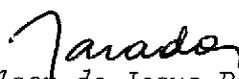


1. Publicação nº <i>INPE-3434-PRE/692</i>	2. Versão	3. Data <i>Março, 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DTL/DAF</i>	Programa <i>ESPAC/TMTC</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>RADIAÇÃO</i> <i>INTEGRAÇÃO NUMÉRICA</i>			
7. C.D.U.: <i>621.396.67:519.688</i>			
8. Título  <i>ALGORITMO PARA A AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA INTEGRAL DUPLA DE RADIAÇÃO</i>		10. Páginas: <i>04</i>	
		11. Última página: <i>03</i>	
		12. Revisada por  <i>P. Tissi</i> <i>Plinio Tissi</i>	
9. Autoria <i>Carlos Eduardo Santana</i>   Assinatura responsável		13. Autorizada por   <i>Nelson de Jesus Parada</i> Diretor Geral	
14. Resumo/Notas  <i>Apresenta-se uma técnica destinada a reduzir o tempo de computação necessário para avaliar numericamente a integral dupla que aparece no cálculo de diagrama de radiação de antenas. O algoritmo consiste em uma aproximação quadrática em duas dimensões da amplitude e da fase do integrando. Fornecem-se o polinômio interpolador "best-fit" e as integrais necessárias.</i>			
15. Observações <i>Submetido para apresentação no Simpósio Internacional de Microondas no Desenvolvimento Industrial, de 22 a 25 de julho de 1985, em Campinas, SP.</i>			

# ALGORITMO PARA A AVALIAÇÃO NUMÉRICA DA INTEGRAL DUPLA DE RADIAÇÃO

Carlos E. Santana

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq  
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE  
12200 - São José dos Campos, SP, Brasil

## ABSTRACT

A technique aimed at reducing the computational time needed to numerically evaluate the double integral arising in aperture antenna radiation calculation is presented. The algorithm consists of a two-dimensional quadratic approximation of the amplitude and phase of the integrand. The best-fit interpolating polynomials and the necessary integrals are given.

## 1. INTRODUÇÃO

A integral que aparece em cálculos de diagramas de radiação de antenas pelo método da óptica física é, em muitos casos, em duas dimensões. Cálculos de campo próximo e de antenas tipo "offset" são exemplos típicos.

Dos métodos de avaliação numérica de integrais, o único que trata de integrais em duas variáveis e que se presta a cálculos de lóbulos afastados com boa eficiência computacional é o de Ludwig [1]. Outros métodos de reconhecida eficiência [2, 3] empregam uma expansão em série de Fourier em uma das variáveis e tratam a integral unidimensional resultante por expansão em polinômios de Jacobi [2] ou por uma variante do método de Ludwig [3]. Para certos tipos de cálculos, entretanto, ambos perdem velocidade por necessitarem de muitos coeficientes de Fourier e por terem coeficientes dependentes da localização do ponto de observação do campo.

O algoritmo aqui proposto tem por objetivo o cálculo de lóbulos afastados de antenas tipo "offset" com o alimentador fora do foco. A elaboração do algoritmo foi motivada pela observação de que o emprego do método convencional de Ludwig [1] é tanto mais eficiente quanto mais uniforme for a fase do integrando.

## 2. DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

A integral de radiação, por mudança de variáveis, pode sempre ser escrita em termos das variáveis polares  $r, \phi$  do plano da abertura como:

$$\underline{E}(\theta, \phi) = \int \int_S \underline{F}(r, \phi, \theta, \phi) \exp[jk\Omega(r, \phi, \theta, \phi)] dr d\phi . \quad (1)$$

De forma diferente do método tradicional de Ludwig [1], que utiliza aproximações lineares em duas dimensões para  $F$  e  $\Omega$ , é estipulada a seguinte aproximação quadrática em cada área elementar de integração centrada em  $r_0, \phi_0$ :

$$\begin{aligned} f(r, \phi) &\approx a_1(r-r_0)^2 + b_1(r-r_0) + a_2(\phi-\phi_0)^2 + b_2(\phi-\phi_0) + c \\ k\Omega(r, \phi) &\approx \alpha_1(r-r_0)^2 + \beta_1(r-r_0) + \alpha_2(\phi-\phi_0)^2 + \beta_2(\phi-\phi_0) + \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

onde  $f(r, \phi)$  representa uma componente - em geral complexa - qualquer de  $E$ . Os termos cruzados foram deixados fora de (2) para permitir a avaliação analítica simples da integral resultante. A implicação da ausência destes termos é que (2) não será a representação com menor erro das funções  $f$  e  $\Omega$ , para todas as áreas elementares de integração. Assim, os coeficientes de (2) devem ser calculados de forma a minimizar o erro médio quadrático nos pontos de amostragem da função.

Escolhendo uma malha de integração como a da Figura 1, os coeficientes da equação (2) serão dados por:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} c \\ \gamma \end{Bmatrix} &= \frac{2}{9} (g_1 + g_2 + g_3) + \frac{2}{9} (g_7 + g_8 + g_9) + \frac{5}{9} (g_4 + g_5 + g_6) \\ &\quad - \frac{1}{3} (g_3 + g_6 + g_9) - \frac{1}{3} (g_1 + g_4 + g_7), \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} b_1 \\ \beta_1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{6r_1} [(g_1 + g_2 + g_3) - (g_7 + g_8 + g_9)],$$

$$\begin{Bmatrix} b_2 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{6\phi_1} [(g_3 + g_6 + g_9) - (g_1 + g_4 + g_7)],$$

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{6r_1^2} [(g_1 + g_2 + g_3) + (g_7 + g_8 + g_9) - 2(g_4 + g_5 + g_6)],$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} a_2 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{6\phi_1^2} [-2(g_1 + g_2 + g_3) - 2(g_4 + g_5 + g_6) - 2(g_7 + g_8 + g_9) \\ &\quad - 3(g_3 + g_6 + g_9) + 3(g_1 + g_4 + g_7)], \end{aligned}$$

onde  $g_i$  representa o valor da função pertinente nos nós da malha de integração.

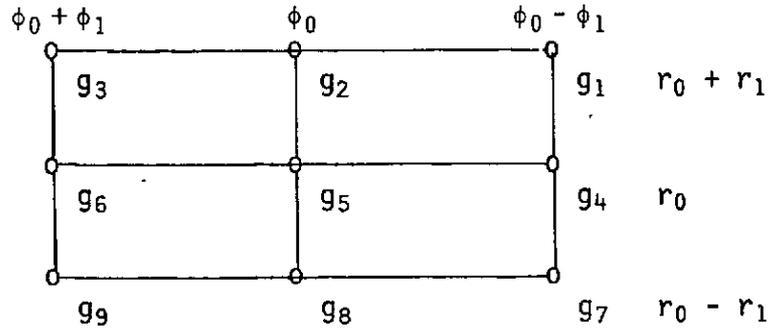


Fig. 1 - Malha de integração.

Com a aproximação polinomial dada por (2), a integral (1) em cada área elementar pode ser avaliada analiticamente em  $r$  e  $\phi$  separadamente. Mostra-se que todos os fatores envolvidos podem ser derivados, recursivamente, da função de Fresnel:

$$I_0 = \int_{-\Delta}^{\Delta} \exp [-j(\zeta x^2 + \xi x)] dx, \quad (3)$$

onde  $2\Delta$  é o comprimento do intervalo de integração e  $\zeta$ ,  $\xi$  e  $x$  representam, respectivamente  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $r$  ou  $\phi$ . Para o cálculo da função de Fresnel em (3), existem algoritmos numéricos bastante eficientes.

### 3. CONCLUSÕES

Espera-se que o algoritmo apresentado permita maior espaçamento entre os pontos de amostragem da função que o método convencional de Ludwig. Também, no cálculo de diagramas no feixe principal onde a representação precisa da forma do refletor é importante, por se tratar de aproximação quadrática, o novo método apresenta potencial promissor.

### 4. REFERÊNCIAS

- [1] A.C. LUDWIG, Computation of radiation patterns involving numerical double integration. *IEEE Transactions Antennas Propagation*, AP-16(6): 767-769, Nov. 1968.
- [2] R. MITRA, Y. RAHMAT-SAMII, V. GALINDO-ISRAEL, R. NORMAN, An efficient technique for the computation of vector secondary patterns of offset paraboloid reflector. *IEEE Transactions Antennas Propagation*, AP-27(3): 294-304, May 1979.
- [3] R.J. POGORZELSKI, A new integration algorithm and its application to the analysis of symmetrical cassegrain microwave antennas. *IEEE Transactions Antennas Propagation*, AP-31(5): 748-755, Sept. 1983.