor do que 1% (Schulz & Lanzerotti, 1974).

Utilizando a Equação 11 e a relação (Ejiri, 1978; Schulz & Lanzerotti, 1974):

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{I(y)}{y} \right) = - \frac{2 f(y)}{y^2}, \quad (12)$$

tem-se para a função $I(y)$ (Ejiri, 1978):

$$I(y) = 2\alpha(1-y) + 2\beta y \ln y + 4\beta(y-y^{1/2}) + 3a_1(y^{1/3}-y) + \\ 6a_2(y^{2/3}-y) - 2a_3 y \ln y + 6a_4(y-y^{4/3}) . \quad (13)$$

Considerando somente os três primeiros termos, tem-se ainda uma imprecisão inferior a 1% (Schulz & Lanzerotti, 1974).

Utilizando as Equações 10, 11 e 13, obtém-se portanto uma aproximação analítica (Ejiri, 1978) para a função $g(y)$, que é dada por:

$$g(y) = \frac{1}{3} \left\{ 2\alpha - (5\beta - \alpha) y - \beta y \ln y - \beta y^{1/2} \right\} + \frac{1}{2} a_1 y^{1/3} (1+y^{2/3}) + \\ a_2 y + a_3 y \left(1 + \frac{1}{3} \ln y \right) + 2a_4 y \left(y^{1/3} - \frac{1}{2} \right), \quad (14)$$

com uma imprecisão menor do que 1%, se se considerar somente o termo entre chaves (Schulz & Lanzerotti, 1974).

As aproximações determinadas por Hamlin et al. (1961) apresentam em geral imprecisões que atingem até 10% dos valores exatos, por isto não são apresentadas neste trabalho. A Figura 1 indica graficamente a dependência de $f(y)$, $I(y)$, $g(y)$ e $g(y)/f(y)$ com y , para aproximações com imprecisão menor do que 1% (Schulz & Lanzerotti, 1974). A Tabela 1 compara estas aproximações com os valores exatos (Schulz & Lanzerotti, 1974).

RESULTADOS

O objetivo desta seção é apresentar exemplos de resultados que podem ser obtidos a partir do algoritmo.

A Figura 2 apresenta as trajetórias de um próton no plano equatorial dentro da plasmasfera durante um período magneticamente calmo. O campo elétrico externo é devido ao dínamo ionosférico (Richmond, 1976; Richmond et al., 1980). As condições iniciais são: energia igual a 5 keV, $L=3$, tempo local igual a 00:00 h, com (a) $\alpha_0=90^\circ$ e (b) $\alpha_0=45^\circ$. Para o próton com $\alpha_0=45^\circ$, a figura representa os pontos de intersecção do seu movimento de vaivém (bounce motion) ao redor da Terra com o plano equatorial. Para o próton com $\alpha_0=90^\circ$, a trajetória está contida realmente no plano equatorial.

Na Figura 3 é apresentada a altitude do ponto de espelhamento (mirror point) e o ângulo de inclinação equatorial (α_0) em função do tempo local (TL), correspondentes às condições do item (b) na Figura 2.

CONCLUSÃO

Em geral, no cálculo da trajetória de partículas carregadas na magnetosfera interna da Terra, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos. Neste trabalho, apresentou-se um resumo das equações necessárias para esse cálculo que considera um ângulo de inclinação da partícula arbitrário, indicando-se as aproximações numéricas que podem ser adotadas. Com base nestas equações, um algoritmo para a determinação das trajetórias de partículas foi feito e resultados preliminares são apresentados. A utilização deste algoritmo permitirá um estudo em escala global da dinâmica de partículas na magnetosfera interna da Terra, vindo a complementar os estudos realizados anteriormente (Pinto et al., 1987), válidos somente para o plano equatorial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- EJIRI, M. - 1978 - Trajectory traces of charged particles in the magnetosphere. *Journal of Geophysical Research*, 83(A10):4798-4810.
- HAMLIN, D.A.; KARPLUS, R.; VIK, R.C. & WATSON, K.M. - 1961 - Mirror and azimuthal drifts frequencies for geomagnetically trapped particles. *Journal of Geophysical Research*, 66(1):1-4, Jan. 1961.
- PAPAGIANNIS, M.D. - 1978 - Space Physics and Space Astronomy. New York, NY, Gordon and Breach Science Publishers.
- PINTO, O., JR.; MENDES, O., JR. & GONZALEZ, W.D. - 1987 - Dynamics of equatorial low-energy particles inside the plasmasphere during magnetically quiet periods. *Journal of Geophysical Research*, in press.
- RICHMOND, A.D. - 1976 - Electric field in the ionosphere and plasmasphere on quiet days. *Journal of Geophysical Research*, 81(7):1447-1450.
- RICHMOND, A.D.; BLANC, M.; EMERY, B.A.; WAND, R.H.; FEJER, B.G.; WOODMAN, R.F.; GANGULY, S.; AMAYENC, P.; BEHNKE, R.A.; CALDERON, C. & EVANS, J.V. - 1980 - An empirical model of quiet-day ionospheric electric fields at middle and low latitudes. *Journal of Geophysical Research*, 85(9):4658-4664.

ROEDERER, J.G. - 1970 - Dynamics of geomagnetically trapped radiation.
New York, NY, Springer-Verlag.

SCHULZ, M. & LANZEROTTI, L.J. - 1974 - Particle diffusion in the
radiation belts. New York, NW, Springer-Verlag.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Dependência de $f(y)$, $I(y)$, $g(y)$ e $g(y)/f(y)$ com y ($=\sin\alpha_0$), onde α_0 é o ângulo no plano equatorial entre o vetor velocidade da partícula e a linha de campo geomagnético.

Figura 2 - Trajetórias no plano equatorial para prótons com energia de 5 keV, em $L=3$ e 00:00 h-TL. A curva cheia (a) é para $\alpha_0=90^\circ$ e a curva tracejada (b) para $\alpha_0=45^\circ$.

Figura 3 - Altitude do ponto de espelhamento (h), curva cheia, e o ângulo de inclinação equatorial (α_0), curva tracejada, em função do tempo local (TL).

TABELA 1

VALORES DE $f(y)$ E $I(y)$ CALCULADOS POR INTEGRAIS (EXATOS) E
PELAS APROXIMAÇÕES ANALÍTICAS DE SCHULZ E LANZEROTTI (1974)

θ_m	$y^{1/2}$	$\sin^{-1}y$	f_{exato}	$f_{\text{aprox.}}$	I_{exato}	$I_{\text{aprox.}}$
0°	0.00000	0.00°	1.380	1.380	2.760	2.760
1°	0.00194	0.00°	1.380	1.380	2.760	2.758
5°	0.02165	0.03°	1.376	1.373	2.741	2.730
10°	0.06102	0.21°	1.366	1.359	2.682	2.6633
15°	0.1114	0.71°	1.350	1.341	2.587	2.565
20°	0.1701	1.66°	1.327	1.316	2.457	2.434
25°	0.2352	3.17°	1.298	1.287	2.296	2.275
30°	0.3051	5.34°	1.264	1.253	2.109	2.091
35°	0.3785	8.23°	1.224	1.213	1.901	1.886
40°	0.4539	11.89°	1.179	1.169	1.678	1.666
45°	0.5303	16.33°	1.129	1.121	1.446	1.437
50°	0.6062	21.56°	1.076	1.069	1.211	1.205
55°	0.6804	27.58°	1.020	1.014	0.9793	0.9761
60°	0.7515	34.38°	0.963	0.959	0.7577	0.7562
65°	0.8178	41.97°	0.906	0.905	0.5521	0.5517
70°	0.8773	50.32°	0.854	0.853	0.3693	0.3692
74°	0.9186	57.34°	0.816	0.816	0.2438	0.2438
78°	0.9528	65.20°	0.784	0.785	0.1408	0.1408
82°	0.9785	73.23°	0.760	0.761	0.06386	0.06387
86°	0.9945	81.54°	0.745	0.746	0.01617	0.01617
90°	1.0000	90.00°	0.740	0.740	0.00000	0.00000

OBS.: θ_m é a co-latitute do ponto de espelhamento, y é igual a $\sin \alpha_0$,
 onde α_0 é o ângulo de inclinação (pitch angle) equatorial
 (Schulz & Lanzerotti, 1974).

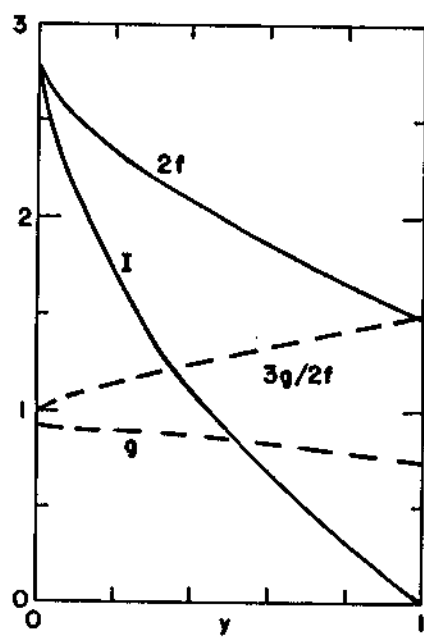


Fig. 1

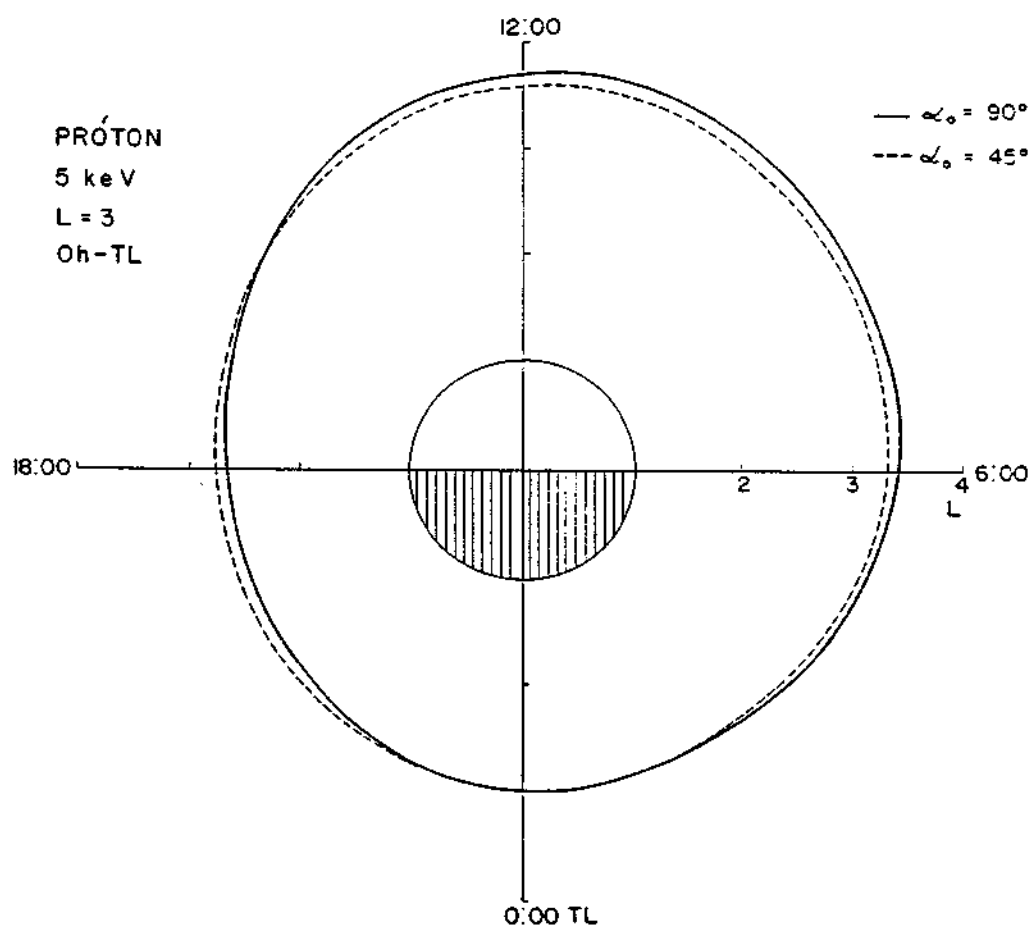


Fig. 2

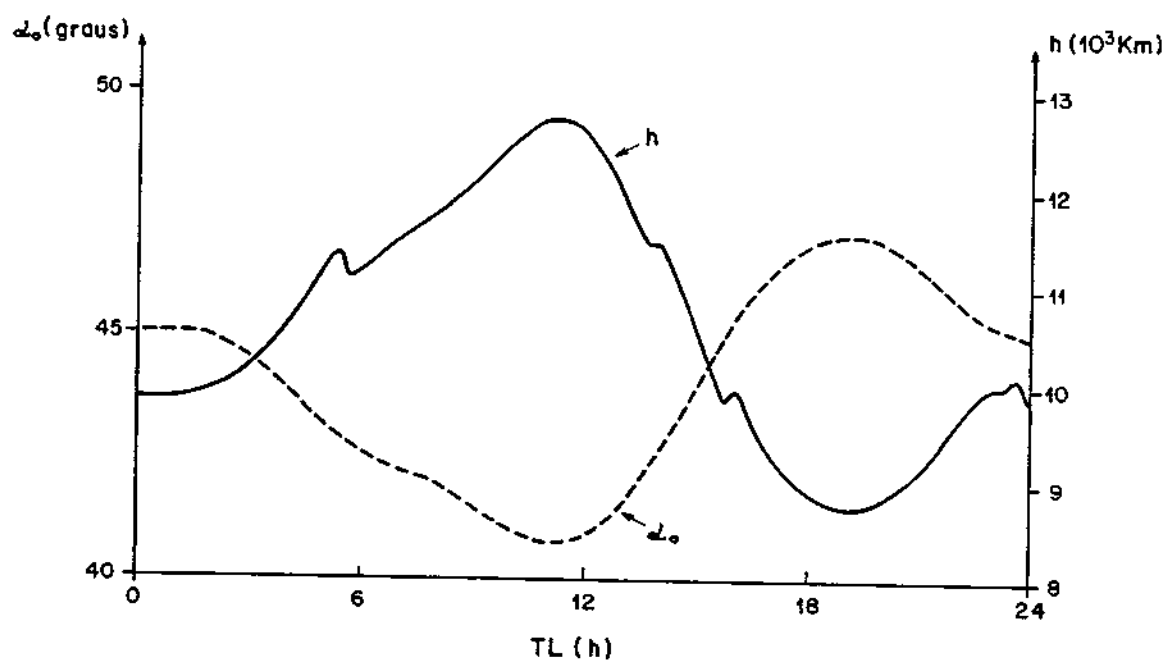


Fig. 3