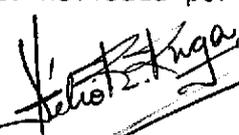
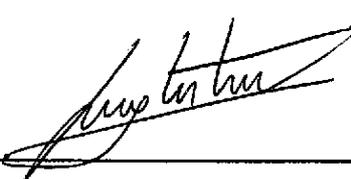
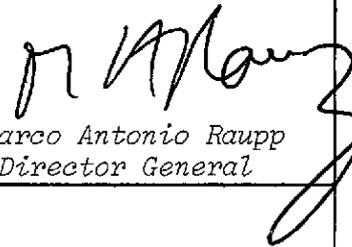


1. Publicação nº <i>INPE-3930-PRE/962</i>	2. Versão	3. Data <i>Junho, 1986</i>	5. Distribuição <input type="checkbox"/> Interna <input checked="" type="checkbox"/> Externa <input type="checkbox"/> Restrita
4. Origem <i>DMC</i>	Programa <i>A81</i>		
6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es) <i>GUIDANCE SYSTEMS ANGULAR VELOCITY MEASUREMENT</i> <i>ATTITUDE ESTIMATION DATA SMOOTHING</i> <i>ACCELERATION MEASUREMENT KALMAN FILTERS</i>			
7. C.D.U. : <i>629.7.062.2:629.783</i>			
8. Título <i>UTILIZAÇÃO DE PROCEDIMENTOS ESTOCÁSTICOS DE SUAUIZAÇÃO DE DADOS E UNIDADE DE MEDIDA INERCIAL NÃO-GIROSCÓPICA PARA PROPAGAÇÃO DE ATITUDE</i>		10. Páginas: <i>8</i>	
		11. Última página: <i>7</i>	
9. Autoria <i>Luis Gonzaga Trabasso</i> <i>Atair Rios Neto</i> <i>Valcir Orlando</i>		12. Revisada por  <i>Helio Koiti Kuga</i>	
Assinatura responsável 		13. Autorizada por  <i>Marco Antonio Raupp</i> Director General	
14. Resumo/Notas <i>O trabalho analisa a utilização de uma unidade de medida inercial, constituída exclusivamente por acelerômetros lineares para propagação da atitude, como alternativa para unidades de medida inercial convencionais que utilizam giroscópios. Desta forma, consegue-se um instrumento de navegação com um menor custo. De modo a aumentar a precisão das medidas realizadas, adota-se um procedimento para eliminação dos ruídos de alta frequência. Para tanto, as saídas acelerométricas, uma vez obtidas, são submetidas a procedimentos computacionais de suavização baseados em técnicas estocásticas de estimação de estado. Tal providência permite que a propagação das imprecisões das saídas acelerométricas permaneça dentro de limites aceitáveis para as aplicações desejadas. O desempenho da unidade inercial é avaliado através de simulações via computador digital empregando dados relativos à órbita e atitude de um satélite artificial de baixa altitude.</i>			
15. Observações <i>Trabalho submetido no 6º Congresso Brasileiro de Automática da SBA, de 25 a 28 de novembro de 1986, Belo Horizonte, MG. Brasil.</i>			

UTILIZAÇÃO DE PROCEDIMENTOS ESTOCÁSTICOS DE SUAUIZACÃO DE DADOS E UNIDADE DE MEDIDA INERCIAL NÃO-GIROSCÓPICA PARA PROPAGAÇÃO DE ATITUDE.

Luis Gonzaga Trabasso
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA/CTA
12225 - São José dos Campos - S.Paulo - Brasil

Atair Rios Neto
Valcir Orlando
Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE/MCT
C.Postal 515
12201 - São José dos Campos - S.Paulo - Brasil

RESUMO

O trabalho analisa a utilização de uma unidade de medida inercial, constituída exclusivamente por acelerômetros lineares para propagação da atitude, como alternativa para unidades de medida inercial convencionais que utilizam giroscópios. Desta forma, consegue-se um instrumento de navegação com um menor custo. De modo a aumentar a precisão das medidas realizadas, adota-se um procedimento para eliminação dos ruídos de alta frequência. Para tanto, as saídas acelerométricas, uma vez obtidas, são submetidas a procedimentos computacionais de suavização baseados em técnicas estocásticas de estimação de estado. Tal providência permite que a propagação das imprecisões das saídas acelerométricas permaneça dentro de limites aceitáveis para as aplicações desejadas. O desempenho da unidade inercial é avaliado através de simulações via computador digital empregando dados relativos à órbita e atitude de um satélite artificial de baixa altitude.

USE OF DATA SMOOTHING STOCHASTIC TECHNIQUES AND A NON-GYROSCOPIC INERTIAL MEASUREMENT UNIT FOR ATTITUDE PROPAGATION

ABSTRACT

This paper analyses the use of an inertial measurement unit (IMU), composed exclusively of linear accelerometers for attitude propagation, as an alternative to conventional inertial measurement units that use gyroscopes. With this alternative, one obtains a navigation instrument with a lower cost. In order to increase the accuracy of measurements, one adopts a technique to eliminate high frequency noise. For this, accelerometer's outputs are processed with the aid of data smoothing stochastic techniques based on stochastic state estimation. This allows the inaccuracies to remain within acceptable levels for the desired applications. The performance of the IMU is evaluated through digital computer simulation, using simulated attitude and orbit data related to a low altitude artificial satellite.

KEYWORDS: Guidance systems; Attitude estimation; Acceleration measurement; Angular velocity measurement; Data smoothing; Kalman filters

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho consiste na análise de uma proposta para propagação de atitude utilizando procedimentos estocásticos de suavização de dados e unidade de medida inercial (IMU), de baixo custo, que utiliza exclusivamente acelerômetros lineares como sensores.

Desde a sua concepção a maior parcela do custo de uma IMU convencional é representada pelo custo dos giroscópios. Assim, ao longo das duas últimas décadas, nota-se um aumento nas pesquisas que objetivam reduzir os custos dos sistemas de navegação inercial, tanto na sua mecanização como na sua instrumentação (Merhav, 1980). Os sistemas do tipo "strap down" representam um avanço nessa di-

reção, uma vez que os custos de mecanização foram significativamente reduzidos através da eliminação das servo-plataformas estáveis (e.g. Pitman, 1962). O custo relativo à instrumentação, no entanto, não sofreu alterações significativas, uma vez que os giroscópios são ainda elementos vitais da IMU. A tecnologia "strap down" foi definitivamente implantada quando as limitações de velocidade de processamento computacional foram superadas e, a partir daí, acentuou-se a tendência em buscar soluções alternativas ao uso dos giroscópios, incentivada pelo grande desenvolvimento experimentado na área de computação digital e de instrumentação.

A concepção de uma IMU não-giroscópica baseia-se na possibilidade de se obter informações de aceleração e velocidade angulares através de sensores lineares do tipo acelerômetros. Esta idéia não é nova, e já existem trabalhos na área a partir de 1967. Um dos trabalhos mais significativos foi publicação por Schuler et alii (1967) que apresentam e comparam cinco configurações de acelerômetros lineares, as quais podem ser usadas para determinação de ambas, aceleração e velocidade angulares. No referido trabalho, é feita uma análise determinística dos resultados, sem a preocupação com modelos de erros dos acelerômetros e a conseqüente propagação dessas incertezas através das grandezas angulares. Sua idéia mais atraente é o fato de exibir uma mecanização bastante simplificada, pois os acelerômetros encontram-se rigidamente presos a um sistema de coordenadas que, a princípio, pode estar localizado em qualquer parte do veículo, ao contrário de outros trabalhos (Krishman, 1965) onde os acelerômetros lineares são montados em três discos mutuamente ortogonais, girando todos a uma mesma freqüência angular constante. Esta última idéia tem merecido ainda muita atenção, como pode ser observado em Merhav (1982) que utiliza basicamente os mesmos princípios apresentados por Krishman, valendo-se, porém, de recursos mais avançados, somente hoje disponíveis, para realizar a separação dos sinais de origem angular e linear.

Em relação aos trabalhos existentes na área, a proposta deste trabalho adota a concepção mecânica mais simples possível, semelhante àquela encontrada em Schuler et alii (1967). A diferença está no tratamento dado às medidas dos acelerômetros, de modo a diminuir o nível de ruído existente nas grandezas angulares, antes que estas sejam submetidas ao processo de integração. Neste sentido, as saídas acelerométricas são submetidas a procedimentos computacionais baseados em técnicas estocásticas de suavização (Orlando, 1983) que incrementam suas precisões através da eliminação de ruídos de alta freqüência, de forma que o erro na atitude permaneça na faixa de 0,1 grau (Trabasso, 1985), admissível no intervalo de tempo exigido para sua aplicação.

O desempenho desta proposta para propagação de atitude é avaliado através de uma operação simulada da IMU, utilizando dados também simulados do satélite TD-1A(ESA). Realizaram-se os testes para obter a atitude em malha aberta, isto é, não se considera a possibilidade de atualização das condições iniciais do processo de integração. É avaliado o intervalo de tempo em que a IMU opera dentro das condições de erro exigidas para as aplicações desejadas.

2. NAVEGAÇÃO INERCIAL COM ACELERÔMETROS

Os sistemas de coordenadas utilizados neste procedimento, mostrado na Figura 1, são: a) sistema de coordenadas inerciais [I]; b) sistema de coordenadas veicular [V], rigidamente ligado ao veículo.

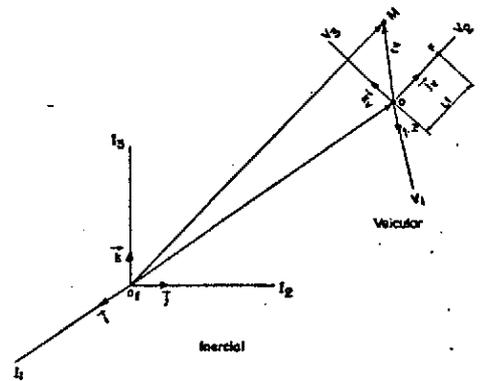


Fig. 1 - Sistemas de coordenadas inercial e veicular.

Pode ser mostrado (Greenwood, 1965) que a aceleração inercial de um ponto M, acelerado em relação a um sistema móvel, é dado por:

$$\vec{A}_I = \vec{A}_{OI} + \vec{\Omega}_V \times \vec{r}_V + \ddot{\vec{r}}_V + 2\vec{\Omega}_V \times \dot{\vec{r}}_V + \dot{\vec{\Omega}}_V \times (\vec{\Omega}_V \times \vec{r}_V), \quad (1)$$

onde: \vec{A}_I - aceleração inercial do ponto M; \vec{A}_{OI} - aceleração linear da origem do sistema veicular em relação ao sistema inercial; $\ddot{\vec{r}}_V$ - vetor da origem do sistema de coordenadas veiculares ao ponto M; $\dot{\vec{\Omega}}_V$ - velocidade angular absoluta do sistema veicular.

Se o ponto M for fixado no sistema veicular, a Equação 1 passa a ser:

$$\vec{A}_I = \vec{A}_{OI} + \dot{\vec{\Omega}}_V \times \vec{r}_V + \vec{\Omega}_V \times (\vec{\Omega}_V \times \vec{r}_V). \quad (2)$$

Para um ponto F, fixo sobre os eixos veiculares, mostrado na Figura 1, define-se:

$$\vec{r}_V = Lf \vec{j}_V \quad (3)$$

$$\vec{A}_{OI} = A_{V1} \vec{i}_V + A_{V2} \vec{j}_V + A_{V3} \vec{k}_V, \quad (4)$$

onde \vec{i}_V , \vec{j}_V e \vec{k}_V são os versores do sistema de coordenadas veicular; Lf é a distância do ponto F à origem do sistema de coordenadas veicular, referenciado ao longo do texto como braço de F; A_{V1} , A_{V2} e A_{V3} são as projeções da aceleração inercial \vec{A}_{OI} ao longo dos eixos do sistema veicular.

Substituindo as Equações 3 e 4 na Equação 2, tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{A}_I)_F = & [A_{V1} - (\dot{\Omega}_{V3} - \Omega_{V1} \cdot \Omega_{V2}) \cdot Lf] \vec{i}_V + \\ & + [A_{V2} - (\Omega_{V1}^2 + \Omega_{V3}^2) Lf] \vec{j}_V + \\ & + [A_{V3} + (\dot{\Omega}_{V1} + \Omega_{V2} \cdot \Omega_{V3}) \cdot Lf] \vec{k}_V. \quad (5) \end{aligned}$$

A aceleração inercial expressa no sistema veicular pode ser calculada de forma análoga à da Equação 5 para qualquer outro ponto localizado sobre os eixos do sistema veicular, tomando valores convenientes para o vetor \vec{r}_V . Em particular, considera-se a

situação onde nove acelerômetros encontram-se sobre o sistema veicular, obtendo-se equações análogas à Equação 5, onde cada componente caracteriza a saída (determinística) de um dado acelerômetro.

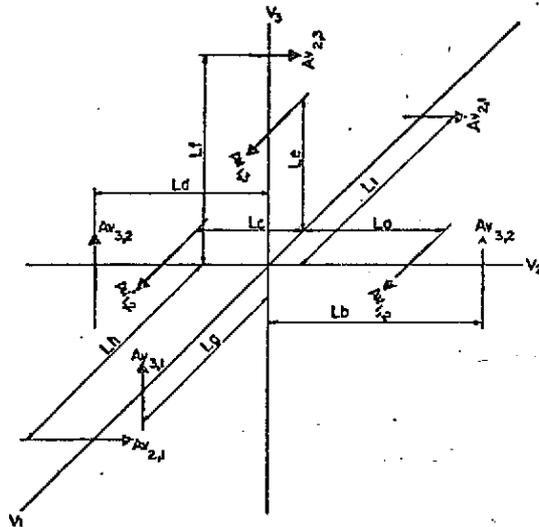


Fig. 2 - Arranjo de nove acelerômetros sobre o sistema de coordenadas veicular.

As setas na Figura 2 indicam o eixo sensível dos acelerômetros. A notação $A_{v_i,j}$ é usada para indicar o valor de saída de um acelerômetro; os índices i e j indicam, respectivamente, a direção do eixo sensível e o eixo sobre o qual se localiza o acelerômetro.

As saídas dos nove acelerômetros são modeladas de forma análoga à Equação 5, da qual se obtém:

$$A_{v_{12}} = A_{v_1} - (\dot{\Omega}_{v_3} - \Omega_{v_1} \cdot \Omega_{v_2}) L_a. \quad (6)$$

As oito equações restantes podem ser obtidas de forma similar. Por meio de manipulação algébrica deste sistema de nove equações obtêm-se as componentes da velocidade angular necessárias para o cálculo da atitude do veículo. Estas são obtidas inicialmente na forma de produtos ($\Omega_{v_1} \cdot \Omega_{v_2}$, por exemplo) a partir das saídas de acelerômetros com eixos sensíveis concorrentes, eliminando a componente da aceleração angular.

Assim:

$$\Omega_{v_1} \cdot \Omega_{v_2} = \frac{A_{v_{21}} - A_{v'_{21}}}{2(L_h + L_l)} + \frac{A_{v_{12}} - A_{v'_{12}}}{2(L_a + L_c)}. \quad (7)$$

As duas equações restantes ($\Omega_{v_1} \cdot \Omega_{v_3}$ e $\Omega_{v_2} \cdot \Omega_{v_3}$) são obtidas de forma análoga e da solução deste sistema de equações resultam os valores quadráticos das componentes da velocidade angular. O problema de ambigüidade de sinal destes valores é solucionado com a informação das acelerações angulares $\dot{\Omega}_v$, calculadas a partir das saídas acelerométricas e consideradas constantes num pequeno intervalo de tempo.

Uma vez obtidos as componentes da velocidade angular, a atitude é obtida a partir da integração da seguinte equação (Wertz, 1978):

$$\dot{q} = 0,5 \Omega_v q, \quad (8)$$

onde $q^T = [q_1, q_2, q_3, q_4]$ é o vetor formado pelos quatro parâmetros simétricos de Euler (ou quaternion); e Ω_v , admitida constante no intervalo entre as medidas, é a matriz formada pelas componentes de velocidade angular inercial do veículo, expressas no sistema de coordenadas veicular:

$$\Omega_v = \begin{bmatrix} 0 & \Omega_{v_3} & -\Omega_{v_2} & \Omega_{v_1} \\ -\Omega_{v_3} & 0 & \Omega_{v_1} & \Omega_{v_2} \\ \Omega_{v_2} & -\Omega_{v_1} & 0 & \Omega_{v_3} \\ -\Omega_{v_1} & -\Omega_{v_2} & -\Omega_{v_3} & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Visto que as componentes de velocidade angular resultam de combinações das saídas dos acelerômetros, as quais trazem imprecisões inerentes à sua operação (ver modelo de erro dos acelerômetros), a Equação 8 não é solucionada na seqüência previamente exposta. Para aumentar a precisão dos registros de velocidade angular, submetem-se as saídas acelerométricas a um procedimento de suavização de dados, antes que sejam utilizadas para gerar as componentes da velocidade angular do veículo.

3. PROCEDIMENTO DE SUAVIZAÇÃO DAS SAÍDAS ACCELEROMÉTRICAS

3.1 - CONDIÇÕES GERAIS DO PROBLEMA

Denomina-se "noite da unidade" ao intervalo de tempo definido pelos instantes inicial, T_I , e final, T_F , do procedimento no qual os sensores não-inerciais, tais como sensores solares e de horizonte, não são utilizados para auxiliar o cálculo da atitude do veículo. O intervalo "noite da unidade" é discretizado de acordo com o modelo proposto na Figura 3.



Fig. 3 - Discretização do intervalo no qual será aplicado o procedimento de suavização.

Admitindo que a eliminação de erros sistêmicos tenha sido feita, consideram-se os valores de $A_v(T_j)$ (onde, por simplicidade de notação, $A_{v_i,j} = A_v$) como medidas resultantes do arranjo da Fig. 2, corrompidas por um erro aleatório $v(T_j)$ de média nula. Deseja-se, nos instantes T_k , $k = 1, 2, \dots, k$, a atitude de veículo, calculada através das velocidades angulares (ver Equação 7).

3.2 - IDÉIA GERAL DO ESQUEMA PROPOSTO

Através da utilização de uma função para metrizada do tempo, por exemplo um polinômio, interpola-se:

$$A_v(\tau), \quad T_k < \tau < T_{k+1}, \quad (10)$$

isto é, supõe-se que as saídas dos acelerômetros possuam uma forma funcional, no caso um polinômio, dentro de cada subintervalo de discretização T_k, T_{k+1} . Trabalhos na área (Orlando, 1983) ratificam essa possibilidade de uma forma genérica, e os itens seguintes referem-se aos recursos que foram utilizados na montagem desse polinômio, ou seja, a de terminação de seu grau e de seus coeficientes para todos os subintervalos T_k, T_{k+1} .

3.3 - ESCOLHA DO GRAU DO POLINÔMIO

Já existe um procedimento iterativo para determinar o grau do polinômio interpolador, inserido na técnica de suavização de dados (Orlando, 1983). Esse procedimento, porém, não é adequado para os propósitos deste trabalho, uma vez que inviabiliza o processamento em tempo real. Visando contornar esse problema, foi desenvolvido um procedimento heurístico (Trabasso, 1985) para que o valor do grau do polinômio fosse avaliado ao iniciar o procedimento de suavização. Neste trabalho, o grau adequado do polinômio será admitido conhecido, tendo sido determinado por alguma forma de avaliação, a priori.

Considerou-se também, após testes, ser suficiente manter o grau do polinômio constante para todos os subintervalos T_k, T_{k+1} , ou seja, constante ao longo de toda a "noite da unidade". Por questão de simplicidade dos algoritmos, adota-se o mesmo valor de np (grau do polinômio) para todos os acelerômetros.

3.4 - CÁLCULO DOS COEFICIENTES DO POLINÔMIO

Seja:

$$A_v(\tau) = X_{0k} + X_{1k} \tau + X_{2k} \tau^2 + \dots + X_{npk} \tau^{np} + \epsilon_k \quad (11)$$

o polinômio que irá representar uma das saídas das acelerométricas no subintervalo $\Delta T_k = T_{k+1} - T_k$, onde o índice np é o grau do polinômio e ϵ_k representa o erro de ajuste.

Os coeficientes X_{ik} do polinômio são estimados através do filtro de Kalman, obtendo-se uma curva que fornece estimativas ótimas das saídas acelerométricas no decorrer do tempo, num sentido médio quadrático, que elimina os ruídos de mais alta frequência presentes nas medidas.

Considerando que as componentes do ruído nas observações (saídas dos acelerômetros) são não-correlacionadas entre si, então cada componente do vetor de observações pode ser processado separadamente (Sorenson, 1966). Assim, à medida que cada dado é processado, os valores dos coeficientes do polinômio sofrem variações a fim de que a curva ajustada

passa a incluir a informação fornecida por este dado.

Devido ao processo de estimação sequencial, os coeficientes do polinômio variam dinamicamente, isto é:

$$X_{ik}(\tau_{j+1}) = X_{ik}(\tau_j) + W_{ik}(\tau_j), \quad (12)$$

onde W_{ik} é uma sequência branca gaussiana, que representa a incerteza no modelamento dinâmico dos coeficientes do polinômio, com a seguinte estatística:

$$E[W_{ik}(\tau_j)] = 0$$

$$E[W_{ik}(\tau_j) W_{ik}^T(\tau_\ell)] = Q_{ik} \delta_{\tau_j, \tau_\ell} \quad (13)$$

onde $E[\cdot]$ representa o operador expectância.

Neste procedimento supõe-se que a matriz de covariâncias de W_{ik} , Q_{ik} , é diagonal. O vetor constituído pelos elementos $q_{ik}(\tau_j)$, $i = 0, \dots, np$ desta diagonal são estimados através de um procedimento de modo adaptativo (Rios Neto e Kuga, 1982).

As observações utilizadas na estimação dos coeficientes do polinômio são as saídas acelerométricas modeladas por:

$$Y(\tau_j) = A_v(T_k + \tau_j) + v(\tau_j), \quad (14)$$

onde $v(\tau_j)$ é uma sequência branca gaussiana de estatística:

$$E[v(\tau_j)] = 0,$$

$$E[v(\tau_j) v^T(\tau_\ell)] = R(\tau_j) \delta_{\tau_j, \tau_\ell}. \quad (15)$$

A Equação 14 pode ser expressa na seguinte forma:

$$Y(\tau_{j+1}) = H(\tau_{j+1}) X(\tau_{j+1}) + v(\tau_{j+1}). \quad (16)$$

onde:

$$H(\tau_{j+1}) \triangleq [\tau_{j+1}^0, \dots, \tau_{j+1}^{(i)}, \dots, \tau_{j+1}^{np}] \quad (17)$$

e $X^T = [X_{0k}, \dots, X_{1k}, \dots, X_{npk}]$ é o vetor de estado do procedimento de estimação, constituído pelos coeficientes do polinômio interpolador.

Obtém-se, portanto, uma forma adequada de apresentar o problema para aplicação do filtro de Kalman (e.g. Sorenson, 1966) ou seja:

$$X(\tau_{j+1}) = X(\tau_j) + W(\tau_j), \quad (18)$$

$$Y(\tau_{j+1}) = H(\tau_{j+1}) X(\tau_{j+1}) + v(\tau_{j+1}). \quad (19)$$

Juntamente com o processamento para estimação dos coeficientes do polinômio, existe um processamento auxiliar para estimar o nível de ruído a ser incluído na dinâmica do estado, cujo algoritmo pode ser encontrado em Rios Neto e Kuga (1982).

Após a filtragem, é feito o cálculo das saídas acelerométricas utilizando os coeficientes estimados, através da seguinte equação:

$$\hat{A}_v(\tau_j | \tau_j) = H(\tau_j) \hat{X}(\tau_j | \tau_j), \quad (20)$$

as quais são utilizadas no cálculo das velocidades angulares.

4. TESTE DO PROCEDIMENTO E RESULTADOS

4.1 - CÁLCULO DAS SAÍDAS ACELEROMÉTRICAS DE DETERMINÍSTICAS

Para modelar as saídas acelerométricas (determinísticas), uma das quais representa da pela Equação 6, utiliza-se um simulador de atitude de um satélite artificial do tipo TD-1A-ESA, sujeito somente a torques de perturbação (Moro, 1983). Este simulador gera dados referentes às componentes da aceleração (Ω_{v1}) e velocidade (Ω_{vj}) angulares, expressas no sistema de coordenadas veicular.

Também são gerados dados das componentes do vetor posição da origem do sistema veicular em relação ao sistema inercial, através dos quais calculam-se as componentes da aceleração linear da origem do sistema de coordenadas veicular (A_{vj}) utilizando um simulador movimento kepleriano (Trabasso, 1985). Finalmente, o simulador de atitude do satélite fornece os dados nominais de atitude, via quaternion e ângulos de Euler.

Os valores iniciais da velocidade angular e dos ângulos de Euler são:

$$\begin{aligned} \Omega_{v1} &= 1,13 \text{ E-}3 \text{ (rad/s)} & \phi &= 2,85 \text{ (rad)} \\ \Omega_{v2} &= 1,13 \text{ E-}3 \text{ (rad/s)} & \theta &= 1,57 \text{ (rad)} \\ \Omega_{v3} &= 1,74 \text{ E-}3 \text{ (rad/s)} & \psi &= 2,56 \text{ (rad)} \end{aligned}$$

É necessário estabelecer ainda um conjunto de braços dos acelerômetros para definir completamente as saídas acelerométricas (determinísticas). Os critérios usados para a definição desses valores consideram as limitações físicas do veículo, bem como a tentativa de evitar o efeito multiplicativo, causado pelos braços dos acelerômetros, nos ruídos presentes nas saídas acelerométricas reais. Adotou-se um conjunto de braços de valor máximo igual a 0,5 (m).

4.2 - MODELAMENTO E SIMULAÇÃO DAS SAÍDAS ACELEROMÉTRICAS REAIS

O modelamento das saídas reais dos acelerômetros, $RA_{vj,j}$, é feito acrescentando um erro aleatório de média nula às saídas acelerométricas determinísticas calculadas no item 4.1.

No erro α_{v1} , que é incluído na saída de um sensor localizado sobre o eixo veicular v_1 , é modelado por (Maybeck, 1979):

$$\alpha_{v1} = A_{v1} K_{v1} + B_{v1} + A_{v2} K_{v1,v2} + A_{v3} K_{v1,v3} + v_1, \quad (21)$$

onde: K_{v1} - erro do fator de escala; B_{v1} - erro de polarização de "bias"; $K_{v1,v2}$ - erro de sensibilidade transversal do sensor em relação ao eixo veicular v_2 ; $K_{v1,v3}$ - erro de sensibilidade transversal do sensor em relação ao eixo veicular v_3 ; v_1 - ruído aleatório.

Para o acelerômetro "Q-Flex Servo-accelerometer" utilizado na simulação têm-se:

$$\begin{aligned} K_{v1} &= 2,0 \text{ E-}6 & K_{v1,v2} &= K_{v1,v3} = 2,0 \text{ E-}3 \\ B_{v1} &= 1,0 \text{ E-}5 & v_1 &= 1,0 \text{ E-}8 \end{aligned}$$

valores estes fornecidos pelo fabricante do sensor, sendo que os três primeiros são de natureza tendenciosa e utilizados na correção de erros sistemáticos. Para a simulação de erros puramente aleatórios, utilizam-se v_1 (desvio padrão) e uma parcela adicional correspondente, à variação aleatória dos erros anteriores, para ter uma condição bastante desfavorável. Os erros correspondentes à parcela adicional são independentes de v_1 e independentes entre si, com desvios padrões tomados iguais a 10% dos valores de K_{v1} , B_{v1} , $K_{v1,v2}$ e $K_{v1,v3}$. Modelam-se esses erros como gaussianos que são então gerados numericamente (e.g. Jones, 1971).

4.3 - CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE SUAVIZAÇÃO

Apresentam-se a seguir os valores dos parâmetros utilizados no procedimento de suavização das saídas acelerométricas, ou seja, o grau do polinômio interpolador e as informações a priori do estado e da matriz de covariâncias dos filtros principal e auxiliar.

4.3.1 - GRAU DO POLINÔMIO

Para um intervalo "noite de unidade" igual a 10 minutos $\Delta T_k = 3,0$ segundos e $(\tau_{j+1} - \tau_j) = 30$ milissegundos, chega-se após testes de simulação, a $np = 2$ (Trabasso, 1985). Este valor é atribuído aos nove polinômios, cada um representando uma saída acelerométrica.

4.3.2 - CARACTERIZAÇÃO A PRIORI DOS FILTROS

a) Filtro principal

. Estado

Toma-se o valor de \bar{X}_{0k} igual à saída acelerométrica no instante τ_j . Adota-se $\bar{X}_{1k} = \bar{X}_{2k} = 0$.

. Matriz de covariâncias do erro no estado

Adota-se o mesmo valor para os nove acelerômetros:

$$\text{diag } P = [1\text{E-}5, 1\text{E-}8, 1\text{E-}15]$$

b) Filtro auxiliar

. Estado

$$\bar{q}_0^T(T_k) = [1\text{E-}13; 1,2 \text{ E-}14; 1\text{E-}15],$$

válido para todos os polinômios.

. Matriz de covariâncias do erro no estado

Após testes realizados, toma-se a seguinte matriz:

$$\text{diag } P^d(T_k) = [1E-26; 1E-27; 1E-28].$$

4.4 - RESULTADOS DA SUAUIZACÃO NAS SAÍDAS ACELEROMÉTRICAS

Apresenta-se na Figura 4 uma das curvas de erro referente às saídas acelerométricas com e sem o procedimento de suavização de dados. O parâmetro utilizado na análise da precisão das grandezas é o erro absoluto com e sem suavização, calculado pela diferença entre o valor nominal e o valor suavizado e não-suavizado, respectivamente.

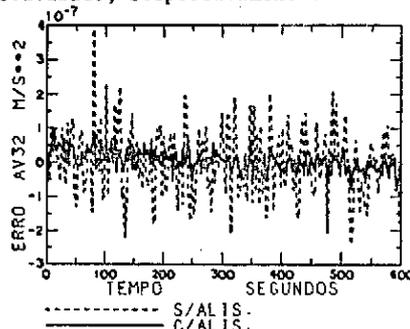


Fig. 4 - Resultado da suavização na saída acelerométrica.

As curvas dos outros acelerômetros restantes são análogas.

As consequências da suavização das saídas acelerométricas na geração das velocidades angulares podem ser visualizadas na Figura 5, onde é apresentada uma das curvas com e sem suavização.

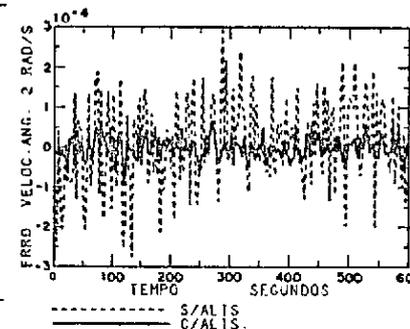


Fig. 5 - Cálculo da velocidade angular através das saídas acelerométricas suavizadas e não-suavizadas.

O passo seguinte para chegar à atitude do veículo é realizar a integração da Equação 10, da qual resulta o quatérnio. Esta integração foi realizada por três métodos distintos, a saber: Runge-Kutta de quarta ordem e passo fixo; método de Euler e solução analítica aproximada (Wilcox, 1967). Como a precisão dos resultados não apresentou diferenças significativas entre os três métodos, opta-se pela solução analítica aproximada, já em uso corrente nos sistemas de navegação do tipo "strap-down".

Para avaliar os resultados de uma forma menos abstrata, a atitude é expressa através

dos ângulos de Euler, calculadas a partir dos quatérnios, mostrados na Figura 6.

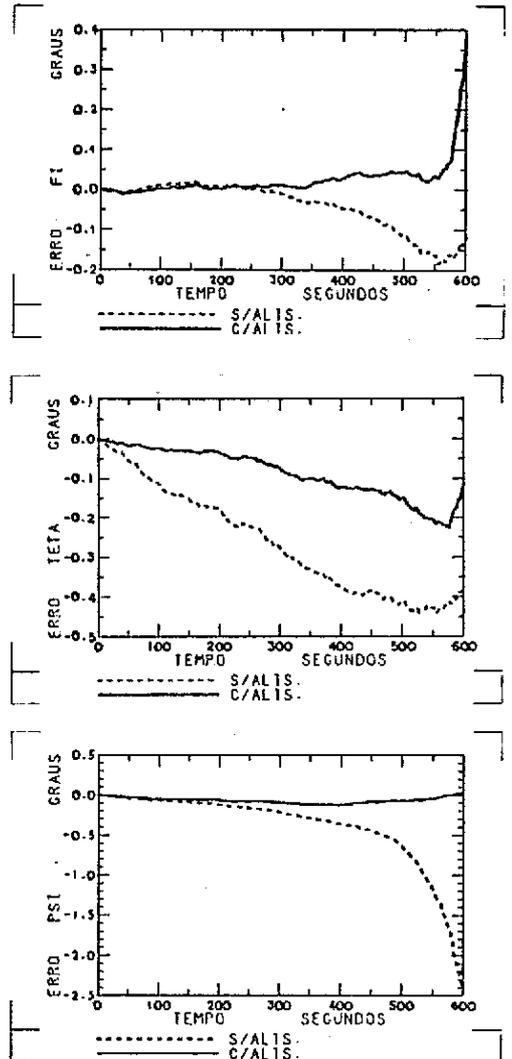


Fig. 6 - Erros absolutos nos ângulos de Euler suavizados e não-suavizados

Pela Figura 6 vê-se a necessidade do procedimento de suavização de dados no cálculo da atitude, pois enquanto o erro na atitude não-suavizada ultrapassa 0,1 grau em aproximadamente 1 minuto, este valor de erro é atingido pela atitude suavizada somente após 10 minutos, enquanto a atitude varia cerca de 70 graus.

5. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

A conclusão mais significativa deste trabalho refere-se aos resultados obtidos a partir do procedimento de suavização de dados. Vê-se claramente através dos erros nos ângulos de Euler que este trabalho torna-se inviável sem este procedimento. No cálculo da atitude foi testado também um conjunto de braços menores em relação ao citado na seção 4.1, observou-se um aumento dos erros na atitude, o que confirma a expectativa de que é

possível alterar significativamente os erros na atitude através dos braços dos acelerômetros.

A aplicação do procedimento de suavização às saídas acelerométricas e não às componentes de velocidade angular justifica-se pelo fato de estas últimas serem geradas a partir de operadores não-lineares (veja Equação 7) levando a erros aleatórios não-gaussianos e de média não-nula, contrariando hipóteses básicas para aplicação do procedimento de suavização de dados. Um outro ponto possível de aplicação é na própria Equação 7 que apresenta o produto das grandezas angulares. Esta tentativa, porém, apresentou resultados insatisfatórios devido à natureza destas quantidades que, em geral, apresentam um comportamento bastante oscilatório em torno do zero.

Através das curvas apresentadas na seção anterior, vê-se que para um tempo de operação de 10 minutos a precisão dos resultados da atitude atingem valores inviáveis para aplicações espaciais. Assim, com todos os recursos de melhoria aplicadas à IMU não foi possível um tempo de operação acima deste limite. Esta situação seria viável caso se pudesse contar com um sistema auxiliado de navegação, que já é objeto de estudo, visando dar continuidade a este trabalho. Ainda neste sentido, pretende-se analisar mais detalhadamente o procedimento de suavização de dados explorando principalmente dois aspectos:

- aumento do intervalo de suavização ΔT_k ,
- cálculo das saídas acelerométricas suavizadas nos instantes t_j e não somente a cada final de intervalo ΔT_k .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- GREENWOOD, D.T. Principles of dynamics. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1965.
- JONES, D.W. An analysis of approach navigation and guidance requirements for the Grand Tour Missions to the other planets. Applied Mechanics Research Laboratory Report 1025, The University of Texas at Austin, 1971.
- KRISHNAN, V. Measurement of angular velocity and linear acceleration using linear accelerometers. Journal of Franklin Institute, vol. 280, No. 4, Oct 1965 pp. 305-315.
- MAYBECK, P.S. (1979) Stochastic models, estimation and control, vol. 1, New York, Academic Press.
- MERHAV, S.J. A nongyroscopic inertial measurement unit. Journal of Guidance and Control, vol. 5, No. 3, May-June 1982, pp. 227-235.
- MERHAV, S.J. Low cost autonomous navigation method for moderate-g missions. Journal of Guidance and Control, vol. 3, No. 5, Sept-Oct, 1980, pp. 405-415.

MORO, J. Simulação do movimento e de observações de atitude para satélites artificiais terrestres. São José dos Campos, SP, INPE, 1983. (INPE-2649-RPI/076).

ORLANDO, V. Técnicas estocásticas aplicadas à suavização, tratamento de tendências e compressão de dados de rastreamento ou telemetria de satélites artificiais. Tese de Doutorado em Ciência Espacial. São José dos Campos, SP, INPE, 1983. (INPE-2909-TDL/149).

PITMAN Jr., G.R. Inertial guidance. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1962.

RIOS NETO, A.; KUGA, H.K. Estimativa adaptativa do ruído no estado para o filtro de Kalman. IV Congresso Brasileiro de Automática, vol. 1, pp. 101-105, 1982.

SCHULER, A.R.; GRAMMATIKOS, A.; FEGLEY, K.A. Measuring rotational motion with linear accelerometers. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. AES-3, May 1967, pp. 465-471.

SORENSEN, H.W. Kalman filtering techniques. New York, NY, Academic, 1966. Advances in Control Systems, (3):219-292.

TRABASSO, L.G. Anteprojeto de uma unidade de medida inercial não-giroscópica. Dissertação de Mestrado em Ciência Espacial. São José dos Campos, SP, INPE, 1985 (no prelo).

WERTZ, J.R. Spacecraft attitude determination and control. London, D. Reidel, 1978. (Astrophysics and Space Science Library).

WILCOX, J.C. A new algorithm for strapped-down inertial navigation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. vol. AES-3, no.5, sept. 1967, pp. 796-802.