

1. Publicação nº <i>INPE-3529-PRE/750</i>	2. Versão	3. Data <i>Maio, 1985</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC/DDO</i>	Programa <i>ANACO</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>SATÉLITE ARTIFICIAL CONTROLE PASSIVO DE ATITUDE QUATÉRNIONS</i>			
7. C.D.U.: <i>629.7.062.2</i>			
8. Título <i>PROCEDIMENTOS PARA A ESTABILIZAÇÃO PASSIVA DE UM SATÉLITE SOB CONDIÇÕES INICIAIS CRÍTICAS</i>		10. Páginas: 5	
		11. Última página: 4	
		12. Revisada por <i>R.V.F.L.</i> <i>Roberto V. Fonseca Lopes</i>	
9. Autoria <i>Ijar Milagre da Fonseca Paulo Tadeu de Mello Lourenção João Ricardo de Freitas Oliveira</i>		13. Autorizada por <i>M. A. Rupp</i> <i>Marco Antonio Rupp Diretor Geral</i>	
Assinatura responsável <i>[Assinatura]</i>			
14. Resumo/Notas  <i>Este trabalho apresenta o estudo da dinâmica de atitude do 1º satélite brasileiro, via parâmetros de Euler (quatérnions), com enfoque no problema do esticamento do mastro e na captura na região de estabilidade; busca alguns procedimentos para a estabilização passiva do satélite a partir de condições iniciais críticas; e destaca vantagens do uso de quatérnions em comparação com os ângulos de Euler através de simulação digital do sistema em questão. A dinâmica do problema é modelada pelas equações de Euler e a atitude é expressa em quatérnion.</i>			
15. Observações <i>Trabalho a ser apresentado no VIIIº Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São José dos Campos, 10 - 13 dezembro de 1985. (ITA/CTA)</i>			

### SUMÁRIO

Este trabalho apresenta o estudo da dinâmica de atitude do 1º satélite brasileiro, via parâmetros de Euler (quatérnions), com enfoque no problema do esticamento do mastro e na captura na região de estabilidade; busca alguns procedimentos para a estabilização passiva do satélite a partir de condições iniciais críticas; e destaca vantagens do uso de quatérnions em comparação com os ângulos de Euler através de simulação digital do sistema em questão. A dinâmica do problema é modelada pelas equações de Euler e a atitude é expressa em quatérnion.

### INTRODUÇÃO

A estabilização de satélites artificiais pode ser obtida através de um controle ativo ou passivo de atitude. No primeiro caso, há necessidade de fornecimento de energia pelo sistema para o controle. No segundo caso, do qual trata este trabalho, utilizam-se propriedades giroscópicas ou conjugados do meio ambiente em conexão com características de projeto do satélite para obter a estabilização. Uma forma de realizar o controle passivo consiste em utilizar o gradiente de gravidade [1]. Para isto, o projeto do satélite deve ser tal que um dos momentos principais de inércia seja muito menor do que os outros. Deve-se considerar o fato de que o conjugado gravitacional deve predominar sobre os demais conjugados do meio ambiente. Para compatibilizar a configuração desejada com as inerentes limitações de espaço e esforços durante o lançamento, utilizam-se comumente mastros extensíveis. O conjugado devido ao gradiente de gravidade faz o satélite oscilar (librar) em relação à vertical local. No entanto, para que a libração ocorra dentro de limites aceitáveis e o satélite seja capturado na região estável, o processo de esticar o mastro deve ser feito a partir de condições iniciais específicas [2], [3]. No presente trabalho, a dinâmica do problema é descrita pelas equações de Euler e a atitude é expressa em quatérnions, tendo em vista as vantagens inerentes a estes, os quais são mais compactos do que a matriz dos co-senos diretores, uma vez que o quatérnion se compõe de quatro parâmetros que se contrapõem aos nove co-senos diretores. Além disto, o emprego de quatérnions não envolve funções trigonométricas, as quais consomem muito tempo computacional. Neste contexto delineiam-se os objetivos deste trabalho: a) obter procedimentos para a estabilização passiva do satélite a partir de condições iniciais críticas; b) avaliar a sensibilidade dinâmica do sistema a partir de pequenas variações de seus parâmetros geométricos; c) evidenciar as vantagens de tratar o estudo de atitude via parâmetros de Euler.

### DESENVOLVIMENTO

Definem-se dois sistemas de referência para o presente estudo. O sistema orbital  $Ox_0y_0z_0$ , cujo eixo  $X_0$  é colinear ao raio vetor que liga o centro da Terra ao C.G. do satélite;  $Y_0$  é perpendicular a  $X_0$ , pertencendo ao plano orbital, no sentido do movimento; e  $Z_0$  completa o sistema dextrogiro. O sistema  $Oxyz$  é fixo no corpo e coincidente com os eixos principais de inércia do satélite. Ambos os sistemas se relacionam através da matriz de rotação  $L$ , obtida por meio de três rotações sucessivas de  $\theta_3$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_1$  nos eixos  $z$ ,  $y$  e  $x$ , respectivamente. Tal matriz é dada por:

$$L = \begin{bmatrix} c\theta_2c\theta_3 & s\theta_3c\theta_2 & -s\theta_2 \\ c\theta_3s\theta_2s\theta_1 - s\theta_3c\theta_1 & c\theta_3c\theta_1 + s\theta_3s\theta_2s\theta_1 & c\theta_2s\theta_1 \\ s\theta_3s\theta_1 + c\theta_3s\theta_2c\theta_1 & s\theta_3s\theta_2c\theta_1 - c\theta_3s\theta_1 & c\theta_2c\theta_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $c\theta_i = \cos(\theta_i)$ ,  $s\theta_i = \sin(\theta_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Em termos dos parâmetros de Euler esta matriz é:

$$L = 2 \begin{bmatrix} q_1^2 + q_4^2 - 1/2 & q_1q_2 + q_3q_4 & q_1q_3 - q_2q_4 \\ q_1q_2 - q_3q_4 & q_2^2 + q_4^2 - 1/2 & q_2q_3 + q_1q_4 \\ q_1q_3 + q_2q_4 & q_2q_3 - q_1q_4 & q_3^2 + q_4^2 - 1/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

que permite obter as relações que fornecem os ângulos de Euler em função do quatérnion:

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{q_1q_4 + q_2q_3}{q_3^2 + q_4^2 - 1/2} \right],$$

$$\theta_2 = -\text{sen}^{-1} [2(q_1q_3 - q_4q_2)],$$

$$\theta_3 = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{q_1q_2 + q_4q_3}{q_1^2 + q_4^2 - 1/2} \right]. \quad (3)$$

As condições iniciais em quatérnion, a partir de condições iniciais dadas em ângulos de Euler, são dadas por [5]:

$$q_{10} = c \frac{\theta_3}{2} c \frac{\theta_2}{2} s \frac{\theta_1}{2} - s \frac{\theta_3}{2} s \frac{\theta_2}{2} c \frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{20} = c \frac{\theta_3}{2} s \frac{\theta_2}{2} c \frac{\theta_1}{2} + s \frac{\theta_3}{2} c \frac{\theta_2}{2} s \frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{30} = s \frac{\theta_3}{2} c \frac{\theta_2}{2} c \frac{\theta_1}{2} - c \frac{\theta_3}{2} s \frac{\theta_2}{2} s \frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{40} = c \frac{\theta_3}{2} c \frac{\theta_2}{2} c \frac{\theta_1}{2} + s \frac{\theta_3}{2} s \frac{\theta_2}{2} s \frac{\theta_1}{2}. \quad (4)$$

## EQUAÇÕES DE EULER

Usando a formulação de Euler, tem-se a quantidade de movimento angular,  $\{G\}$ , dada por:

$$\{G\} = [I] \{\omega\}. \quad (5)$$

A taxa de variação de  $\{G\}$  no tempo, em termos absolutos, é:

$$\frac{d}{dt} \{G\} = \frac{d}{dt} [I] \{\omega\} + [\tilde{\omega}] \{G\} = \{N\},$$

onde  $[I]$  é a matriz de inércia do satélite,  $\{\omega\}$  a velocidade angular,  $\{N\}$  o momento externo aplicado sobre o veículo, e  $[\tilde{\omega}]$  uma matriz anti-simétrica, dados por:

$$[I] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \quad [\tilde{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{\omega\} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (6)$$

As equações do movimento são, portanto:

$$\begin{aligned} A\dot{\omega}_x + \omega_y\omega_z(C-B) &= N_x, \\ B\dot{\omega}_y + \dot{B}\omega_y + \omega_x\omega_z(A-C) &= N_y, \\ C\dot{\omega}_z + \dot{C}\omega_z + \omega_x\omega_y(B-A) &= N_z. \end{aligned} \quad (7)$$

O primeiro satélite brasileiro apresenta uma base octogonal com momentos de inércia próximos antes do esticamento do mastro, o qual possui uma massa na ponta e é estendido em órbita.

Tal esticamento provoca variação temporal nos momentos de inércia B e C. Por este motivo, os termos em B e C estão presentes nas equações acima.

O torque gravitacional é dado por [1]

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{3\mu}{R^3} (C-B) l_y l_z, \\ T_y &= \frac{3\mu}{R^3} (A-C) l_z l_x, \\ T_z &= \frac{3\mu}{R^3} (B-A) l_x l_y, \end{aligned} \quad (8)$$

onde os  $l_\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ) são os co-senos diretores entre o eixo  $x_0$  e o sistema  $Oxyz$ , e  $\mu$  é a constante gravitacional da Terra.

Fazendo  $N_\alpha = T_\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ) obtêm-se a taxa de variação das componentes da velocidade angular, em função do quatérnio:

$$\dot{\omega}_x = \frac{C-B}{A} \left[ \frac{12\mu}{R^3} (q_1q_2 - q_3q_4)(q_1q_3 + q_2q_4) - \omega_y\omega_z \right],$$

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_y &= \frac{A-C}{B} \left[ \frac{12\mu}{R^3} (q_1^2 + q_4^2 - 1/2)(q_1q_3 + q_2q_4) - \omega_x\omega_z \right] - \frac{\dot{B}}{B} \omega_y, \\ \dot{\omega}_z &= \frac{B-A}{C} \left[ \frac{12\mu}{R^3} (q_1^2 + q_4^2 - 1/2)(q_1q_2 - q_3q_4) - \omega_x\omega_y \right] - \frac{\dot{C}}{C} \omega_z. \end{aligned} \quad (9)$$

A derivada temporal do quatérnio,  $d\{q\}/dt$ , em função da velocidade angular relativa  $\Delta\omega_\alpha$  ( $\alpha = x, y, z$ ) é dada por [4]:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \Delta\omega_z & -\Delta\omega_y & \Delta\omega_x \\ -\Delta\omega_z & 0 & \Delta\omega_x & \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_y & -\Delta\omega_x & 0 & \Delta\omega_z \\ -\Delta\omega_x & -\Delta\omega_y & -\Delta\omega_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde  $\Delta\omega_\alpha = \omega_\alpha(\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_i) - \Omega l_z$  e  $\Omega$  é a velocidade angular orbital, obtendo-se então o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[ \omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2) \right] q_2 - \left[ \omega_y - 2\Omega(q_3q_2 + q_1q_4) \right] q_3 + \left[ \omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4) \right] q_4 \right\} \\ \dot{q}_2 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[ \omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4) \right] q_3 + \left[ \omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4) \right] q_4 - \left[ \omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2) \right] q_1 \right\} \\ \dot{q}_3 &= \frac{1}{2} \left\{ \left[ \omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4) \right] q_1 + \left[ \omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4) \right] q_2 - \left[ \omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2) \right] q_4 \right\} \\ \dot{q}_4 &= -\frac{1}{2} \left\{ \left[ \omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4) \right] q_1 + \left[ \omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4) \right] q_2 + \left[ \omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2) \right] q_3 \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

As relações para os momentos de inércia B e C, em função do tempo, por ocasião do estendimento do mastro, são obtidas a partir do comprimento  $l(t)$ . Este é especificado pelo fabricante e dado por:

$$l(t) = \frac{\xi}{\epsilon} (1 - e^{\xi t}), \quad (12)$$

onde  $\xi$  e  $\epsilon$  são constantes obtidas a partir de testes de laboratório.

O deslocamento do C.G.,  $\delta(t)$ , decorrente do esticamento do mastro é dado por:

$$\delta[l(t)] = \rho \frac{1}{2M_t} l^2(t) + \frac{M_p}{M_t} l(t), \quad (13)$$

onde  $\rho$  é a densidade linear do mastro;  $M_p$  e  $M_t$  são a massa da ponta e a massa total do satélite, respectivamente.

Assim, os momentos de inércia são escritos na forma:

$$\begin{aligned} B(t) &= B_0 + B_1(t), \\ C(t) &= C_0 + C_1(t), \end{aligned} \quad (14)$$

onde  $B_0$  e  $C_0$  são os momentos de inércia do veículo com o mastro recolhido. Para  $B_1(t)$  tem-se:

$$\begin{aligned} B_1(t) = C_1(t) = M_b \delta^2 + \frac{1}{12} \rho l^3 + \rho l \left[ b - \delta + \frac{1}{2} l \right]^2 + \\ M_p \left[ b - \delta + l \right]^2. \end{aligned} \quad (15)$$

onde  $M_b$  é a massa da base do satélite,  $b$  é a distância do C.G. do satélite com mastro recolhido, até a extremidade da base.

As expressões para  $B$  e  $C$  nas duas últimas equações de (9) são determinadas a partir das equações (12) e (15).

### RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS

A seqüência de procedimentos que objetiva levar o satélite à atitude nominal de operação se inicia após o final da queima do último estágio do veículo lançador, quando um iôio [1] é liberado de maneira a reduzir a rotação do veículo de 180 para 5 rpm (valores estimados). Em seguida, barras ferromagnéticas interagem com o campo magnético da Terra de forma a eliminar rotações residuais. Caso todo o processo se realize de forma normal, ao final de algum tempo deve-se esperar que o satélite esteja praticamente parado em relação a um referencial inercial ( $\theta_3 = -\Omega$ ).

Quando o mastro é esticado dentro de condições iniciais favoráveis, tem-se um movimento final libracionar, no qual o satélite oscila dentro de certos limites, com relação à vertical local (Figura 1). Este processo como um todo é denominado captura.

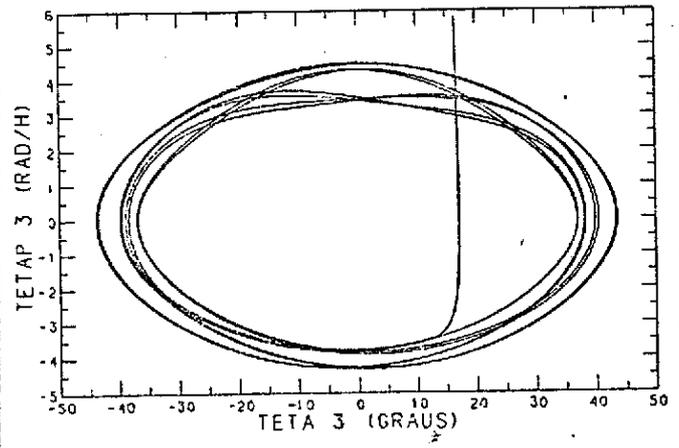


Figura 1 - Plano de fase de arfagem: libração.

Pode-se também esticar o mastro a partir de condições iniciais não-favoráveis, o que implica uma captura invertida ou um movimento oscilatório, no qual o satélite "capota" (Figura 2).

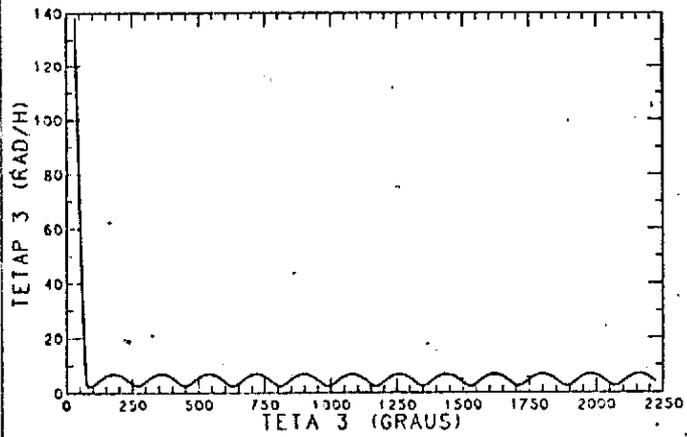


Figura 2 - Plano de fase de arfagem: circulação.

O trecho retilíneo destes gráficos representa o esticamento do mastro, e o tempo simulado corresponde a pouco mais de cinco órbitas (9 horas).

Neste trabalho caracterizam-se como condições iniciais críticas aquelas que implicam em um quase-capotamento após o esticamento do mastro.

No intuito de obter tais condições, verificou-se inicialmente a influência de uma rotação excessiva em arfagem (rotação do satélite no plano da órbita). Observou-se através de simulações, que o esticamento do mastro permite a captura, desde que esta rotação não exceda 0,5-0,7 rpm.

Numa segunda fase, investigou-se o efeito sobre a captura, de uma rotação residual do satélite em torno do eixo coincidente com o mastro. Para uma dada inclinação deste eixo em relação ao plano da órbita, determinou-se qual a máxima rotação possível para que o esticamento do mastro leve à captura. A figura 3 ilustra os resultados obtidos.

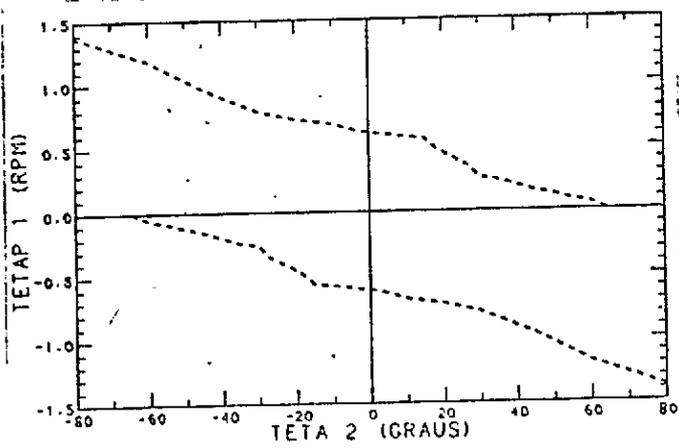


Figura 3 - Gráfico  $\theta_1 \times \theta_2$  para a captura.

Também investigou-se a influência do comprimento final do mastro (parâmetro livre), sobre o movimento resultante do veículo, observando-se que pequenas variações neste valor (-1,0 m) não levam a substanciais diferenças no comportamento dinâmico do satélite. Com o intuito de comparar os tempos computacionais foram feitas simulações, partindo das mesmas condições iniciais, utilizando quaternion e ângulos de Euler para descrever o movimento de atitude do satélite. Observou-se que a utilização de quaternion implica um tempo de computação 2,5 vezes menor.

CONCLUSÕES

- a) Com relação ao processo de esticamento do mastro, partindo de condições iniciais não-nominais, verificou-se que é possível levar o satélite à captura desde que estas condições não ultrapassem os limites determinados neste trabalho.
- b) O uso de quaternions para representar a atitude do veículo mostrou-se bastante eficiente sob o ponto de vista de economia de tempo computacional, o que os tornam ferramentas indispensáveis quando se considera o problema de simulação em tempo real.

Como sugestão para um futuro trabalho, propõe-se que seja realizado um estudo da fase que se segue à liberação do íolô, de maneira a caracterizar melhor quais condições iniciais podem ser consideradas como de ocorrência prováveis antes do esticamento do mastro estabilizador do satélite.

REFERENCIAS

- [1] Kaplan, M.H. "Modern spacecraft dynamics & control. John Wiley & Sons, N.York, 1976.
- [2] Oliveira, J.R.F., Ferreira, D.L. Otimização do processo de captura para um satélite rígido estabilizado por gradiente de gravidade. 5º Congr. Bras. Automática, Campina Grande, Set. 1984, pp. 426-431.
- [3] Lourenção, P.T.M et al. Análise simplificada do problema de captura para um satélite artificial estabilizado por gradiente de gravidade. COBIM 83, paper nº B-8, pp. 71-80.
- [4] Mayo, R.A. Relative quaternion state transition relation. J. Guidance and Control, vol. 2, nº 1, pp. 44-48.
- [5] Barker, L. E et al. Development and application of a local linearization algorithm for the integration of quaternion rate equations in real-time flight simulation problems. NASA TN D-7347, 1973.

SUMMARY

This work presents the study of attitude dynamics for the first brazilian satellite, using Euler parameters (quaternion). Emphasis is put on the boom deployment and capture in the stability region. The main feature is the search for procedures for passive stabilization given critical initial conditions. Digital simulation of the system points out some advantages of using quaternions instead of Euler angles. System dynamics is modelled using Euler equations and its attitude is given by quaternion.