

ABSTRACT

In this paper we present the theoretical development of hierarchical production planning systems. Decisions related to production planning obey a hierarchy posed naturally by the organizational structure of the firm. Tactical decisions about production plans are taken by the high level management while the operational decisions and implementation of these plans are the concern of the lower levels management. The hierarchical approach adopts a set of hierarchic models to support tactical and operational decisions, conforming with the several management echelons of the firm. The output of the high level models are part of the input for the lower level models. The conception of the hierarchical planning system and some models available in the literature for its implementation are presented. Also, some limited computational results are given.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	vii
<u>CAPÍTULO 1 - O ENFOQUE DO SISTEMA DE PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO ...</u>	1
1.1 - Introdução	1
1.2 - A estrutura do sistema de planejamento hierárquico	3
1.3 - As vantagens de um enfoque agregado	6
<u>CAPÍTULO 2 - ALGUNS MODELOS USADOS NO PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO ..</u>	9
2.1 - Necessidade de subdividir o problema de planejamento de pro dução	9
2.2 - Planejamento agregado para tipos de produtos	11
2.3 - Previsões de demanda	14
2.4 - Modelos de desagregação para família	17
2.4.1 - O método de Hax e Meal	18
2.4.2 - O método de Winters	21
2.4.3 - O método da Mochila (MM)	22
2.4.4 - O método da mochila modificado (MM)	24
2.4.5 - A regra da equalização do tempo de consumo (Regra ETC) ..	28
2.5 - Modelos de desagregação para itens	29
2.5.1 - Um procedimento heurístico	30
2.5.2 - O método da mochila	32
<u>CAPÍTULO 3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS</u>	35
<u>CAPÍTULO 4 - PESQUISAS FUTURAS</u>	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 - Concepção global do sistema de planejamento hierárquico ..	7
2.1 - Período de planejamento para o modelo agregado	12
3.1 - Informações relevantes	36

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Demanda	15
2.2 - Demanda efetiva	16
3.1 - Demanda para tipos de produto	37
3.2 - Valores dos custos de preparação utilizados nas experiên cias	39
3.3 - Uma comparação dos custos resultantes da aplicação dos mo delos de planejamento hierárquico	40
3.4 - Custos totais	45

CAPÍTULO 1

O ENFOQUE DO SISTEMA DE PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO

1.1 - INTRODUÇÃO

Observando a maneira pela qual as decisões (que envolvem o raciocínio) humanas são tomadas, não raro pode-se presenciar uma metodologia bastante natural que acaba por estabelecer uma hierarquia no processo decisório; isto é, decisões de caráter geral são inicialmente tomadas, originando desta uma linha de ação a ser adotada, para, em seguida, ser determinada a melhor forma para o seu desenvolvimento.

Assim, quando uma Comunidade executar seu planejamento, os elementos da alta administração estabelecem inicialmente os objetivos gerais e as metas a ser atingidas, para que os escalões subalternos se empenhem em determinar a "melhor" maneira de cumprí-las. Ou seja, aos escalões superiores da hierarquia administrativa cabe decidir sobre a estratégia a ser adotada (para a consecução dos objetivos), enquanto os escalões subalternos se preocupam em determinar a tática para levar avante a estratégia adotada.

Este critério hierarquizado de tomada de decisões adquiriu grande desenvoltura com o estabelecimento de cargos hierárquicos nos sistemas governados pelo homem e, recentemente, após o perfeito entendimento do conceito de sistemas, passou a receber maior cuidado científico, constituindo-se hoje num campo fértil de pesquisa.

Os sistemas empresariais apresentam características favoráveis à aplicação e ao desenvolvimento deste método de ataque aos problemas pertinentes, uma vez que a própria estrutura administrativa dessas organizações, sugere naturalmente uma indiscutível hierarquia nas tomadas de decisões.

Voltando o pensamento para os sistemas produtivos, observa-se que problemas relacionados à produção envolvem um grande número de decisões que afetam vários escalões gerenciais. Estas decisões podem ser agrupadas em três grandes categorias:

- 1) *decisões estratégicas* - que englobam fixação de políticas, decisões sobre investimento de capital e projeto da instalação física;
- 2) *decisões táticas* - que se relacionam com o planejamento a médio prazo da produção; e
- 3) *decisões operacionais* - concernentes à programação detalhada da produção.

Essas três categorias de decisões diferem, de forma marcante, com relação ao seguinte: nível do escalão hierárquico responsável, objetivos da decisão, nível de detalhe das informações necessárias, extensão do horizonte de planejamento necessário para avaliar as consequências de cada decisão e grau de incerteza inerente a cada nível decisório. Estas considerações têm favorecido a aplicação do enfoque nas tomadas de decisões relativas à administração da produção, pois garantem uma coordenação apropriada do processo global de tomada de decisões e também consideram as características de cada nível decisório.

Uma justificativa para este enfoque e suas implicações no projeto do sistema de planejamento da produção pode ser encontrado em Hax (1976). As motivações para esta ótica parecem surgir com Holt et alii (1960) e Winters (1962), Bradley et alii (1977) descrevem uma aplicação do planejamento hierárquico para processos de produção contínua. Hax e Meal (1975), Bitran e Hax (1977) e Bitran et alii (1981) apresentam aplicações em sistemas de produção em lotes. Bitran et alii (1982) estendem a aplicação para casos de produção em dois estágios (fabricação e montagem). Bradley et alii (1977) e Shwimer (1972) analisam uma aplicação em sistemas de produção intermitente. Dempster et

alii (1981) solucionam pelo enfoque hierárquico um problema de dimensionamento do número de máquinas num sistema "job-shop". Graves (1980) apresenta um método de solução para decisões hierarquizadas, no qual ele sustenta existir uma realimentação de informações do nível inferior para o superior. Aliás, a falta de realimentação de informações entre os modelos relacionados com os diversos níveis de decisões constitui a maior fraqueza dos sistemas de planejamento hierárquico, pois impede a otimização global do sistema. Pesquisas teóricas no campo do planejamento hierarquizado da produção podem ser encontradas em Golovin (1975), Gabbay (1975), Candea (1977) Hax e Golovin (1978 b), Axsäter (1981), e Karmarkar (1981). Jaikumar (1974) apresenta uma aplicação a um problema de planejamento com várias fontes de produção. Contador (1982) aplica um enfoque agregado a um problema de planejamento de estoques dos itens de reparo necessários para um programa de manutenção de uma frota de transporte.

1.2 - A ESTRUTURA DO SISTEMA DE PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO

O problema de planejamento e programação ótimos para múltiplos produtos tem recebido bastante atenção da Pesquisa Operacional. Muito esforço tem sido aplicado para formular o problema abordando-o globalmente através de modelos de programação inteira-mista, com base num horizonte rolante¹ de planejamento. Todavia, este enfoque exige informações, como por exemplo previsão de demanda para cada item, sobre todo o ciclo sazonal (usualmente de um ano). Quando o problema de planejamento envolve alguns milhares de itens, essas informações tornam-se preponderantes e o resultado do processo de planejamento torna-se irrealista, devido à magnitude dos erros de previsão decorrentes das incertezas naturais nas previsões a longo prazo.

¹ No horizonte rolante, divide-se o horizonte de planejamento em períodos iguais, aplica-se o modelo agregado sobre todos os períodos e implementam-se os resultados para o primeiro deles. No fim deste, os dados são obtidos, inclui-se mais um período futuro e reaplica-se o modelo.

Uma alternativa óbvia aos modelos monolíticos e detalhados utilizados no planejamento da produção é o enfoque hierárquico. As questões básicas no projeto de um sistema de planejamento hierárquico são o particionamento do problema de planejamento global e a ligação dos subproblemas resultantes. Para resolver estas questões é necessário definir os níveis de agregação de informações a ser considerados na estrutura do sistema. Hax e Meal (1975) identificam três níveis diferentes:

- *ITEM*: É o produto final a ser entregue ao consumidor. Apresenta o mais alto grau de especificação com respeito aos produtos manufaturados. Um dado produto pode gerar um grande número de itens, diferindo quanto às características como cor, embalagem, tamanho, acessórios, etc.
- *FAMÍLIA*: Agrega aqueles itens que podem participar de um determinado trabalho de preparação de máquinas ou emissão de ordem de compra ou produção. Esta característica faz com que os itens de uma mesma família sejam considerados conjuntamente por ocasião da emissão de ordens, com o objetivo de maximizar a utilização do trabalho de preparação. Sempre que um item for programado, toda a família a qual ele pertence deve também ser programada.
- *TIPO*: Agrega aqueles itens que possuem custos unitários, custos de armazenagem, produtividade (volume de produção por unidade de tempo) e padrão de sazonalidade semelhantes. Estas características fazem com que eles sejam vistos pela alta administração indistintamente, pois demandam recursos semelhantes para sua produção e originam rentabilidades semelhantes. Nos trabalhos que originam do enfoque de Hax e Meal, quaisquer dois itens de uma mesma família pertencem a um mesmo tipo, de modo que este pode ser tratado como uma agregação de famílias.

Obviamente, o número de níveis necessários para representar adequadamente uma estrutura de produção depende de cada caso. Em circunstâncias particulares, um maior ou menor número de níveis pode ser proposto. Todavia, Hax e Meal afirmam que a estrutura por eles proposta é adequada a um grande número de sistemas de produção em lotes.

Considerando estes três níveis de agregação, o sistema de planejamento hierárquico aloca inicialmente os recursos de produção entre os tipos de produtos. A seguir, uma nova alocação desta capacidade produtiva destinada a cada tipo é feita para as diversas famílias que o compõem. Finalmente, a quantidade alocada a cada família é desagregada entre seus itens.

Hax e Meal adotam um modelo de programação linear para a alocação dos recursos para os tipos. Os custos considerados são os custos variáveis de produção e de estocagem. Eles admitem que os custos fixos de produção sejam de ordem secundária e portanto podem ser considerados neste nível de decisão. As restrições consideradas são de mão-de-obra total (regular e extra) e atendimento de toda a demanda. O horizonte de planejamento adotado deve cobrir pelo menos um ciclo do perfil de demanda. Somente os resultados com relação ao primeiro período deste modelo agregado são implementados pelo esquema de desagregação por eles sugeridos. Com isto, reduz-se substancialmente a quantidade de informações a colher e a processar. Hax e Meal propõem que a desagregação para as famílias seja feita com o objetivo de minimizar os custos de preparação que possam ser significativos neste nível. As restrições que completam este modelo asseguram a viabilidade e a consistência da desagregação. Para a desagregação das famílias, eles propõem, como objetivo, manter o balanceamento dos estoques dos itens de uma mesma família de modo a maximizar o tempo entre duas emissões de ordens de produção consecutivas para as famílias, uma vez que o esgotamento de um único item pertencente a uma família determina a produção da família inteira.

Uma extensa justificativa para este enfoque pode ser encontrada em Hax (1976) e Hax e Meal (1975). Sob certa estrutura de custo, Gabbay (1975) demonstrou que o enfoque hierárquico fornece solução ótima. Em casos de uma estrutura de custo mais geral empiricamente tem-se demonstrado que este enfoque comporta-se excepcionalmente bem, conforme será discutido no Capítulo 3. A Figura 1.1 mostra a concepção global do sistema de planejamento hierárquico.

1.3 - AS VANTAGENS DE UM ENFOQUE AGREGADO

Hax e Golovin (1978 a,b) justificam a adoção de um sistema de informações agregadas através de vantagens divididas em três categorias distintas.

A primeira advém da redução do número de variáveis. Ao atacar o problema de planejamento de uma forma detalhada surge a necessidade de desenvolver um sistema de grande porte para coletar informações relativas a custos e produtividades, e ainda estimar demandas para milhares de itens individuais. O projeto deste sistema pode ser mais caro que a própria construção do sistema de planejamento. Outro aspecto ligado a esta questão refere-se ao manuseio das informações. Os gerentes necessitam rever estes dados, e conforme o número de itens cresce esta tarefa pode tornar-se impraticável, levando a uma possível de teorização das informações utilizadas no processo de planejamento, comprometendo dessa forma seus resultados. A agregação de itens pode reduzir significativamente os custos e as dificuldades de previsão de demandas, a preparação das informações necessárias à aplicação do sistema, além dos custos computacionais.

A segunda categoria considera a precisão no levantamento das informações. Uma previsão de demanda para grupo de itens poderá ser mais precisa, ou seja, possuir uma menor variância, devido à possibilidade de compensação dos erros na demanda dos itens. Além disso, como o processo de agregação reduz o número de variáveis, torna-se viável a

aplicação de técnicas de previsão de demanda mais elaboradas como por exemplo, modelos econométricos e modelos de regressão, e o próprio método todo do julgamento gerencial torna-se mais efetivo.

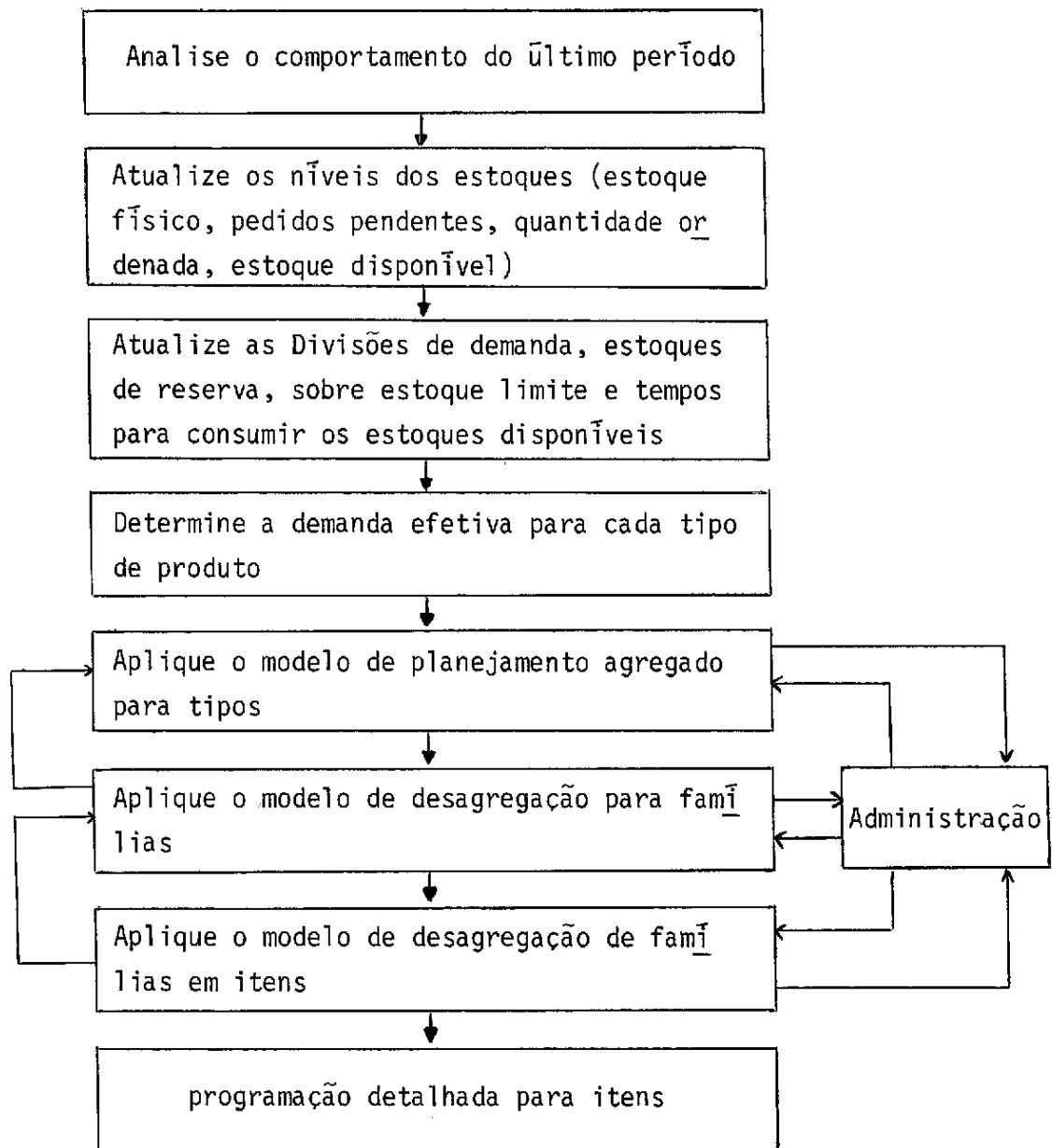


Fig. 1.1 - Concepção global do sistema de planejamento hierárquico.

Finalmente, e talvez o aspecto mais importante, os modelos agregados permitem aos escalões gerenciais um melhor entendimento sobre seus resultados. A programação detalhada desfavorece a visão sobre o todo, o que pode levar os gerentes a se perderem em detalhes. Além disso, deve-se ressaltar que, ao nível de gerência, previsões mercadológicas são feitas para grupo de produtos, e decisões sobre produção são feitas com respeito a linhas de produtos. Estas são decisões gerais a médio e longo prazo e não decisões sobre o tamanho de lotes para a próxima semana. É crucial que as variáveis de decisões correspondam às aquelas variáveis de interesse dos gerentes.

Tais argumentos perderiam seu significado se não fosse possível desagregar as decisões tomadas nos níveis superiores de uma forma satisfatória, ou seja, que forneça soluções detalhadas não muito distantes da ótima. Os resultados experimentais apresentados no Capítulo 3 ratificam que, sob determinadas situações, sistemas hierárquicos parecem fornecer soluções excepcionalmente boas.

Alguns modelos agregados de produção podem ser encontrados em Johnson e Montgomery (1974), Jones (1967), Taubert (1968), Wagner e Whitin (1958), Zimmermann e Sovereign (1974), Bowman (1956, 1963).

CAPÍTULO 2

ALGUNS MODELOS USADOS NO PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO

2.1 - NECESSIDADE DE SUBDIVIDIR O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

Além das vantagens do enfoque agregado expostas na seção anterior, o tratamento do problema de planejamento ao nível mais detalhado possível apresenta sérias dificuldades de solução. Uma possível formulação para a abordagem monolítica é dada pelo Problema 2.1 abaixo.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (c_{it}X_{it} + h_{it}I_{it}) + \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T s_{it} \delta(X_{it}); \quad (2.1a)$$

$$\text{sujeito a } I_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it}, \quad i=1, \dots, I; \quad t=1, \dots, T; \quad (2.1b)$$

$$\sum_{i=1}^I m_i X_{it} \leq M_t, \quad t=1, \dots, T; \quad (2.1c)$$

$$\delta(X_{it}) = \begin{cases} 1, & \text{se } X_{it} > 0, \quad i=1, \dots, I; \\ 0, & \text{caso contrário} \quad t=1, \dots, T; \end{cases} \quad (2.1d)$$

$$X_{it} \geq 0, \quad i=1, \dots, I; \quad t=1, \dots, T; \quad (2.1e)$$

$$I_{it} \geq 0, \quad i=1, \dots, I; \quad t=1, \dots, T. \quad (2.1f)$$

As variáveis de decisão do modelo são: X_{it} , o número de unidades a ser produzido do item i no período t ; I_{it} , o número de unidades restantes no fim do período t . Os parâmetros do modelo são: c_{it} , o custo variável unitário de produção para o item i no período t ; h_{it} , o custo unitário de armazenagem do item i no período t ; s_{it} , o custo

de preparação para produzir um lote do item i no período t ; d_{it} , a demanda do item i no período t ; m_i , a capacidade de produção necessária para produzir uma unidade do produto i ; M_t , a capacidade total de produção disponível no período t ; T é a extensão do horizonte de planejamento e I o número de itens diferentes produzidos.

A Função Objetivo 2.1a procura minimizar a soma dos custos totais de produção. As restrições 2.1b, e, f, garantem o atendimento da demanda no período em que ela ocorreu, e as Restrições 2.1c garantem a viabilidade do programa de produção. As Restrições 2.1d indicam que os custos de preparação não estarão presentes se o produto i não for programado no período t .

O Modelo 2.1 representa um problema de programação linear inteira-mista que apresenta sérias dificuldades de solução quando o número de variáveis é grande, como é o caso de muitos problemas reais de planejamento da produção. Todavia, este enfoque detalhado tem recebido bastante atenção da literatura sobre Pesquisa Operacional. Mas, para viabilizar a obtenção de soluções, os autores são obrigados a manipular o modelo, donde resultam soluções apenas aproximadas, o que compromete, em parte, suas aplicações. Trabalhos nessa área foram apresentados por Manne (1958), Dzielinsky e Gomory (1965), Dzielinsky et alii (1963) e Lasdon e Terjung (1971), entre outros.

O enfoque hierárquico de Hax e Meal (1975) propõe a partição do Modelo 2.1 em subproblemas hierarquizados: o de nível superior considera somente os fatores de custos lineares (custos variáveis de produção e custos de armazenagem), enquanto os custos de preparação da produção são considerados isoladamente nos subproblemas relacionados com níveis de decisão inferiores.

Nas seções seguintes serão mostrados diversos modelos usados no planejamento hierárquico que foram apresentados na literatura, abordando também a sua evolução.

2.2 - PLANEJAMENTO AGREGADO PARA TIPOS DE PRODUTOS

Este é o nível mais alto do processo decisório utilizado no planejamento da produção e o problema é determinar um programa de produção para cada tipo de produto (conforme definição dada na Seção 2.2), período a período ao longo de todo horizonte de planejamento. Qualquer modelo de planejamento agregado da produção pode ser utilizado, contanto que represente adequadamente o problema em consideração. Pode-se encontrar extensiva discussão sobre modelos agregados em Buffa e Taubert (1972), Hax (1978) e Silver (1967). A linha dos pesquisadores originada em Hax e Meal (1975) propõe o seguinte modelo simplificado de programação linear para este nível:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (c_{it}X_{it} + h_{i,t+L} I_{i,t+L}) + \sum_{t=1}^T (r_t R_t + o_t O_t); \quad (2.2a)$$

sujeito a:

$$X_{it} - I_{i,t+L} + I_{i,t+L-1} = d_{i,t+L}, \quad i=1, \dots, I; \quad t=1, \dots, T; \quad (2.2b)$$

$$\sum_{i=1}^I m_i X_{it} \leq O_t + R_t, \quad t=1, \dots, T; \quad (2.2c)$$

$$R_t \leq (rm)_t, \quad t=1, \dots, T; \quad (2.2d)$$

$$O_t \leq (om)_t, \quad t=1, \dots, T; \quad (2.2e)$$

$$X_{it}, I_{it} \geq 0, \quad i=1, \dots, I; \quad t=1, \dots, T; \quad (2.2f)$$

$$R_t, O_t \geq 0, \quad t=1, \dots, T. \quad (2.2g)$$

As variáveis de decisão do modelo são: X_{it} , o número de unidades do tipo i a ser produzido durante o período t ; $I_{i, t+L}$, o número de unidades do tipo i restantes em estoque no fim do período $t+L$; R_t e O_t , horas regulares e extras usadas durante o período t , respectivamente. Os parâmetros do modelo são: T , a extensão do horizonte de planejamento; L , a extensão do período de preparação da produção (período congelado); c_{it} , custos unitários variáveis de produção (excluindo mão-de-obra); h_{it} , custo unitário de armazenagem, por período; r_t e o_t , custo da mão-de-obra regular e extra, respectivamente; $(rm)_t$ e $(om)_t$, o total disponível de horas regulares e extras, respectivamente, no período t ; e m_i , o número de horas necessárias para produzir uma unidade do tipo i (fixo ao longo de T). O parâmetro $d_{i, t+L}$ representa a demanda efetiva para o tipo i durante o período $t+L$. (Ver definição de demanda efetiva na Seção 2.3).

Se o comportamento da demanda dos tipos apresentam sazonalidade, o horizonte de planejamento deve cobrir um ciclo sazonal completo. Normalmente, os modelos agregados possuem um horizonte de planejamento de um ano, dividido em períodos de tempo iguais. Se existe um tempo de preparação da produção significativa, por exemplo $L > 1$, deve existir um período de planejamento congelado igual a L períodos. O valor de L deve considerar o tempo de preparação de produção das famílias pertencentes a cada tipo e respeitar o maior deles. Desta forma, a decisão com respeito a quantidade a ser produzida no período t , X_{it} , possui como entrada a demanda efetiva durante o período $(t+L)$, $d_{i, t+L}$. A Figura 2.1 ilustra essas considerações sobre tempo.

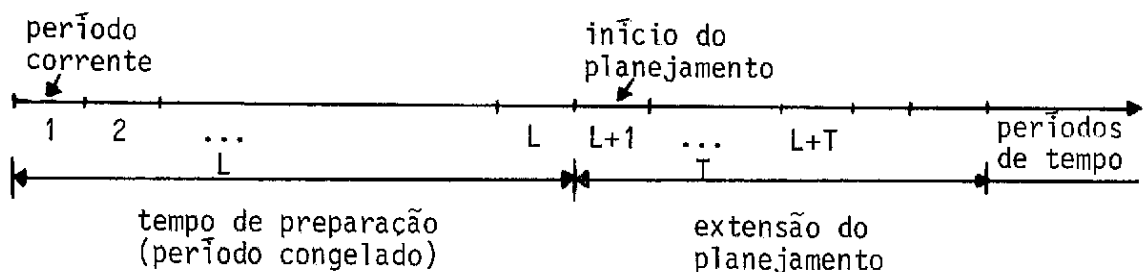


Fig. 2.1 - Período de planejamento para o modelo agregado.

O Modelo 2.2 é simplificado, porém não seria difícil incluir outros fatores de custos e variáveis de decisão, tais como: variação da força de trabalho pela contratação e dispensa de operários, acumulação de pedidos pendentes, vendas perdidas, subcontratação de produção, etc. Da mesma forma, as restrições podem ser estendidas para considerar fatores tecnológicos e financeiros ou restrições mercadológicas, etc.

A programação linear é um modelo conveniente para o planejamento agregado devido a sua eficiência computacional, além do que ela permite a análise de sensibilidade dos parâmetros envolvidos. Adicionalmente pela análise dos valores implícitos dos recursos ("shadow prices"), que se tornam disponíveis por ocasião da solução de modelos de P.L., podem-se identificar oportunidades para: expansão de capacidade, introdução de novos produtos e penetração de mercado, etc.

Note-se que os custos de preparação foram deliberadamente omitidos na formulação do modelo agregado. Estes autores admitem que estes custos possuem um impacto secundário no custo total de produção. A inclusão destes custos invalidaria muitas das vantagens apresentadas anteriormente. Se se optasse por um modelo de programação inteira-mista formulado ao nível de família ter-se-iam problemas de tempo de computação para sua solução, uma vez que o número de famílias é geralmente bem maior do que o número de tipos; além disso, o tratamento ao nível de família requer maiores detalhes, o que poderia tornar o modelo inadequado para as análises dos gerentes. Os custos de preparação, por serem considerados somente no segundo nível do processo de decisões hierarquizadas aqui discutido, simplificam bastante a solução destes modelos utilizados no planejamento hierárquico.

Devido às incertezas naturais presentes no processo de planejamento, somente o primeiro período do plano de produção (X_{it}) é implementado no fim de cada período; as novas informações que se tornam disponíveis são utilizadas para atualizar o modelo agregado e este é novamente acionado sobre um horizonte rolante de planejamento de ex

tensão T. Do nível de tipo para o nível de famílias as informações transmitidas são as quantidades de produção e de estocagem de cada tipo de produto, que serão então desagregadas para as famílias pertencentes a cada tipo.

2.3 - PREVISÕES DE DEMANDA

Quando se trabalha com variáveis agregadas, é preciso um cuidado especial, pois as desagregações podem ser inviáveis. É importante notar que estoques e demandas só têm sentido ao nível de item. O conceito de tipo é uma mera abstração para possibilitar o processo de agregação. Ao calcular o estoque de um determinado tipo, não basta simplesmente adicionar os estoques de cada item pertencente a este tipo de produto. Essa prática só seria correta se existisse uma completa intercambialidade entre os estoques de todos os itens pertencentes ao tipo de produto, que, evidentemente, não é o caso. Para ilustrar, considere-se um tipo de produto constituído dos itens 1 e 2, cujos estoques iniciais e demandas para os próximos cinco períodos estão mostrados na Tabela 2.1.

Se se considerar os estoques disponíveis e as demandas com relação ao nível de tipo, como existem 700 unidades em estoque, não seria necessário produzir este tipo de produto nos dois primeiros períodos. Todavia, nota-se pela Tabela 2.1 que o item 2 necessita ser produzido logo no primeiro período. O problema surge da falsa hipótese de se poder utilizar estoques do item 1 para atender a demanda do item 2. Este problema pode ser contornado pela definição de *demanda efetiva* para cada item.

TABELA 2.1

DEMANDA

		Demanda por período				
Estoque inicial		1	2	3	4	5
item 1	600	100	100	200	200	400
item 2	100	200	200	400	400	800
total	700	300	300	600	600	1200

Sendo $\bar{d}_{k, t+L}$, a demanda prevista do item k para o período $(t+L)$; AI_k , o estoque disponível atual; e SS_k , seu estoque de reserva, a demanda efetiva, $d_{k, t+L}$, do item k para o período $(t+L)$, para $t = 1, 2, \dots, T$, é dada por:

$$d_{k, t+L} = \begin{cases} \max [0, \sum_{l=1}^{t+L} \bar{d}_{k,l} - AI_k + SS_k], & \text{se } d_{k, t+L-1} = 0, \text{ e} \\ \bar{d}_{k, t+L}, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.3)$$

para $t=0$ define-se $d_{k, t+L-1} = d_{k, L-1} = 0$.

O estoque disponível atual AI_k engloba o estoque em mãos mais a quantidade já encomendada que vai estar disponível nos períodos $1, 2, \dots, L$.

A demanda efetiva para o tipo i é simplesmente dada pela soma das demandas dos itens pertencentes a ele, isto é:

$$d_{i, t+L} = \sum_{k \in K(i)} d_{k, t+L}, \quad (2.4)$$

onde $K(i)$ é o conjunto de todos os itens k pertencentes ao tipo i de produto.

Desta forma, o estoque disponível para o tipo i no início do primeiro período será sempre nulo. No exemplo da Tabela 2.1, as demandas efetivas para os itens e o tipo considerado ficam conforme o demonstrado na Tabela 2.2, admitindo-se $L=0$.

TABELA 2.2

DEMANDA EFETIVA

Demanda efetiva por período					
	1	2	3	4	5
item 1	0	0	0	0	400
item 2	100	200	400	400	800
Tipo	100	200	400	400	1200

As previsões para o sistema hierárquico operam da seguinte forma:

- Uma previsão agregada é gerada para cada tipo de produto para cada período de tempo do horizonte de planejamento.
- As previsões para os tipos são desagregadas em previsões para itens. Esta desagregação pode ser feita prevendo a proporção com que cada item participa na demanda do tipo a que ele pertence. Estas proporções podem ser atualizadas utilizando a técnica "exponential smoothing", apropriada para horizonte de planejamento curto e nível detalhado do produto (item). Note-se

que previsões para itens e famílias são requeridas somente para um pequeno período de tempo no qual os resultados do modelo agregado serão detalhados.

- c) Após atualizar os estoques disponíveis para cada item, calcula-se sua demanda efetiva usando a Expressão 2.3. Sempre que o estoque inicial disponível de um item excede sua demanda no primeiro período, a Expressão 2.3 requer previsões para períodos sucessivos do horizonte de planejamento.
- d) A demanda efetiva para o tipo é obtida da Expressão 2.4. Essas demandas são utilizadas no modelo agregado da Seção 2.2.

Note-se que este sistema é um exemplo do enfoque descendente de previsão, isto é, a previsão de demanda dos itens é feita a partir da do tipo a que ele pertence, ao invés de prever a demanda do tipo a partir da dos itens que ela agrega.

2.4 - MODELOS DE DESAGREGAÇÃO PARA FAMÍLIA

Uma vez determinada a quantidade a produzir do produto tipo i no primeiro período (X_{i1}) pelo modelo agregado da seção 2.2, deve-se proceder à distribuição desta quantidade entre as famílias pertencentes a este tipo. A condição central a ser satisfeita a estenível de planejamento, para uma desagregação coerente, é que a soma das quantidades de produção das famílias iguale a quantidade a ser produzida do tipo de produto que as agrega. Isto assegura a consistência entre o plano agregado e o processo de desagregação em famílias e pode ser conseguida ao mesmo tempo em que se determina o tamanho do lote de produção de cada família de modo a minimizar o custo total de preparação para as famílias pertencentes a um determinado tipo, o único fator de custo ainda não considerado no processo de planejamento.

Nesta seção, serão analisados cinco métodos de desagregação propostos na literatura: Hax e Meal (1975), Winters (1962), Bitran

e Hax (1977), Bitran et alii (1981) e o método da Equalização do Tempo de Consumo. Alguns problemas de desagregação e outras desagregações são discutidos em Ritzman et alii (1979) e Zoller (1971).

2.4.1 - O MÉTODO DE HAX E MEAL

Hax e Meal (1975) sugerem um procedimento heurístico para desagregar um tipo de produto em famílias que basicamente é o seguinte:

- a) Determine aquelas famílias em cada tipo de produto que devem ser produzidas no período de planejamento corrente, ou seja, aquelas famílias que não possuem estoque suficiente para atender a demanda do período.
- b) Estabeleça uma quantidade inicial para cada família de modo a minimizar os custos de preparação e armazenagem. (Isto pode ser conseguido determinando uma quantidade inicial para a família igual ao seu lote econômico).
- c) Ajuste a quantidade de produção de cada família, de modo a preencher toda a produção alocada a cada tipo de produto pelo modelo de planejamento agregado e, ao mesmo tempo, observando os limites de sobreestoque para os itens.

Para implementar estas três condições Hax e Meal propõem um algoritmo com as seguintes regras:

- 1) Uma família j será programada no período corrente se a quantidade inicial em estoque de ao menos um dos seus itens for insuficiente para atender a demanda requerida durante o tempo dado pelos períodos congelados mais um, ou seja:

$$AI_k \leq (d_{k1} + d_{k2} + \dots + d_{k, L+1}) + SS_k, \text{ para qualquer } k \in K(j),$$

onde AI_k é o estoque inicial do item k ; d_{kt} , a demanda prevista para o item k no período t ; SS_k , o estoque de reserva do item k ; e $K(j)$, o conjunto de índices dos itens pertencentes à família j .

De forma equivalente pode-se definir o tempo de consumo do item k (TC_k) por

$$TC_k = \frac{AI_k - SS_k}{\sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}}, \quad (2.5)$$

e se existir algum $k \in K(j)$ tal que $TC_k < 1$, então a família j deverá ser programada no período em questão. Seja J^0 o conjunto de índices das famílias que serão programadas no período em questão.

- 2) A quantidade inicial, Y_j , para uma família que foi programada é estabelecida pelo menor valor entre seu lote econômico (LE_j) e a diferença entre o sobreestoque-limite da família (OS_j) e seu estoque disponível (AI_j), isto é:

$$Y_j = \min (LE_j; OS_j - AI_j), \quad (2.6)$$

onde

$$AI_j = \sum_{k \in K(j)} AI_k, \quad (2.7)$$

$$OS_j = \sum_{k \in K(j)} OS_k, \quad (2.8)$$

e o valor de LE_j pode ser determinado por alguma fórmula de lote econômico. Hax e Meal sugerem aquela fornecida em Brown (1967), página 47.

3) Se $\sum_{j \in J^0(i)} Y_j \neq X_i^*$, onde X_i^* corresponde ao valor ótimo de X_{i1} determinado pelo modelo de planejamento agregado, então dois casos são possíveis:

a) $\sum_{j \in J^0(i)} Y_j < X_i^*$. Neste caso, a nova quantidade Y_j^* para ca da família será:

$$Y_j^* = \min \left\{ \sum_{k \in K(j)} (OS_k - AI_k); Y_j + (X_i^* - \sum_{j \in J^0(i)} Y_j) \times \left[\frac{\sum_{k \in K(j)} (OS_k - AI_k)}{\sum_{j \in J^0(i)} \sum_{k \in K(j)} (OS_k - AI_k)} \right] \right\} \quad (2.9)$$

Isto simplesmente estabelece que as quantidades iniciais das famílias programadas são expandidas de forma proporcional à diferença entre o sobreestoque-limite e o estoque atualmente disponível, observando-se a não-violação do sobreestoque limite de cada item. Se, após esta expansão, ainda não se conseguir preencher toda a capacidade alocada ao tipo i , devem-se programar famílias que estão fora da lista de programação, isto é, famílias $j \notin J^0$, começando por aquela que possua menor valor de TC_j , até esgotar a capacidade alocada ao tipo. A nova família deve receber uma programação de máxima quantidade, isto é, $(OS_j - AI_j)$.

b) $\sum_{j \in J^0(i)} Y_j > X_i^*$. Neste caso a quantidade Y_j^* , $j \in J^0$, será da da por:

$$Y_j^* = X_i^* \frac{Y_j}{\sum_{j \in J^0(i)} Y_j} \quad (2.10)$$

Maiores detalhes desta metodologia são fornecidos em Hax e Meal (1975).

2.4.2 - O MÉTODO DE WINTERS

Winters (1962) propõe um método para desagregar a quantidade X_i^* que se parece bastante com o método de Hax e Meal. Seu procedimento é o seguinte:

- 1) Determine a quantidade Y_j para cada família $j \in J(i)$ dada por:

$$Y_j = \text{Min} (LE_j; OS_j - AI_j). \quad (2.11)$$

- 2) Determine o tempo de consumo para cada família $j \in J(i)$, TC_j , da do por:

$$TC_j = \text{Min}_{k \in K(j)} \frac{AI_k - SS_k}{\sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t}}. \quad (2.12)$$

- 3) Liste as famílias $j \in J(i)$ para cada $i=1, \dots, I$, na ordem crescente do valor de TC_j .
- 4) Para cada tipo de produto, programe as quantidades Y_j na sequência da lista construída em 3 até preencher toda a capacidade X_i^* , ou seja, a última família n a ser programada é tal que:

$$\sum_{j=1}^n Y_j \geq X_i^* \text{ e } \sum_{j=1}^{n-1} Y_j < X_i^* \quad (2.13)$$

Para melhores detalhes sobre o método ver Winters (1962).

2.4.3 - O MÉTODO DA MOCHILA (MM)

Bitran e Hax (1977) propõem uma técnica de desagregação inspirada no problema de mochila (Método da Mochila, MM) que, essencialmente, é uma formalização do procedimento heurístico proposto por Hax e Meal. Para cada tipo i de produto, o seguinte problema convexo da mochila é resolvido:

$$\text{Minimize } \sum_{j \in J^0(i)} s_j d_j / Y_j, \quad (2.14a)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j \in J^0(i)} Y_j = X_i^*, \quad (2.14b)$$

$$lb_j \leq Y_j \leq ub_j, \quad j \in J^0(i) \quad (2.14c)$$

As variáveis do modelo são Y_j , as quantidades a produzir de cada família no período em questão. $J^0(i)$ representa o conjunto de índices das famílias pertencentes ao tipo i que deverão ser programadas no período em questão, ou seja, $j \in J(i)$ tal que $TC_j < 1$, onde TC_j é dado pela Expressão 2.12. Os parâmetros do modelo são: s_j , o custo de preparação para a família j ; d_j , a demanda anual da família j ; lb_j e ub_j , os limitantes inferior e superior para Y_j , obtidos por:

$$lb_j = \max \left[0; \sum_{t=1}^{L+1} d_{jt} - AI_j + SS_j \right], \quad (2.15)$$

$$ub_j = \max [0; OS_j - AI_j], \quad (2.16)$$

onde AI_j , SS_j e OS_j são os mesmos especificados anteriormente.

A função objetivo do Modelo 2.14 impõe que a quantidade de produção da família deve ser proporcional ao seu custo de preparação e demanda anual. Disto, que é a base para a determinação de lotes

econômicos, resulta a minimização do custo anual médio de preparação. A Restrição 2.14b garante a total distribuição da quantidade ótima de produção do tipo i para o primeiro período, X_i^* , entre suas famílias. Bitran e Hax (1981) demonstraram que esta condição pode ser substituída por:

$$\sum_{j \in J^0(i)} Y_j \leq X_i^*. \quad (2.17)$$

Intuitivamente, vê-se que a própria função objetivo garante valores máximos para Y_j , uma vez que isto tende a minimizá-la e, portanto, esta relaxação de igualdade para desigualdade, que facilita a solução do Problema 2.14, pode ser feita. A restrição relativa ao limitante inferior garante o atendimento completo da demanda da família.

Inicialmente, $J^0(i)$ contém somente aquelas famílias que possuem tempo de consumo menor que a unidade ($TC_j < 1$), no período corrente. Todas as outras famílias são colocadas numa lista secundária e serão programadas somente se

$$\sum_{j \in J^0(i)} Y_j^* < X_i^*, \quad (2.18)$$

onde Y_j^* é a solução ótima do Problema 2.14.

Bitran e Hax (1977) apresentam um algoritmo eficiente para resolver o Problema 2.14 com 2.14b relaxada para a desigualdade. As provas de convergência e otimalidade são dadas em Bitran e Hax (1977 e 1981). O algoritmo consiste em ignorar inicialmente as Restrições de Limitação 2.14c e resolver a função objetivo sujeita à Restrição 2.17. Em seguida, verifica-se se os valores ótimos Y_j^* satisfazem à Restrição 2.14c. Em caso afirmativo os valores de Y_j^* constituem a solução desejada; caso contrário, mostra-se que pelo menos um dos valores de Y_j^* é ótimo e uma nova iteração é feita. O algoritmo é finito, pois, a cada iteração, encontra-se o valor ótimo para pelo menos uma família.

2.4.4 - O MÉTODO DA MOCHILA MODIFICADO (MMM)

Bitran et alii (1981) propõem três alterações no método da mochila da seção anterior, gerando o que será chamado método da mochila modificado (MMM), as quais são discutidas a seguir.

1) *Consideração de Sazonalidades a Nível de Família.*

Na função objetivo originariamente proposta por Bitran e Hax (1977),

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J^0(i)} s_j d_j / Y_i,$$

o parâmetro d_j refere-se à demanda da família j sobre o horizonte de planejamento completo (usualmente um ano). Como consequência, as soluções resultantes do Modelo 2.14 não são sensíveis às diferenças dos padrões de demanda das famílias pertencentes a um dado tipo de produto. Para corrigir isto, Bitran, et alii (1981) propõem definir d_j como a demanda da família j durante o tempo esperado de consumo do tipo de produto correspondente. Para determinar o tempo esperado de consumo de um tipo de produto, procede-se a sua desagregação em itens através da regra da equalização do tempo de consumo e determina-se o tempo esperado para esgotar a quantidade alocada a qualquer um de seus itens. Por esta regra, a desagregação de X_i^* entre seus itens é dada pela expressão:

$$Z_k^* = \sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}, \quad t \left[\frac{X_i^* + \sum_{k \in K(i)} (AI_k - SS_k)}{\sum_{k \in K(i)} \sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}} \right] + SS_k - AI_k, \quad (2.19)$$

onde Z_k^* é a quantidade alocada ao item k ; d_{kt} , a demanda prevista para o item k no período t ; $K(i)$ é o conjunto de índices

dos itens pertencentes ao tipo i ; AI_k e SS_k , são, respectivamente, o estoque disponível e o estoque de reserva do item k . Este procedimento assegura que, se a demanda dos itens de um determinado tipo ocorrer de acordo com a média, todos estes itens se esgotam simultaneamente após decorrer o tempo de consumo de qualquer item $k \in K(i)$, TC_k , dado por

$$TC_k = \frac{X_i^* + \sum_{k \in K(i)} (AI_k - SS_k)}{\sum_{k \in K(i)} \sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t}}. \quad (2.20)$$

2) *Regra Para Evitar Possíveis Inviabilidades.*

Outra modificação introduzida por Bitran et alii (1981) procura preservar a viabilidade das soluções geradas pelo processo de desagregação do tipo de famílias. Golovin (1975) ilustrou a existência de inviabilidades com um exemplo numérico. Gabbay (1975) sugeriu um conjunto de restrições a ser introduzido no Modelo 2.14 para garantir a viabilidade da desagregação sobre o horizonte de planejamento. Porém, estas restrições introduzem dificuldades computacionais na solução do modelo. O método da mochila proposto por Bitran e Hax possui uma função objetivo particular que possibilita uma resolução deste modelo. Para não destruir a estrutura especial do modelo da mochila e assim preservar as vantagens computacionais do método de solução, Bitran et alii (1981) desenvolveram uma simples regra denominada "look ahead feasibility rule", que evita possíveis soluções inviáveis no processo de desagregação de tipo em famílias. Esta regra é explicada a seguir para o tipo de produto:

1. Verificar se na lista das famílias a ser produzidas no período em questão estão presentes todas as famílias pertencentes ao tipo i . Caso estejam, nada há a fazer. Caso contrário, siga para o passo 2.

2. Seja $Q = X_i^* + \sum_{j \in J^0(i)} (AI_j - SS_j) - \sum_{j \in J^0(i)} d_{j1} - \sum_{j \in J^0(i)} d_{j2}$, onde $J^0(i)$ é o conjunto de todos os índices das famílias do tipo i que serão produzidas no período em questão. O índice "1" refere-se ao período de desagregação em questão, enquanto o índice "2" refere-se ao período subsequente; d_j representa a demanda real.
3. Verificar se $Q > AI_{i2}$, onde AI_{i2} é o estoque planejado para o tipo i no final do período seguinte. (AI_{i2} é determinado pela última solução do modelo agregado) Caso não seja, nada há a fazer; caso afirmativo, seguir para o passo 4.
4. Adicione em $J^0(i)$ uma nova família FN que inicialmente não foi programada no período em questão e faça esta família $lb_{FN} = \min \{ub_{FN}; Q - AI_{i2}\}$ e volte ao passo 1.

A seguir dá-se um exemplo numérico para facilitar o entendimento desta regra.

Admita-se que a programação agregada para o tipo do produto P1, composto das famílias F1 e F2, é dada por:

PRODUTO TIPO P1	ESTOQUE INICIAL	PRODUÇÃO	DEMANDA	ESTOQUE FINAL
Período 1	10 unid.	25 unid.	20 unid.	15 unid.
Período 2	15 unid.	5 unid.	20 unid.	0 unid.

Abaixo são fornecidas as informações com relação às famílias F1 e F2.

	F1	F2
Estoque inicial no período 1	0 unidades	10 unidades
Demanda no período 1	10 unidades	10 unidades
Demanda no período 2	10 unidades	10 unidades

Suponha-se que os estoques de reserva para ambas as famílias são nulos.

Em não se considerando a regra exposta acima, a lista de programação para famílias para o primeiro período inclui somente F1 e sua produção será de 25 unidades. No segundo período, somente F2 será produzida, e desde que o programa para P1 neste período é de 5 unidades resultará uma falta de 5 unidades para F2 neste período.

Aplicando a rotina de Bitran et alii (1981) sobre o exemplo, o valor de Q será $Q = 25 + 0 - 10 - 10 = 5$. Como o estoque planejado para o tipo P1 no final do período dois é zero, tem-se $Q > AI_{1,2}$. Assim, a regra "look ahead" adiciona à lista inicial das famílias programadas a família F2 como uma quantidade de produção igual a 5 unidades, o que elimina a inviabilidade para F2 no segundo período.

3) Procedimento para o Caso de Altos Custos de Preparação.

A metodologia proposta por Bitran e Hax (1977) ignora os custos de preparação na formulação do problema afeto ao nível hierárquico mais alto e os inclui no modelo afeto ao nível de famílias. Esta metodologia comporta-se bem para o caso de baixos custos de preparação (até 15% do custo total de produção), conforme será visto no Capítulo 3 pelos resultados computacionais. Para situações de altos custos de preparação, Bitran et

alii (1981) propõem o seguinte procedimento para a desagregação da família em itens: inicialmente, o Problema 2.14 é resolvido e as quantidades Y_j são determinadas. O número inteiro de períodos, para cada família, que pode ser satisfeito com a quantidade Y_j , é determinado e denotado por $N(j)$. Em seguida, calcula-se, através de fórmulas de lote econômico, a quantidade ideal $L(j)$ de produção de cada família j e o número inteiro de períodos $M(j)$ que pode ser satisfeito por $L(j)$. Os valores de $N(j)$, $L(j)$ e $M(j)$ são determinados considerando demandas efetivas para as famílias. Para cada família j , o excesso entre Y_j e a capacidade necessária para cobrir um número de períodos dado pelo mínimo entre $M(j)$ e $N(j)$ é considerada livre. A soma das capacidades livres para todas as famílias, independentemente do tipo de produto a que elas pertençam, é denotada por Z . Sendo $Q(j)$ a quantidade de cada família após subtrair sua capacidade livre, calcula-se a seguir o valor $MC(j)$ do "incremento de custo marginal" da família j , dada por:

$$MC(j) = (-1/Q_j) [s_j d_j / Q(j) - h_j Q(j) / 2],$$

onde s_j e h_j são o custo de preparação da família j e o custo para armazenar uma unidade da família j durante um período, e d_j é a demanda da família j sobre o tempo de consumo do tipo a que ela pertence. A quantidade Z é então alocada entre as famílias em quantidades suficientes para cobrir um período completo de demanda, começando por aquela que possua menor valor de $MC(j)$.

2.4.5 - A REGRA DA EQUALIZAÇÃO DO TEMPO DE CONSUMO (REGRA ETC)

Um método de desagregação alternativo é alocar a quantidade de produção determinada pelo modelo agregado para um dado tipo i de produto, X_i^* , pela Equação 2.19, de modo a equalizar o tempo de consumo de todos os itens pertencentes àquele tipo. Isto implica a omissão do nível de família no processo de desagregação. A regra ETC é uma me

metodologia natural de desagregação aplicada ao nível de item e será apresentada com detalhes na próxima seção deste capítulo. Porém, serão fornecidos aqui alguns resultados técnicos recentes sobre esta metodologia.

Bitran et alii (1981) provaram que a utilização da Regra ETC, desde que o Problema 2.2 para o planejamento agregado seja viável e os estoques iniciais para os tipos de produtos sejam não-negativos, conduz à desagregação ótima com respeito aos fatores de custos considerados no Problema 2.2, ou seja, a utilização da regra ETC sob as considerações acima minimiza a soma dos custos totais de armazenagem com os custos totais de horas extras, ao longo do horizonte de planejamento.

Todavia, esta regra não tem nenhum compromisso com a minimização dos custos de preparação, uma vez que ela aloca os estoques iniciais de cada tipo de produto uniformemente, em termos do tempo de consumo, entre seus itens. E quando os custos de preparação tornam-se expressivos, seria desejável que aqueles itens que possuem maiores custos de preparação recebessem maiores quantidades no processo de desagregação. Portanto, existe aqui uma decisão conflitante: optar pela regra ETC e minimizar os custos principais e incorrer em altos custos de preparação, ou escolher um processo de desagregação que reduza os custos de preparação enquanto os custos principais crescem. Experiências computacionais, que serão descritas no próximo capítulo, mostram que se os custos de produção não ultrapassam 5% do custo total de produção a regra ETC parece ser preferível a um processo de desagregação que reduza os custos de preparação.

Deve-se observar que a utilização do procedimento da equalização do tempo de consumo diretamente do tipo de produto para itens simplifica sobremaneira a implementação do sistema hierárquico.

2.5 - MODELOS DE DESAGREGAÇÃO PARA ITENS

Para o período de planejamento corrente, todos os fatores de custo já foram considerados nos dois estágios anteriores e por

tanto qualquer desagregação viável das quantidades das famílias (Y_j) terá o mesmo custo total. Todavia, a solução viável escolhida estabelecerá as condições iniciais para o próximo período e portanto afetará custos futuros. Portanto, o objetivo a ser alcançado na desagregação da família em itens é a minimização do número de preparações da produção em períodos futuros. Para tanto, e não existe aqui nenhuma dúvida, a solução ótima é alcançada quando se utiliza o critério da equalização do tempo de consumo dos itens de uma mesma família. Karmarkar (1981) prova esta afirmação com um teorema que assegura que a aplicação da regra ETC maximiza o período de tempo do ciclo de produção das famílias. Outro resultado interessante, também apresentado por Karmarkar, mostra que o procedimento da equalização do tempo de consumo minimiza os estoques remanescentes, isto é, os estoques dos itens no final do período.

Dois métodos de desagregação de família em itens, ambos objetivando a implementação da regra ETC, serão apresentados a seguir.

2.5.1 - UM PROCEDIMENTO HEURÍSTICO

Hax e Meal (1975) propõem uma heurística para distribuir a quantidade Y_j^* , alocada à família j , entre seus itens de modo a equalizar o tempo de consumo destes. Este método considera as restrições de sobreestoque-limite dos itens e a total utilização da quantidade Y_j^* . A heurística é apresentada a seguir:

a) Sendo β o índice da iteração, faça $\beta = 0$.

b) Determine a quantidade Z_k para cada item k pertencente à família j pela Expressão

$$Z_k = \sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t} \left[\frac{Y_j^\beta + \sum_{k \in K^\beta(j)} (AT_k - SS_k)}{\sum_{k \in K^\beta(j)} \sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t}} \right] + SS_k - AI_k, \quad (2.21)$$

onde AI_k e SS_k são, respectivamente, o estoque disponível e o estoque de reserva para o item k ; d_{kt} é a previsão de demanda do item k no período t ; L é o número de períodos congelados; $K^\beta(j)$ e Y são dados por:

$$K^\beta(j) = K^{\beta-1}(j) - K_+^{\beta-1}(j) - K_-^{\beta-1}(j), \text{ para } \beta > 0$$

$$\text{onde } K_+^\beta(j) = \{k \in K^\beta(j); Z_k + AI_k \geq OS_k\}$$

$$\text{e } K_-^\beta(j) = \{k \in K^\beta(j); Z_k < 0\},$$

para $\beta=0$, $K^\beta(j)$ é o conjunto de todos os índices dos itens pertencentes à família j , OS_k é o sobreestoque limite para o item k ,

$$Y_j^\beta = Y_j^{\beta-1} - \sum_{k \in K_+^{\beta-1}(j)} (OS_k - AI_k), \text{ para } \beta > 0;$$

$$Y_j^\beta = Y_j^*, \text{ para } \beta=0.$$

c) Se para todo $k \in K^\beta(j)$, $0 \leq Z_k \leq OS_k - AI_k$, faça $Z_k = Z_k^*$ e termine. Caso contrário siga para o passo d.

d) Para $k \in K_+^\beta(j)$, faça $Z_k^* = OS_k - AI_k$.

Para $k \in K_-^\beta(j)$, faça $Z_k^* = 0$.

e) Faça $\beta = \beta + 1$. Se $K^\beta(j) = \emptyset$, termine. Caso contrário volte ao passo b.

Note-se que, após atribuído ao item k a quantia Z_k através da Equação 2.21, seu tempo de consumo será dado por:

$$TC_k = \frac{Z_k + AI_k - SS_k}{\sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}} \quad (2.22)$$

e pela Expressão 2.21 é igual a

$$TC_k = \left[Y_j^\beta + \sum_{k \in K^\beta(j)} (AI_k - SS_k) \right] / \sum_{k \in K^\beta(j)} \sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}, \quad (2.23)$$

que é constante para todos os itens $k \in K^\beta(j)$. Isto equaliza o tempo es-
perado de consumo de todos os itens da família j . Além disso, somando
cada membro da Expressão 2.21 sobre todo k , obtêm-se

$$\sum_{k \in K^\beta(j)} Z_k = Y_j^\beta, \quad (2.24)$$

o que garante que toda a quantidade alocada à família j , Y_j^* , foi dis-
tribuída entre seus itens.

2.5.2 - O MÉTODO DA MOCHILA

Bitran e Hax (1977) formalizam o procedimento heurístico
de Hax e Meal, propondo resolver o seguinte problema da mochila estric-
tamente convexo, para cada família j :

$$\text{Minimize } \sum_{k \in K^0(j)} \left[\frac{Y_j^* + \sum_{k \in K^0(j)} (AI_k - SS_k)}{\sum_{k \in K^0(j)} \sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t}} - \frac{Z_k + AI_k - SS_k}{\sum_{t=1}^{L+1} d_{k,t}} \right]^2, \quad (2.25a)$$

sujeito a

$$\sum_{k \in K^0(j)} Z_k = Y_j^*, \quad (2.25b)$$

$$Z_k \leq OS_k - AI_k, \quad \forall k \in K^0(j), \quad (2.25c)$$

$$Z_k \geq \max \left[0; \sum_{t=1}^{L+1} d_{kt} - AI_k + SS_k \right], \quad \forall k \in K^0(j). \quad (2.25d)$$

A Restrição 2.25b assegura a consistência da desagregação da família em itens, conservando ainda a otimalidade do modelo para famílias. As Restrições 2.25c limitam superiormente a quantidade de produção de cada item da família de modo que seus estoques não ultrapassem o valor máximo permitido, OS_k . As Restrições 2.25d limitam inferiormente a quantidade de produção de cada item de modo a garantir a não-ruptura do estoque.

Na função objetivo, os dois termos entre colchetes representam, respectivamente, o tempo de consumo da família j e o tempo de consumo de cada um de seus itens (admitindo previsão perfeita de demanda). A minimização do quadrado da diferença entre ambos fará esses valores tão próximos quanto possível, tentando garantir, dessa forma, a equalização dos seus tempos de consumo.

Bitran e Hax (1977) apresentam um algoritmo eficiente para a solução do Modelo 2.25 cuja lógica é bastante parecida com aquela apresentada no algoritmo para desagregação do tipo em família pelo método da mochila (Seção 2.4.3).

Quanto à eficiência de cada um dos métodos apresentados, experiências realizadas por Contador (1982), nas quais ambos os modelos de desagregação são testados para seis situações diferentes, demonstraram não existir qualquer diferença significativa com relação aos

custos originados e volume de pedidos pendentes. Desta forma, recomenda-se a utilização do método heurístico de Hax e Meal, que possui maior facilidade de implementação.

Para finalizar este capítulo, será feito um comentário que parece necessário. À primeira vista pode parecer que existe uma inconsistência entre o modelo agregado e os demais modelos afetos aos níveis inferiores (para o caso de existir um período de preparação significativo, $L > 1$), uma vez que o primeiro modelo possui como dado de entrada a demanda relativa a um único período de tempo ($d_{j, 1+L}$), enquanto os modelos de desagregação para ambos os níveis inferiores possuem como entrada a demanda ocorrida durante $(L+1)$ períodos de tempo; isto é, $\sum_{t=1}^{L+1} d_{jt}$ ou $\sum_{t=1}^{L+1} d_{kt}$. Ocorre no entanto que quando $L > 1$, e estando a produção em regime, que é a situação considerada, deve existir uma quantidade de itens estocada que suportará esta demanda durante os primeiros L períodos, que são considerados congelados, ou seja, $AI_k \geq \sum_{t=1}^L d_{k,t}$ se as previsões de demanda são perfeitas. Desta forma, na realidade, os modelos de níveis inferiores estarão programando quantidades para atender apenas demandas posteriores ao período L .

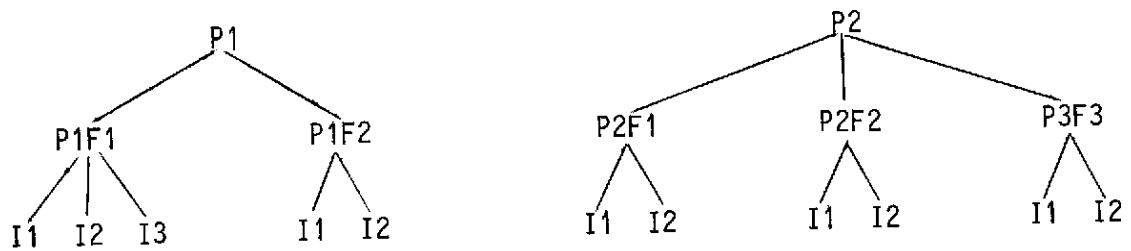
CAPÍTULO 3

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo, serão relatados os resultados de experiências realizadas por Bitran et alii (1981) com o intuito de comparar a eficiência dos métodos da Mochila, Mochila Modificada e Equalização do Tempo de Consumo para desagregação de tipo em item, sob diferentes situações de níveis de erro na previsão de demandas, de capacidade de produção e de custos de preparação.

Quanto à consideração dos outros métodos apresentados, Método de Winters e Método de Hax e Meal, Hax e Golovin (1978) apresentam resultados experimentais os quais indicam não existir, sob diversas situações, nenhuma diferença significativa na eficiência de ambos os métodos entre si e também de cada um deles em relação ao Modelo da Mochila. O Modelo de Winters apresenta uma leve desvantagem sobre os outros dois, mas a diferença no custo é insignificante.

Nas experiências conduzidas por Bitran et alii (1981) as informações necessárias foram extraídas de uma fábrica de pneus. A Figura 3.1 fornece as informações relevantes. Os onze itens foram partitionados em dois tipos de produtos, P1 e P2. O tipo P1 é composto por duas famílias, P1F1 e P1F2; e o tipo P2 de três famílias, P2F1, P2F2 e P2F3. A Tabela 3.1 fornece a demanda para os dois tipos de produtos para um horizonte de planejamento de um ano dividido em 13 períodos de 4 semanas cada.



COM RELAÇÃO AO PRODUTO P1:

- custo de preparação da família = \$90
- custo de armazenagem = \$0,31/unidade-mês
- custo da hora extra = \$9,50/hora
- fator de produtividade = 0,1 hora/unidade
- tempo de preparação = 1 mês

COM RELAÇÃO AO PRODUTO P2:

- custo de preparação da família = \$120
- custo de armazenagem = \$0,40/unidade-mês
- custo da hora extra = \$9,50/hora
- fator de produtividade = 0,2 horas/unidade
- tempo de preparação = 1 mês

Os custos da mão-de-obra regular e de produção são considerados fixos.

Capacidade Total de mão de obra regular = 2000 hrs/mês

Capacidade total de mão-de-obra extra = 1200 hrs/mês

Fig. 3.1 - Informações relevantes

TABELA 3.1

DEMANDA PARA TIPOS DE PRODUTO

Período de tempo (t)	Produto Tipo 1 P1	Produto 2 P2
1	12736	6174
2	7813	2855
3	0	4023
4	0	4860
5	0	7131
6	0	9665
7	1545	17603
8	7895	14276
9	10982	11706
10	15782	15056
11	16870	8232
12	15870	7880
13	<u>9878</u>	<u>10762</u>
TOTAL	99371	120223

As experiências foram conduzidas em dois conjuntos. No primeiro, os métodos de planejamento da produção foram aplicados para um ano completo sob situações de operações simuladas. As decisões de produção foram tomadas a cada 4 semanas com horizonte de planejamento de um ano. A cada decisão o modelo era atualizado. Este processo foi repetido treze vezes. No final de cada simulação foram calculados os custos totais de preparação e de armazenamento da produção, da mão-de-obra extra e o número de pedidos pendentes (demanda não-atendida na aquele período por falta de material). Os custos diretos de produção e da mão-de-obra regular foram omitidos, pois foram considerados custos fixos nesta aplicação.

Os métodos de desagregação de tipo em famílias compara
dos foram os seguintes:

- 1) O Método da Mochila (MM) proposto por Bitran e Hax (1977) e discutido na Seção 2.4.3.
- 2) O Método da Mochila Modificado (MMM1) pelas duas primeiras al
terações propostas por Bitran et alii (1981), ou seja, com a
consideração de sazonalidade a nível de família e com a regra
para evitar possíveis pedidos pendentes.
- 3) O Método da Mochila (MMM2) pelas três alterações propostas por
Bitran et alii (1981), ou seja, para casos de altos custos de
preparação.
- 4) A regra da equalização do tempo de consumo (ETC), no qual a de
sagregação do tipo é feita diretamente entre os itens pelo pro
cedimento exposto na Seção 2.5.1, mas aplicado ao nível de ti
po.

Nos três primeiros métodos (nos quais existem o nível in
termediário de agregação-família), as desagregações de família em itens
foram obtidas pela regra ETC, exposta na Seção 2.5.1.

Foram realizadas setenta e duas experiências. O caso ba
se foi construído com dados da fábrica de pneus. Os outros 71 experi
mentos foram construídos perturbando as informações do caso base com o
objetivo de explorar os efeitos da capacidade de produção e da magnitu
de dos custos de preparação e dos erros de previsão de demandas. As in
formações utilizadas nos experimentos são dadas a seguir:

- 1) Capacidade de produção (3 casos):
 - C1: 2000 horas regulares/mês,
 - C2: 2500 horas regulares/mês,
 - C3: 1600 horas regulares/mês.

Os limites de horas extras foram considerados iguais a 60% das horas regulares em qualquer dos três casos acima.

2) Erros de previsão (3 casos)

F1: previsão perfeita (erro zero),

F2: $0,02 + 0,01t^{1,3}$ sem nenhum viés,

F3: $0,02 + 0,01t^{1,3}$ com todos erros positivos,

onde t denota o período do horizonte de planejamento no problema agregado. Os casos F2 e F3 admitem que os erros de previsão crescem ao longo dos períodos do horizonte de planejamento. Para o caso F2, as probabilidades de erro, para mais e para menos, foram consideradas iguais.

3) Custos de preparação (8 casos): dados da Tabela 3.2.

TABELA 3.2

VALORES DOS CUSTOS DE PREPARAÇÃO UTILIZADOS NAS EXPERIÊNCIAS

Caso	Família	Produto		Caso	Família	Produto	
		Tipo 1	Tipo 2			Tipo 1	Tipo 2
S1	1	90	110	S5	1	5000	400
	2	90	110		2	50	400
	3	-	110		3	-	1000
S2	1	900	1100	S6	1	3000	110
	2	900	1100		2	4000	110
	3	-	1100		3	-	110
S3	1	900	110	S7	1	6000	400
	2	1800	110		2	4500	5000
	3	-	110		3	-	3000
S4	1	500	1000	S8	1	300	300
	2	2000	100		2	90	100
	3	-	50		3	-	400

Devido à limitação de espaço, Bitran et alii (1981) apresentaram os resultados de 17 casos representativos entre as 72 experiências, as quais estão reproduzidos na Tabela 3.3.

TABELA 3.3

UMA COMPARAÇÃO DOS CUSTOS RESULTANTES DA APLICAÇÃO DOS MODELOS DE PLANEJAMENTO HIERÁRQUICO

CASO	TIPOS DE CUSTOS	MODELOS			
		MM	MMM1	MMM2	ETC
Base C1F1S1	CA	29920	30651	45476	29923
	CP	5580	5360	5030	5910
	CO	81684	81113	72319	81681
	CT	117184	117120	122825	117514
	CP/CT	4,8	4,6	4,1	5,0
	PP	-	-	-	-
C1F1S8	CA	31221	33195	30739	29923
	CP	11910	12610	12210	13910
	CO	82382	79302	81682	81682
	CT	125513	125107	124631	125515
	CP/CT	9,5	10,1	9,8	11,1
	PP	71 unid.	-	-	-
C1F1S5	CA	31922	32028	35921	29923
	CP	67050	67050	54650	68850
	CO	81682	80926	79714	81681
	CT	180654	180004	170285	180454
	CP/CT	37,1	37,2	32,1	38,2
	PP	4 unid.	-	-	-
C2F1S5	CA	13583	14042	47784	13584
	CP	67850	67050	53850	68850
	CO	48577	48878	24681	47578
	CT	130010	129970	126315	130012
	CP/CT	52,2	51,6	42,6	53,0
	PP	-	-	-	-

(continua)

CASO	TIPOS DE CUSTOS	MODELOS			
		MM	MMM1	MMM2	ETC
C1F2S1	CA	64380	65473	65386	63806
	CP	4740	5070	5030	5730
	CO	80957	78907	78657	79709
	CT	<u>150077</u>	<u>149450</u>	<u>152073</u>	<u>149245</u>
	CP/CT	3,2	3,4	3,3	3,8
	PP	5 unid.	-	-	-
C1F3S1	CA	83034	86315	94553	78197
	CP	4300	5180	5070	5910
	CO	88396	83491	80303	90412
	CT	<u>175730</u>	<u>174986</u>	<u>179926</u>	<u>174519</u>
	CP/CT	2,5	3,0	2,8	3,4
	PP	-	-	-	-
C1F3S7	CA	85343	90295	89088	78197
	CP	194000	171300	152200	203700
	CO	88753	77729	85709	90412
	CT	<u>368096</u>	<u>339324</u>	<u>326997</u>	<u>372309</u>
	CP/CT	52,7	50,5	46,5	54,7
	PP	6 unid.	-	-	-
C2F1S1	CA	13584	13584	21849	13584
	CP	5910	5910	5310	5910
	CO	48878	47578	42237	47578
	CT	<u>68371</u>	<u>67072</u>	<u>68396</u>	<u>67072</u>
	CP/CT	8,6	8,8	7,8	8,8
	PP	-	-	-	-
C2F1S7	CA	13583	14066	59739	13584
	CP	200500	195300	134100	203700
	CO	48878	48878	28047	47578
	CT	<u>262961</u>	<u>258244</u>	<u>221881</u>	<u>264862</u>
	CP/CT	76,2	75,6	60,4	76,9
	PP	-	-	-	-
C2F2S1	CA	49856	49856	53721	49856
	CP	5730	5730	5400	5910
	CO	50269	48523	47503	48523
	CT	<u>105855</u>	<u>104109</u>	<u>106624</u>	<u>104289</u>
	CP/CT	5,4	5,5	5,1	5,7
	PP	-	-	-	-

(continua)

CASO	TIPO DE CUSTOS	MODELOS			
		MM	MMM1	MMM2	ETC
C3F1S1	CA	73016	76157	82455	77584
	CP	3930	4480	4480	5910
	CO	118560	117326	111320	112560
	CT	<u>195506</u>	<u>197963</u>	<u>198255</u>	<u>196054</u>
	CP/CT	2,0	2,3	2,3	3,0
	PP	5522 unid.	-	-	-
C3F1S7	CA	71584	92752	92678	77584
	CP	198500	192700	172100	203700
	CO	118560	98960	99830	112560
	CT	<u>388645</u>	<u>384412</u>	<u>364608</u>	<u>393844</u>
	CP/CT	51,0	50,1	47,2	51,7
	PP	6942 unid.	-	-	-
C3F2S1	CA	84620	100304	106213	80986
	CP	4300	4920	4810	5910
	CO	118560	92930	88600	108243
	CT	<u>207480</u>	<u>198154</u>	<u>199623</u>	<u>195139</u>
	CP/CT	2,1	2,5	2,4	3,0
	PP	8159 unid.	301 unid.	301 unid.	1412 unid.
C3F2S7	CA	84842	97526	108409	82986
	CP	202900	195300	178700	203700
	CO	118560	91634	91450	108243
	CT	<u>406302</u>	<u>384460</u>	<u>378559</u>	<u>392929</u>
	CP/CT	49,9	50,8	47,2	51,8
	PP	6178 unid.	-	-	-

FONTE: Bitran et alii, 1981.

A notação na Tabela 3.3 é a seguinte: CiFjSk indica que o experimento foi realizado tendo por base a capacidade de produção Ci, a estrutura de erro de previsão Fj e a estrutura de custos de preparação Sk. O caso base corresponde a C1F1S1. Os códigos da Tabela são representados por: CA (Custo de Armazenagem - dólares), CP (Custo de Preparação - dólares), CO (Custo das Horas Extras - dólares), CT (Custo Total - dólares), CP/CT (Porcentagem), PP (Pedidos Pendentes - Unidades).

As principais conclusões que podem ser extraídas desse primeiro conjunto de experimentos são:

- 1) Independentemente das limitações de capacidade e erros de previsão, sob condições de baixos custos de preparação, o modelo MMM2 não se mostrou tão eficiente quanto o modelo MMM1. Toda via, em condições de altos custos de preparação, como era esperado, a rotina para tratar esses casos mostrou-se eficiente e, portanto, deve ser usada.
- 2) Embora não se tenha observado grandes volumes de pedidos pendentes nos experimentos realizados, estes foram sempre menores nos modelos MMM1 e MMM2. Em todos os casos de capacidade de produção pequena e erros na previsão de demanda, o procedimento ETC acumulou pedidos pendentes.
- 3) Os casos nos quais a regra ETC mostrou-se mais eficiente que os demais métodos foram caracterizados por custos de preparação extremamente baixos. Porém, mesmo nestes poucos casos, sua eficiência não superou, de forma significativa, a do modelo MMM1.
- 4) Em 13 dos 17 casos, o método MMM1 apresentou menor custo total que o método MM. Nos 4 casos restantes, onde o contrário aconteceu, o método MM apresentou volumes significantes de pedidos pendentes.
- 5) É interessante observar que exceto para um caso com significante erro de previsão (C3F2S7), a soma dos custos de armazenagem com os custos de hora extra foi menor para o método ETC. Isto é uma decorrência direta dos resultados teóricos obtidos por Bitran et alii (1981) com respeito à regra ETC apresentada na Seção 2.4.5.

Para verificar se as diferenças nos custos totais, obtidas com relação aos quatro modelos experimentados, são significativas,

os autores testaram estatisticamente os modelos dois a dois com a hipótese nula afirmando serem os custos totais do primeiro enfoque menor ou igual aos do segundo. Os resultados do teste indicaram, no global, que o modelo MMM2 é melhor que todos os demais. Todavia, uma análise detalhada sugere que se os custos de preparação são pequenos (menores que 10% do custo total) o modelo MMM2 não deve ser usado.

O segundo conjunto de experimentos consiste em resolver uma amostra dos 72 problemas aplicando um modelo de programação inteira mista (PIM), atacando o problema de planejamento da produção através da formulação detalhada, quando então, ao menos teoricamente, pode-se obter uma solução ótima. Os quatro problemas mostrados na Tabela 3.4 foram resolvidos usando o pacote de Lang e Powell no microcomputador Prime 400¹ do Massachusetts Institute of Technology (MIT). Infelizmente, embora cada problema contenha somente 65 variáveis não-nulas, nenhuma vez a solução ótima foi obtida com 40 horas de processamento, quando então este foi truncado. A Tabela 3.4 fornece o custo total da melhor solução obtida para o problema PIM para 4 casos distintos, entre os 72 experimentos realizados. Nesta tabela aparecem também os custos totais, para os mesmos casos, dos modelos hierárquicos MM, MMM1, MMM2 e ETC, a título de avaliação da eficiência destes modelos. Devido à pobre eficiência do pacote de PIM somente 4 problemas foram resolvidos uma única vez ao longo do horizonte de planejamento (ao invés de utilizar um horizonte rolante).

¹ O microcomputador Prime 400 é três a oito vezes mais lento do que o 370/168 da IBM, dependendo do tipo de operação.

Os resultados da Tabela 3.4 indicam que quando os custos de preparação são menores que 5% do custo total de produção e o modelo MMM1 é utilizado, ou quando os custos de preparação ultrapassarem os 5% do custo total e o modelo MMM2 é utilizado, os custos anuais nunca foram maiores do que 3% daqueles obtidos pela melhor solução fornecida pelo modelo PIM. Finalmente, deve-se colocar que nenhum dos 72 casos resolvidos pelo enfoque hierárquico, utilizando qualquer um dos modelos MM, MMM1, MMM2 e ETC, e rodados 13 vezes para cobrir todo o horizonte rolante de planejamento, excede 10 minutos de processamento, na máquina "Prime 400" do MIT.

TABELA 3.4

CUSTOS TOTAIS

CASO		MODELOS				MELHOR SOLUÇÃO PIM
		MM	MMM1	MMM2	ETC	
C1F1S1	CT COMPARADO	117184 1,4	117120 1,3	122825 6,2	117514 1,6	115616
C1F1S5	CT COMPARADO	180654 9,1	180004 8,7	170285 2,9	180454 9,0	165550
C1F1S8	CT COMPARADO	125513 2,2	125107 1,9	124631 1,5	125515 2,2	122790
C2F1S5	CT COMPARADO	130010 4,9	129970 4,6	126315 1,7	130012 4,6	124236

FONTE: Reproduzido de Bitran, Haas e Hax, 1981.

Os códigos da Tabela são representados por: CT (Custo Total - dólares), Comparado (Diferença do Custo Total entre cada modelo hierárquico e a melhor solução obtida pela PIM - %).

• •

CAPÍTULO 4

PESQUISAS FUTURAS

Os modelos de planejamento hierárquico apresentados abordam o problema de planejamento da produção por partes, considerando os custos de produção e armazenagem no subproblema afeto ao nível de tipo de produto e os custos de preparação em outro subproblema afeto ao nível de família. Este procedimento, evidentemente, gera uma subotimização para o problema global de planejamento, uma vez que não existe uma realimentação de informações do modelo de nível inferior para o nível superior. Além disso, as variáveis são tratadas de forma agregada, e decisões tomadas com respeito a grupo de variáveis, quando desagregadas, podem não gerar soluções ótimas para as variáveis individuais que compõem o grupo, dependendo da agregação. Observando estes fatos, conclui-se que o enfoque hierárquico fornece informações apenas aproximadas para o planejamento da produção. Portanto, uma linha óbvia de pesquisa decorrente diz respeito à medida da eficiência deste enfoque. Um primeiro resultado neste sentido foi obtido por Dempster et alii (1981), onde é utilizado o enfoque hierárquico num problema de programação "job shop" em máquinas paralelas idênticas. O problema é decidir o número de máquinas a comprar e a sequência de processamento dos trabalhos, de modo a minimizar o custo total, dado pela soma do custo de aquisição das máquinas com o custo de processamento de todos os trabalhos.

Os autores resolvem este problema através de dois níveis de decisões hierarquizados. No primeiro nível, eles determinam o número de máquinas a comprar, substituindo a estrutura combinatorial do problema de sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas (problema este afeto ao nível inferior de decisão) por um limitante inferior do custo de processamento dado como função do número de máquinas. Após decidido o número de máquinas a comprar, os autores alocam os trabalhos nas máquinas através de um procedimento heurístico que designa os trabalhos numa ordem arbitrária, alocando cada trabalho na máquina que possui a menor carga atual de processamento.

Observe-se que este último problema é, por si só, um problema NP-difícil¹, enquanto o problema global abordado pelos autores parece virtualmente impossível de ser resolvido. No entanto, eles provam que a solução obtida através do enfoque hierárquico adotado não só é possível, como também é assintoticamente ótima com relação ao número de tarefas a ser programadas, isto é, se o número de tarefas tende ao infinito, então a solução obtida tende à ótima.

Com relação à não-existência de realimentação de informações entre os níveis de decisão do planejamento hierárquico, evidentemente um procedimento que permitisse uma interação entre os subproblemas de modo a alterar alguma decisão com respeito ao nível mais alto, quando se observasse alguma situação indesejável com respeito aos níveis inferiores, poderia trazer algum melhoramento na qualidade das soluções geradas. Com este objetivo, Graves (1980) apresenta uma nova formulação para o tratamento do problema de planejamento hierárquico, cujo método de solução, segundo sua interpretação, fornece uma interação entre os níveis hierárquicos. Esse autor apresenta um modelo único para a programação de tipo e família através de um problema de programação inteira mista e sugere resolvê-lo relaxando a restrição que assegura a consistência entre as quantidades agregadas (para tipos) e detalhadas (para famílias). Fazendo isto, separa seu modelo em duas partes, uma relativa às decisões táticas (nível de tipo de produto) e outra relativa às decisões operacionais (nível de família). O mecanismo iterativo utilizado para resolver seu modelo bipartido é interpretado como um esquema de realimentação do nível inferior para o superior. Porém, este mecanismo é fruto direto do método de solução adotado e é realmente discutível a validade da sua interpretação. De qualquer forma, este trabalho mostra a preocupação do autor com a criação de uma realimentação de informações de baixo para cima nos modelos de planejamento hierárquicos.

¹ Para uma definição de problema NP-difícil, ver Batista Jr. (1983), onde o autor apresenta também uma completa classificação sobre complexidade de algoritmos.

Embora o enfoque hierárquico aplicado ao planejamento da produção não determine soluções ótimas, as experiências realizadas mostram ser uma alternativa bastante eficaz para suportar decisões de nível tático e operacional. Quando contrastado com a formulação política, suportada por um modelo de programação inteira mista, métodos de planejamento hierárquico originam soluções próximas da ótima com esforço computacional e necessidade de coleta de informações significativamente menores. Deve-se observar também que o enfoque de planejamento hierárquico representa uma alternativa viável para a solução de problemas reais de grande porte, que seria impossível resolver através de modelos de programação inteira mista. Além disso, e muito importante do ponto de vista administrativo, este enfoque estabelece uma hierarquia nas decisões afetas à produção que é condizente com a estrutura organizacional da empresa, o que lhe pode proporcionar uma boa receptividade por parte das organizações.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AXSÄTER, S. Aggregation of Product Data for Hierarchical Production Planning. *Operations Research* 29, 744-756, 1981
- BATISTA Jr., E.D. Complexidade de Algoritmos e Problemas NP-Completo. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1983.
- BITRAN, G.R.; HAAS, E.A.; HAX, A.C. Hierarchical Production Planning: A Single Stage System. *Operations Research* 29, 717-743, 1981.
- Hierarchical Production Planning: A Two-Stage System. *Operations Research* 30, 232-251, 1982.
- BITRAN, G.R.; HAX, A.C. On the Design of Hierarchical Production Planning Systems. *Decision Science* 8, 28-55, 1977.
- Disaggregation and Resource Allocation Using Convex Knapsack Problems. *Management Science* 27, 431-441, 1981.
- BOWMAN, E.H. Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming. *Operations Research* 4, 100-103, 1956.
- Consistency and Optimality in Managerial Decision Making. *Management Science* 9, 310-321, 1963.
- BRADLEY, S.P.; HAX, A.C.; MAGNANTI, T.L. *Applied Mathematical Programming*. Addison Wesley, 1977. Cap. 6 baseado no Relatório Técnico "Integration of Strategic and Tactical Planning in Aluminum Industry" de A.C. Hax, Operations Research Center, M.I.T., 1973; cap. 10 baseado no Relatório Técnico 101 "A Hierarchical Approach for a Naval Tender Job-Shop Design" de A.C. Hax e R.J. Armstrong, Operations Research Center, M.I.T., 1974.
- BROWN, R.G. *Decision Rules for Inventory Management*, cap. 20, Holt, Rinehart e Winston, N.Y., 1967.

- BUFFA, E.S.; TAUBERT, W.H. *Production Inventory Systems: Planning and Control*. Richard D. Irwin, 1972.
- CANDEA, D. Issues of Hierarchical Planning in Multistage Production Systems. Operations Research Center, *Technical Report 134*, M.I.T., 1977.
- CONTADOR, J.L. Um sistema de Planejamento Agregado de Estoques. Tese de Mestrado. Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1982.
- DEMPSTER, M.A.H.; FISHER, M.L.; JANSEN, L.; LAGEWEG, B.J.; LENSTRA, J. K.; RINNOYKAN, A.H.G. Analytical Avaluation of Hierarchical Planning Systems. *Operations Research* 29, 707-716, 1981.
- DZIELINSKY, B.P.; GOMORY, R.E. Optimal Programming of Lot Sizes, Inventory and Labor Allocations. *Management Science* 11, 874-890, 1965.
- DZIELINSKY, B.P.; BAKER, C.T.; MANNE, A.S. Simulation Tests of Lot Size Programming. *Management Science* 9, 229-258, 1963.
- GABBAY, H. A Hierarchical Approach to Production Planning. *Technical Report 120*, Operations Research Center, M.I.T., 1975.
- GOLOVIN, J.J. Hierarchical Integration of Planning and Control. *Technical Report 116*, Operations Research Center, M.I.T., 1975.
- GRAVES, S.C. The Introduction of Feedback into a Hierarchical Production Planning Systems. *Technical Report 177*. Operations Research Center, M.I.T., 1980.
- HAX, A.C. The Design of Large Scale Logistics Systems: A Survey and an Approach. Modern Trends in Logistics Research, (ed) W. Marlon, M.I.T. Press, 1976.
- Aggregate Production Planning. Handbook of Operations Research, J. Moder and S.E. Elmaghraby (eds). Van Nostrand Heinhold, N.Y., 1978.
- HAX, A.C.; GOLOVIN, J.J. Computer based operations Management System (COMS). Em estudos em *Operations Research Management*. A.C. Hax (ed), North Holland, American Elsevier, 1978.

- Hierarchical Production Planning Systems. Em estudos em *Operations Management*. A.C. Hax (ed) North Holland, Amsterdam, 1976.
- HAX, A.C.; MEAL, H.C. Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling. Em estudos em *Management Science*. Vol. 1, Logistics, M.A. Geisler (ed). North Holland - American Elsevier, N.Y., 1975.
- HOLT, C.C.; MODIGLIANI, F.; MUTH, J.F.; SIMON, H.A. *Planning Production, Inventory and Work Force*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1960.
- JAIKUMAR, R. An Operational Optimization Procedure for Production Scheduling. *Computer and Operations Research* 1, 191-200, 1974.
- JOHNSON, L.A.; MONTGOMERY, D.C. *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*. John Wiley & Sons, N.Y., 1974.
- JONES, C.H. Parametric Production Planning. *Management Science* 13, 843-866, 1967.
- KARMARKAR, V.S. Equalization of Runout Times. *Operations Research* 29, 757-762, 1981.
- LASDON, R.S.; TERJUNG, R.C. An Efficient Algorithm for Multi-item Scheduling. *Operations Research* 19, 946-969, 1971.
- MANNE, A.S. Programming Economic Lot Sizes. *Management Science* 4, 115-135, 1958.
- RITZMAN, L.P.; KRANJEWSKI, P.J.; BERRY, W.L.; GOODMAN, S.H.; HARDY, S.T.; VITT, L.D. (eds.). *Disaggregation Problems in Manufacturing and Service Organizations*. Martinus Nijhorff, Bortons, 1979.
- SHWIMER, J. Interactions Between Aggregate and Detailed Scheduling in a Job-Shop. Tese de Ph.D. Alfred P. Sloan School of Management, M.I.T., Cambridge, Mass 1972.

- SILVER, E.A. A Tutorial on Production Smoothing and Work Force Balancing. *Operations Research* 15, 985-1010, 1967.
- TAUBERT, W.H. A Search Decision Rule for the Aggregate Scheduling Pattern. *Management Science* 14, B343-B359, 1968.
- WAGNER, H.M.; WHITIN, T.M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model. *Management Science* 5, 89-96, 1958.
- WINTERS, P.R. Constrained Inventory Rules for Production Smoothing. *Management Science* 8, 470-481, 1962.
- ZIMMERMANN, H.J.; SOVEREIGN, M.G. *Quantitative Models for Production Management*. Prentice-Hall, 1974.
- ZOLLER, K. Optimal Disaggregation of Aggregate Production Plans. *Management Science* 17, B533-B547, 1971.