1. Classificação *INPE-COM.1/TDL* *C.D.U.: 621.396.677:517.443*	2. Período	4. Distribuição interna [ ] externa [X]
3. Palavras Chaves (selecionadas pelo autor) *TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER* *INTEGRAÇÃO NUMÉRICA* *DIAGRAMA DE IRRADIAÇÃO DE ANTENA REFLETORA*		
5. Relatório nº *INPE-2071-TDL/053*	6. Data *Maio, 1981*	7. Revisado por *Luiz A. Vieira Dias*
8. Título e Sub-Título *UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO DE TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT) NA ACELERAÇÃO DO CÁLCULO DE DIAGRAMAS DE IRRADIAÇÃO DE ANTENAS PARABÓLICAS*		9. Autorizado por *Nelson de Jesus Parada* *Diretor*
10. Setor *DSE/DIN* Código		11. Nº de cópias *12*
12. Autoria *José Mazzucco Júnior*		14. Nº de páginas *94*
13. Assinatura Responsável		15. Preço

16. Sumário/Notas

Apresenta-se um sistema para simulação de antena refletora, em computador digital. Conseguiu-se uma aceleração do cálculo do diagrama de irradiação da antena, através da utilização do algoritmo da Transformada Rápida de Fourier, associado a resolução numérica de uma integral dupla oscilante, que faz parte do modelo matemático utilizado na simulação.

17. Observações *Tese de Mestrado em Computação Aplicada, aprovada em 22 de dezembro de 1980.*

Aprovada pela Banca Examinadora
em cumprimento dos requisitos exigidos
para a obtenção do Título de Mestre em
Computação Aplicada

Dr.Celso de Renna e Souza _____ Presidente

Dr.Luiz Alberto Vieira Dias _____ Orientador

Eng.Roberto Antonio R.de Almeida,MSc. _____ Co-orientador

Eng.Affonso Henrique Correa Dias _____ Membro da Banca -convidado-

Dr.Nelson Delfino D.Mascarenhas _____ Membro da Banca

José Mazzuco Júnior _____ candidato

São José dos Campos, 22 de dezembro de 1980

ÍNDICE

Pág.

ABSTRACT v
LISTA DE FIGURAS vi

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO 1

1.1 - Conceituação básica 1
1.2 - Objetivo geral 1

CAPÍTULO II - A TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER E SUA COMPUTAÇÃO RÁPIDA 5

2.1 - Introdução 5
2.2 - Definição da transformada discreta de Fourier 6
2.3 - Computação rápida de uma transformada rápida de Fourier (DFT). 7

CAPÍTULO III - O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO 13

3.1 - Introdução 13
3.2 - Definição da superfície refletora 14
3.3 - Definição da antena fonte 14
3.4 - Diagrama de irradiação 15

CAPÍTULO IV - O MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DESENVOLVIDO 19

4.1 - Introdução 19
4.1.1 - Simplificação do modelo matemático utilizado 19
4.1.2 - O algoritmo básico de quadratura utilizado 21
4.2 - Descrição do método de integração 24
4.2.1 - O método em uma dimensão 24
4.2.2 - O método em duas dimensões 29

CAPÍTULO V - DESCRIÇÃO DO SISTEMA 31

5.1 - Introdução 31
5.2 - Funções e características do programa principal e dos sub programas componentes 35
5.2.1 - Programa principal 35
5.2.2 - Sub-rotina CALC 36
5.2.3 - Sub-rotina IOFRS 36

Pág.

5.2.4 - Sub-rotina GXY e FXY 36
5.2.5 - Sub-rotina FFTRS 37
5.2.6 - Sub-rotina DAPN, SILIN e DSSL 37
5.2.7 - Sub-rotina TRANS 37
5.2.8 - Sub-rotina REBAT 37
5.2.9 - Sub-rotina CNPI 38
5.2.10 - Função DB 38
5.2.11 - Função POL 38
5.2.12 - Função XATAN 38
5.3 - Entrada do sistema 38
5.4 - Saídas do sistema 40
5.4.1 - Cortes no diagrama 41
5.4.2 - Curvas de níveis do diagrama 42
5.5 - Descrição dos dados 43

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES 49

6.1 - Testes efetuados 49
6.2 - Aplicações indicadas e limitações 52
6.3 - Extensões sugeridas 42

AGRADECIMENTOS 53

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 55

APÊNDICE A - LISTAGEM DO SISTEMA
APÊNDICE B - ALGUNS RESULTADOS DO SISTEMA

ABSTRACT

This work presents a system for reflector antenna simulation, with digital computer. A reduction was achieved in the line for the calculation of the antenna's radiation pattern, through the use of the Fast Fourier Transform algorithm, associated with the numerical solution of an oscillating double integral, which is part of the mathematical model used in the simulation.

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
III.1	- Sistemas de coordenadas utilizados	13
III.2	- Domínio de integração	17
IV.1	- Geometria de uma antena parabólica no plano ZX	19
IV.2	- Exemplo da descontinuidade introduzida na função integrando	27
IV.3	- Eliminação da descontinuidade da função integrando	28
V.1	- Organograma geral do sistema	32
V.2	- Configuração conjunta do sistema	34
V.3	- Exemplo de um diagrama no primeiro quadrante	41
VI.1	- Comparação das amplitudes calculadas pelos dois métodos..	50

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - CONCEITUAÇÃO BÁSICA

Uma antena tipo refletora é constituida, a grosso modo, por uma fonte eletromagnética e uma superfície que reflete a energia irradiada por essa fonte. Para efeito de visualização, pode-se fazer uma analogia entre uma antena refletora parabólica (caso em que a superfície refletora é um parabolóide) e um sistema ótico: uma fonte luminosa colocada no foco de um espelho parabólico (em seu eixo de simetria) emite raios que se refletem no espelho e se propagam paralelamente ao eixo. O espelho seria uma estrutura metálica apropriada com forma parabólica (superfície refletora) e a fonte luminosa, uma fonte eletromagnética, conhecida por antena fonte. Essa analogia, útil na visualização do sistema, não é suficiente para o levantamento de todas as características necessárias, devendo ser levado em consideração, por exemplo, o fenômeno da difração, que faz com que a irradiação ocorra também em direções diferentes daquela do eixo de simetria. O feixe de irradiação principal, que tem sua direção de máxima intensidade coincide com o eixo de simetria, é chamado Lobo Principal; a irradiação nas demais direções está distribuída em lobos secundários, de menor intensidade e indesejáveis nas aplicações práticas.

1.2 - OBJETIVO GERAL

As especificações que uma antena refletora parabólica deve satisfazer incluem ganho máximo e largura do lobo principal, além da minimização dos lobos secundários. Essas três características, conflitantes entre si, exigem o estabelecimento de um compromisso satisfatório ao funcionamento na aplicação.

Os fatores determinantes das características de irradiação são os parâmetros geométricos (distância focal, superfície refleto

ra), a iluminação (distribuição, em amplitude e fase, do campo na superfície refletora) e as características de refletividade do material da superfície refletora. Para que haja simetria de revolução, a superfície refletora é, em geral, uma seção da superfície do parabolóide, limitada por uma circunferência de centro no eixo de simetria. Quanto maior o diâmetro da circunferência, maior o ganho e maior a rejeição dos lobos secundários. A distância focal é escolhida de modo a ajustar a iluminação da fonte convenientemente ao refletor. Evidentemente, considerações mecânicas e de custo influem nos parâmetros geométricos.

Um aspecto importante do projeto de refletores consiste em ajustar a iluminação, a partir das fontes disponíveis de modo a satisfazer às especificações desejadas. Existem métodos de cálculo do diagrama de irradiação de uma antena (representação numérica do campo eletromagnético irradiado), em computador digital, a partir do diagrama medido da fonte primária e da defininição da superfície refletora. Desta forma uma antena em projeto pode ser simulada, tornando possível antever o seu funcionamento real.

Um modelo computacional, usado nesse tipo de simulação, é normalmente montado utilizando-se processos numéricos, basicamente, aproximação polinomial e integração numérica. Um dos principais problemas inerentes a um modelo desse tipo é a resolução numérica de uma integral dupla, cujo integrado é uma função oscilante, que necessita ser calculada centenas de vezes, durante uma simulação. Os métodos convencionais de integração numérica existentes são consideravelmente lentos para esse tipo de aplicação, implicando grande dispêndio de tempo de processamento. Existem, atualmente, técnicas numéricas desenvolvidas especificamente para integração numérica de funções oscilantes. Uma estratégia bastante comum a essas técnicas é a separação da função integrando nas suas partes oscilante e não oscilante, seguida da aproximação da parte não-oscilante, por um polinômio ou uma série de polinômios, (Davis e Rabinowitz, 1975; Piessens e Branders, 1975; Almeida, 1978).

Neste trabalho apresenta-se um sistema de simulação de antena refletora. O problema do cálculo numérico da integral oscilante, anteriormente aludido, é tratado utilizando-se um método de integração baseado em um algorítmo desenvolvido para o cálculo rápido da transformada de Fourier. Conseguiu-se obter com o sistema uma redução considerável do tempo de processamento e uma precisão aceitável em resultados finais.

CAPÍTULO II

A TRANSFORMAÇÃO DISCRETA DE FOURIER E SUA COMPUTAÇÃO RÁPIDA

2.1 - INTRODUÇÃO

Na teoria de processamento de sinais (Peled e Liu, 1976), um sinal descrito por uma função do tempo f(t), com t pertencendo a um domínio contínuo, é considerado um sinal analógico.

Com a maioria das condições encontradas na prática em engenharia, com a integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\, dt$$

sendo definida, pode-se obter a transformada de Fourier de f(t). Isto é, a integral

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-jwt}\, dt \qquad \text{(II.1)}$$

pode ser calculada para quaisquer valores finitos reais de w. Desta forma define-se uma função de w. Normalmente, F(w) é conhecida como o "Espectro" do sinal f(t); ou mais precisamente, $|F(w)|^2$ é chamado o "Espectro" de potência do sinal. Existe uma relação inversa da Equação II.1,

$$f(t) = (1/2\,\pi) \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{jwt}\, dw \qquad \text{(II.2)}$$

as duas funções acima, f(t) e F(w), formam o par de transformadas de Fourier.

Considere-se agora o problema do cálculo numérico da integral de Fourier de uma função f(t) como a apresentada na Equação II.1. Uma aproximação usual é escolher um intervalo no eixo t, fora do qual f(t) é desprezível. Uma grade uniforme de pontos neste intervalo é então selecionada, e a integral da Equação II.1 pode ser aproximada por um somatório:

$$F(w) \approx \Delta \sum_{\kappa} f(\kappa\Delta)\, e^{jw\kappa\Delta} \qquad \text{(II.3)}$$

onde Δ é o incremento do eixo t, e κ é um número inteiro. Para valores uniformemente espaçados de w, isto é,

$$w_p = w_1 + p\,\Delta w$$

com

$$0 \leq p \leq N - 1$$

o lado direito da Equação II.3 pode ser escrito como a chamada Transformação Discreta de Fourier (DFT), também conhecida como Transformada Finita de Fourier.

2.2 - DEFINIÇÃO DA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

Seja uma sequência de N números complexos:

$$\{x_n\},\ n = 0,1,\ \ldots,\ N - 1$$

A Transformada Discreta de Fourier correspondente é dada pela sequência de N números complexos (Peled e Liu, 1976):

$$\{A_p\},\ p = 0,1,\ \ldots,\ N - 1$$

onde para cada p tem-se:

$$A_p = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \, (w_n)^{pn}$$

com

$$w_n = e^{-j2\pi/N} \qquad \text{(II.4)}$$

A definição da Transformada Discreta de Fourier estendida a duas dimensões é dada por (Oppenhein e Schafer, 1975):

$$A_{pq} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} a_{nm} \, w_N^{np} \, w_M^{mq}$$

2.3 - COMPUTAÇÃO RÁPIDA DE UMA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT)

Como se pode observar, através da Fórmula (II.4), a computação da DFT de uma dimensão, para uma sequência de tamanho N, requer N^2 multiplicações complexas e N . (N - 1) adições complexas (as exponenciais complexas são em geral consideradas pre-calculadas). Para logas sequências isso implica uma carga computacional considerável. Consegue-se economia relevante de tempo de processamento com a utilização de algoritmos da classe conhecida por Transformada Rápida de Fourier(FFT), desenvolvida a partir de 1965 (Cooley e Tukey, 1965). Esses algoritmos utilizam as propriedades de simetria e periodicidade da exponencial complexa para decompor o cálculo da DFT, de uma sequência de N elementos, em cálculos de DFTs de sequências menores.

A seguir, aborda-se, com algum detalhe, uma implementação desse algoritmo, muito divulgada devido à sua eficiência e simplicidade utilizada neste trabalho.

Impondo-se a restrição de que o comprimento da sequência de entrada N seja uma potência de 2, demonstra-se que apenas $N/2 \log_2 N$ multiplicações complexas e $N \log_2 N$ adições complexas são necessárias para o cálculo de A_p na Equação II.4. Embora qualquer tipo de fatora

ção de N possa ser, em princípio, utilizado, considera-se neste trabalho apenas o caso em que N é uma potência de 2.

Sejam uma sequência de entrada e sua sequência transformada correspondente:

$$\{x_n\},\ n = 0,1,\ \ldots,\ N - 1$$

$$\{A_p\},\ p = 0,1,\ \ldots,\ N - 1$$

O desenvolvimento geral do algoritmo (Peled e Liu, 1976) é bastante simples e baseia-se no fato, já mencionado anteriormente, de que a sequência resultante $\{A_p\}$ pode ser obtida por uma combinação apropriada dos resultados de duas transformadas, cada uma de comprimento N/2. A combinação requer somente N multiplicações. Uma vez que, no caso, N é uma potência de 2, este processo de decomposição pode ser repetido L vezes,

$$L = \log_2 N$$

Basicamente seguem-se os seguintes passos: formam-se, inicialmente, N/2 transformadas de tamanho 2; com suas combinações obtêm-se N/4 transformadas de tamanho 4; combinando-as, novamente, obtêm-se N/8 transformadas de tamanho 8, e assim sucessivamente até que, após L passos, a transformada de tamanho N é conseguida. Uma vez que, para a transformada de tamanho 2,

$$W_2 = e^{-j2\pi/2} = -1$$

são necessárias apenas adições e subtrações. Desta forma, a computação de uma DFT utilizando FFT, requer multiplicações somente nas combinações das sequências. Como resultado, o número total de multiplicações é:

$$L \cdot \frac{N}{2} = \frac{N}{2} \log_2 N$$

Uma descrição mais detalhada deste processo é apresentada a seguir (Peled e Liu, 1976).

Divide-se a sequência de entrada original $\{x_n\}$ em duas subsequências de tamanho N/2, da forma:

$$x_n^e = x_{2n} \qquad n = 0,1, \ldots, (N/2 - 1)$$

$$x_n^0 = x_{2n+1} \qquad n = 0,1, \ldots, (N/2 - 1) \qquad \text{(II.5)}$$

então $\{x_n^e\}$ contém os termos de $\{x_n\}$ de índices pares e $\{x_n^0\}$ os de índices ímpares. Utilizando-se a igualdade $w_N^2 = w_{N/2}$, facilmente verificável através da identidade:

$$w_N^2 = e^{-j2(2\pi/N)} = e^{-j(2\pi/(N/2))} = w_{N/2} \qquad \text{(II.6)}$$

reescreve-se a Equação II.4 da seguinte forma:

$$A_p = \sum_{n=0}^{N/2-1} (x_{2n}\, w_N^{2np} + x_{2n+1}\, w_N^{2np}\, w_N^p)$$

$$A_p = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^e\, w_{N/2}^{np} + w_N^p \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^0\, w_{N/2}^{np}$$

$$p = 0,1, \ldots, N-1 \qquad \text{(II.7)}$$

substituindo-se p por p + N/2 na Equação II.7, obtém-se:

$$A_{p+N/2} = \sum x_n^e\, w_{N/2}^{n(p+N/2)} + w_N^{p+N/2} \sum x_n^0\, w_{N/2}^{n(p+N/2)} \qquad \text{(II.8)}$$

utilizando-se, na Equação II.8, as duas identidades seguintes:

$$w_{N/2}^{n(p+N/2)} = w_{N/2}^{np}\, w_{N/2}^{n(N/2)} = w_{N/2}^{np}\, e^{-j2\pi n} = w_{N/2}^{np}$$

e

$$w_N^{p+N/2} = w_N^p\, w_N^{N/2} = w_N^p\, e^{-j\pi} = -\, w_N^p$$

obtém-se a equação:

$$A_{p+N/2} = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^e\, w_{N/2}^{np} - w_n^p \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^0 . w_{N/2}^{np} \qquad \text{(II.8a)}$$

A primeira somatória, nas Equações II.7 ou II.8a, é a transformada da subsequência $\{x_n^e\}$, e a segunda, a da subsequência $\{x_n^0\}$. Denotando-se essas transformadas por $\{A_p^e\}$ e $\{A_p^0\}$, respectivamente, têm-se:

$$A_p^e = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^e\, w_{N/2}^{np}$$

$$A_p^0 = \sum_{n=0}^{N/2-1} x_n^0\, w_{N/2}^{np}$$

$$p = 0,1, \ldots, N/2 - 1 \qquad \text{(II.8b)}$$

utilizando-se da propriedade de periodicidade dessas sequências, pode-se escrever

$$A_p^e = A_{p+N/2}^e \qquad \text{e} \qquad A_p^0 = A_{p+N/2}^0$$

Finalmente combinando-se as Equações II.8, II.8a e II.8b, obtém-se:

$$A_p = A_p^e + w_N^p A_p^o$$

$$A_{p+N/2} = A_p^e - w_N^p A_p^o$$

$$p = 0,1, \ldots, (N/2-1) \qquad \text{(II.9)}$$

A equação II.9 acima constitui o âmago do algoritmo FFT. A_p e $A_{p+N/2}$ são computados simultaneamente: forma-se primeiramente o produto $w_N^p A_p^o$, em seguida adiciona-se o resultado deste produto à A_p^e, e subtrai-se o resultado de A_p^e. Este processo é executado para p variando de zero a N/2 - 1, repetido L vezes.

CAPÍTULO III

O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

3.1 - INTRODUÇÃO

Apresenta-se, aqui, com detalhe suficiente para localizar o problema que se propõe resolver, o modelo matemático utilizado no cálculo de diagramas de irradiação de antenas refletoras. Na Figura III.1 estão definidos os sistemas de coordenadas necessários.

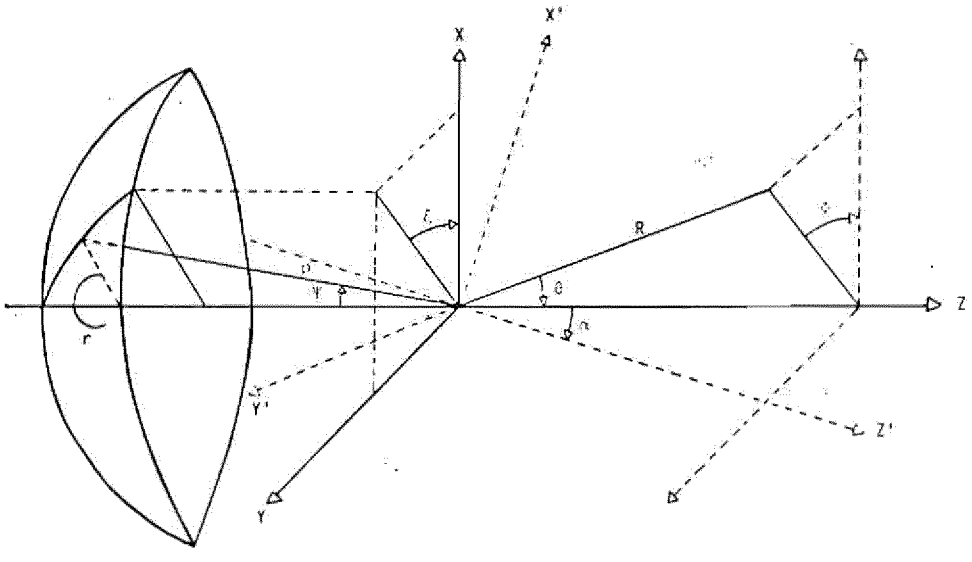

Fig. III.1 - Sistemas de coordenadas utilizados.

3.2 - DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE REFLETORA

Dois sistemas de coordenadas são utilizados na definição da superfície refletora Figura III.1: retangulares (x, y, z) e cilíndricas (r, ξ, Z), onde (r, ξ) são coordenadas polares em planos Z = constante. Os dois sistemas possuem em comum o eixo Z, e a origem no foco do parabolóide, cujo vértice está no ponto de coordenadas (0, 0, - F). As equações da superfície do parabolóide nestes dois sistemas são respectivamente:

$$Z = \frac{x^2 + y^2}{4F} - F \qquad \text{(III.1)}$$

$$Z = \frac{r^2}{4F} - F \qquad \text{(III.2)}$$

3.3 - DEFINIÇÃO DA ANTENA FONTE

A fonte é descrita em um sistema de coordenadas esféricas (ρ, Ψ, ξ), sendo $0 \leq \Psi \leq \pi/2$ e $-\pi \leq \xi \leq \pi$, com eixo polar no sentido Z negativo e origem no foco. Este sistema está associado ao sistema de coordenadas cartezianas (x', y', z'), Figura III.1, que pode ser obtido do sistema (x, y, z) por uma translação (xf, yf, zf) e uma rotação α em torno do eixo Y. No sistema esférico a equação da superfície refletora é dada por:

$$\rho = \frac{2F}{1 + \cos \Psi} \qquad \text{(III.3)}$$

O campo irradiado pela fonte pode ser expresso (Silver, 1965) em módulo e fase, em coordenadas esféricas, pela função ganho correspondente:

$$[G_p(\xi, \Psi)]^{1/2} \; e^{jF_p(\xi, \Psi)} \qquad \text{(III.4)}$$

Levando-se em consideração a simetria retangular existente (Almeida e Dias, 1979), as funções G_p e F_p, na Equação III.1, podem ser aproximadas pelos polinômios:

$$[G_p(\xi, \psi)]^{1/2} = A \cdot e^{-\psi^2} \sum_{\ell=1}^{r} \sum_{\kappa=1}^{s} a_{\ell\kappa}\, \xi^{\ell-1}\, \psi^{\kappa-1} \qquad \text{(III.5)}$$

e

$$F_p(\xi, \psi) = \sum_{\ell=1}^{p} \sum_{\kappa=1}^{q} b_{\ell\kappa}\, \xi^{\ell-1}\, \psi^{\kappa-1} \qquad \text{(III.6)}$$

Na implementação realizada a fonte foi suposta com simetria de revolução, isto é, foi eliminada a variação em ξ das funções G_p e F_p.

3.4 - DIAGRAMA DE IRRADIAÇÃO

Finalmente, o campo irradiado resultante, produto final da simulação e onde se localiza essencialmente o problema considerado no Capítulo I, é descrito no sistema de coordenadas esféricas (R, θ, ϕ), com origem no foco e eixo polar coincidente com o eixo Z.

O valor escalar do campo eletromagnético distante*, irradiado pela antena em uma direção definida pelos ângulos (θ, ϕ), normalizado em relação ao campo na direção de máxima irradiação, é dado por:

$$E(\theta, \phi) = k \iint_{(S)} \frac{[G_p(x, y)]^{1/2}}{\rho(x, y)} \cdot$$

$$\cdot\, e^{j[\mu(\theta, \phi) \cdot x + \nu(\theta, \phi)\, y + F_p(x, y)]}\, dx\, dy \qquad \text{(III.7)}$$

---

* *Segundo Silver, 1965, apesar do valor do campo distante ser grandeza vetorial, consegue-se uma boa aproximação com o seu valor escalar.*

A superfície (S), em que é calculada a integral, é a projeção da superfície do refletor no plano XY. A um ponto, sobre a superfície do refletor de coordenadas $[x, y, Z(x, y)]$, corresponde as coordenadas esféricas $[\rho(\Psi, \xi), \Psi, \xi]$, sendo $Z(x, y)$ e $\rho(\Psi, \xi)$ dadas pelas Equações III.1 e III.3, respectivamente. Desta forma, têm-se:

$$G_p(x, y) = G_p\,[\xi(x,y), \Psi(x,y)]$$

$$F_p(x, y) = F_p\,[\xi(x,y), \Psi(x,y)]$$

$$\rho(x, y) = [x^2 + y^2 + Z(x, y)]^{1/2}$$

k = constante de proporcionalidade

Ainda com referência à Equação III.7, μ e ν são definidos em função de co-senos diretores da direção (θ, ϕ):

$$\mu = 2\pi \text{ sen } \theta \,.\, \cos \phi$$

$$\nu = 2\pi \text{ sen } \theta \,.\, \text{sen } \phi \qquad \text{(III.8)}$$

Todas as distâncias foram normalizadas em relação ao comprimento de onda (λ) associado à frequência considerada.

Em coordenadas cartesianas, o domínio de integração pode ser limitado por um valor mínimo e máximo em x (sejam x_1 e x_2 respectivamente), e curvas $y_1(x)$ e $y_2(x)$, em que $y_1(x) \leq y_2(x)$ para $x_1 \leq x \leq x_2$ (Figura III.2). Ou seja:

$$\iint_{(S)} g(x, y)\, dx\, dy = \int_{x_1}^{x_2} \left[\int_{y_1(x)}^{y_2(x)} g(x, y)\, dy \right] dx \qquad \text{(III.9)}$$

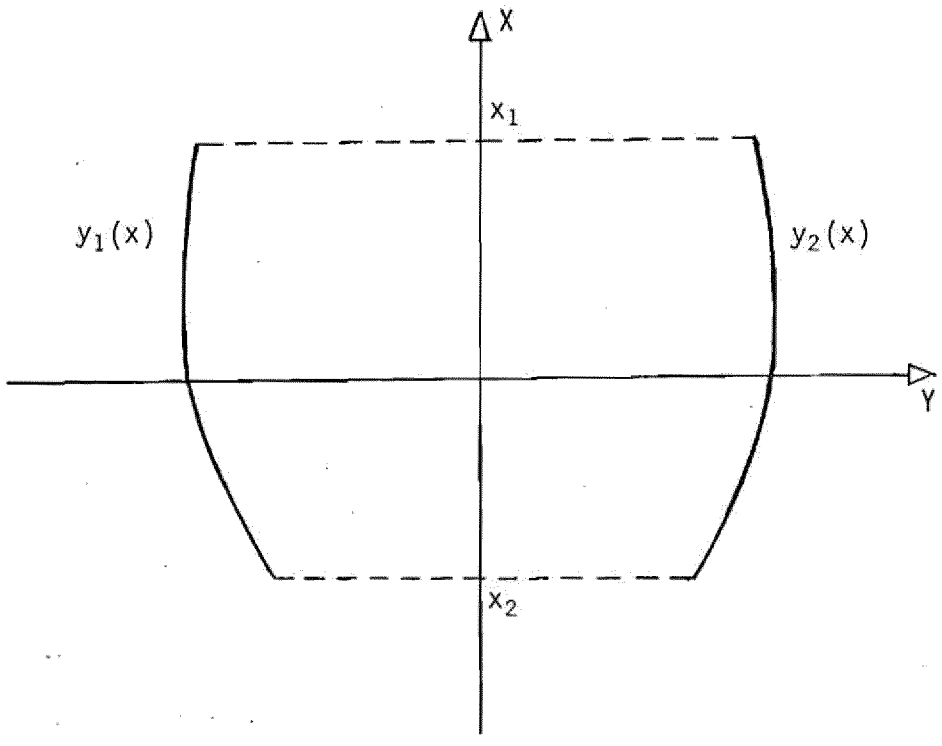

Fig. III.2 - Domínio de integração.

Em alguns casos, devido à simetria retangular do sistema, é possível reduzir ao primeiro quadrante a Integral III.7, simplificando consideravelmente o cálculo do diagrama. A integral neste caso passa a ser:

$$E(\theta, \phi) = \iint_{(S_1)} \frac{[G_p(x, y)]^{1/2}}{\rho(x, y)} \cdot \cos \mu x \cdot \cos \nu y \cdot$$

$$\cdot\ e^{jF_p(x, y)}\, dx \cdot dy \qquad \text{(III.10)}$$

onde S_1 é a porção da superfície S de integração dada pela Equação III.7, situada no primeiro quadrante. Entretanto, a aplicação da FFT ao cálculo da Integral (III.7) não permite essa simplificação, como se verá mais adiante.

CAPÍTULO IV

O MÉTODO DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA DESENVOLVIDO

4.1 - INTRODUÇÃO

4.1.1 - SIMPLIFICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO

Para efeito de facilidade na exposição, é conveniente que o problema seja considerado inicialmente em uma dimensão, o que corresponderia, teoricamente, a uma fonte eletromagnética linear (gerando ondas cilíndricas). A geometria de uma antena parabólica, em uma dimensão, poderia ser como a apresentada na Figura IV.1.

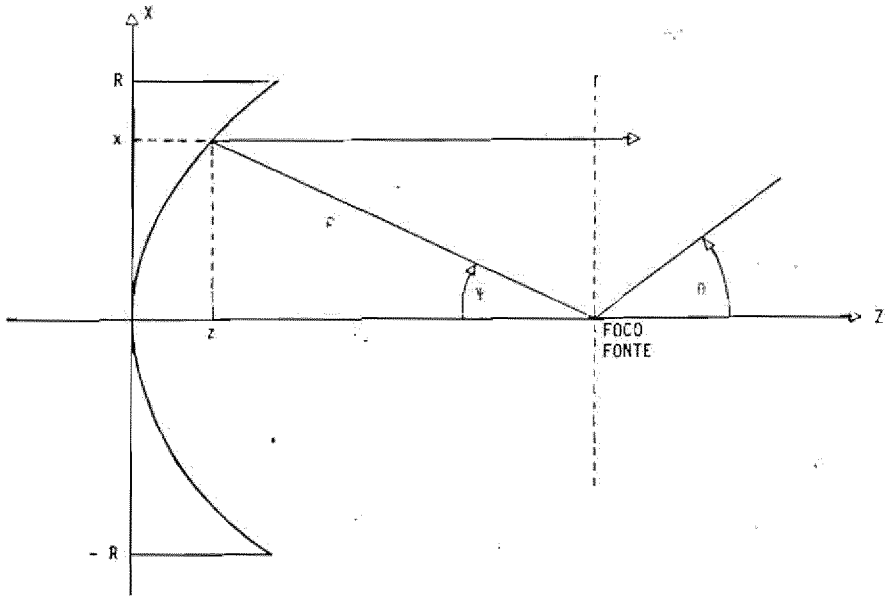

Fig. IV.1 - Geometria de uma antena parabólica no plano ZX.

Agora o campo eletromagnético irradiado em uma direção θ, Figura IV.1, é proporcional à integral:

$$G(\theta) = k' \int_{-R}^{R} \frac{\sqrt{G_p(\Psi)}}{\sqrt{\rho(\Psi)}} \, e^{-j\mu x} \, dx \qquad \text{(IV.1)}$$

com

$$\mu = 2\pi \text{ sen } \theta$$

$$G_p(\Psi) = e^{-\Psi^2} \sum_i a_i \, |\Psi|^i \qquad \text{(IV.2)}$$

$\rho(\Psi)$ = distância da superfície ao centro de fase (no caso uma linha)

k' = constante de proporcionalidade

Tal qual na Equação III.7, as distâncias também foram normalizadas em relação a λ.

Discretizando-se em valores entre zero e um ângulo máximo θ_{max}, a Equação IV.1 é reescrita:

$$G(\mu_p) = \int_{-R}^{R} \frac{\sqrt{G_p(\Psi)}}{\sqrt{\rho(\Psi)}} \, e^{-j\mu_p x} \, dx \qquad \text{(IV.4)}$$

onde

$$\mu_p = U_1 + p\,\Delta\mu, \quad 0 \leq p \leq N-1$$

$$U_2 = 2\pi \text{ sen } \theta_{max}$$

$$\Delta\mu = \frac{U_2 - U_1}{N - 1}$$

$$U_1 = 0$$

Generalizando-se, a partir da Equação IV.4, pode-se considerar que o problema a ser resolvido consiste no cálculo numérico de uma integral do tipo:

$$E_p = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, e^{j\mu_p x}\, dx \qquad \text{(IV.5)}$$

onde f(x) é uma função complexa da variável x, e μ_p é um parâmetro que recebe os valores:

$$\mu_p = U_1 + p\,\Delta\mu\,, \quad 0 \leq p \leq N - 1$$

em função das constantes U_1 e $\Delta\mu$.

4.1.2 - O ALGORITMO BÁSICO DE QUADRATURA UTILIZADO

Antes de passar à descrição do método proposto, far-se-á uma abordagem rápida do algoritmo de quadratura utilizado (Almeida, 1980).

Desejando-se calcular inicialmente:

$$y = \int_{A}^{B} f(x)\, dx \qquad \text{(IV.6)}$$

Com uma transformação de variável, pode-se mudar o intervalo de integração (A, B) para (-1, 1), escrevendo-se:

$$\Delta x = \frac{1}{2} (B - A)$$

$$x = x_0 + \Delta x\, t$$

$$x_0 = \frac{1}{2} (B + A)$$

$$g(t) = f(x_0 + \Delta x\, t)$$

e, então, a Equação IV.6 pode ser escrita como

$$y = \Delta x \int_{-1}^{+1} g(t)\, dt \qquad \text{(IV.7)}$$

Supondo-se, agora, que se tenha uma aproximação de g(t) por meio de uma série truncada de polinômios de Chebyshev (daí a necessidade da transformação de variáveis acima):

$$g(t) \cong \sum_{\kappa=0}^{m}{}'' \; a_\kappa \, T_\kappa \, (t) \qquad \text{(IV.8)}$$

onde " indica que o primeiro e o último termos da somatória são tomados com seus valores divididos por 2, e segundo Snyder (1966):

$$a_\kappa = 2/m \sum_{j=0}^{m}{}'' \; g(\cos\,(\pi\kappa/m))\; \cos\,(\pi\kappa j/m) \qquad \text{(IV.9)}$$

Substituindo-se as Equações IV.8 e IV.9 na Equação IV.7 têm-se:

$$y \cong \frac{2\Delta x}{m} \sum_{\kappa=0}^{m} \sum_{j=0}^{m} g(\cos\,(\pi\kappa/m))\, \cos\,(\pi\kappa j/m) \int_{-1}^{+1} T_\kappa\, (t)\, dt$$

ou escrevendo-se numa forma mais compacta:

$$y \cong \frac{2\Delta x}{m} \sum_{\kappa=0}^{m} \sum_{j=0}^{m} g_\kappa \, \alpha_{\kappa j} \, S_\kappa \qquad \text{(IV.10)}$$

onde

$$g_\kappa = g(\cos(\pi\kappa/m))$$

$$\alpha_{\kappa j} = \cos(\pi\kappa j/m) = \begin{cases} 1/4 \cos(\pi\kappa j/m), & \kappa \in \{0,m\} \text{ e } j \in \{0,m\} \\ \cos(\pi\kappa j/m), & 0 < \kappa < m \text{ e } 0 < j < m \\ 1/2 \cos(\pi\kappa j/m), & \text{outros valores de } \kappa, j \end{cases}$$

$$S_\kappa = \int_{-1}^{+1} T_\kappa(t)\, dt$$

Escrevendo-se a Equação IV,10 em uma forma de quadratura com abcissas e pesos, têm-se:

$$y \cong \frac{2\Delta x}{m} \sum_{\kappa=0}^{m} w_\kappa \, f(x_\kappa) \qquad \text{(IV.11)}$$

com:

$$w_\kappa = \sum_{j=0}^{m} \alpha_{\kappa j} \, S_\kappa$$

$$x_\kappa = x_0 + \Delta x \, t_\kappa$$

$$t_\kappa = \cos(\pi\kappa/m)$$

os coeficientes w_κ e t_κ são calculados uma única vez para cada m, e armazenados em tabelas.

Convém ressaltar que qualquer método de quadratura com abcissa e pesos (por exemplo, os diversos métodos de Gauss) poderia ser utilizado.

4.2 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO DE INTEGRAÇÃO

4.2.1 - O MÉTODO EM UMA DIMENSÃO

No desenvolvimento do método, exposto a seguir, observa-se que sua diretriz foi a obtenção, a partir da Equação IV.5, de uma expressão como a da Equação IV.4, onde o algoritmo FFT, visto no Capítulo II, pudesse ser utilizado.

Inicialmente divide-se o intervalo de integração original (x_1, x_2) em N subintervalos iguais (A_n, B_n). Aplicando-se a cada subintervalo a fórmula de quadratura como a da Equação IV.1, o valor final da integral, na Equação IV.5, é dado por:

$$E_p \cong \frac{\Delta x}{m} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\kappa=0}^{m} w_\kappa \, f(x_{n\kappa}) \, e^{j\mu_p x_{n\kappa}} \qquad \text{(IV.12)}$$

com

$$\Delta x = \frac{x_2 - x_1}{N}$$

Substituindo-se μ_p por $U_1 + p\,\Delta\mu$ na Equação IV.12, e invertendo-se a ordem dos somatórios tem-se:

$$E_p \cong \frac{\Delta x}{m} \sum_{\kappa=0}^{m} w_\kappa \sum_{n=0}^{N-1} f(x_{n\kappa}) \, e^{j\mu_1 x_{n\kappa}} \, e^{jp\Delta\mu\, x_{n\kappa}} \qquad \text{(IV.13)}$$

Substituindo-se ainda $x_{n\kappa}$ por $x_{0\kappa} - n\Delta x$ na Equação IV.13 obtém-se

$$E_p \cong \frac{\Delta x}{m} \sum_{\kappa=0}^{m} w \; a_p^{\kappa} \sum_{n=0}^{N-1} f_n^{\kappa} \cdot e^{-j\Delta\mu \, \Delta x \, np} \qquad \text{(IV.14)}$$

onde:

$$a_p^{\kappa} = e^{jp\Delta\mu \; x_0}$$

$$x_{0\kappa} = x_2 - \Delta x/2 + \Delta x/2 \; . \; \cos\,(\pi\kappa/m)$$

$$f_n^{\kappa} = f(x_{n\kappa}) \; . \; e^{jU_1 \; x_{n\kappa}}$$

$$x_{n\kappa} = x_{0\kappa} - n \; \Delta x$$

A segunda somatória da Equação IV.14 pode ser transformada na expressão de uma DFT, como a definida na Equação II.4, se for fixado que:

$$\Delta\mu \; \Delta x = 2\pi/N \qquad \text{(IV.15)}$$

No entanto, uma vez que tanto o intervalo de integração (x_1, x_2), como o intervalo de variação da frequência de oscilação (μ_1, μ_2) são fixos, tem-se:

$$(\mu_2 - \mu_1) \; . \; (x_2 - x_1) \neq (N - 1) \; 2\pi \qquad \text{(IV.16)}$$

Considere-se somente o caso em que se tem, na desigualdade IV.16, a inequação:

$$(\mu_2 - \mu_1) \; . \; (x_2 - x_1) < (N - 1) \; 2\pi \; ,$$

que corresponde a uma grande parte das aplicações práticas. Apenas para antenas muito grandes, em termos de comprimento de onda, verifica-

-se a desigualdade no sentido contrário e, de qualquer maneira, esse problema pode ser contornado (Almeida e Mazzucco,1980). Nessas condições a solução encontrada foi expandir o intervalo de integração original (x_1, x_2) para (x_1, x_2') com $x_2' > x_2$, tomando-se como zero os valores da função integrando, fora do intervalo original, como na Figura IV.2.

Esta solução, no entanto, trouxe um novo problema, desta feita com a descontinuidade da função integrando. O valor da integral correspondente ao subintervalo que contém x_2 (na Figura IV.2 o subintervalo de número 4), é afetado por um erro de truncamento. Esse erro é proveniente da descontinuidade introduzida na função, naquele subintervalo, onde o valor cai abruptamente para zero no ponto $x = x_2$. Este último impasse, por sua vez, foi contornado espandindo-se o intervalo original de integração, de tal forma que o número de subintervalos, do novo intervalo (x_1, x_2''), que permanece em (x_1, x_2) seja sempre um inteiro L. Deste modo, para qualquer N e (x_1, x_2), tem-se x_2 coincidente com o limite de um subintervalo. Como será visto no exemplo seguinte, o intervalo original de variação da frequência de oscilação (μ_1, μ_2) também será, em consequência, alterado.

Um exemplo detalhado provê uma ilustração acurada da idéia apresentada. Considere-se

$$\mu_2 > \mu_1$$

e

$$x_2 > x_1$$

Seja, inicialmente, a expansão pura e simples do intervalo (x_1, x_2) para (x_1, x_2'). Satisfazendo-se a igualdade na Equação IV.15, define-se:

$$(x_2' - x_1) = \frac{(N - 1)\, 2\pi}{\mu_2 - \mu_1} \qquad \text{(IV.17)}$$

então

$$\Delta x' = \frac{x_2' - x_1}{N}$$

A função integrando f(x) na Equação IV.15 é substituida por g(x), tal que:

$$g(x) = f(x) \quad , \quad x_1 \leq x \leq x_2$$

$$g(x) = 0 \quad , \quad x_2 \leq x \leq x_2'$$

e

$$E_p = \int_{x_1}^{x_2'} g(x)\, e^{j\mu p x}\, dx$$

A descontinuidade da função g(x), no exemplo em questão, para N = 8, ocorreu no subintervalo de número 4 (Figura IV.2).

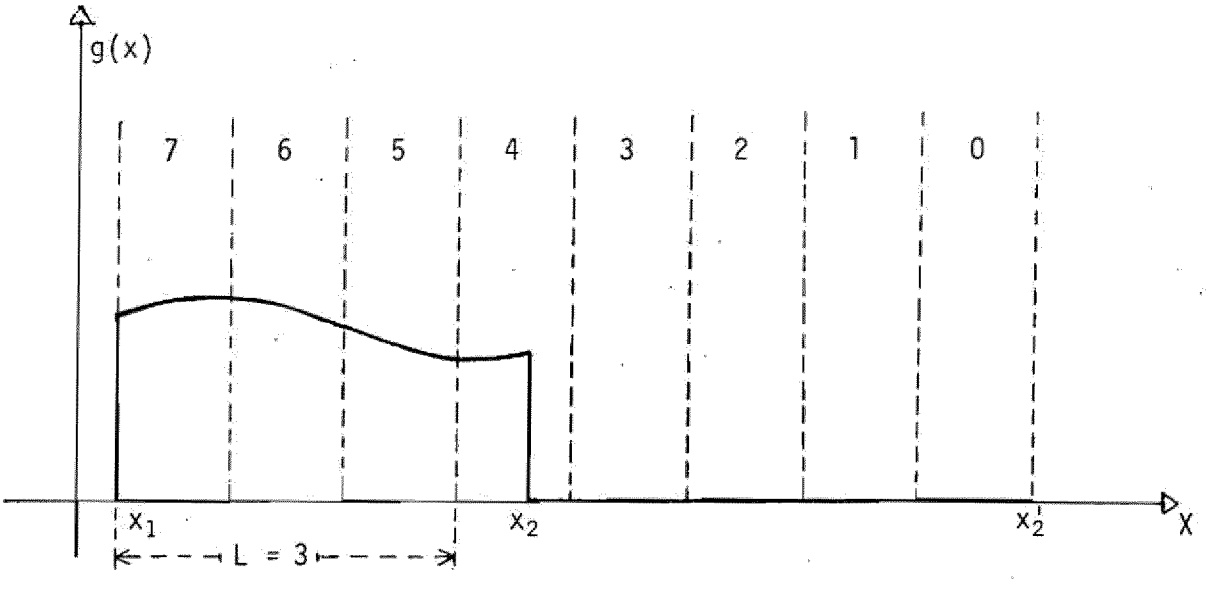

Fig. IV.2 - Exemplo da descontinuidade introduzida na função integrando.

Prosseguindo-se com o raciocínio, o valor de L é dado pelo quociente inteiro da divisão:

$$(x_2 - x_1)/\Delta x'$$

Para a eliminação da descontinuidade, o número de subintervalos contidos em (x_1, x_2) deve ser L; assim, um novo Δx é determinado:

$$\Delta x'' = \frac{x_2 - x_1}{L + 1}$$

O intervalo de integração é, definitivamente, fixado como:

$$x_2'' - x_1 = N \cdot \frac{x_2 - x_1}{L + 1}$$

A Figura IV.3 mostra a eliminação da descontinuidade da função integrando.

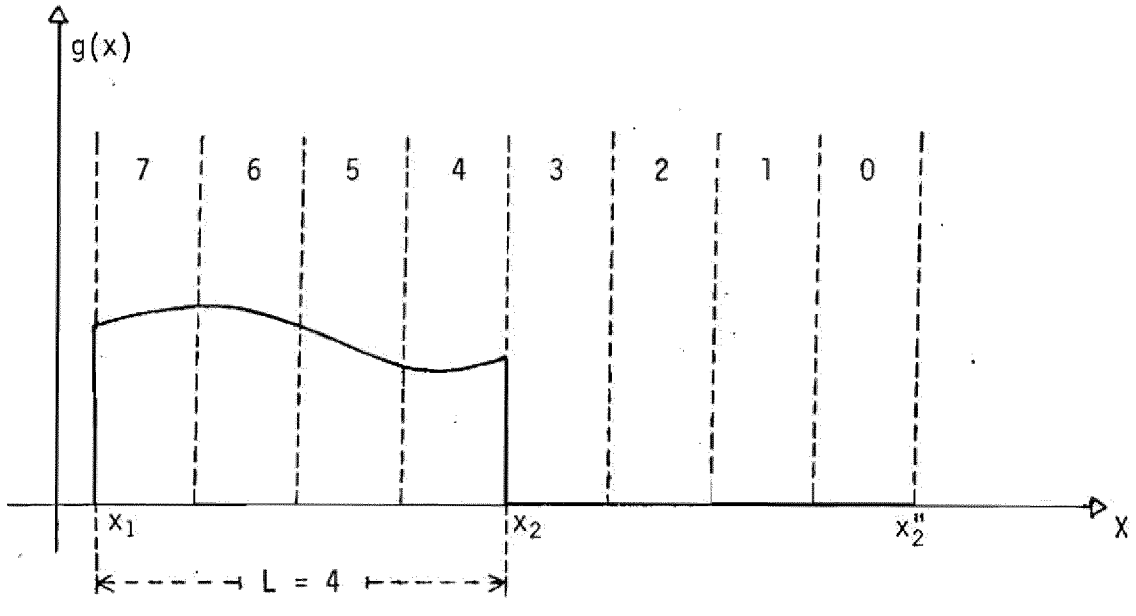

Fig. IV.3 - Eliminação da descontinuidade da função integrando.

Dessa forma, com $(x_2'' - x_1)$ fixo, o intervalo de variação de frequência de oscilação deverá, pela Equação IV.17, ser alterado para:

$$(\mu_2' - \mu_1) = \frac{2\pi\ (N - 1)}{x_2'' - x_1}$$

4.2.2 - O MÉTODO EM DUAS DIMENSÕES

Finalmente, estendendo-se a duas dimensões, onde o método foi realmente implementado, na sub-rotina denominada IOFRS, têm-se as fórmulas análogas:

$$E_{pq} = \frac{\Delta x\ \Delta y}{m_x\ m_y} \sum_{\kappa=0}^{m_x} \sum_{\ell=0}^{m_y} w_\kappa\ w_\ell\ a_p^\kappa\ b_q^\ell\ F_{pq}^\ell$$

onde

$$\Delta x = \frac{x_2'' - x_1}{N}$$

$$\Delta y = \frac{y_2'' - y_1}{N}$$

$$a_p^\kappa = e^{jp\Delta\mu x_{0\kappa}}$$

$$x_{0\kappa} = x_2 - \Delta x/2 + \Delta x/2 \cos\ (\pi\kappa/m_x)$$

$$b_q^\ell = e^{jq\Delta\nu y_{0\ell}}$$

$$y_{0\ell} = y_2 - \Delta y/2 + \Delta y/2 \cos\ (\pi\ell/m_y)$$

$$F_{pq}^{k\ell} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f_{nm}^{k\ell} \; e^{-j\left(\frac{2\pi}{N} np + \frac{2\pi}{M} mp\right)}$$

$$f_{nm}^{k\ell} = f(x_{nk}, y_{m\ell})$$

$$x_{nk} = x_{0k} - n\Delta x$$

$$y_{m\ell} = y_{0\ell} - m\Delta y$$

Os valores de y_2 e V_2 são ajustados por procedimento análogo ao descrito para x_2 e U_2 na Seção 4.2.1.

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO DO SISTEMA

5.1 - INTRODUÇÃO

O sistema, constituído de um programa principal e quinze subprogramas, foi implementado na linguagem de programação FORTRAN-IV. Procurou-se garantir a máxima portabilidade, não se utilizando de recursos adicionais oferecidos pelos computadores em que foi desenvolvido (iniciado em um Burroughs modelo B6700 e finalizado em um C.D.C. modelo Cyber 170/730). Sua configuração final, com 214 comandos de especificação e 990 de execução, necessita de 34 K palavras de memória para armazenamento de dados. Visando a otimização do tempo de acesso à memória principal, todas as variáveis indexadas, com dimensionamentos significativos, são unidimensionais.

A Figura V.1 apresenta um organograma funcional do sistema. As interligações, bem como a ordem de chamada entre os subprogramas componentes, são ilustradas no diagrama da Figura V.2.

O Apêndice A apresenta uma listagem completa de todo sistema.

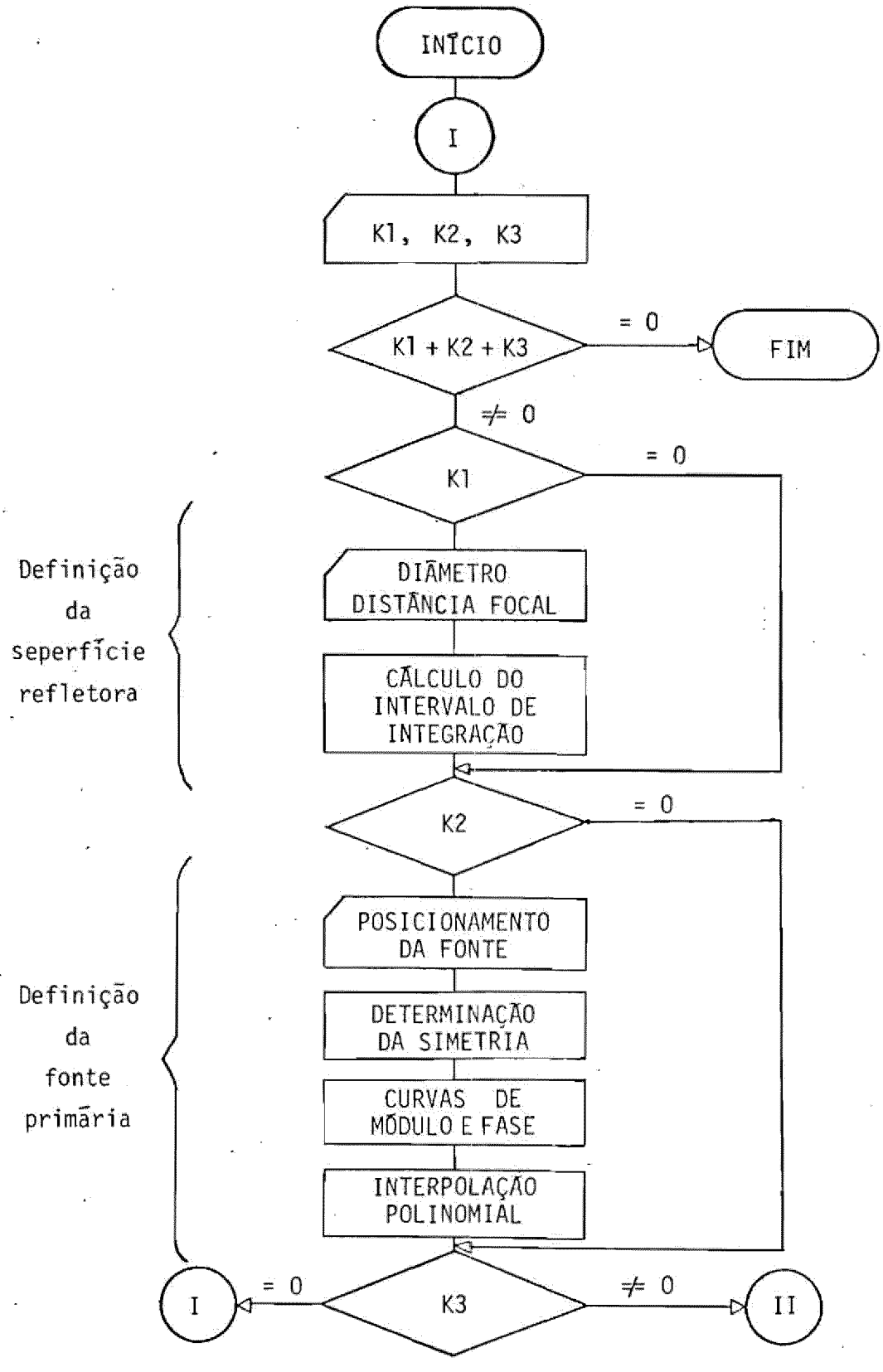

Fig. V.1 - Organograma geral do sistema.

(continua)

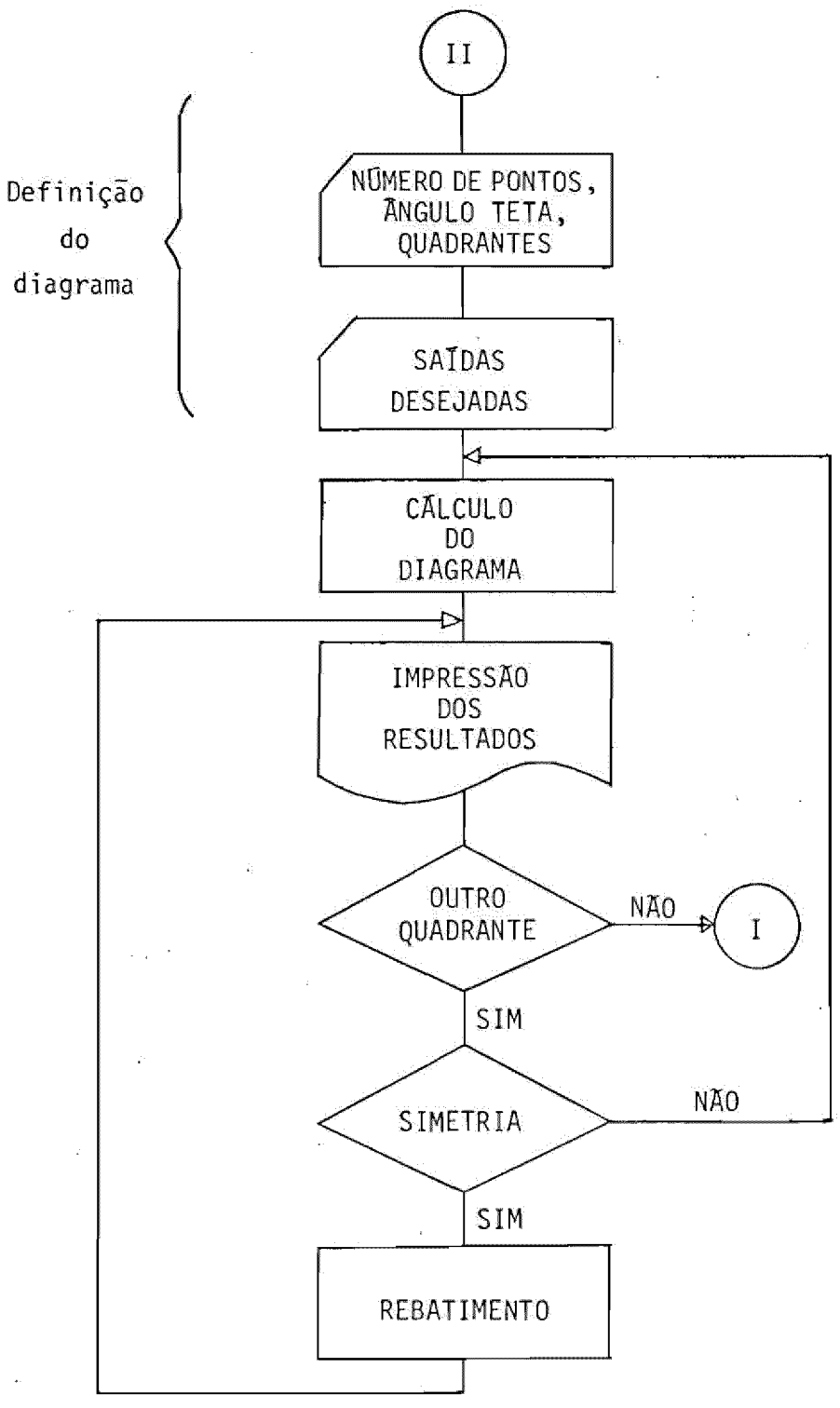

Fig. V.1 - Conclusão.

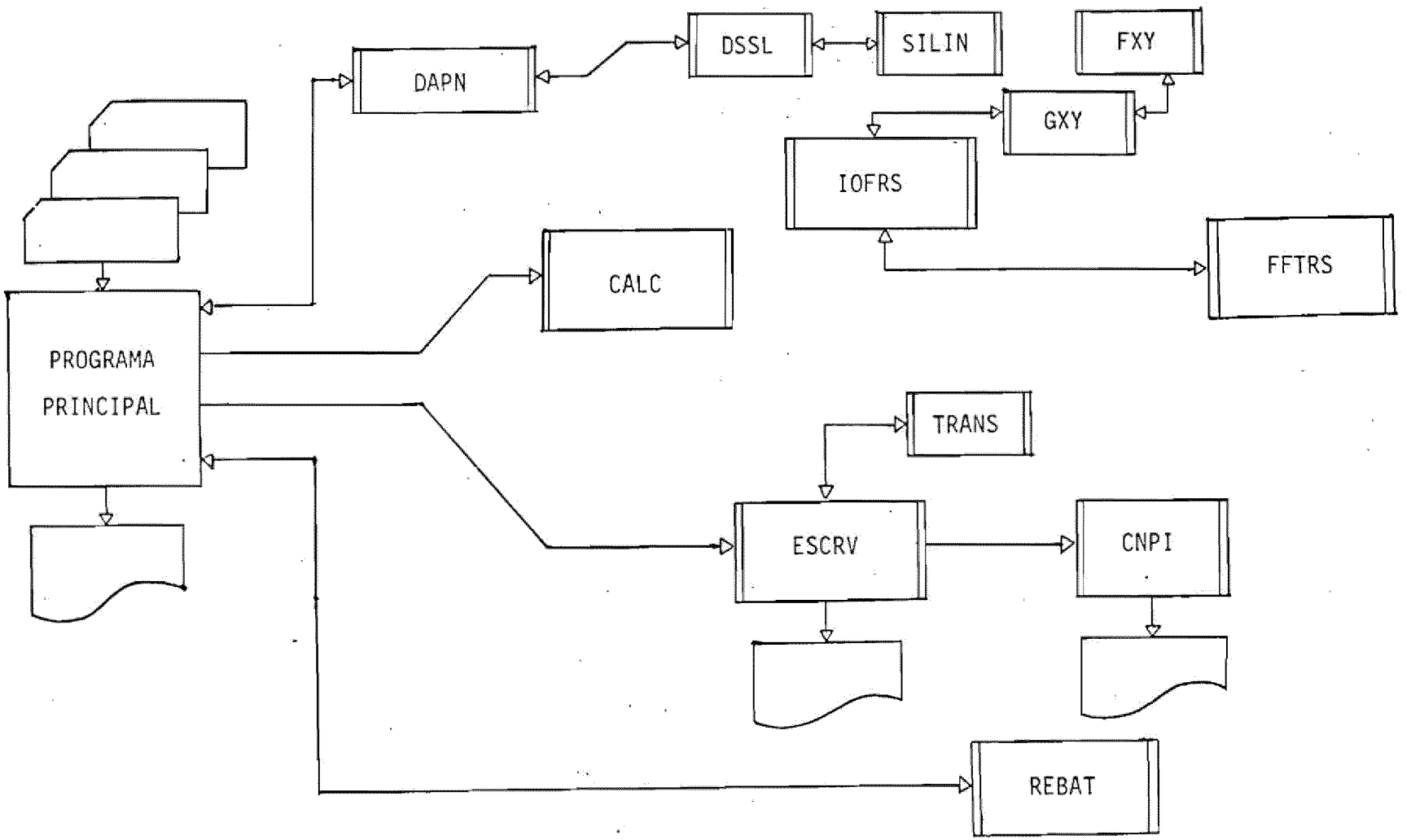

Fig. V.2 - Configuração conjunta do sistema.

5.2 - FUNÇÕES E CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA PRINCIPAL E DOS SUBPROGRAMAS COMPONENTES

5.2.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

Toda entrada para o sistema, proveniente do usuário, é efetuada via programa principal. Em função dos dados de controle (os quais definem as opções do usuário), este programa segue os seguintes procedimentos: recebe dados de definição (sobre os quais o sistema atuará), e chama os subprogramas apropriados.

O programa principal pode ser dividido em três partes, descritas a seguir:

1) Definições

É nesta parte que se definem a superfície refletora, a fonte primária e o diagrama de irradiação desejado da antena simulada. A única sub-rotina, chamada nesta fase, é a DAPN, para a interpolação dos polinômios que definem a antena fonte.

2) Execução

Com os parâmetros preparados na fase anterior, o programa principal desencadeia, nesta segunda parte, o processamento propriamente dito, com a chamada da sub-rotina CALC. Ao final desta fase, uma grade de pontos, correspondendo ao diagrama de irradiação da antena, está disponível em dois vetores, armazenados por coluna na memória principal.

3) Impressão dos Resultados

Nesta última parte o programa principal tem ainda dois procedimentos: elaboração da saída dos resultados finais e rebatimento. A grade gerada é rebatida, nos quadrantes apropriados, dependendo

das opções do usuário e da simetria do sistema. As sub-rotinas chamadas nesta última parte são ESCRV e REBAT.

5.2.2 - SUB-ROTINA CALC

O processamento propriamente dito inicia-se com a chamada desta sub-rotina pelo programa principal. Esta sub-rotina ajusta o intervalo de oscilação da função integrando em função do quadrante desejado (Capítulo IV); em seguida chama a sub-rotina de integração IOFRS, que calcula uma grade de números complexos, correspondente aos valores da integral, nos pontos do diagrama. Esta grade, armazenada em dois vetores (parte real e imaginária), é então transformada pela CALC no diagrama de irradiação definitivo, através da obtenção do módulo e da fase de cada ponto.

Os dois últimos procedimentos executados por essa sub-rotina são: a normalização dos valores do diagrama em relação ao seu valor máximo, e a determinação dos ângulos θ e ϕ correspondentes a este valor.

5.2.3 - SUB-ROTINA IOFRS

Todo o processo matemático envolvido no cálculo da integral dupla oscilante, referenciado no capítulo IV, é efetuado por esta sub-rotina. Esta expande o intervalo original de integração, dentro da idéia apresentada; prepara a matriz para o algoritmo da FFT dupla; e chama a sub-rotina FFTRS, que é a implementação desse algoritmo. Ela é chamada pela sub-rotina CALC.

5.2.4 - SUB-ROTINAS GXY E FXY

Estas duas sub-rotinas são utilizadas, pela IOFRS, no cálculo dos valores da função integrando e na preparação da matriz passada para a sub-rotina FFTRS. A GXY é chamada pela IOFRS e opera em conjunto com a FXY, da seguinte forma: se o ponto pertencer ao intervalo

original de integração (Capítulo IV), a FXY é chamada para calcular, realmente, o valor da função naquele ponto; caso contrário, o valor retornado pela GXY é zero.

5.2.5 - SUB-ROTINA FFTRS

O desenvolvimento desta sub-rotina baseia-se em uma implementação do algoritmo FFT (Peled e Liu, 1976). As principais alterações efetuadas foram: passagem para duas dimensões, otimização do número de chamadas das funções intrínsecas "SIN" e "COS", e eliminação de operações inúteis tal como multiplicações por zero. Esta é chamada pela sub-rotina IOFRS.

5.2.6 - SUB-ROTINAS DAPN, SILIN e DSSL

Este grupo de sub-rotinas interpola um polinômio, a partir de um conjunto de pares de pontos (x, f(x)). O método de interpolação utilizado é o de mínimos quadrados. Este grupo é chamado pelo programa principal na determinação das curvas de módulo e fase, que definem o diagrama da fonte.

5.2.7 - SUB-ROTINA TRANS

A partir das coordenadas (μ, ν), de um ponto qualquer do diagrama de irradiação calculado, esta sub-rotina determina a direção correspondente, retornando os ângulos θ e ϕ, sendo utilizada pela sub-rotina ESCRV na obtenção dos cortes desejados no diagrama de irradiação.

5.2.8 - SUB-ROTINA REBAT

Dependendo da simetria da antena, o diagrama de irradiação calculado para um quadrante pode ser rebatido para outros, poupando, assim, tempo de processamento. Esta sub-rotina, chamada pelo programa principal, é quem faz estes rebatimentos.

5.2.9 - SUB-ROTINA CNPI

A função desta sub-rotina é traçar o diagrama de irradiação em curvas de níveis, utilizando a impressora como dispositivo de saída, sendo utilizada pela sub-rotina ESCRV.

5.2.10 - FUNÇÃO DB

Os pontos do diagrama de irradiação final são expressos em decibéis por este subprograma do tipo função, chamado pela sub-rotina CALC.

5.2.11 - FUNÇÃO POL

Esta função, chamada pela sub-rotina FXY calcula, de uma forma eficiente, o valor numérico de um polinômio; faz uso de um algoritmo conhecido por regra de Horner (Knuth, 1969).

5.2.12 - FUNÇÃO XATAN

A sub-rotina CALC utiliza esta função na determinação dos ângulos θ e ϕ, a partir de suas tangentes.

5.3 - ENTRADAS DO SISTEMA

Os dados de entrada para o sistema, que definirão a antena a ser simulada e o diagrama desejado (dados de definição), são mais bem intendidos, se separados em três grupos:

1) Definição da Superfície Refletora

Dois dados, apenas, constituem este primeiro grupo: o diâmetro da antena e sua distância focal. Estas medidas deverão ser fornecidas em comprimento de onda.

2) Definição da Fonte Primária ou Antena Fonte

A fonte fica definida através de sua localização, sua orientação e seu diagrama de irradiação. Os dados constituintes deste grupo são: para a localização e orientação, as coordenadas (XF, YF, ZF) do sistema onde a fonte está definida e o ângulo α (Figura III.1); para o diagrama da fonte, os conjuntos de pares de pontos, conseguidos experimentalmente, (Ψ, $G_p(\Psi)$ e (Ψ, $F_p(\Psi)$), que interpolados determinarão os polinômios que definem o módulo e a fase da antena fonte (Seção 3.3).

Em função da localização e orientação da fonte fornecidas, o sistema determina o tipo de simetria da antena, segundo a Tabela V.1.

TABELA V.1

TIPOS DE SIMETRIA

TIPO	$\lvert XF\rvert + \lvert\alpha\rvert$	YF	SIMETRIA	
			EIXO-X	EIXO-Y
0	$\neq 0$	$\neq 0$	NÃO	NÃO
1	0	$\neq 0$	NÃO	SIM
2	$\neq 0$	0	SIM	NÃO
3	0	0	SIM	SIM

3) Definição do Diagrama de Irradiação

Através deste grupo de dados, o usuário define como será o diagrama final, que é formado pelos dados que especificam: a densidade da grade (diagrama), o grau do polinômio aproximante usado na integração, e o ângulo θ (Figura III.1).

A formatação, bem como a ordem de entrada desses dados, são detalhados na Seção 5.5.

5.4 - SAÍDAS DO SISTEMA

Os resultados finais de uma simulação ficam armazenados na memória principal em dois vetores. O usuário deve ver, logicamente, esses resultados dispostos em uma grade regular quadrada, de 32 x 32 ou 64 x 64 pontos em um dos quadrantes, dependendo da opção escolhida. Esta grade possui como eixo das abcissas U e das ordenadas V. Como na Seção 3.4, μ e ν são definidos em função dos co-senos diretores da direção (θ, ϕ):

$$\mu = 2\pi \text{ sen } \theta \cdot \cos \phi$$

$$\nu = 2\pi \text{ sen } \theta \cdot \text{sen } \phi$$

para um ponto qualquer da grade, dado pelas coordenadas (μ, ν), Figura V.3, o ângulo θ é associado ao círculo de centro em (0, 0) e de raio igual a μ; e o ângulo ϕ é associado à reta que passa pelos pontos (0, 0) e (μ, ν), pois:

$$\text{sen } \theta = \sqrt{\mu^2 + \nu^2} / 2\pi$$

$$\text{tg } \phi = \frac{\mu}{\nu}$$

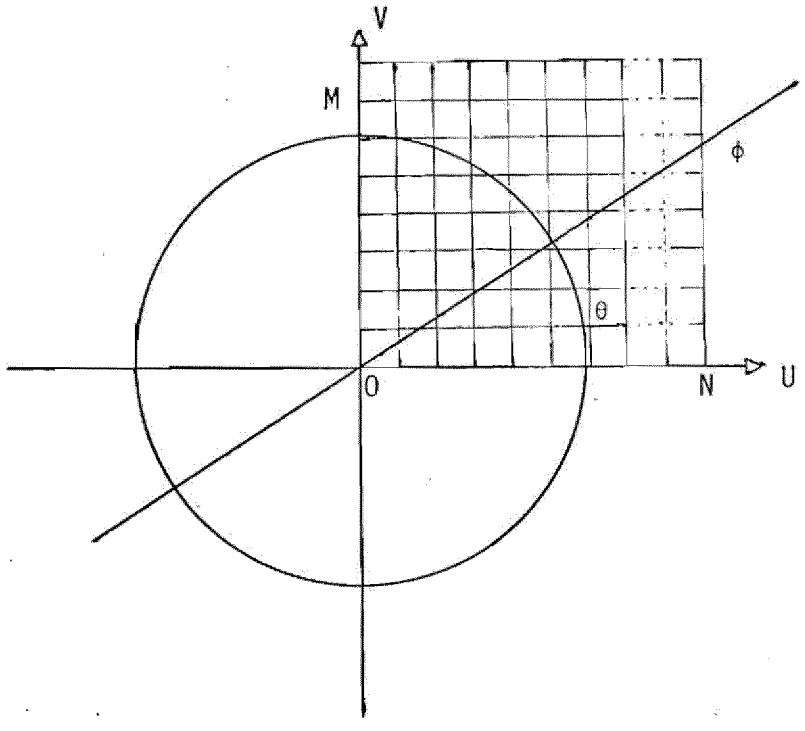

Fig. V.3 - Exemplo de um diagrama no primeiro quadrante.

Com essa visão lógica da grade armazenada, o usuário tem, então, duas opções para a saída dos seus resultados, descritos a seguir.

5.4.1 - CORTES NO DIAGRAMA

Três tipos de cortes podem ser efetuados no diagrama de N x N pontos, com N igual a 32 ou 64:

1) Corte em U constante

Este é o corte em que μ permanece constante e ν varia:

$\mu = p \cdot \Delta\mu$, com p igual a um inteiro entre 0 a N - 1

$\nu = q \cdot \Delta\nu$, com q = 0, ..., N - 1

Neste caso, para p = 0, tem-se o corte correspondente aos pontos tomados sobre o eixo V, isto é, ϕ igual a 90^0 no primeiro ou segundo quadrante, e 270^0 no terceiro e quarto (Figura V.3).

2) Corte em V Constante

Neste corte, inversamente ao que ocorre no anterior, ν permanece constante e μ é que varia:

$\mu = p \cdot \Delta\mu$, com p = 0,1, ..., N - 1

$\nu = q \cdot \Delta\nu$, com q igual a um inteiro entre 0 a N - 1

Agora para q = 0, tem-se o corte correspondente aos pontos tomados sobre o eixo U; isto é, ϕ igual a 0^0 no primeiro quadrante, 180^0 no segundo ou terceiro, e 360^0 no quarto (Figura V.3).

3) Corte em $|U| = |V|$

Os pontos, neste último tipo de corte, são tomados sobre a reta $|\mu| = |\nu|$. O ângulo ϕ é dado em graus por $45 + 90 \cdot (I - 1)$, onde I é o quadrante desejado.

Com esses três tipos de cortes é possível, se necessário, varrer totalmente o diagrama de irradiação.

5.4.2 - CURVAS DE NÍVEIS DO DIAGRAMA

Outra opção para o usuário é o traçado do diagrama, total ou em quadrantes determinados, através de curvas de níveis, pela impressora.

Os valores das amplitudes do campo, calculados em dB e normalizados em relação ao máximo (o máximo é 0 dB), são truncados para o inteiro mais próximo e impressos em matrizes quadradas de dimen

sões 32 x 32. No caso de um diagrama com 64 x 64 pontos, cada quadrante necessita de 4 folhas enumeradas, que deverão ser justapostas segundo instruções fornecidas pelo sistema.

Os dados de controle, através dos quais o usuário escolhe suas opções de saída, são detalhados a seguir:

5.5 - DESCRIÇÃO DOS DADOS

Apresenta-se aqui a descrição de todos os dados para o sistema. A descrição, dividida em leituras, obedece exatamente a ordem na qual os dados são lidos. A sequência das variáveis, dentro de cada leitura, deverá ser mantida.

1) Primeira Leitura

- variáveis: (ID(I), I = 1,10)

- formato: (10A2)

- descrição da variável:
  - (ID(I), I = 1,10): comentário

2) Segunda Leitura

- variáveis: K1; K2, K3

- formato: 3I5

- descrição das variáveis:
  - K1: definição do parabolóide
    = 1: nova definição
    = 0: definição anterior
  - K2: definição da fonte
    = 1: nova definição
    = 0: definição anterior

- K3: definição do diagrama
  = 1: nova definição
  = 0: definição anterior

3) Terceira Leitura

- variáveis: DIAM, DF

- formato: (2F10.3)

- descrição das variáveis:
  - DIAM: diâmetro da antena em comprimento de onda.
  - DF: distância focal da antena em comprimento de onda e normalizada em relação ao diâmetro.

4) Quarta Leitura

- variáveis: XF, YF, ZF, ALFA

- formato: (4F10.3)

- descrição das variáveis:
  - XF: deslocamento da fonte, em fração do diâmetro, no eixo X.
  - YF: deslocamento da fonte, em fração do diâmetro, no eixo Y.
  - ZF: deslocamento da fonte, em fração do diâmetro, no eixo Z.
  - ALFA: ângulo de elevação da fonte em graus.

- observação: Figura III.1.

5) Quinta Leitura

- variáveis: N, (PSI(I), I = 1, N), (DB(I), I = 1, N)

- formato: (I5, / , (8F10.3)

- descrição das variáveis:
  - N: número de pontos para a definição da fonte, curva de módulo.
  - PSI(I): valor do ângulo Ψ, de ordem I em graus, ($-90 \leq PSI(I) \leq 90$).
  - DB(I): valor da função G_p (ganho) na direção PSI(I), em dB.

- observação: Seção 5.3.

6) Sexta Leitura

- variáveis: N, (PSI(I), I = 1, N), (FA(I), I = 1, N)

- formato:(I5, / , (8F10.3))

- descrição das variáveis:
  - N: número de pontos para a definição da fonte, curva de fase.
  - PSI(I): valor do ângulo Ψ, de ordem I, em graus ($0 < FI(I) \leq 90^o$).
  - FA(I): valor da função FA (fase), na direção PSI(I), em graus.

- observação: Seção 5.3.

7) Sétima Leitura

- variáveis: TETA, N, (IQ(I), I = 1,4), INIT, INPT, MX, MY.

- formato: (F10.3, 9I5)

- descrição das variáveis:
  - TETA: ângulo θ máximo, no diagrama, em graus.
  - N: densidade do diagrama N $\in$ {32, 64}
  - IQ(I): código para o cálculo do diagrama referente ao quadrante I.

= 1: deseja-se o diagrama
= 0: não se deseja o diagrama

- INIT: código para o traçado do diagrama total, em curvas de níveis, pela impressora.
  = 1: deseja-se o diagrama
  = 0: não se deseja o diagrama
- INPT: código para o traçado do diagrama total, em curvas de níveis, pela "PLOTTER".
  = 1: deseja-se o diagrama
  = 0: não se deseja o diagrama

- MX: grau, em X, do polinômio que aproxima a função integrando.

- MY: grau, em Y, do polinômio que aproxima a função integrando.

- observação: Seção 5.3.

8) Oitava Leitura

- variáveis: INI(I), INP(I), INC(I)

- formato: (3I5)

- descrição das variáveis:
  - INI(I): código para o traçado do diagrama pela impressora, em curvas de níveis, no quadrante I.
    = 1: deseja-se o diagrama
    = 0: não se deseja o diagrama
  - INIP(I): código para o traçado do diagrama pela "plotter", em curvas de níveis, no quadrante I.
    = 1: deseja-se o diagrama
    = 0: não se deseja o diagrama
  - INC(I): número de cortes no diagrama, quadrante I ($0 \leq INC(I) \leq 50$).

9) Nona Leitura

- variáveis: ITC(I, J), IPQ(I, J)

- formato: (2I5)

- descrição das variáveis:
  - ITC(I, J): código para o tipo de corte J no quadrante I.
    = 1: corte em U constante
    = 2: corte em V constante
    = 3: corte em $|U| = |V|$
  - IPQ(I): inteiro que fornece o valor constante de U ou de V, referente ao corte número J do quadrante I ($0 \leq IPQ(I, J) \leq N - 1$)

- observações:
  - esta leitura deverá ser fornecida para J variando de 1 a INC(I)
  - (Seção 5.3)

O Apêndice B apresenta alguns resultados obtidos com o sistema desenvolvido.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

6.1 - TESTES EFETUADOS

Na avaliação da precisão alcançada com o método desenvolvido, utilizou-se um outro método de integração numérica, cujos resultados foram considerados como corretos. Uma grande variedade de antenas foi testada, utilizando-se os dois métodos. Como exemplo escolheu-se uma antena com diâmetro igual a 300 λ e iluminação, com atenuação nas bordas, de - 10 dB em relação ao máximo; o valor do campo irradiado foi calculado em uma grade de 64 x 64 pontos. O gráfico apresentado na Figura VI.1 representa as amplitudes do campo calculado pelo sistema, utilizando-se os dois métodos em um corte com $\phi = 90^o$ e θ variando de 0° à 20°.

Na simulação dessa última antena, a proporção entre os tempos de processamento gastos pelo método comparado e o desenvolvido atingiu 1 para 248, respectivamente. Obviamente, esta comparação, uma vez que o método comparado não é específico para integração de funções oscilantes, serviu apenas para ressaltar a utilidade do sistema desenvolvido.

Na Tabela VI.1 apresentam-se alguns resultados do sistema desenvolvido, em três simulações, onde: D é o diâmetro da antena em comprimento de onda (λ); N x N é a densidade da grade; θ_M é o máximo ângulo do diagrama, em graus; T é o tempo de processamento por ponto calculado em segundos; E_M é o erro máximo no lobo principal; e E_S o erro máximo nos níveis dos lobos secundários em dB. Esses resultados foram também obtidos com iluminação de - 10 dB nos bordos da antena.

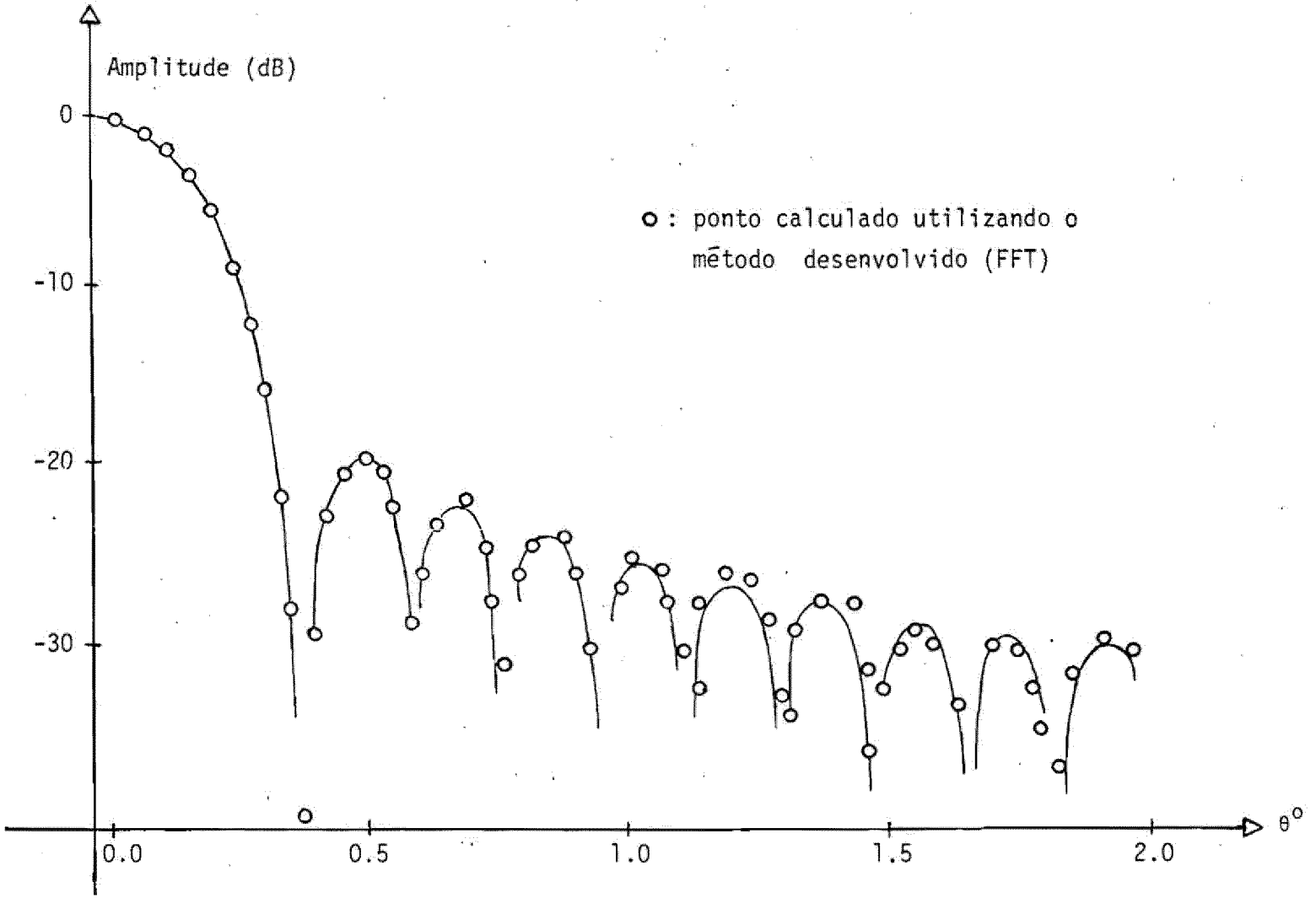

Fig. VI.1 - Comparação das amplitudes calculadas pelos dois métodos.

TABELA VI.1

ALGUNS RESULTADOS DO SISTEMA

DIÂMETRO (em λ)	N	θ_M (em graus)	T (em seg.)	E_M (em dB)	E_S (em dB)
36.	16	4.48	0.11	0.08	0.41
36.	32	4.63	0.11	0.07	0.59
36.	64	4 70	0.11	0.58	0.26
140.	16	2.30	0.14	0.06	0.41
140.	32	2.38	0.12	0.11	3.06
140.	64	2.42	0.12	0.12	0.43
300.	16	1.07	0.14	0.31	0.66
300.	32	1.11	0.12	0.05	3.07
300.	64	1.13	0.12	0.05	3.40
300.	64	2.07	0.13	0.01	0.50

Um trabalho com os mesmos objetivos do apresentado, que despende um tempo de processamento estimado em 2 segundos por ponto calculado, em problemas análogos, é encontrado em Kauffman et alii (1976).

Realizaram-se experiências com iluminação nos bordos do refletor de no máximo - 10 dB. Acredita-se que, com iluminação mais intensa, os resultados não seriam tão satisfatórios; entretanto, experiências neste sentido ainda não foram realizadas.

6.2 - APLICAÇÕES INDICADAS E LIMITAÇÕES

A utilização do sistema apresentado é indicada, principalmente, quando se deseja rapidez nos cálculos de diagramas e irradiação. Sua precisão, para pontos distantes do lobo principal, não é satisfatória para muitas aplicações. Esta perda de precisão provém da necessidade da transformação do domínio original de integração, em geral um círculo (Capítulo II), em um retângulo. Como visto na Seção 4.2.1, este procedimento produz uma descontinuidade na função integrando, introduzindo erros na integração numérica. Outra limitação intrínseca ao sistema é a restrição a pequenas regiões angulares (ângulo θ), dentro das quais a Equação III.7 é válida. O sistema também não é aplicável ao estudo do efeito da presença da fonte primária e de sua estrutura de sustentação, por meio de uma "sombra" na área iluminada, como é usual. Isto se deve ao fato da "sombra" introduzir descontinuidades no domínio de integração.

6.3 - EXTENSÕES SUGERIDAS

A extensão do sistema para qualquer θ pode ser alcançada através da definição de novas regiões angulares pequenas, em torno de direções arbitrárias (Galindo - Israel e Mittra, 1977). A integração deve então ser feita no novo sistema de coordenadas retangulares, cujo eixo Z é coincidente com a direção escolhida. Outra extensão sugerida é a aplicação do método de integração a qualquer secção retangular do plano (μ, ν), dentro de uma pequena região angular. Isto é possível pelo fato de que nenhuma restrição existe para os valores de U_1, $\Delta\mu$, V_1 e $\Delta\nu$. Notou-se também que o cálculo de uma grade de $2 . N \times 2 . M$ pontos pode ser feito decompondo-a em quatro grades com $N \times M$ pontos, convenientemente posicionados no plano (μ, ν). Este procedimento seria útil na redução da memória requerida para armazenamento e na propagação de erros de truncamento. Finalmente, uma vez que o sistema não faz nenhuma restrição ao tipo de superfície refletora, uma extenção a outra superfície, que não parabólica, poderá perfeitamente ser efetuada.

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Espaciais pela oportunidade de realização deste trabalho.

À divisão de Eletrônica do Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento do Centro Técnico Aeroespacial pelo total apoio.

Ao MSc. Roberto Antônio Rodrigues de Almeida pelas idéias fundamentais que permitiram a elaboração deste trabalho, bem como pela orientação e incentivo.

Ao Dr. Luiz Alberto Vieira Dias pela orientação e assessoria.

Ao Dr. Celso de Renna e Souza pelas sugestões apresentadas.

A todos que direta ou indiretamente permitiram que este trabalho se concretizasse.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, R.A.R. *Integração numérica adaptativa com aproximação por séries de Chebyshev.* São José dos Campos, CTA/IPD/PEA, 1980.

ALMEIDA, R.A.R. *Réduction du temps de calcue de diagrammes de rayonnement de réflecturs par aproximation polynomiale.* IN: SOCIETE DES ELECTRICIENS, DES ELECTRONICIENS, ET RADIOELECTRICIENS. *Colloque International sur le Radar,* Paris, 4 au - 8 dec, 1978. Paris, 1978, p. 415-422.

ALMEIDA, R.A.R.; DIAS, A.H.C. *Análise numérica de refletores parabólicos.* São José dos Campos, CTA/IPD/PEA, 1979.

ALMEIDA, R.A.R.; MAZZUCCO, J.J. *Fast calculation of far-field patterns of reflector antennas with fast Fourier transform.* IN: EUROPEAN MICROWAVE CONFERENCE, 10., Warszawa, 1980. Proceedings. Warszawa, Microwave Exhibitions, 1980, p. 61-66.

COOLEY, J.W.; TUKEY, J.W. An algorithm for the maching computation of complex Fourier series. *Mathematics Computation,* 1(19):297-301, June, 1965.

DAVIS, P.J.; RABINOWITZ, P. Approximate integration over infinite intervals. IN: ———. *Methods of numerical integration.* Massachusetts, Blaisdell, 1975. Cap. 3, p. 160-201.

GALINDO-ISRAEL, V.; MITTRA, R. A new series representation for the radiation integral with application to reflector antennas. *IEE transaction antennas propagation,* AP-25(5):631-641, Sep., 1977.

KAUFFMAN, F.; CROSWELL, W.F.; JOWERS, L.J. Analysis of the radiation patterns of reflector antennas. *IEE transactions on antennas and propagation,* AP-24(1):53-65, Jan., 1976.

KNUTH, D.E. Arithmetic. IN: ———. *The art of computer programing.* Reading, MA, Addison-Wesley, 1969. Cap. 4, p. 360-422.

OPPENHEIM, A.V.; SCHAFER, R.W. The discrete Fourier transform. IN: ———. *Digital signal processing.* Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1975. Cap. 3, p. 87-121.

PELED, A.; LIU, B. The computation of the discrete Fourier transform and some of its application. IN: ———. *Digital signal processing - theory, design, and implementation.* New York, N.Y., John Wiley, 1976. Cap. 3, p. 142-171.

PELED, A.; LIU, B. An introduction to digital signal processing. IN: ———. *Digital signal processing - theory, design, and implementation.* New York, N.Y., John Wiley, 1976. Cap. 1, p. 1-44.

PIESSENS, R.; BRANDERS, M. Computation of oscillating integrals. *Journal of computation and applied mathematics,* 1(3):153-164, Sep., 1975.

SILVER, S. Pencil-beam and simple fanned-beam antennas. IN: ———. *Microware antenna and design.* New York, N.Y., Dover, 1965. Cap. 12, p. 413-448.

SILVER, S. Scattering and diffraction. IN: ———. *Microware antenna and design.* New York, N.Y., Dover, 1965. Cap. 5, p. 129-167.

SNYDER, M.A. The use of Chebyshev polynomials in polynomial approximations. IN: ———. *Chebyshev methods in numerical approximation.* Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1975. Cap. 3, p. 27-56.

APÊNDICE A

LISTAGEM DO SISTEMA

```
      PROGRAM ESCALAR(DADOS,OUTPUT,TAPE5=DADOS,TAPE6=OUTPUT)
C
C     PROGRAMA DIPFFT
C
      EXTERNAL GXY,FFTRS,DSSL
      INTEGER P,Q,PQ,P1,Q1,QB(4)
      DOUBLE PRECISION CGR,DPI,DIAM,X1,X2,Y1,Y2,A(100),U2,V2,
     #F(4096),G(4096),DU,DV,SNT,CST,XATAN
      DIMENSION ID(56),PSI(10),DB(10),XX(10),MZ(1),FA(10),IQ(4),
     #INC(50),ITC(4,50),IPQ(4,50),LLP(4,4),INI(4),INP(4),ISN(2)
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      DATA NR,NW/5,6/
      DATA LLP/21,21,21,21,22,22,11,11,23,22,14,31,24,21,24,21/
      DATA DPI/6.28318530717958647692D+0/
      DATA CGR/.17453292519943295769D-01/
      DATA ISN/"NAO","SIM"/
C**** INICIO
      READ(NR,500) (ID(J),J=1,10)
      WRITE(NW,600) (ID(J),J=1,10)
      IV=0
    1 READ(NR,501) K1,K2,K3
      IF(K1+K2+K3) 55,55,2
    2 IV=IV+1
      WRITE(NW,601) IV
      IF(K1) 4,4,3
C***** DEFINICAO  DO  PARABOLOIDE
C********** VALORES
    3 READ(NR,502) DIAM,DF
      WRITE(NW,602) DIAM,DF
      DF=DF*DIAM
      RR=.5D+0*DIAM
C********** ALGUMAS  CONSTANTES
      X1=-RR
      X2=+RR
      Y1=-RR
      Y2=+RR
      RRQ=RR**2
      X4DF=.25D+0/DF
      DDF=DF+DF
    4 IF(K2) 10,10,5
C***** DEFINICAO  DA  FONTE  PRIMARIA
C********** TIPO  DE  SIMETRIA
C********** MODULO
    5 WRITE(NW,603)
      READ(NR,506) XF,YF,ZF,ALFA
      XFE=XF
      YFE=YF
      ZFE=ZF
      ALFAE=ALFA
      IS=4
      XALFA=ABS(XF)+ABS(ALFA)
      IF(XALFA.EQ.0) GO TO 7
      IF(YF.EQ.0)    GO TO 6
      IS=1
```

```
      GO TO 70
    6 IS=3
      GO TO 70
    7 IF(YF.EQ.0)    GO TO 70
      IS=2
   70 CONTINUE
      SINAL=DSIN(ALFA*CGR)
      COSAL=DCOS(ALFA*CGR)
      XF=XF*DIAM
      YF=YF*DIAM
      ZF=ZF*DIAM
      ZF=ZF+DF
      READ(NR,503) N,(PSI(J),DB(J),J=1,N)
      DO 8 J=1,N
      WRITE(NW,604) J,PSI(J),DB(J)
      PSI(J)=PSI(J)*CGR
    8 XX(J)=-ALOG(10.**(DB(J)/10.))/PSI(J)**2
      MZ(1)=N
      CALL DAPN(DSSL,PSI,XX,PM,A,ID,O,MZ,N,O.,EQM,IER)
      NM=N
C********** CURVA  DE  FASE
      WRITE(NW,605)
      READ(NR,503) N,(PSI(J),FA(J),J=1,N)
      DO 9 J=1,N
      WRITE(NW,604) J,PSI(J),FA(J)
      PSI(J)=PSI(J)*CGR
    9 XX(J)=FA(J)*CGR
      MZ(1)=N
      CALL DAPN(DSSL,PSI,XX,PF,A,ID,O,MZ,N,O.,EQM,IER)
      NF=N
      WRITE(NW,609) XFE,YFE,ZFE,ALFAE
   10 IF(K3) 1,1,11
C***** CALCULO  DO  DIAGRAMA
C********** DEFINICAO  DO  DIAGRAMA
   11 READ(NR,504) TETA,N,(IQ(I),I=1,4), INIT,INPT,MX,MY
      M=N
      NN=N**2
      L=N*DSIN(TETA*CGR)*DIAM/(N-1)
      U2=DPI*(N-1)*(L+1)/(N*DIAM)
      V2=U2
      DU=U2/(N-1)
      DV=V2/(N-1)
      SNT=U2/DPI
      CST=DSQRT(1.D+0-SNT**2)
      TETAM=XATAN(CST,SNT)/CGR
      WRITE(NW,606) N,TETA,L,TETAM,MX,MY
C
      GO TO (16,17,18,19) , IS
   16 IX=ISN(1)
      IY=ISN(1)
      GO TO 20
   17 IX=ISN(1)
      IY=ISN(2)
      GO TO 20
   18 IX=ISN(2)
      IY=ISN(1)
      GO TO 20
```

```
   19  IX=ISN(2)
       IY=ISN(2)
   20  DO 28 I=1,4
       IF(IQ(I)) 28,28,22
   22  READ(NR,501) INI(I), INP(I), INC(I)
       IF(INC(I)) 28,28,24
   24  DO 26 J=1,INC(I)
       READ(NR,501)  ITC(I,J), IPQ(I,J)
   26  CONTINUE
   28  CONTINUE
       IF(INIT.EQ.0) GO TO 30
       DO 29 I=1,4
       IQ(I)=1
   29  INI(I)=1
   30  IF(INPT.EQ.0) GO TO 32
       DO 31 I=1,4
       IQ(I)=1
   31  INP(I)=1
C***************
   32  IQ1=IQ(1)+1
       IQ2=IQ(2)+1
       IQ3=IQ(3)+1
       IQ4=IQ(4)+1
       IN1=INIT+1
       IN2=INPT+1
       WRITE(NW,607) IX,IY,ISN(IQ1),ISN(IQ2),ISN(IQ3),ISN(IQ4),
      +ISN(IN1),ISN(IN2)
       DO 33 I=1,4
   33  QB(I)=0
       DO 35 J=1,4
       LP=LLP(IS,J)-LLP(IS,J)/10*10
       K=IQ(J)*LP
       IF(K) 35,35,34
   34  QB(K)=1
   35  CONTINUE
       DO 42 K=1,4
       IF(QB(K)) 42,42,36
   36  CALL CALC(X1,X2,Y1,Y2,0.D+0,U2,0.D+0,V2,N,M,MX,MY,IQUA,
      #ERM,EIM,TETA,FI,T)
       TP=T/NN
       WRITE(NW,608) ERM,EIM,TETA,FI,T,TP
       IF(IQ(K)) 37,38,37
   37  CALL ESCRV(N,K,INI(K),INP(K),INC(K),ITC,IPQ,DU,DV,IS,INIT)
   38  DO 41 J=1,4
       M1=LLP(IS,J)/10
       L=LLP(IS,J)-M1*10
       IF(J-K) 39,41,39
   39  IF(K-IQ(J)*L) 41,40,41
   40  CALL REBAT(M1,ER,EI,N)
       CALL ESCRV(N,J,INI(J),INP(J),INC(J),ITC,IPQ,DU,DV,IS,INIT)
       CALL REBAT(M1,ER,EI,N)
   41  CONTINUE
   42  CONTINUE
       GO TO 1
   55  STOP
C
  500  FORMAT(10A2)
```

```
501  FORMAT(4I5)
502  FORMAT(2F10.3)
503  FORMAT(I5,/,(8F10.3))
504  FORMAT(F10.3,10I5)
505  FORMAT(6I5)
506  FORMAT(4F10.3)
600  FORMAT("1",///," . DIPFFT . # 08-JAN-81/01 #",20(/),43X,
    #"DIAGRAMA DE IRRADIACAO DE PARABOLOIDE COM FFT",//,56X,10A2)
601  FORMAT("1**********CASO",I3)
602  FORMAT(6(/),15X,"*****DEFINICAO DO PARABOLOIDE",////,25X,"DIAM  ="
    @,F10.3,/,25X,"DF    =",F10.3)
603  FORMAT(8(/),15X,"*****DEFINICAO DA FONTE",////,25X,"CURVA DE MODUL
    #O",//,29X,"PSI",10X,"DB",/)
604  FORMAT(15X,I5,2F12.3)
605  FORMAT(///,25X,"CURVA DE FASE",//,29X,"PSI",8X,"GRAU",/)
606  FORMAT("1",7(/),15X,"*****DEFINICAO DO DIAGRAMA",////,25X,
    #"N     =",I5,/,25X,"TETA  =",F15.3,//,25X,
    #"L     =",I5,/,25X,"TETAM =",F15.3,//,25X,"MX    =",I5,/,25X,
    +"MY    =",I5)
607  FORMAT(8(/),25X,"SIMETRIA ",//,35X,"EIXO-X ..... ",A3,/,
    +35X,"EIXO-Y ..... ",A3,////,25X,"QUADRANTES:",//,35X,
    +"PRIMEIRO ... ",A3,/,35X,"SEGUNDO .... ",A3,/,35X,
    +"TERCEIRO ... ",A3,/,35X,"QUARTO ..... ",A3,////,25X,
    +"CURVA DE NIVEL TOTAL PELA IMPRESSORA:  ",A3,//,25X,
    +"CURVA DE NIVEL  TOTAL  PELA  PLOTTER:  ",A3)
608  FORMAT("1",25(/),30X,"REFERENCIA :",///,35X,
    +"MODULO   =",F15.4," DBS",/,35X,"FASE     =",F15.4,
    +" GRAUS",//,35X,"TETA     =",F15.4," GRAUS",/,35X,
    +"FI       =",F15.4," GRAUS",15(/),30X,
    +"TEMPO DE CALCULO :",///,35X,"TOTAL    =",F15.4,
    +" SEGUNDOS",/,35X,"POR PONTO=",F15.4," SEGUNDOS")
609  FORMAT(///,25X,"LOCALIZACAO",//,29X,"X    =",F10.3,
    +/,29X,"Y    =",F10.3,/,29X,"Z    =",F10.3,///,29X,
    +"ALFA =",F10.3)
     END
```

```
      SUBROUTINE IOFRS(FXY,X1,X2,Y1,Y2,U1,U2,V1,V2,N,M,MX,MY,IER)
      DOUBLE PRECISION X1,X2,Y1,Y2,U1,U2,V1,V2
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      DOUBLE PRECISION W(34),CC(17),DPI,DUX,DPN,DVY,DPM,DX,DXN,DU,DUN,
     #DDU,DY,DYM,DV,DVN,DDV,DXL,DDX,XNO,CN,SN,DYL,DDY,YMO,CM,SM,DXYM,
     #DXYMM,YML,YOL,CQ,SQ,DRO,DIO,ZL,XNK,XOK,CP,SP,CRO,CIO,ZK,Y,DR,DI,
     #X,CR,CI,FF,GG,CDR,CDI,HR,HI,WW,ZZ,BR,BI,AR,AI,ABR,ABI,FO(64),
     #GO(64),F(4096),G(4096)
      DIMENSION IO(3),JOO(4),LO(64)
      INTEGER R,S,PPQQ,PQ,SL,SK,Q,P,PQNM
      DATA W/
     A .133333333333333D+00, .106666666666666D+01, .160000000000000D+01,
     B .634920634920634D-01, .584874596864072D+00, .111746031746031D+01,
     C .144687143488195D+01, .157460317460317D+01, .313725490196078D-01,
     D .298949622697644D+00, .603858652345214D+00, .871244420655127D+00,
     E .111165174694586D+01, .130538131425362D+01, .145179027389194D+01,
     F .154011091690340D+01, .157128100657512D+01, .156402737047898D-01,
     G .150291167407280D+00, .307747922122898D+00, .455326666835739D+00,
     H .601509470624755D+00, .740204205404027D+00, .872880260863084D+00,
     I .996353752724704D+00, .111084121008696D+01, .121414080706221D+01,
     J .130615708247901D+01, .138524061506923D+01, .145129780588333D+01,
     K .150309191102029D+01, .154067721512781D+01, .156317101132808D+01,
     L .157085724450829D+01 /
      DATA CC/
     M .100000000000000D+01, .995184726672196D+00, .980785280403230D+00,
     N .956940335732208D+00, .923879532511286D+00, .881921264348355D+00,
     O .831469612302545D+00, .773010453362736D+00, .707106781186547D+00,
     P .634393284163645D+00, .555570233019602D+00, .471396736825997D+00,
     Q .382683432365089D+00, .290284677254462D+00, .195090322016128D+00,
     R .980171403295606D-01, .000000000000000D+00/
      DATA DPI/6.283185307179586476925D+0/
      DATA IO/-1,0,-2/
      DATA JOO/1,4,9,18/
C*****INITIALIZATION
      IX=1
      IY=1
      J=0
C**********DETERMINATION OF R AND S
      NN1=N
      DUX=DABS((U2-U1)*(X2-X1))
      DPN=(NN1-1)*DPI
      R=1
    1 IF(DUX-R*DPN) 3,3,2
    2 R=R+2
      GO TO 1
    3 MM=M
      DVY=DABS((V2-V1)*(Y2-Y1))
      DPM=(MM-1)*DPI
      S=1
    4 IF(DVY-S*DPM) 6,6,5
    5 S=S+2
      GO TO 4
C**********ADJUSTMENT OF LIMITS
    6 LX=NN1*DUX/(R*DPN)
```

```
      DX=(X2-X1)/(LX+1)
      DXN=NN1*DX
      DU=R*DPI/DXN
      DUN=(NN1-1)*DU
      DDU=.5D+0*(DUN-U2+U1)
      U1=U1+IO(IX+1)*DDU
      U2=U1+DUN
      LY=MM*DVY/(S*DPM)
      DY=(Y2-Y1)/(LY+1)
      DYM=MM*DY
      DV=S*DPI/DYM
      DVM=(MM-1)*DV
      DDV=.5D+0*(DVM-V2+V1)
      V1=V1+IO(IY+1)*DDV
      V2=V1+DVM
C**********CONSTANTS
      DXL=DXN-X2+X1
      DDX=.5D+0*DX
      XNO=X2-DDX
      CN=+DCOS(U1*DX)
      SN=-DSIN(U1*DX)
      NL=NN1-LX
      MX1=MX+1
      MX21=MX/2+1
      NO=0
      MO=2
    7 NO=NO+1
      MO=MO+MO
      IF(MO-MX) 7,8,8
    8 JXO=JOO(NO)
      DYL=DYM-Y2+Y1
      DDY=.5D+0*DY
      YMO=Y2-DDY
      CM=+DCOS(V1*DY)
      SM=-DSIN(V1*DY)
      ML=MM-LY
      MY1=MY+1
      MY21=MY/2+1
      NO=0
      MO=2
    9 NO=NO+1
      MO=MO+MO
      IF(MO-MY) 9,10,10
   10 JYO=JOO(NO)
      DXYM=DX*DY/(MX*MY)
      DXYMM=4.D+0*DXYM/((MX**2-1)*(MY**2-1))
      NM1=NN1*MM
C*****CALCULATION OF THE INTEGRALS
C**********INITIAL VALUES
      PPOQ=NM1
      IF(J) 12,12,11
   11 PPOQ=NM1+NM1
   12 DO 13 PO=1,PPOQ
      ER(PO)=0.D+0
   13 EI(PO)=0.D+0
C***********Y SUMMATION
      JY1=1
```

```
      LI=32/MY
      JY=JY0
      LL=1
      SL=+1
      DO 37 L=1,MY1
C****************CONSTANTS AND INITIAL VALUES
      YML=YM0+JY1*DDY*CC(LL)
      YOL=YML+DYL
      CQ=DCOS(DV*YOL)
      SQ=DSIN(DV*YOL)
      DRO=DCOS(V1*YML)
      DIO=DSIN(V1*YML)
      ZL=SL
      IF(L-1) 14,15,14
   14 IF(L-MY1) 16,15,16
   15 ZL=.5D+0
C****************X SUMMATION
   16 JX1=1
      KI=32/MX
      JX=JX0
      KK=1
      SK=+1
      DO 34 K=1,MX1
C*********************CONSTANTS AND INITIAL VALUES
      XNK=XN0+JXI*DDX*CC(KK)
      XOK=XNK+DXL
      CP=DCOS(DU*XOK)
      SP=DSIN(DU*XOK)
      CRO=DCOS(U1*XNK)
      CIO=DSIN(U1*XNK)
      ZK=SK
      IF(K-1) 17,18,17
   17 IF(K-MX1) 19,18,19
   18 ZK=.5D+0
C*********************MATRIX PREPARATION FOR DOUBLE FFT
   19 NM1=0
      Y=YML
      DR=DRO
      DI=DIO
      DO 27 M1=1,MM
      IF(M1-ML) 20,22,22
   20 DO 21 N1=1,NN1
      NM1=NM1+1
      F(NM1)=0.D+0
   21 G(NM1)=0.D+0
      GO TO 27
   22 X=XNK
      CR=CRO
      CI=CIO
      DO 26 N1=1,NN1
      NM1=NM1+1
      IF(N1-NL) 23,24,24
   23 F(NM1)=0.D+0
      G(NM1)=0.D+0
      GO TO 26
   24 CALL FXY(FF,GG,X,Y,IER)
      IF(IER) 25,25,40
```

```
   25 CDR=CR*DR-CI*DI
      CDI=CR*DI+CI*DR
      F(NM1)=FF*CDR-GG*CDI
      G(NM1)=FF*CDI+GG*CDR
      HR=CR
      HI=CI
      CR=HR*CN-HI*SN
      CI=HR*SN+HI*CN
      X=X-DX
   26 CONTINUE
      HR=DR
      HI=DI
      DR=HR*CM-HI*SM
      DI=HR*SM+HI*CM
      Y=Y-DY
   27 CONTINUE
C*******************DOUBLE DFT CALCULATION
      CALL FFTRS(F,G,N,M,R,S,O,NDFT,D,FO,GO,LO)
C*****************INCREMENT OF INTEGRALS AND ERROR ESTIMATIONS
      WW=W(JY)*W(JX)
      ZZ=ZK*ZL
      BR=1.D+0
      BI=0.D+0
      PQ=0
      DO 31 Q=1,MM
      AR=1.D+0
      AI=0.D+0
      DO 30 P=1,NN1
      PQ=PQ+1
      ABR=AR*BR-AI*BI
      ABI=AR*BI+AI*BR
      HR=F(PQ)*ABR-G(PQ)*ABI
      HI=F(PQ)*ABI+G(PQ)*ABR
      ER(PQ)=ER(PQ)+WW*HR
      EI(PQ)=EI(PQ)+WW*HI
      IF(J) 29,29,28
   28 PQNM=PQ+NM1
      ER(PQNM)=ER(PQNM)+ZZ*HR
      EI(PQNM)=EI(PQNM)+ZZ*HI
   29 HR=AR
      HI=AI
      AR=HR*CP-HI*SP
      AI=HR*SP+HI*CP
   30 CONTINUE
      HR=BR
      HI=BI
      BR=HR*CQ-HI*SQ
      BI=HR*SQ+HI*CQ
   31 CONTINUE
C*******************X SUMMATION CONTROL
      IF(K-MX21) 33,32,33
   32 JXI=-JXI
      KI=-KI
   33 JX=JX+JXI
      KK=KK+KI
      SK=-SK
   34 CONTINUE
```

```
C****************Y SUMMATION CONTROL
      IF(L-MY21) 36,35,36
   35 JYI=-JYI
      LI=-LI
   36 JY=JY+JYI
      LL=LL+LI
      SL=-SL
   37 CONTINUE
C**********FINAL MULTIPLICATIONS
      DO 39 PQ=1,NM1
      ER(PQ)=DXYM*ER(PQ)
      EI(PQ)=DXYM*EI(PQ)
      IF(J) 39,39,38
   38 PQNM=PQ+NM1
      ER(PQNM)=DXYMM*DABS(ER(PQNM))
      EI(PQNM)=DXYMM*DABS(EI(PQNM))
   39 CONTINUE
   40 RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE FXY(F,G,X,Y,IER)
DOUBLE PRECISION F,G,X,Y
DOUBLE PRECISION DPI,R,Z,RO,PSI,PPSI,GO,FO,A,POL,ANG,XL,YL,ZL,
XL2,YL2,RL2,RL,ROI,XATAN
DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRO,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
COMMON ER,EI,RRO,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
DATA DPI/6.2831853071795864769 2D+0/
R=DSQRT(X**2+Y**2)
Z=R**2*X4DF
XL=(X-XF)*COSAL-(Z-ZF)*SINAL
YL=Y-YF
ZL=(Z-ZF)*COSAL+(X-XF)*SINAL
XL2=XL**2
YL2=YL**2
RL2=XL2+YL2
RL=DSQRT(RL2)
RO=DSQRT(RL2+ZL**2)
ROI=1.D+0/RO
PSI=XATAN(-ZL,RL)
PPSI=POL(PM,PSI,NM)
GO=DEXP(-PSI**2*PPSI)
PPSI=POL(PF,PSI,NF)
FO=PSI**2*PPSI
A=DSQRT(GO)*ROI
ANG=DPI*(Z-RO)
F=A*DCOS(FO*ANG)
G=A*DSIN(FO*ANG)
IER=0
RETURN
END
```

```
      SUBROUTINE ESCRV(N,I,INI,INP,INC,ITC,IPQ,DU,DV,IS,INIT)
      DIMENSION IVC(4), IUC(4), ITC(4,50), IPQ(4,50)
      DOUBLE PRECISION DU,DV,DU1,DV1
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      INTEGER P,Q,P1,Q1,PQ,PQR
      DATA IVC/0,180,180,360/
      DATA IUC/90,90,270,270/
      DATA NW,NR/6,5/
      IF(INC) 305,305,5
    5 DO 300 J=1,INC
      IC=ITC(I,J)
      PQ=IPQ(I,J)
      DU1=DU
      DV1=DV
      IF(IC-2) 10,100,200
C ********** CORTE EM U CONSTANTE (COLUNA)
   10 U=PQ*DU
      WRITE(NW,612) I,PQ,U
      PQR=PQ+1
      NCS=N
      V=0.D+0
      GO TO (70,65,60,30) , IS
   30 GO TO (70,45,50,55) , I
   45 PQR=N*(N-1)+1+PQ
      NCS=-N
      GO TO 70
   50 PQR=N*N-PQ
      NCS=-N
      GO TO 70
   55 PQR=N-PQ
      GO TO 70
   60 GO TO (70,45,45,70) , I
   65 GO TO (70,70,55,55) , I
   70 IF(PQ.NE.0) GO TO 72
      IFI=IUC(I)
      WRITE(NW,613) IFI
   72 WRITE(NW,610)
      IF((I.EQ.3).OR.(I.EQ.4)) DV1=-DV1
      DO 75 Q=1,N
      CALL TRANS (PQR,XM,XF,FI,TETA)
      IF (PQ.EQ.0) FI=IFI
      Q1=Q-1
      WRITE(NW,611) PQ,Q1,U,V,FI,TETA,XM,XF
      V=V+DV1
   75 PQR=PQR+NCS
      GO TO 300
C ********** CORTE EM V CONSTANTE (LINHA)
  100 V=PQ*DV
      WRITE(NW,614) I,PQ,V
      PQR=PQ*N+1
      IDTA=1
      U=0.D+0
      GO TO (190,150,130,110) , IS
  110 GO TO (190,115,120,125) , I
```

```
 115  PQR=N*(N-1)+1-(PQ*N)
      GO TO 190
 120  PQR=N*N-(PQ*N)
      IDTA=-IDTA
      GO TO 190
 125  PQR=N+PQ*N
      IDTA=-IDTA
      GO TO 190
 130  GO TO (190,115,115,190) , I
 150  GO TO (190,190,125,125) , I
 190  IF(PQ.NE.0) GO TO 192
      IFI=IVC(I)
      WRITE(NW,615) IFI
 192  WRITE(NW,610)
      IF((I.EQ.2).OR.(I.EQ.3)) DU1=-DU1
      DO 195 P=1,N
      CALL TRANS (PQR,XM,XF,FI,TETA)
      IF(PQ.EQ.0) FI=IFI
      P1=P-1
      WRITE(NW,611) P1,PQ,U,V,FI,TETA,XM,XF
      U=U+DU1
 195  PQR=PQR+IDTA
      GO TO 300
C ********** CORTE EM U=V (DIAGONAL)
 200  IFI=45+90*(I-1)
      WRITE(NW,616) I,IFI
      WRITE(NW,610)
      PQR=1
      IDTA=1
      NCS=N
      U=0.D+0
      V=U
      GO TO (290,270,240,210) , IS
 210  GO TO (290,215,220,235) , I
 215  PQR=N*(N-1)+1
      NCS=-N
      GO TO 290
 220  PQR=N*N
      NCS=-NCS
      IDTA=-1
      GO TO 290
 235  PQR=N
      IDTA=-1
      GO TO 290
 240  GO TO (290,215,215,290) , I
 270  GO TO (290,290,235,235) , I
 290  IF((I.EQ.2).OR.(I.EQ.3))  DU1=-DU1
      IF((I.EQ.3).OR.(I.EQ.4))  DV1=-DV1
      DO 292 IUVC=1,N
      CALL TRANS (PQR,XM,XF,FI,TETA)
      P=IUVC-1
      Q=P
      FI=IFI
      WRITE(NW,611) P,Q,U,V,FI,TETA,XM,XF
      U=U+DU1
      V=V+DV1
 292  PQR=PQR+NCS+IDTA
```

```
300   CONTINUE
305   IF(INI) 310,310,308
308   CALL CNPI(N,I,INIT)
310   IF(INP) 320,320,315
315   PRINT*,'CNPPLOTTER'
320   RETURN
610   FORMAT(////,6X,"P",4X,"Q",14X,"U",14X,"V",13X,"FI",11X,"TETA",
     #13X,"DB",11X,"GRAU",///)
611   FORMAT(2X,2I5,8F15.4)
612   FORMAT("1",80X,"QUADRANTE ",I3,//,35X,"CORTE EM U CONSTANTE",//,
     #40X,"P      =",I5,/,40X,"U      =",F10.4)
613   FORMAT("+",57X,"  (FI = ",I5," GRAUS)")
614   FORMAT("1",80X,"QUADRANTE ",I3,//,35X,"CORTE EM V CONSTANTE",//,
     #40X,"Q      =",I5,/,40X,"V      =",F10.4)
615   FORMAT("+",57X,"  (FI = ",I5," GRAUS)")
616   FORMAT("1",80X,"QUADRANTE ",I3,//,35X,"CORTE  A  ",I3," GRAUS")
      END
```

```
      SUBROUTINE TRANS(PQ,XM,XFA,FI,TETA)
      INTEGER PQ
      DOUBLE PRECISION DPI,CGR,XR,XI,XATAN,SNT,CST
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      DATA DPI/6.28318530717958647692D+0/
      DATA CGR/.17453292519943295769D-01/
      XR=ER(PQ)
      XI=EI(PQ)
      XM=XR
      XFA=XI
      FI=XATAN(U,V)/CGR
      SNT=DSQRT(U**2+V**2)/DPI
      CST=DSQRT(1.D+0-SNT**2)
      TETA=XATAN(CST,SNT)/CGR
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE GXY(F,G,X,Y,IER)
      DOUBLE PRECISION F,G,X,Y
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      R2=X**2+Y**2
      IF(R2-RRQ) 1,1,2
    1 CALL FXY(F,G,X,Y,IER)
      RETURN
    2 F=0.D+0
      G=0.D+0
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE REBAT(M,ER,EI,N)
      DOUBLE PRECISION ER(1),EI(1)
      DOUBLE PRECISION AUX
      N2=N/2
      N1=N+1
      I1=M/2
      I2=M-I1*2
      IF(I1) 4,4,1
    1 DO 3 J=1,N2
      NJ=N1-J
      DO 2 I=1,N
      IDX1=N*(J-1)+I
      IDX2=N*(NJ-1)+I
      AUX=ER(IDX1)
      ER(IDX1)=ER(IDX2)
      ER(IDX2)=AUX
    2 CONTINUE
    3 CONTINUE
    4 IF(I2) 8,8,5
    5 DO 7 I=1,N2
      NI=N1-I
      DO 6 J=1,N
      IDX1=N*(J-1)+I
      IDX2=N*(J-1)+NI
      AUX=ER(IDX1)
      ER(IDX1)=ER(IDX2)
      ER(IDX2)=AUX
    6 CONTINUE
    7 CONTINUE
    8 RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE DSSL(A,X,N,IER)
      DOUBLE PRECISION A(1),X(1)
      DIMENSION M(10)
      PIVO=1.E-08
      CALL SILIN(A,X,N,M,PIVO,IER)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE CALC(X1,X2,Y1,Y2,U1,U2,V1,V2,N,M,MX,MY,
     +IQUA,ERM,EIM,TETA,FI,T)
      EXTERNAL GXY
      DOUBLE PRECISION CGR,DPI,X1,X2,Y1,Y2,V1,V2,U1,U2,SNT,CST
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      DATA CGR/.17453292519943295769D-01/
      DATA DPI/6.2831853071795864769 2D+00/
      NM1=N*M
      GO TO (4,1,2,3), IQUA
    1 U2=-U2
      GO TO 4
    2 U2=-U2
      V2=-V2
      GO TO 4
    3 V2=-V2
    4 T=SECOND()
      CALL IOFRS(GXY,X1,X2,Y1,Y2,U1,U2,V1,V2,N,M,MX,MY,IER)
      T=SECOND()-T
      DO 5 I=1,NM1
      XR=ER(I)
      XI=EI(I)
      XM=XR**2+XI**2
      XM=DB(XM,-100.)
      XF=XATAN(ER(I),EI(I))/CGR
      ER(I)=XM
      EI(I)=XF
    5 CONTINUE
      IERM=1
      ERM=ER(1)
      DO 8 I=2,NM1
      IF(ERM-ER(I)) 7,8,8
    7 IERM=I
      ERM=ER(I)
    8 CONTINUE
      EIM=EI(IERM)
      DO 9 I=1,NM1
      ER(I)=ER(I)-ERM
      EI(I)=EI(I)-EIM
    9 CONTINUE
      IPQ=IERM-1
      IP=IPQ/N
      IQ=IPQ-N*IP
      DTU=U2/(N-1)
      DTV=V2/(N-1)
      U=IP*DTU
      V=IQ*DTV
      FI=XATAN(U,V)/CGR
      SNT=DSQRT(U**2+V**2)/DPI
      CST=DSQRT(1.D+0-SNT**2)
      TETA=XATAN(CST,SNT)/CGR
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE SILIN (A,X,N,M,PIVO,IER)
      DOUBLE PRECISION A(1),X(1),XN,PIV,XIV,AXX,XX
      DIMENSION M(1)
C*****CASO UNIDIMENSIONAL
      IF(N-1) 1,1,2
    1 X(1)=X(1)/A(1)
      GO TO 25
C*****NORMALIZACAO DO SISTEMA
    2 DO 6 I=1,N
      XN=0.D+0
      DO 3 J=1,N
      IJ=I+N*(J-1)
    3 XN=XN+A(IJ)*A(IJ)
      IF(XN) 5,4,5
    4 IER=1
      RETURN
    5 XN=1.D+0/DSQRT(XN/N)
      X(I)=X(I)*XN
      DO 6 J=1,N
      IJ=I+N*(J-1)
    6 A(IJ)=A(IJ)*XN
C*****PROCURA DO PIVO
      N1=N-1
      DO 17 K=1,N1
      L=K
      M(K)=K
      KK=K+N*(K-1)
      PIV=A(KK)
      DO 8 I=K,N
      DO 8 J=K,N
      IJ=I+N*(J-1)
      IF(DABS(PIV)-DABS(A(IJ))) 7,7,8
    7 PIV=A(IJ)
      L=I
      M(K)=J
    8 CONTINUE
      IF(DABS(PIV)-PIVO) 9,10,10
    9 PIVO=DABS(PIV)
      IER=2
      GO TO 22
C*****TROCA DE LINHAS E COLUNAS
   10 XIV=1.D+0/PIV
      I=L
      IF(I-K) 13,13,11
   11 DO 12 J=1,N
      KJ=K+N*(J-1)
      IJ=I+N*(J-1)
      AXX=A(KJ)
      A(KJ)=A(IJ)
   12 A(IJ)=AXX
      XX=X(K)
      X(K)=X(I)
      X(I)=XX
   13 J=M(K)
      IF(J-K) 16,16,14
   14 DO 15 I=1,N
      IK=I+N*(K-1)
```

```
      IJ=I+N*(J-1)
      AXX=A(IK)
      A(IK)=A(IJ)
   15 A(IJ)=AXX
C*****TRIANGULACAO DO SISTEMA
   16 K1=K+1
      DO 17 I=K1,N
      IK=I+N*(K-1)
      AXX=-A(IK)*XIV
      A(IK)=-AXX
      DO 17 J=K1,N
      IJ=I+N*(J-1)
      KJ=K+N*(J-1)
   17 A(IJ)=A(IJ)+AXX*A(KJ)
      NN=N+N*(N-1)
      PIV=A(NN)
      IF(DABS(PIV)-PIVO) 9,18,18
   18 N1=N+1
      DO 19 I=2,N
      I1=I-1
      DO 19 J=1,I1
      IJ=I+N*(J-1)
   19 X(I)=X(I)-A(IJ)*X(J)
C*****SOLUCAO DO SISTEMA TRIANGULAR
      X(N)=X(N)/A(NN)
      DO 21 K=2,N
      I=N1-K
      I1=I+1
      DO 20 J=I1,N
      IJ=I+N*(J-1)
   20 X(I)=X(I)-A(IJ)*X(J)
      II=I+N*(I-1)
   21 X(I)=X(I)/A(II)
C*****REORDENACAO DO SISTEMA
      K=N
   22 K=K-1
      IF(K) 25,25,23
   23 J=M(K)
      IF(J-K) 22,22,24
   24 XX=X(K)
      X(K)=X(J)
      X(J)=XX
      GO TO 22
   25 IER=0
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE DAPN(DSSL,X,Y,P,A,LL,ND,M,N,EPS,EQM,IER)
      DOUBLE PRECISION A(1),P(1)
      DIMENSION X(1),Y(1)
      DIMENSION M(1),LL(1)
      DOUBLE PRECISION AA,BB,XI,XJ
C*****NORMALIZACAO DO CONJUNTO X
      NP=M(1)
      IF(ND) 3,3,1
    1 DO 2 L=1,ND
    2 NP=NP+M(L+1)
    3 X1=X(1)
      X2=X(1)
      DO 7 K=1,NP
      IF(X1-X(K)) 5,5,4
    4 X1=X(K)
    5 IF(X2-X(K)) 6,7,7
    6 X2=X(K)
    7 CONTINUE
      AA=1.D+0/(X2-X1)
      BB=-X1*AA
      DO 8 K=1,NP
    8 X(K)=AA*X(K)+BB
C*****MATRIZ DE COEFICIENTES
      DO 9 I=1,N
      P(I)=0.D+0
      DO 9 J=1,N
      IJ=I+N*(J-1)
    9 A(IJ)=0.
      I1=1
      I2=0
      K=0
C*****APROXIMACAO MINIMOS QUADRADOS
      IF(M(1)) 13,13,10
   10 I2=N-NP+M(1)
      M1=M(1)
      DO 12 K=1,M1
      XI=1.D+0
      DO 12 I=I1,I2
      P(I)=P(I)+Y(K)*XI
      XJ=1.D+0
      DO 11 J=1,N
      IJ=I+N*(J-1)
      A(IJ)=A(IJ)+XI*XJ
   11 XJ=XJ*X(K)
   12 XI=XI*X(K)
      K=K-1
C*****CONDICOES DE CONTORNO
   13 IF(ND) 21,21,14
   14 DO 20 L=1,ND
      IF(M(L+1)) 20,20,15
   15 I1=I2+1
      I2=I2+M(L+1)
      DO 19 I=I1,I2
      K=K+1
      P(I)=Y(K)
      XJ=1.D+0
      DO 19 J=L,N
```

```
      IJ=I+N*(J-1)
      IFAT=1
      IF(L-1) 18,18,16
   16 L1=L-1
      DO 17 IL=1,L1
   17 IFAT=IFAT*(J-IL)
   18 A(IJ)=IFAT*XJ
   19 XJ=XJ*X(K)
   20 CONTINUE
C*****SOLUCAO DO SISTEMA ALGEBRICO
   21 CALL DSSL(A,P,N,IER)
      IF(IER) 23,23,22
   22 IER=2
      GO TO 29
   23 DO 24 I=1,N
   24 A(I)=P(I)
C*****COEFICIENTES PARA TRANSFORMACAO DO POLINOMIO
      DO 25 I=1,N
   25 LL(I)=1
      DO 26 I=2,N
      IO=I*(2*N+1-I)/2-N
      IO1=(I-1)*(2*N+2-I)/2-N
      II=IO+I
      LL(II)=1
      I1=I+1
      DO 26 J=I1,N
      IJ=IO+J
      I1J1=IO1+J-1
   26 LL(IJ)=LL(IJ-1)+LL(I1J1)
C*****COEFICIENTES DO POLINOMIO
      XX=1.
      DO 28 I=1,N
      P(I)=0.
      IO=I*(2*N+1-I)/2-N
      YY=1.
      DO 27 J=I,N
      IJ=IO+J
      P(I)=P(I)+A(J)*LL(IJ)*YY
   27 YY=YY*BB
      P(I)=P(I)*XX
   28 XX=XX*AA
C*****DESNORMALIZACAO DO CONJUNTO X
   29 AA=1.D+0/AA
      BB=-AA*BB
      DO 30 K=1,NP
   30 X(K)=AA*X(K)+BB
      IF(IER) 31,31,38
C*****ERRO QUADRATICO MEDIO
   31 EQM=0.
      IF(M(1)) 38,38,32
   32 SQ=0.
      DO 34 K=1,M1
      YK=0.
      XI=1.D+0
      DO 33 I=1,N
      YK=YK+P(I)*XI
   33 XI=XI*X(K)
```

```
      EQM=EQM+(YK-Y(K))*(YK-Y(K))
34    SQ=SQ+Y(K)*Y(K)
      IF(SQ) 36,36,35
35    EQM=SQRT(EQM/SQ)
36    IF(EQM-EPS) 38,38,37
37    IER=1
38    RETURN
      END
```

```
      FUNCTION XATAN(X,Y)
      DOUBLE PRECISION XATAN, X, Y
      IF (X) 1,2,6
 1    XATAN=DATAN(Y/X)+3.141592653589793D+00
      RETURN
 2    IF(Y) 3,4,5
 3    XATAN=4.712388980384689D+00
      RETURN
 4    XATAN=0.D+00
      RETURN
 5    XATAN=1.570796326794896D+00
      RETURN
 6    IF (Y) 7,4,8
 7    XATAN=DATAN(Y/X)+6.283185307179586D+00
      RETURN
 8    XATAN=DATAN(Y/X)
      RETURN
      END
```

```
      FUNCTION POL(P,X,N)
      DOUBLE PRECISION POL,P(1),X
      POL=P(N)
      IF(N-1) 1,1,2
 1    RETURN
 2    N1=N-1
      NI=N1
      DO 3 J=1,N1
      POL=POL*X+P(NI)
 3    NI=NI-1
      RETURN
      END
```

```
      FUNCTION DB(X,DBM)
      XM=10.**(DBM*.1)
      IF(X-XM) 1,1,2
 1    DB=DBM
      RETURN
 2    DB=4.34294482*ALOG(X)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE FFTRS(X,Y,N,M,R,S,INV,ND,D,XO,YO,LO)
      DOUBLE PRECISION X(1),Y(1),D(1),XO(1),YO(1)
      DIMENSION LO(1)
      INTEGER R,S
      DOUBLE PRECISION DPI,ANG,DANG,XX,YY,CO,SE,P,Q
      INTEGER UO,U,V
      DATA DPI/6.2831853071795864769 2D+0/
C*****LINHAS
C***********PREPARACAO
      NM=M
      NT=M-1
      NQ=M/4
      NQ1=NQ+1
      UO=0
C***********EXPONENCIAIS
      IF(ND) 1,1,3
    1 ANG=0.D+0
      DANG=S*DPI/M
      DO 2 U=1,NQ1
      V=U+NQ1
      D(U)=DCOS(ANG)
      D(V)=DSIN(ANG)
    2 ANG=ANG+DANG
C***********GERACAO DOS VETORES
    3 IND=1
      DO 7 II=1,N
      IJ=II
      DO 4 JJ=1,M
      XO(JJ)=X(IJ)
      YO(JJ)=Y(IJ)
    4 IJ=IJ+N
      GO TO 100
    5 IJ=II
      DO 6 JJ=1,M
      X(IJ)=XO(JJ)
      Y(IJ)=YO(JJ)
    6 IJ=IJ+N
    7 CONTINUE
C*****COLUNAS
C***********PREPARACAO
      NQ10=NQ1
      NM=N
      IF(N-M) 9,8,9
    8 IF(R-S) 10,13,10
    9 NT=N-1
      NQ=N/4
      NQ1=NQ+1
C********** EXPONENCIAIS
   10 UO=NQ10+NQ10
      IF(ND) 11,11,13
   11 ANG=0.D+0
      DANG=R*DPI/N
      DO 12 K=1,NQ1
      U=UO+K
      V=U+NQ1
      D(U)=DCOS(ANG)
      D(V)=DSIN(ANG)
```

```
   12  ANG=ANG+DANG
C**********GERACAO DOS VETORES
   13  IND=2
       IJ0=1
       DO 17 JJ=1,M
       IJ=IJ0
       DO 14 II=1,N
       XO(II)=X(IJ)
       YO(II)=Y(IJ)
   14  IJ=IJ+1
       GO TO 100
   15  IJ=IJ0
       DO 16 II=1,N
       X(IJ)=XO(II)
       Y(IJ)=YO(II)
   16  IJ=IJ+1
       IJ0=IJ
   17  CONTINUE
       RETURN
C*****CALCULO DE DFT
C*****-****REORDENACAO DO VETOR
  100  NH=NQ+NQ
       NT1=NT-1
       K=0
       DO 203 J=1,NM
       LO(J)=0
       IF(XO(J)) 202,201,202
  201  IF(YO(J)) 202,203,202
  202  LO(J)=1
       K=1
  203  CONTINUE
       IF(K) 114,114,204
  204  J=1
       DO 105 I=1,NT1
       IF(J-I) 102,102,101
  101  XX=XO(J)
       YY=YO(J)
       XO(J)=XO(I)
       YO(J)=YO(I)
       XO(I)=XX
       YO(I)=YY
       LL=LO(I)
       LO(I)=LO(J)
       LO(J)=LL
  102  K=NH
  103  IF(J-K) 105,105,104
  104  J=J-K
       K=K/2
       GO TO 103
  105  J=J+K
C*****ALGORITMO FFT
       ID=1
       IR=1
       U=U0+1
       IT=0
  106  I=ID
       ID=ID+ID
```

```
      DO 113 J=1,I
      V=U+NQ1
      CO=D(U)
      SE=D(V)
      IF(INV) 107,107,108
107   SE=-SE
108   IF(J-IR) 110,110,109
109   U=U-IT
      CO=-CO
      GO TO 111
110   U=U+IT
111   DO 112 K=J,NT,ID
      L=K+I
      XX=XO(K)
      YY=YO(K)
      IF(LO(L)) 301,301,302
301   XO(L)=XX
      YO(L)=YY
      LO(L)=LO(K)
      GO TO 112
302   P=CO*XO(L)-SE*YO(L)
      Q=SE*XO(L)+CO*YO(L)
      XO(K)=XX+P
      YO(K)=YY+Q
      XO(L)=XX-P
      YO(L)=YY-Q
      LO(K)=1
112   CONTINUE
113   CONTINUE
      IR=I
      IT=NQ/I
      IF(I-NH) 106,114,114
114   GO TO (5,15), IND
      END
```

```
      SUBROUTINE CNPI(N,IQUA,INIT)
      INTEGER DTA(4), P, AUX(32)
      DOUBLE PRECISION ER(4096),EI(4096),RRQ,X4DF,DF,DDF,PM(10),PF(10),
     #RR,CSIX,U,V,CT,D(34),XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      COMMON ER,EI,RRQ,X4DF,DF,DDF,PM,PF,RR,CSIX,U,V,CT,D,NM,NF,NN,KK,
     #EMED,EMAX,NP,MC,NNC,MR,NNR,KCT,NDFT,XF,YF,ZF,SINAL,COSAL
      DATA DTA/65,33,2113,2081/
      DATA NW,NR/6,5/
      IF(N-32) 11,11,45
11    P=1
      LIL=1
      LSJ=32
      IF (INIT.EQ.0) GO TO 32
      GO TO (32,30,25,20), IQUA
20    LIL=2
      GO TO 32
25    LIL=2
      LSJ=31
      GO TO 32
30    LSJ=31
32    DO 40 L=LIL,32
      K=33-L
      DO 35 J=1,LSJ
      AUX(J)=DABS(ER(K))+.5D+0
35    K=K+32
      IF(L-LIL) 36,36,37
36    WRITE(NW,101) (AUX(IJ),IJ=1,LSJ)
      GO TO 40
37    WRITE(NW,100)  (AUX(IJ),IJ=1,LSJ)
40    CONTINUE
      WRITE(NW,200) IQUA,P
      RETURN
45    DO 90 P=1,4
      I=DTA(P)
      KID=0
      DO 80 L=1,32
      KID=KID+1
      K=I-L
      DO 50 J=1,32
      AUX(J)= DABS(ER(K))+.5D+0
      K=K+64
50    CONTINUE
      LS=32
      IF (INIT.EQ.0) GO TO 74
      GO TO (74,68,62,56), IQUA
56    IF((K.EQ.2112). OR .(K.EQ.4160)) GO TO 79
      GO TO 74
62    IF((P.EQ.3). OR. (P.EQ.4)) LS=31
      IF((K.EQ.2112).OR.(K.EQ.4160)) GO TO 79
      GO TO 74
68    IF((P.EQ.3). OR .(P.EQ.4)) LS=31
74    IF(KID-1) 75,75,76
75    WRITE(NW,101) (AUX(IJ),IJ=1,LS)
      GO TO 80
76    WRITE(NW,100)  (AUX(IJ),IJ=1,LS)
      GO TO 80
79    KID=0
```

```
 80  CONTINUE
     WRITE(NW,200) IQUA,P
 90  CONTINUE
     RETURN
100  FORMAT(/,6X,10(2I3,I4),2I3)
 101 FORMAT(1H1,5X,10(2I3,I4),2I3)
 200 FORMAT("+",118X,"QUA.",I2," / PG.",I2)
     END
```

APÊNDICE B

ALGUNS RESULTADOS DO SISTEMA

DIPFFT . # 08-JAN-81/01 #

DIAGRAMA DE IRRADIACAO DE PARABOLOIDE COM FFT

22 - DEZ -80

**********CASO 1

*****DEFINICAO DO PARABOLOIDE

DIAM = 45.394
DF = .382

*****DEFINICAO DA FONTE

CURVA DE MODULO

	PSI	DB
1	27.000	-3.000
2	69.000	-10.000
3	90.000	-14.500

CURVA DE FASE

	PSI	GRAU
1	0.000	0.000
2	90.000	0.000

LOCALIZACAO

X = .005
Y = 0.000
Z = 0.000

ALFA = 0.000

*****DEFINICAO DO DIAGRAMA

```
N     =   32
TETA  =          5.000

L     =    4
TETAM =          6.125

MX    =    8
MY    =    8
```

SIMETRIA :

EIXO-X ..... SIM
EIXO-Y ..... NAO

QUADRANTES:

PRIMEIRO ... SIM
SEGUNDO .... SIM
TERCEIRO ... SIM
QUARTO ..... SIM

CURVA DE NIVEL TOTAL PELA IMPRESSORA: SIM

CURVA DE NIVEL TOTAL PELA PLOTTER: NAO

REFERENCIA :

MODULO	=	30.2121	DBS
FASE	=	237.4522	GRAUS
TETA	=	0.0000	GRAUS
FI	=	0.0000	GRAUS

TEMPO DE CALCULO :

TOTAL	=	116.5170	SEGUNDOS
POR PONTO	=	.1138	SEGUNDOS

QUADRANTE 1

CORTE A 45 GRAUS

P	Q	U	V	FI	TETA	DB	GRAU
0	0	0.0000	0.0000	45.0000	0.0000	0.0000	.0000
1	1	.0216	.0216	45.0000	.2789	-1.8243	.1619
2	2	.0433	.0433	45.0000	.5578	-4.7794	.3922
3	3	.0649	.0649	45.0000	.8368	-9.2916	.7956
4	4	.0865	.0865	45.0000	1.1157	-16.5650	1.8265
5	5	.1081	.1081	45.0000	1.3947	-34.9602	13.0645
6	6	.1298	.1298	45.0000	1.6737	-27.0236	-183.8354
7	7	.1514	.1514	45.0000	1.9527	-26.1873	-182.1996
8	8	.1730	.1730	45.0000	2.2318	-34.2377	-182.9651
9	9	.1946	.1946	45.0000	2.5110	-34.5141	1.4553
10	10	.2163	.2163	45.0000	2.7902	-26.8549	.3765
11	11	.2379	.2379	45.0000	3.0694	-25.8877	.4037
12	12	.2595	.2595	45.0000	3.3488	-28.8143	.7923
13	13	.2812	.2812	45.0000	3.6282	-39.0328	3.0398
14	14	.3028	.3028	45.0000	3.9077	-38.0158	-182.5488
15	15	.3244	.3244	45.0000	4.1873	-31.8280	-180.8990
16	16	.3460	.3460	45.0000	4.4670	-32.1622	-180.4270
17	17	.3677	.3677	45.0000	4.7468	-37.9995	-179.9421
18	18	.3893	.3893	45.0000	5.0268	-49.0809	-1.9782
19	19	.4109	.4109	45.0000	5.3068	-35.9138	-.4274
20	20	.4325	.4325	45.0000	5.5870	-34.0209	-.0913
21	21	.4542	.4542	45.0000	5.8673	-36.7025	.3354
22	22	.4758	.4758	45.0000	6.1477	-48.[illegible]	2.7251
23	23	.4974	.4974	45.0000	6.4283	-42.4447	-181.4425
24	24	.5191	.5191	45.0000	6.7[illegible]	-37.1423	-180.5592
25	25	.5407	.5407	45.0000	6.9900	-37.6441	-180.1689
26	26	.5623	.5623	45.0000	7.2711	-44.0409	-179.4956
27	27	.5839	.5839	45.0000	7.5523	-50.5706	-2.0546
28	28	.6056	.6056	45.0000	7.8338	-39.8122	-.5407
29	29	.6272	.6272	45.0000	8.1154	-38.1440	-.1702
30	30	.6488	.6488	45.0000	8.3972	-41.0369	.2649
31	31	.6704	.6704	45.0000	8.6793	-55.3470	3.3544

QUADRANTE Z

CORTE A 135 GRAUS

P	Q	U	V	FI	TETA	DB	GRAU
0	0	0.0000	0.0000	135.0000	0.0000	-55.3470	-.3040
1	1	-.0216	.0216	135.0000	.2789	-41.0369	-.3105
2	2	-.0433	.0433	135.0000	.5578	-38.1440	-.3306
3	3	-.0649	.0649	135.0000	.8368	-39.8122	-.3871
4	4	-.0865	.0865	135.0000	1.1157	-50.5706	-.6553
5	5	-.1081	.1081	135.0000	1.3947	-44.0409	-179.8123
6	6	-.1298	.1298	135.0000	1.6737	-37.6441	-180.1668
7	7	-.1514	.1514	135.0000	1.9527	-37.1423	-180.2792
8	8	-.1730	.1730	135.0000	2.2318	-42.4447	-180.3736
9	9	-.1946	.1946	135.0000	2.5110	-48.8174	-180.4663
10	10	-.2163	.2163	135.0000	2.7902	-36.7025	-180.5508
11	11	-.2379	.2379	135.0000	3.0694	-34.0209	-180.6154
12	12	-.2595	.2595	135.0000	3.3488	-35.9138	-180.6536
13	13	-.2812	.2812	135.0000	3.6282	-49.0809	-180.6670
14	14	-.3028	.3028	135.0000	3.9077	-37.9985	-180.6620
15	15	-.3244	.3244	135.0000	4.1873	-32.1622	-180.6439
16	16	-.3460	.3460	135.0000	4.4670	-31.8280	-180.6139
17	17	-.3677	.3677	135.0000	4.7468	-38.0158	-180.5680
18	18	-.3893	.3893	135.0000	5.0268	-39.0328	-180.4993
19	19	-.4109	.4109	135.0000	5.3068	-28.8143	-180.4008
20	20	-.4325	.4325	135.0000	5.5870	-25.8877	-180.2667
21	21	-.4542	.4542	135.0000	5.8673	-26.8549	-180.0838
22	22	-.4758	.4758	135.0000	6.1477	-34.5141	-179.7965
23	23	-.4974	.4974	135.0000	6.4283	-34.2377	-179.0375
24	24	-.5191	.5191	135.0000	6.7091	-26.1873	-5.0359
25	25	-.5407	.5407	135.0000	6.9900	-27.0236	-.8254
26	26	-.5623	.5623	135.0000	7.2711	-34.9602	-.3434
27	27	-.5839	.5839	135.0000	7.5523	-16.5650	-.0656
28	28	-.6056	.6056	135.0000	7.8338	-9.2916	.2007
29	29	-.6272	.6272	135.0000	8.1154	-4.7794	.5779
30	30	-.6488	.6488	135.0000	8.3972	-1.8243	1.5015
31	31	-.6704	.6704	135.0000	8.6793	0.0000	-236.3238

QUADRANTE 2

CORTE EM U CONSTANTE

P = 0
U = 0.0000 (FI = 90 GRAUS)

P	Q	U	V	FI	TETA	DB	GRAU
0	0	0.0000	0.0000	90.0000	0.0000	-55.3470	-.3040
0	1	0.0000	.0216	90.0000	.1972	-45.4654	-.3226
0	2	0.0000	.0433	90.0000	.3944	-41.4736	-.3269
0	3	0.0000	.0649	90.0000	.5917	-39.4325	-.3014
0	4	0.0000	.0865	90.0000	.7889	-38.5718	1.0206
0	5	0.0000	.1081	90.0000	.9861	-38.6626	-180.5242
0	6	0.0000	.1298	90.0000	1.1834	-39.7065	-180.4985
0	7	0.0000	.1514	90.0000	1.3807	-41.9434	-180.5208
0	8	0.0000	.1730	90.0000	1.5779	-46.2064	-180.5848
0	9	0.0000	.1946	90.0000	1.7752	-57.2075	-180.7858
0	10	0.0000	.2163	90.0000	1.9726	-53.1054	-199.6157
0	11	0.0000	.2379	90.0000	2.1699	-45.1278	.0558
0	12	0.0000	.2595	90.0000	2.3673	-41.5475	-.1557
0	13	0.0000	.2812	90.0000	2.5647	-39.5510	-.2164
0	14	0.0000	.3028	90.0000	2.7621	-38.4416	-.2282
0	15	0.0000	.3244	90.0000	2.9596	-37.9263	-.1908
0	16	0.0000	.3460	90.0000	3.1571	-37.8442	-.0224
0	17	0.0000	.3677	90.0000	3.3546	-38.0902	1.2145
0	18	0.0000	.3893	90.0000	3.5522	-38.5878	-182.3893
0	19	0.0000	.4109	90.0000	3.7498	-39.2793	-181.6728
0	20	0.0000	.4325	90.0000	3.9475	-40.1252	-182.1016
0	21	0.0000	.4542	90.0000	4.1452	-41.1075	-185.9222
0	22	0.0000	.4758	90.0000	4.3429	-42.2339	3.0801
0	23	0.0000	.4974	90.0000	4.5407	-43.5411	.9435
0	24	0.0000	.5191	90.0000	4.7386	-45.0960	.4621
0	25	0.0000	.5407	90.0000	4.9365	-46.9978	.2572
0	26	0.0000	.5623	90.0000	5.1345	-49.3842	.1478
0	27	0.0000	.5839	90.0000	5.3326	-52.4465	.0828
0	28	0.0000	.6056	90.0000	5.5307	-56.4506	.0424
0	29	0.0000	.6272	90.0000	5.7288	-61.6691	.0177
0	30	0.0000	.6488	90.0000	5.9271	-67.4071	.0043
0	31	0.0000	.6704	90.0000	6.1254	-69.8704	.0000

QUADRANTE 1

CORTE EM U CONSTANTE

P = 0
U = 0.0000 (FI = 90 GRAUS)

P	Q	U	V	FI	TETA	DB	GRAU
0	0	0.0000	0.0000	90.0000	0.0000	0.0000	.0000
0	1	0.0000	.0216	90.0000	.1972	-.2181	.0043
0	2	0.0000	.0433	90.0000	.3944	-.8807	.0177
0	3	0.0000	.0649	90.0000	.5917	-2.0148	.0424
0	4	0.0000	.0865	90.0000	.7889	-3.6713	.0828
0	5	0.0000	.1081	90.0000	.9861	-5.9392	.1478
0	6	0.0000	.1298	90.0000	1.1834	-8.9761	.2572
0	7	0.0000	.1514	90.0000	1.3807	-13.0892	.4621
0	8	0.0000	.1730	90.0000	1.5779	-19.0162	.9435
0	9	0.0000	.1946	90.0000	1.7752	-29.6898	3.0801
0	10	0.0000	.2163	90.0000	1.9726	-36.4549	-185.9222
0	11	0.0000	.2379	90.0000	2.1699	-29.3569	-182.1016
0	12	0.0000	.2595	90.0000	2.3673	-30.2628	-181.6728
0	13	0.0000	.2812	90.0000	2.5647	-37.7512	-182.3893
0	14	0.0000	.3028	90.0000	2.7621	-39.4351	1.2145
0	15	0.0000	.3244	90.0000	2.9596	-29.7132	-.0224
0	16	0.0000	.3460	90.0000	3.1571	-26.4392	-.1908
0	17	0.0000	.3677	90.0000	3.3546	-25.5603	-.2282
0	18	0.0000	.3893	90.0000	3.5522	-26.4227	-.2164
0	19	0.0000	.4109	90.0000	3.7498	-29.1742	-.1557
0	20	0.0000	.4325	90.0000	3.9475	-35.1948	.0558
0	21	0.0000	.4542	90.0000	4.1452	-68.6549	-199.6157
0	22	0.0000	.4758	90.0000	4.3429	-36.6251	-180.7853
0	23	0.0000	.4974	90.0000	4.5407	-32.6739	-180.5848
0	24	0.0000	.5191	90.0000	4.7386	-32.1112	-180.5208
0	25	0.0000	.5407	90.0000	4.9365	-33.9966	-180.4985
0	26	0.0000	.5623	90.0000	5.1345	-39.5159	-180.5242
0	27	0.0000	.5839	90.0000	5.3326	-62.6301	1.0206
0	28	0.0000	.6056	90.0000	5.5307	-39.0102	-.3014
0	29	0.0000	.6272	90.0000	5.7288	-34.6451	-.3269
0	30	0.0000	.6488	90.0000	5.9271	-33.4351	-.3226
0	31	0.0000	.6704	90.0000	6.1254	-34.3137	-.3040

QUADRANTE 1

CORTE EM V CONSTANTE

O = 0
V = 0.0000 (FI = 0 GRAUS)

P	C	U	V	FI	TETA	DB	GRAU
0	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	.0000
1	0	.0216	0.0000	0.0000	.1972	-1.5947	.1554
2	0	.0433	0.0000	0.0000	.3944	-3.7784	.3507
3	0	.0649	0.0000	0.0000	.5917	-6.7066	.6246
4	0	.0865	0.0000	0.0000	.7889	-10.6851	1.0754
5	0	.1081	0.0000	0.0000	.9861	-16.4612	2.0501
6	0	.1298	0.0000	0.0000	1.1834	-27.1193	5.3011
7	0	.1514	0.0000	0.0000	1.3807	-32.1312	-189.3459
8	0	.1730	0.0000	0.0000	1.5779	-24.9036	-183.1110
9	0	.1946	0.0000	0.0000	1.7752	-24.4753	-182.0964
10	0	.2163	0.0000	0.0000	1.9726	-27.4930	-181.9380
11	0	.2379	0.0000	0.0000	2.1699	-36.9492	-183.5437
12	0	.2595	0.0000	0.0000	2.3673	-36.4557	2.4206
13	0	.2812	0.0000	0.0000	2.5647	-28.3616	.6576
14	0	.3028	0.0000	0.0000	2.7621	-25.8725	.5289
15	0	.3244	0.0000	0.0000	2.9596	-25.7294	.6431
16	0	.3460	0.0000	0.0000	3.1571	-27.5042	.9539
17	0	.3677	0.0000	0.0000	3.3546	-31.8210	1.7382
18	0	.3893	0.0000	0.0000	3.5522	-43.5365	6.6861
19	0	.4109	0.0000	0.0000	3.7498	-39.5382	-183.7239
20	0	.4325	0.0000	0.0000	3.9475	-33.0164	-181.3414
21	0	.4542	0.0000	0.0000	4.1452	-31.3357	-180.6823
22	0	.4758	0.0000	0.0000	4.3429	-32.2995	-180.2785
23	0	.4974	0.0000	0.0000	4.5407	-36.0609	-179.8213
24	0	.5191	0.0000	0.0000	4.7386	-48.0772	-177.7725
25	0	.5407	0.0000	0.0000	4.9365	-41.8186	-1.2946
26	0	.5623	0.0000	0.0000	5.1345	-35.0518	-.4660
27	0	.5839	0.0000	0.0000	5.3326	-32.8586	-.1342
28	0	.6056	0.0000	0.0000	5.5307	-32.9115	.1520
29	0	.6272	0.0000	0.0000	5.7288	-35.0520	.5396
30	0	.6488	0.0000	0.0000	5.9271	-40.5466	1.4693
31	0	.6704	0.0000	0.0000	6.1254	-69.8704	-236.3238

70	67	62	56	52	49	47	45	44	42	41	40	39	39	38	38	38	38	40	42	45	53	57	46	42	40	39	39	39	41	45	55
41	41	41	42	44	46	49	54	67	58	50	46	43	41	40	38	37	37	37	38	40	43	48	79	48	43	40	39	38	39	41	45
35	35	35	36	37	38	39	40	42	44	48	55	63	49	44	41	39	38	37	37	37	38	41	46	61	49	43	40	38	38	39	41
33	33	33	34	34	35	35	36	37	38	39	41	44	49	70	50	43	40	38	37	36	37	38	40	45	57	50	43	40	38	38	39
33	33	33	33	34	34	34	35	35	35	36	37	38	40	43	49	68	47	41	39	37	36	37	38	40	44	56	51	43	40	38	38
35	35	35	35	36	36	36	35	35	35	35	35	35	36	37	39	43	52	53	43	40	37	37	37	38	40	44	55	51	43	40	38
42	42	42	42	42	41	40	39	38	37	36	35	34	34	35	36	37	40	46	70	46	41	38	37	37	38	40	44	55	51	43	40
48	48	48	49	51	54	66	56	48	43	40	37	36	35	34	34	35	36	39	43	57	49	42	39	37	37	38	40	44	56	51	43
36	36	36	36	37	37	39	41	44	53	54	44	39	37	35	34	34	34	35	38	42	51	51	42	39	37	37	38	40	44	56	50
32	32	32	32	33	33	33	34	36	38	42	51	52	42	38	36	34	34	34	35	37	41	49	54	43	39	37	37	38	40	44	58
31	31	31	31	31	31	31	32	32	34	35	38	43	58	47	40	37	35	34	34	35	37	40	48	55	43	39	37	37	38	40	45
33	33	33	32	32	32	31	31	31	32	33	34	36	39	47	56	42	38	35	34	34	35	37	40	48	53	42	38	37	37	38	41
40	39	39	38	37	35	34	33	33	32	32	32	33	35	37	42	57	46	39	36	34	34	35	37	40	49	51	41	38	37	37	38
44	44	46	49	58	53	44	40	37	35	33	32	32	32	33	36	39	49	49	40	36	35	34	35	37	41	53	48	40	37	36	37
32	32	32	33	34	36	39	46	63	44	38	35	33	32	32	33	35	38	46	52	40	36	34	34	35	37	42	61	45	39	37	37
28	28	28	28	28	29	30	32	35	41	60	42	36	33	32	32	32	34	37	45	51	40	36	34	34	35	38	44	61	43	38	37
26	26	26	26	26	26	27	28	29	32	36	44	47	37	34	32	31	32	34	38	47	48	39	35	34	34	36	39	48	51	41	38
26	26	26	25	25	25	25	26	26	28	30	34	41	53	38	34	32	31	32	34	39	51	44	37	35	34	34	37	41	57	46	40
28	28	28	27	26	26	25	25	25	26	27	29	33	39	58	38	34	32	31	32	35	40	70	42	36	34	34	35	38	45	58	43
36	36	34	32	30	28	27	26	25	25	26	27	29	32	39	60	38	34	32	32	33	36	44	52	39	35	34	34	36	40	52	48
37	38	41	50	46	37	32	29	27	26	26	26	27	29	32	39	58	38	34	32	32	34	38	50	45	38	35	34	35	38	44	61
27	28	29	30	33	38	62	38	32	29	27	26	26	27	29	32	39	52	37	34	32	33	35	41	76	41	36	35	35	37	41	53
24	25	25	26	27	28	32	33	49	35	30	27	26	26	27	29	33	41	47	36	33	32	34	37	45	48	39	36	35	36	39	46
25	25	25	25	25	25	27	29	34	53	36	30	27	26	26	27	29	34	46	42	35	33	33	35	40	59	42	37	35	35	38	43
32	31	30	28	26	25	25	26	28	33	51	36	29	27	26	26	27	30	37	62	38	33	32	33	36	45	49	39	36	35	37	41
27	28	31	40	38	30	27	26	26	28	34	60	33	28	26	25	26	28	33	43	42	35	32	32	35	40	76	41	37	35	36	39
16	17	18	21	25	35	37	29	26	27	29	37	42	31	27	25	25	27	30	37	53	36	33	32	33	37	49	44	37	35	36	38
11	11	12	14	17	21	29	44	30	27	28	32	47	35	26	26	25	26	29	34	50	39	33	32	33	36	44	48	38	35	35	37
7	7	8	9	12	15	19	28	43	29	[illegible]	29	36	41	30	27	25	26	28	32	42	42	34	32	32	35	42	52	39	35	35	36
4	4	5	6	8	11	15	20	31	36	29	28	33	61	33	28	26	25	27	30	38	46	35	32	32	34	41	56	39	35	34	35
2	2	3	4	5	8	11	16	23	42	31	29	31	42	36	29	26	25	27	30	36	52	36	32	32	34	40	60	39	35	34	35
0	0	1	2	4	6	9	13	19	30	36	29	30	38	39	30	26	26	26	29	35	69	37	33	32	34	40	63	39	35	33	34

QUA. 1 / PG. 1

0	0	1	2	4	6	9	13	19	30	[illegible]	29	30	38	39	30	26	26	26	29	35	69	37	33	32	34	40	63	39	35	33
2	2	3	4	5	8	11	16	23	42	31	29	31	42	36	29	26	25	27	30	36	52	36	32	32	34	40	60	39	35	34
4	4	5	6	8	11	15	20	31	36	29	28	33	61	33	28	26	25	27	30	38	46	35	32	32	34	41	56	39	35	34
7	7	8	9	12	15	19	28	43	29	27	29	36	41	30	27	25	26	28	32	42	42	34	32	32	35	42	52	39	35	35
11	11	12	14	17	21	29	44	30	27	28	32	47	35	28	26	25	26	29	34	50	39	33	32	33	36	44	48	38	35	35
16	17	18	21	25	35	37	29	26	27	29	37	42	31	27	25	25	27	30	37	53	36	33	32	33	37	49	44	37	35	36
27	28	31	40	38	30	27	26	26	28	34	60	33	28	26	25	26	28	33	43	42	35	32	32	35	40	76	41	37	35	36
32	31	30	28	26	25	25	26	28	33	51	36	29	27	26	26	27	30	37	62	38	33	32	33	36	45	49	39	36	35	37
25	25	25	25	25	25	27	29	34	53	36	30	27	26	26	27	29	34	46	42	35	33	33	35	40	59	42	37	35	35	38
24	25	25	26	27	28	32	38	49	35	30	27	26	26	27	29	33	41	47	36	33	32	34	37	45	48	39	36	35	36	39
27	28	29	30	33	38	62	38	32	29	27	26	26	27	29	32	39	52	37	34	32	33	35	41	76	41	36	35	35	37	41
37	38	41	50	46	37	32	29	27	26	26	26	27	29	32	39	58	38	34	32	32	34	38	50	45	38	35	34	35	38	44
36	36	34	32	30	28	27	26	25	25	26	27	29	32	39	60	38	34	32	32	33	36	44	52	39	35	34	34	36	40	52
28	28	28	27	26	26	25	25	25	26	27	29	33	39	58	38	34	32	31	32	35	40	70	42	36	34	34	35	38	45	58
26	26	26	25	25	25	25	26	26	28	30	34	41	53	38	34	32	31	32	34	39	51	44	37	35	34	34	37	41	57	46
26	26	26	26	26	26	27	28	29	32	36	44	47	37	34	32	31	32	34	38	47	48	39	35	34	34	36	39	48	51	41
28	28	28	28	28	29	30	32	35	41	60	42	36	33	32	32	32	34	37	45	51	40	36	34	34	35	38	44	61	43	38
32	32	32	33	34	36	39	44	63	44	38	35	33	32	32	33	35	38	46	52	40	36	34	34	35	37	42	61	45	39	37
44	44	46	49	58	53	44	40	37	35	33	32	32	32	33	36	39	49	49	40	36	35	34	35	37	41	53	48	40	37	36
40	39	39	38	37	35	34	33	33	32	32	32	33	35	37	42	57	46	39	36	34	34	35	37	40	49	51	41	38	37	37
33	33	33	32	32	32	31	31	31	32	33	34	36	39	47	56	42	38	35	34	34	35	37	40	48	53	42	38	37	37	38
31	31	31	31	31	31	31	32	32	34	35	38	43	58	47	40	37	35	34	34	35	37	40	48	55	43	39	37	37	38	40
32	32	32	32	33	33	33	34	36	38	42	51	52	42	38	36	34	34	34	35	37	41	49	54	43	39	37	37	38	40	44
36	36	36	36	37	37	39	41	44	53	54	44	39	37	35	34	34	34	35	38	42	51	51	42	39	37	37	38	40	44	56
48	45	48	49	51	54	66	56	48	43	40	37	36	35	34	34	35	36	39	43	57	49	42	39	37	37	38	40	44	56	51
42	42	42	42	42	41	40	39	38	37	36	35	34	34	35	36	37	40	46	70	46	41	38	37	37	38	40	44	55	51	43
35	35	35	35	36	36	36	35	35	35	35	35	35	36	37	39	43	52	53	43	40	37	37	37	38	40	44	55	51	43	40
33	33	33	33	34	34	34	35	35	35	36	37	38	40	43	49	68	47	41	39	37	36	37	38	40	44	56	51	43	40	38
33	33	33	34	34	35	35	36	37	38	39	41	44	49	70	50	43	40	38	37	36	37	38	40	45	57	50	43	40	38	38
35	35	35	36	37	38	39	40	42	44	48	55	63	49	44	41	39	38	37	37	37	38	41	46	61	49	43	40	38	38	39
41	41	41	42	44	46	49	54	67	58	50	46	43	41	40	38	37	37	37	38	40	43	48	79	48	43	40	39	38	39	41
70	67	62	56	52	49	47	45	44	42	41	40	39	39	38	38	38	38	40	42	45	53	57	46	42	40	39	39	39	41	45

QUA. 2 / PG. 1