1. Publicação nº	2. Versão	3. Data	5. Distribuição
INPE-3856-PRE/920		*Abril, 1986*	☐ Interna ☒ Externa
4. Origem *DMC/DGC* — Programa *CONTAT*			☐ Restrita

6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es)

"MATCHED SETS"
CONTROLE
ESTIMAÇÃO DE ESTADO

7. C.D.U.: *681.5.015*

8. Título *INPE-3856-PRE/920*

"MATCHED SETS" E SUAS APLICAÇÕES EM CONTROLE E ESTIMAÇÃO DE ESTADO

10. Páginas: *7*

11. Última página: *5*

12. Revisada por

Roberto V. Fonseca Lopes

9. Autoria *J.A.M. Felippe de Souza*

Assinatura responsável

13. Autorizada por

Marco Antonio Raupp
Diretor Geral

14. Resumo/Notas

O conceito de "matched sets" (cuja melhor tradução seria "conjuntos emparelhados") foi introduzido pelo autor em [6]. Aqui são apresentados alguns resultados, baseados em "matched sets", que mostram que sempre é possível fazer certos ajustes nas topologias de espaços com produto interno X e Y, tal que um operador linear densamente definido T: X → Y satisfaça propriedades topológicas tais como T limitado ou contínuo, T compacto, ou T com contra-domínio fechado. Estes resultados são úteis em problemas de controle e estimação de estado de sistemas de parâmetros distribuídos, onde o ajuste acima significa uma nova formulação do problema com, por exemplo, a topologia do espaço de estado ou a topologia do espaço das funções de saída, alteradas.

15. Observações

Este trabalho foi apresentado no 7º Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (7º CNAMC) realizado em Campinas, SP, de 24 a 28 de setembro de 1984.

ABSTRACT

The concept of "matched sets" has been introduced by the author in [6]. Here we present some results using "matched sets" which show that it is always possible to make some adjustments in the topologies of inner product spaces X and Y such that a densely defined linear operator $T: X \to Y$ satisfies topological properties such as T is bounded or continuous, T is compact, or T has closed range. These results are useful in problems of control and state estimation of distributed parameter systems, where the above adjustment means a new formulation of the problem with, for example, the topology of the state space or the topology of the space of output functions, altered.

"MATCHED SETS" E SUAS APLICAÇÕES EM CONTROLE E ESTIMAÇÃO DE ESTADO

J.A.M. Felippe De Souza
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq
Caixa Postal 515 - São José dos Campos - 12200 - SP - Brasil

Apresenta-se aqui o resumo do artigo [13]. "Matched Sets" é um conceito introduzido pelo autor em [6] (A melhor tradução para "Matched Sets" seria "Conjuntos Emparelhados").

Em controle de sistemas de dimensão infinita (ou sistemas de parâmetros distribuídos), usando técnicas do ponto fixo conforme tratados em [3, 5, 8, 9, 12, 14 e 15], frequentemente se considera que o espaço $\mathcal{U}$ de funções de entrada (controles) e/ou o espaço de estado $\mathcal{X}$ podem ser ajustados para obter novos espaços $\mathcal{U}'$ e $\mathcal{X}'$ (com $\mathcal{U} \cap \mathcal{U}'$ e $\mathcal{X} \cap \mathcal{X}'$ densos nos espaços originais correspondentes, $\mathcal{U}$ e $\mathcal{X}$, respectivamente), tal que alguns operadores do tipo Volterra (associados com o problema de controle) têm contra-domínio fechado. Condições semelhantes são admitidas em [3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 14 e 15] para o problema de estimação de estado com o espaço de $\mathcal{X}$ e/ou com o espaço $\mathcal{Y}$ de funções de saída (observação).

Para casos simples (e.g. $\mathcal{X} = L^2(0,1)$ e $\mathcal{U}$ ou $\mathcal{Y} = L^2(0,T,\mathcal{X})$ estes ajustamentos são fáceis de ser obtidos. Entretanto, se é possível ou não fazer estes ajustamentos para o caso geral de espaços de Hilbert é uma questão não tratada nos artigos mencionados acima.

Apresentam-se aqui alguns resultados, baseados em "Matched Sets" [6, 7, 13], que mostram que estes ajustamentos são sempre possíveis para espaços com produto interno. Na verdade apresenta-se uma teoria ampla que mostra que se $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$ são espaços com produto interno e

$$T : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}$$

é um operador densamente definido em $\mathcal{X}$, então as topologias de $\mathcal{X}$ e/ou $\mathcal{Y}$ podem ser ajustadas tal que algumas propriedades topológicas de T (tais como: T é limitado ou contínuo, T é compacto, T tem contradomínio fechado, etc.) serão satisfeitas.

Os espaços ajustados $\mathcal{X}'$ e $\mathcal{Y}'$ são descritos na forma

$$\mathcal{X}' = \left\{ x = \sum_{n \in \Gamma} x_n e_n : \left(\sum_{n \in \Gamma} \alpha_n \, |x_n|^2 \right) < \infty \right\}$$

$$\| x \|_{\mathcal{X}'} = \left(\sum_{n \in \Gamma} \alpha_n \, |x_n| \right)^{1/2} ,$$

$$\mathcal{Y}' = \left\{ y = \sum_{n \in \Lambda} y_n \, \phi_n : \left(\sum_{n \in \Lambda} \beta_n \, |y_n|^2 \right) < \infty \right\}$$

$$\| y \|_{\mathcal{Y}'} = \left(\sum_{n \in \Lambda} \beta_n \, |y_n|^2 \right)^{1/2} ,$$

onde x_n, $y_n \in \mathbb{F}$ ($= \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$); α_n, β_n são números reais que satisfazem

$$\alpha_n > 0 \quad \text{para todo} \quad n \in \Gamma ,$$

$$\beta_n > 0 \quad \text{para todo} \quad n \in \Lambda ,$$

e $\mathcal{M} = (\{e_n\}_{n \in \Gamma}, \{\phi_n\}_{n \in \Lambda}, \Delta, \Gamma, \Lambda)$ é qualquer "matched set" para T (veja [6, 7 ou 13). Tanto $\mathcal{X}'$ como $\mathcal{Y}'$, conforme definidos acima, são na realidade espaços de Hilbert com produto interno dado por

$$< x, w >_{\mathcal{X}'} = \sum_{n \in \Gamma} \alpha_n \, x_n \, \bar{w}_n ,$$

$$< y, z >_{\mathcal{Y}'} = \sum_{n \in \Lambda} \beta_n \, y_n \, \bar{z}_n .$$

Os conjuntos $S_{\mathcal{X}'}$ e $S_{\mathcal{Y}'}$ dados por

$$S_{\mathcal{X}'} = \left\{ \frac{e_n}{\sqrt{\alpha_n}} \right\}_{n \in \Gamma} \qquad \text{e} \qquad S_{\mathcal{Y}'} = \left\{ \frac{\phi_n}{\sqrt{\beta_n}} \right\}_{n \in \Lambda}$$

são conjuntos ortonormais completos em $\mathcal{X}'$ e $\mathcal{Y}'$, respectivamente.

Suponha que $\alpha_n = \| e_n \|^2_{\mathcal{X}}$ para todo $n \in \Gamma$, então $\mathcal{X}' = \mathcal{X}$ (ou pelo menos $\mathcal{X}'$ é topologicamente isomórfico a $\mathcal{X}$; veja detalhes em [13]). Igualmente se $\beta_n = \| \phi_n \|^2_{\mathcal{Y}}$ para todo $n \in \Lambda$, então $\mathcal{Y}' = \mathcal{Y}$ (ou pelo menos $\mathcal{Y}'$ é topologicamente isomórfico a $\mathcal{Y}$; veja detalhes em [13]). Entretanto, uma escolha diferente da acima para α_n irá alterar a topologia de $\mathcal{X}$ para o novo espaço $\mathcal{X}'$ (com $\mathcal{X} \cap \mathcal{X}'$ denso em $\mathcal{X}$), assim como uma escolha de β_n diferente da acima irá alterar a topologia de $\mathcal{Y}$ para o novo espaço $\mathcal{Y}'$ (com $\mathcal{Y} \cap \mathcal{Y}'$ denso em $\mathcal{Y}$).

Os resultados que se seguem (veja [13]) estabelecem uma relação entre α_n e β_n tal que o operador T: $X' \to Y'$ satisfaz algumas propriedades topológicas desejadas. Por exemplo,

$T : X' \to Y'$ é limitado (i.e., contínuo) se e somente se o conjunto

$$\left\{ \frac{\beta_n}{\alpha_n} \right\}_{n\in\Delta} \quad \text{é limitado.}$$

$T : X' \to Y'$ tem contradomínio fechado se e somente se o conjunto.

$$\left\{ \frac{\alpha_n}{\beta_n} \right\}_{n\in\Delta} \quad \text{é limitado.}$$

$T : X' \to Y'$ é um operador de Hilbert-Schmidt se e somente se

$$\sum_{n\in\Delta} \frac{\beta_n}{\alpha_n} < \infty ,$$

Se $T:X \to Y$ não satisfaz uma certa propriedade topológica desejada (e.g., continuidade, compacticidade ou fechamento do contradomínio) então, se foram ajustados os espaços X e Y (i.e., foram escolhidos valores apropriados para os α_n's e β_n's), serão obtidos novos espaços X' e Y' de tal forma que $T:X' \to Y'$ irá satisfazer a propriedade topológica desejada. Este ajustamento (isto é, esta escolha de α_n e β_n) pode sempre ser feito tal que:

- somente a topologia de X muda (para X'), ou
- somente a topologia de Y muda (para Y'), ou
- ambas as topologias de X e Y mudam (para X' e Y', respectivamente).

Portanto, o método desenvolvido aqui para operadores $T : X \to Y$ permite escolher X' e Y' de acordo com a propriedade topológica desejada para $T : X' \to Y'$ e com a flexibilidade do problema de deixar X e/ou Y serem alterados.

Por exemplo, os casos de controle ou estimação de estado de sistemas de parâmetros distribuídos já mencionados são bastante flexíveis. O ajustamento acima significa uma nova formulação do problema com, por exemplo, a topologia do espaço de estado mudada, ou então, uma nova formulação com o espaço de funções de entrada ou de saída (dependendo de o caso ser de controle ou de estimação de estado) alterado.

REFERÊNCIAS E BIBLIOGRAFIA

[1] ADAM, R.A., "Sobolev Spaces", Academic Press, New York, 1975.

[2] CURTAIN, R.F.; PRITCHARD, A.J., "Infinite dimensional linear systems theory", Springer-Verlag, Berlin, 1978.

[3] CARMICHAEL, M.; PRITCHARD, A.J.; QUINN, M.D., "Control and state estimate of nonlinear systems", Proceedings of the Conference on Differential Equations and Applications, pp. 30-51, University of Graz, Graz, Austria, 1981.

[4] CARMICHAEL, M.; PRITCHARD, A.J.; QUINN, M.D., "State and parameter estimation problems for nonlinear systems", Appl. Math. and Optim., vol. 9, nº 2, pp. 133-161, 1982.

[5] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "The application of projection methods and fixed point theorems to nonlinear control and estimation", Control Theory Centre Report nº 106, University of Warwick, Coventry, England, U.K, July 1982.

[6] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "Some aspects of linear operators in inner-product spaces", Control Theory Centre Report nº 111, University of Warwick, Coventry, England, U.K., Jan. 1983.

[7] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "The generation of complete matched sets", Control Theory Centre Report nº 112, University of Warwick, Coventry, England, U.K., Feb. 1983.

[8] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "Some application of projections in nonlinear control and estimation", PhD. Thesis, Control Theory Centre, University of Warwick, Coventry, England, U.K., July 1983.

[9] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "Nonlinear control and estimation using fixed point theorems", Proceedings of the 6th IASTED International Symposium in Measurement and Control (MECO'83), Athens, Greece, Aug. 1983.

[10] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "On parameter identification and state estimation for distributed parameter systems", Proceedings of the 1st IASTED Conference on Telecommunication and Control (TELCON'84), Halkidiki, Greece, Aug. 1984.

[11] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "State estimation and parameter identification: an approach involving a pair consisting of the initial state and the trajectory", submetido para publicação no 1º Congresso Latino-Americano de Automática, Campina Grande, PB, Brasil, Sep. 1984.

[12] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "The application of projections and fixed points to nonlinear control and estimation", submetido para publicação no Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1984.

[13] FELIPPE DE SOUZA, J.A.M., "On matched sets and their applications to control and state estimation", submetido para publicação no Mat. Aplic. Comp., 1984.

[14] PRITCHARD, A.J., "The application of a fixed point theorem to nonlinear system theory", Proceedings of the 3rd IMA Conference on Control Theory, University of Sheffield, Sheffield, England, U.K., Sep. 1981.

[15] PRITCHARD, A.J., "Nonlinear infinite dimensional systems", Proceedings of the 3rd IFAC Symposium on Control of Distributed Parameter Systems, Toulouse, France, June 1982.