

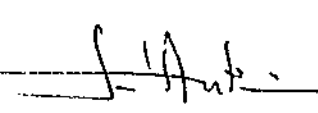
Imprimir

Fechar

Referência Completa

Tipo da Referência Conference Proceedings
Repositório sid.inpe.br/iris@1905/2005/07.26.23.47.48
Metadados sid.inpe.br/iris@1905/2005/07.26.23.47.55
Site mtc-m05.sid.inpe.br
Rótulo 4954
Chave Secundária INPE-3160
Chave de Citação PereiraNand:1984:GeSuLi
Autor 1 Pereira, J. A. G.
 2 Nandamudi Lankalapalli, V. K.
Grupo 1 LAC-INPE-BR
Título Geracao de superficies livres por meio de "splines" ponderados 
Nome do Evento Congresso Latino-Americano de Automática,1; Congresso Brasileiro de Automática, 5.
Ano 1984
Data 3-6 set. 1984
Localização do Evento Campina Grande, BR
Tipo Secundário PRE CN
Area COMP
Projeto 12091X
Última Atualização dos Metadados 2015:03.09.13.54.42 sid.inpe.br/bibdigital@80/2006/04.07.15.50 administrator
Estágio do Documento concluido
e-Mail (login) marciana
Grupo de Usuários administrator
Visibilidade shown
Transferível 1
Tipo do Conteúdo External Contribution
Unidade Imediatamente Superior 8JMKD3MGPCW/3ESGTFP
Conteúdo da Pasta source não têm arquivos
Conteúdo da Pasta agreement não têm arquivos
Histórico 2015-03-09 13:54:42 :: administrator -> marciana :: 1984
Campos Vazios abstract accessionnumber affiliation archivingpolicy archivist booktitle
 callnumber copyholder copyright creatorhistory descriptionlevel
 dissemination documentstage doi e-mailaddress edition editor
 electronicmailaddress format isbn issn keywords language lineage mark
 mirrorrepository nextedition notes numberoffiles numberofvolumes
 organization pages parameterlist parentrepositories previousedition progress
 publisher publisheraddress readergroup readergroup readpermission resumeid
 rightsholder secondarydate secondarymark serieseditor session shorttitle
 size sponsor subject targetfile tertiarymark tertiarytype type url
 versiontype volume
Data de Acesso 23 jul. 2015
atualizar

Fechar

1. Publicação nº INPE-3160-PRE/534	2. Versão	3. Data Junho, 1984	5. Distribuição ☐ Interna ☒ Externa ☐ Restrita
4. Origem DIN/DPD	Programa DESOFT		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) INTERPOLAÇÃO NUMÉRICA GRÁFICOS POR COMPUTADOR PROJETO AUXILIADO POR COMPUTADOR			
7. C.D.U.: 519.674			
8. Título GERAÇÃO DE SUPERFÍCIES LIVRES POR MEIO DE "SPLINES PONDERADOS"		10. Páginas: 06	
		11. Última página: 05	
9. Autoria José Antonio Gonçalves Pereira Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar		12. Revisada por Flávio R.D. Velasco	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por Nelson de Jesus Parada Diretor Geral	
14. Resumo/Notas A geração de superfícies livres da maneira proposta por Coons é largamente utilizada em projetos de carrocerias, carenagens e outras superfícies de grande complexidade, impossíveis de ser descritas analiticamente. Para a descrição das "gaiolas" (grades) que descrevem primariamente estas superfícies, são tradicionalmente utilizados interpoladores do tipo Bézier ou "B-Spline" de grande eficiência computacional, porém com a desvantagem de que os pontos de controle não pertencem, em geral, às curvas geradas, o que dificulta as modificações do projeto. O presente trabalho propõe, para a geração das gaiolas, o método chamado "Splines" Ponderados, de grande eficiência computacional e sem a restrição acima mencionada sobre os pontos de controle, que pertencem às curvas geradas. Este método mostra ser uma decorrência muito particular das idéias de Coons.			
15. Observações Trabalho aceito para apresentação no 5º Congresso Brasileiro de Automática/1º Congresso Latino-americano de Automática, a realizar-se de 03 a 06 de setembro de 1984, em Campina Grande, Pb.			

GERAÇÃO DE SUPERFÍCIES LIVRES POR MEIO DE "SPINES" PONDERADOS

José Antônio Gonçalves Pereira
Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar

Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
Av. dos Astronautas, 1758 - Caixa Postal 515 - 12200 - São José dos Campos - SP

Resumo

A geração de superfícies livres da maneira proposta por Coons é largamente utilizada em projetos de carrocerias, carenagens e outras superfícies de grande complexidade, impossíveis de ser descritas analiticamente. Para a descrição das "gaiolas" (grades) que descrevem primariamente estas superfícies, são tradicionalmente utilizados interpoladores do tipo Bézier ou "B-Spline" de grande eficiência computacional, porém com a desvantagem de que os pontos de controle não pertencem, em geral, às curvas geradas, o que dificulta as modificações do projeto. O presente trabalho propõe, para a geração das gaiolas, o método chamado "Splines" Ponderados, de grande eficiência computacional e sem a restrição acima mencionada sobre os pontos de controle, que pertencem às curvas geradas. Este método mostra ser uma decorrência muito particular das idéias de Coons.

The Surface Generation using weighted splines.

Abstract

The surface generating method proposed by Coons is very much used in designing automobile bodies, ship hulls and other complex forms which are impossible to be analytically described. In order to describe the "cages" which basically provide these surfaces, Bézier or B-Spline methods are traditionally used. But these have a disadvantage as the control points do not belong to the generated curves and this creates difficulties in modifying the design. The present work proposes, for generating the cages, a method known as Weighted Splines of a great computational efficiency and without the restriction regarding the control points, as in this method they belong to the generated curves. This method is shown to be a particular case of Coons' ideas.

1. O MÉTODO DE COONS

a) A Equação da Superfície

No início da década de 60, foi desenvolvido no MIT (Massachusetts Institute of Technology) (Coons, 1967) um método de interpolação de superfícies livres. Sua idéia central é a seguinte:

Suponha-se um "retalho" da superfície, como visto na Figura 1.1, definido pelas suas quatro bordas. Estas bordas podem ser definidas parametricamente ou até mesmo ponto a ponto. A única restrição é que se fecham nos quatro cantos.

Estas quatro bordas, definidas em coordenadas naturais, denominam-se g .

Pode-se verificar imediatamente que a equação de superfície abaixo contém as quatro curvas g que definem as bordas e é definida por elas:

$$Z(u, w) = \sum_{i=0,1} g(i, w) F_i(u) +$$

$$\sum_{i=0,1} g(u, i) F_i(w) + \sum_{i=0,1} \sum_{j=0,1} g(i, j) F_i(u) F_j(w) \quad (1.1)$$

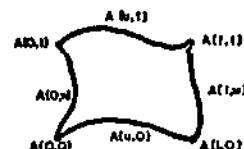


Fig. 1.1 - Retalho da superfície.

As funções F_i ($i=0,1$) chamam-se *Funções de mistura* e impõem-se às mencionadas as seguintes condições de contorno para que as bordas pertençam à superfície.

$$F_i(j) = \delta_{i,j} \quad (1.2)$$

A Equação 1.1 representa um ponto (u,w) no interior do retalho, como uma mistura das quatro bordas g ponderadas pelas funções F_i . O termo substrativo é devido ao fato de que os quatro cantos $g(i,j)$ são comuns às bordas g e, portanto, aparecem duas vezes.

Uma outra restrição sobre as funções F_i é que elas sejam contínuas no intervalo $(0,1)$ para que a superfície gerada também o seja, e que sejam monotônicas para que a superfície não apresente rugosidades no interior do retalho.

b) Continuidade da Superfície.

Dados dois retalhos adjacentes, como na Figura 1.2 abaixo, as superfícies definidas nelas pela Equação 1.1 são partes de uma superfície contínua, já que as partes correspondentes a cada retalho contém a borda comum.

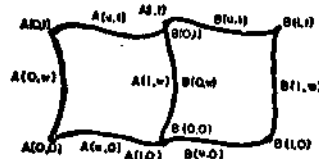


Fig. 1.2 - Retalhos adjacentes.

c) Continuidade da Inclinação

Verificada a continuidade da transição entre dois retalhos, seria interessante investigar a continuidade das derivadas primeiras sobre a borda comum. Pode ser verificado de maneira imediata que se impuserem as restrições:

$$F_i'(j) = 0 \quad i, j = 0,1 \quad (1.3)$$

à Equação 1.1 derivada, as derivadas de Z ao longo da borda comum aos dois retalhos da Figura 1.2 serão dadas pela expressão abaixo (escrita em termos das coordenadas do retalho da esquerda):

$$Z(1, w)_u = \sum_{i=0,1} g(1, i)_u F_i(w), \quad (1.4)$$

onde o subscrito indica a coordenada em relação à qual a Equação 1.1 foi derivada. Dada a simetria da Equação 1.1, esta verificação vale para uma borda qualquer.

d) Continuidade da Curvatura

Raciocínio análogo leva a que, para o caso da segunda derivada, a imposição de

$$F_i''(j) = 0 \quad i, j = 0,1 \quad (1.5)$$

garanta a continuidade da curvatura, que terá a seguinte expressão:

$$Z(1, w)_{uu} = \sum_{i=0,1} g(1, i)_{uu} F_i(w). \quad (1.6)$$

e) Continuidade de Derivadas de Maior Ordem

Por prosseguimento do raciocínio dos dois itens anteriores, pode-se garantir a continuidade de derivadas de qualquer ordem.

2. ESPECIFICAÇÃO DE INCLINAÇÃO NAS BORDAS

É frequente, na prática, a necessidade de impor o valor das derivadas em uma superfície a ser interpolada. O método acima garante a continuidade da inclinação, mas em compensação esta é rigidamente estabelecida em função das derivadas dos cantos. (Equação 1.4).

Para obrigar as derivadas ao longo das bordas do retalho a ter valores impostos por condições externas, pode-se proceder de maneira análoga, isto é, imaginar uma superfície corretora que se possa adicionar à interior (Equação 1.1) e que promova o valor desejado ao longo das bordas, mantendo inalterada a superfície (e a curvatura, se necessário) ao longo das bordas.

Seja a superfície

$$\begin{aligned} \alpha(u, w) = & \sum_{i=0,1} f(i, w)_u G_i(u) + \\ & + \sum_{j=0,1} f(u, j)_w G_j(w) + \\ & - \sum_{i=0,1} \sum_{j=0,1} f(i, j)_{uw} G_i(u) G_j(w). \end{aligned} \quad (2.1)$$

De maneira análoga ao caso anterior, as condições impostas às funções de mistura, para atingir os mencionados propósitos, serão:

$$\left. \begin{aligned} G_i(j) &= 0 \\ G_i'(j) &= \delta_{i,j} \\ G_i''(j) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad i, j = 0,1. \quad (2.2)$$

Uma simples derivação e algumas substituições mostram que a superfície $\alpha(u, w)$ (Equação 2.1) satisfaz aos requisitos mencionados de alterar a inclinação ao longo das bordas sem alterar a continuidade da superfície nem de sua curvatura.

Como a validade desta superfície corretora é somente no interior do retalho, ela pode ser usada para quebrar a continuidade da inclinação que a Equação 1.1 obriga normalmente.

Deve-se notar que as funções f_u , f_w , e f_{uw} da Equação 2.1 serão a diferença entre os valores que se quer impor às derivadas e as inclinações geradas pela superfície da Equação 1.1.

Analogamente podem-se corrigir derivadas de qualquer ordem.

3. GERAÇÃO DA GAIOLA

O exposto nas seções anteriores permite gerar superfícies bastante gerais por justaposição de vários retalhos. Pensando na borda destas superfícies, é como se houvesse uma "gaiola" de arame à qual se desejasse ajustar uma superfície.

Ordinariamente têm-se apenas os vértices dos retalhos; a partir destes, ter-se-ia de gerar a "gaiola" para então utilizar o método de Coons.

Existem muitas maneiras de obter os "arames" da gaiola - interpolações polinomiais do tipo Lagrange, Hermite, etc., "Splines" cúbicos, curvas de Bézier "B-Splines", etc. Os três primeiros métodos mencionados têm duas desvantagens - o grande esforço computacional e a falta de garantia de que se gerará uma curva suave. Os dois últimos são extremamente rápidos, fornecem curvas suaves, mas, ao contrário dos métodos anteriores, os pontos usados para gerar as linhas não pertencem à curva, a exceção dos extremos.

Aqui se propõe um interpolador alternativo chamado "Spline" Ponderado (Costa, 1980), extremamente rápido, suave e com pontos pertencentes à curva gerada. Este método é uma extensão imediata das idéias de Coons, a duas dimensões apenas.

a) "Spline" Ponderado

Suponha-se uma sequência de pontos $1, 2, \dots, i-1, i, i+1, i+2, \dots, n$ pelos quais se deseja ajustar um particular "arame" da gaiola:



Para obter o segmento $(i, i+1)$ do "arame", levam-se em conta também os pontos $(i-1)$ e $(i+2)$, que fornecem, em conjunto com os anteriores, a tendência geral da curva antes e depois do segmento. Por cada um dos termos de pontos $((i, i+1, i+2)$ e $(i-1, i, i+1))$ assim tomados, interpolam-se dois arcos de parábolas, h_0 e h_1 .

Imagina-se, neste caso, que o segmento $(i, i+1)$ do arame seja representado, analogamente ao caso tridimensional, por uma mistura conveniente dos dois arcos de parábola no intervalo considerado da forma

$$P(x) = \sum_{i=0,1} \lambda_i(x) h_i(x), \quad (3.1)$$

onde os λ_i serão as funções de mistura, as quais poderão ser exatamente as mesmas do caso tridimensional.

Mostram-se em seguida funções de mistura polinomiais. Para garantir a continuidade da curva e suas duas primeiras derivadas, um polinômio interpolador entre os pontos i e $i+1$ teria de ser no mínimo do 5º grau.

Como os arcos da parábola já têm grau dois, passa-se a examinar a existência de dois polinômios de 3º grau que satisfaçam às condições de continuidade seguintes:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_i(j) &= \delta_{i,j} \\ \lambda_i'(j) &= 0 \\ \lambda_0''(i) + \lambda_1''(i) &= 0 \end{aligned} \right\} i, j = 0, 1 \quad (3.2)$$

Embora haja claramente mais equações que incógnitas a determinar, pode-se ver que as duas soluções seguintes satisfazem a todas as condições:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 2x^3 - 3x^2 + 1 \\ \lambda_1 &= 1 - \lambda_0 = -2x^3 + 3x^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Os polinômios acima garantem as continuidades de curva, primeira e segunda derivadas, satisfazendo à Condição 3.2. Não satisfazem contudo às Condições 1.2, 1.3 e 1.5 simultaneamente; somente a 1.2 e a 1.3. Seu uso para a função de mistura sobre um retalho só garantirá, portanto, continuidade até a primeira derivada.

b) Arco Corretor da Inclinação

A exemplo da superfície corretora para as inclinações do caso tridimensional, podem-se especificar inclinações para os extremos do segmento e obter um arco corretor aditivo que dê conta da diferença entre as inclinações interpolada e desejada.

O arco corretor teria a seguinte equação:

$$C(x) = \sum_{i=0,1} \gamma_i(x) D_i, \quad (3.4)$$

onde os $\gamma_i(x)$ seriam as funções de mistura e os D_i , as derivadas nos extremos de segmento. As condições de contorno seriam evidentemente:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i(j) &= 0 \\ \gamma_i'(j) &= \delta_{i,j} \\ \gamma_i''(j) &= 0 \end{aligned} \right\} i, j = 0, 1. \quad (3.5)$$

Considerando somente as duas primeiras restrições, encontram-se:

$$\begin{aligned} \gamma_0(x) &= x^3 - 2x^2 + x, \\ \gamma_1(x) &= x^3 - x^2, \end{aligned} \quad (3.6)$$

A Figura 3.1 apresenta o exemplo de uma curva interpolada por este método, que passa por 5 (cinco) pontos. Na Figura 3.2 têm-se os mesmos pontos, mas várias inclinações foram impostas para a curva no terceiro ponto.

A Figura 3.3 mostra uma ampliação da região à volta do terceiro ponto, e finalmente a Figura 3.4 mostra uma superfície gerada pelo interpolador acima.

4. CONCLUSÕES

A extensão do caso bidimensional do método de Coons aqui proposta apresenta reais vantagens sobre interpolações tradicionais, quais sejam: o pequeno esforço computacional, que é linearmente crescente com o número de pontos a interpolar; garante a suavidade dos segmentos interpolados; passa por todos os pontos de controle; garante continuidade de qualquer ordem (desde que se pague o devido custo computacional); e possibilita controle completo sobre as derivadas nos pontos, o que permite especificá-los, como podem fazer os métodos mais complexos, e até mesmo gerar descontinuidades das curvas nos referidos pontos sem que o número seja aumentado.

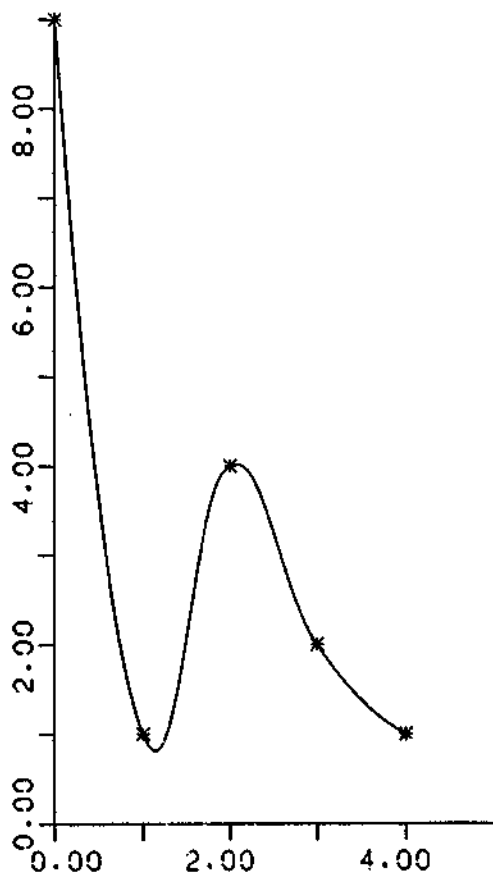


Fig. 3.1 - Curva original.

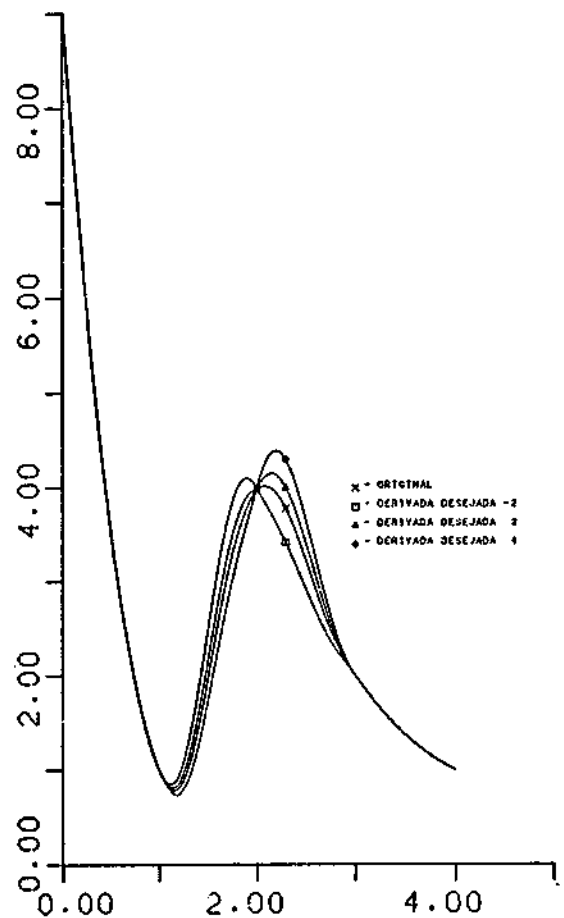


Fig. 3.2 - Curva original com inclinações especificadas.

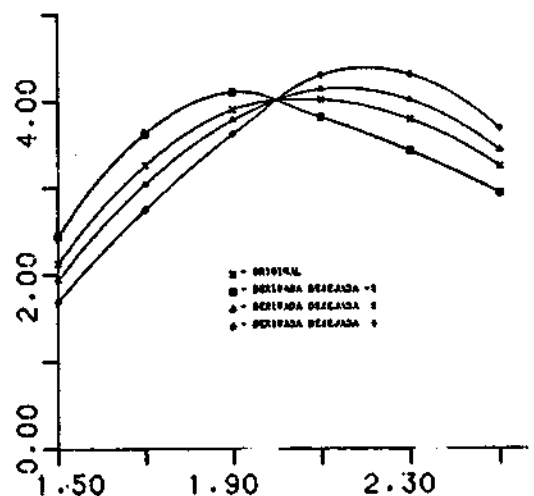


Fig. 3.3 - Ampliação da região à volta do terceiro ponto.

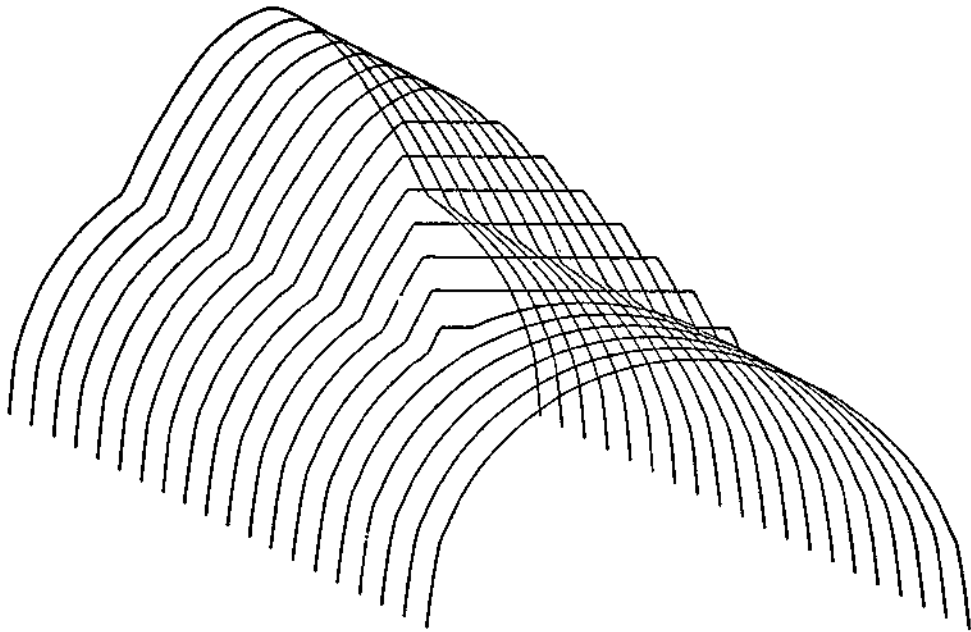


Fig. 3.4 - Exemplo de superfície gerada pelo interpolador.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COONS, S.A. *Surfaces for Computer-Aided Design of Space Forms*. MAC-TR-41, MIT, 1967.
- COSTA, L.A.Z. da *Splíne Ponderado - Um Novo Algoritmo*, In: II Simpósio sobre Aplicações Gráficas por Computador e Sistemas Gráficos Interativos, (1980) 2, 445-464.