1. Publicação nº	2. Versão	3. Data	5. Distribuição
INPE-4280-PRE/1152		*Agosto 1987*	☐ Interna ☒ Externa ☐ Restrita

4. Origem	Programa
DMC	*A8B 508500*

6. Palavras chaves - selecionadas pelo(s) autor(es)

NAVEGAÇÃO INERCIAL
GIROSCÓPIO
GUIAGEM E CONTROLE
EQUAÇÃO DE RICCATI

7. C.D.U.: *629.7.058.82*

8. Título *INPE-4280-PRE/1152*

UM REGULADOR LQG PARA OS DESLOCAMENTOS ANGULARES DO ROTOR DE UM GIROSCÓPIO SINTONIZADO

10. Páginas: *5*

11. Última página: *4*

12. Revisada por

Antonio F. M. Neto

9. Autoria *José Francisco Ribeiro*

Assinatura responsável

13. Autorizada por

Marco Antonio Raupp
Diretor Geral

14. Resumo/Notas

Este trabalho apresenta uma solução para o problema de controle dos deslocamentos angulares do eixo do rotor de um giroscópio sintonizado com dois graus de liberdade. Supõe-se que este problema é de natureza linear quadrático e Gaussiano. A sua solução permite, e é esta a principal motivação do trabalho, a estimação das velocidades angulares que o giroscópio está sujeito. Na simulação do processo e projeto do controlador foi usado um pacote de software chamada KEDDC implementado num computador tipo VAX no Communication Research Centre (CRC) em Ottawa, Canadá.

15. Observações *Este trabalho será submetido no IX Congresso Brasileiro de Engº Mecânica - COBEM/87, de 07 à 11 de Dezembro em Florianópolis Santa Catarina.*

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta uma solução para o problema de controle dos deslocamentos angulares do eixo do rotor de um giroscópio sintonizado com dois graus de liberdade. Supõe-se que este problema é de natureza linear quadrático e Gaussiano. A sua solução permite, e é esta a principal motivação do trabalho, a estimação das velocidades angulares que o giroscópio está sujeito. Na simulação do processo e projeto do controlador foi usado um pacote de software chamada KEDDC implementado num computador tipo VAX no Communication Research Centre (CRC) em Ottawa, Canadá.

INTRODUÇÃO

Na concepção de um giroscópio, a lei de controle do rotor é um problema delicado, cuja solução está fortemente vinculada ao desempenho final desejado para o giro. Neste trabalho procura-se abordar este problema modelando a planta na forma de equações diferenciais do estado e calculando o controle que minimiza uma função de custo linear, quadrática e Gaussiana. Um observador do estado (Filtro Kalman-Bucy) é construído, visto que o controlador (Proporcional-integral) exige o completo conhecimento do estado.

Na solução do problema proposto, os torques controladores são diretamente proporcionais às velocidades angulares a que o giroscópio está sujeito, assim, e é esta a grande motivação do trabalho,conhecendo tais torques conhecem-se as velocidades angulares.

Reguladores LQG não são comuns neste tipo de aplicação devido às restrições de velocidades e precisões associadas à sua implementação digital. No entanto, com o avanço experimentado pela eletrônica digital nos últimos anos, abrem-se novas perspectivas para os controladores baseados na teoria de controle moderno, entre os quais o apresentado neste trabalho.

MODELO DO MOVIMENTO

A modalagem matemática do movimento do rotor de um giroscópio sintonizado com dois graus de liberdade, [1], [2] e [3], sujeito a velocidades angulares relativas ao espaço inercial, é dada por:

$$I\ddot{\theta}_x + H\dot{\theta}_y = - I\dot{\Omega}_x - H\Omega y - M_x - E_x \ , \qquad (1)$$

$$I\ddot{\theta}_y - H\dot{\theta}_x = - I\dot{\Omega}_y + H\Omega_x - M_y - E_y \ , \qquad (2)$$

onde:

- x,y,z – é um sistema de referência fixo na carcaça com o eixo z ao longo do eixo do rotor e os eixos x,y formando triedro direto com a origem no centro do rotor(Fig.1);
- θ_x,θ_y – são os ângulos de deflexão do rotor relativos à carcaça em torno dos eixos x e y;
- I – é o momento de inércia do rotor em torno de um eixo localizado no plano normal ao eixo de simetria;
- H – é a magnitude da quantidade de movimento angular do rotor no seu eixo de simetria;
- Ω_x,Ω_y – são as componentes da velocidade angular da carcaça com relação ao espaço inercial;
- E_x,E_y – são erros derivados do movimento angular associados a desalinhamentos mecânicos, a acelerações angulares,a forças específicas, a anisoinércias, a anisioelasticidade, etc [2].
- M_x,M_y – são torques externos aplicados pela eletrônica de torqueamento do rotor.

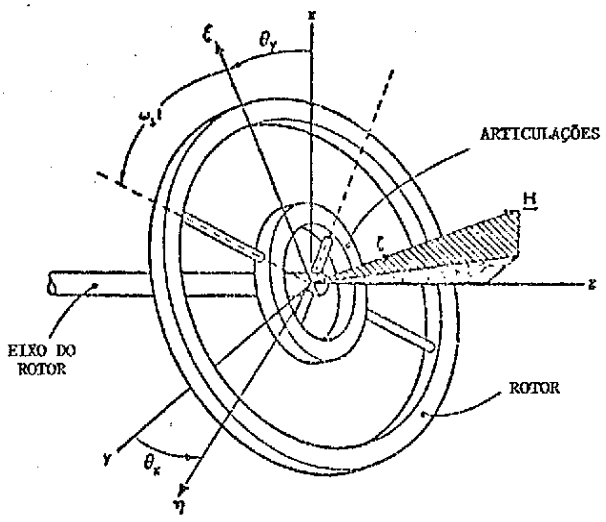

Fig. 1 Sistema de referência

Para efeitos do cálculo do controle, os termos E_x e E_y são desconsiderados, uma vez que são erros próprios da dinâmica e da construção do giroscópio não afetados de forma significativa por M_x e M_y.

Uma redefinição apropriada de parâmetros nas equações (1) e (2), acrescida da definição de um vetor de observação dos deslocamentos θ_y e θ_x, conduz ao seguinte modelo para o deslocamento do rotor:

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t) + G\,\eta(t) \ , \qquad (3)$$

$$y(t) = C\,X(t) \ , \qquad (4)$$

onde:

$$x(t) = [\dot{\theta}_x,\ \dot{\theta}_y,\ \theta_x,\ \theta_y]^T \ ; \qquad (5)$$

$$u(t) = [M_x/H,\ M_y/H]^T \ ; \qquad (6)$$

$$\gamma(t) = [\Omega_x,\ \Omega_y,\ \dot{\Omega}_x,\ \dot{\Omega}_y]^T \ ; \qquad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -H/A & 0 & 0 \\ H/A & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -H/A \\ 0 & -1 & H/A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad (8a)$$

$$B = \begin{bmatrix} H/A & 0 \\ 0 & H/A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad e \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (8b)$$

As equações 3 e 4 são as usadas na simulação digital do movimento do rotor do giro.

O PROBLEMA DE CONTROLE

O problema de controle pode ser colocado da seguinte forma:

"Encontrar uma lei de controle $u(\tau)$, $\tau \geq t$ de maneira que o estado $x(\tau)$, $\tau \geq t$ se mantenha o mais próximo possível de zero".

Bortz [2] mostra que em existindo esta lei de controle, ela assim se relaciona com as velocidades angulares da entrada:

$$U_x = -\Omega_y \quad e \quad U_y = \Omega_x \ . \qquad (9)$$

Desta forma, uma vez conhecido o controle, sabe-se de imediato a velocidade angular que a carcaça do giroscópio está sujeita. Se esta carcaça é solidária ao veículo (satélite, avião, submarino, etc), é possível então determinar as velocidades dele, é esta a motivação deste trabalho.

Num problema de controle de um sistema físico é razoável que se levantem as seguintes hipóteses:

- o sistema é não-linear;
- as matrizes A, B, C e G não são precisamente conhecidas;
- os sensores não são ideais e
- as velocidades de entrada no giro são constantes ($\dot{\Omega}_x$, $\dot{\Omega}_y = 0$) dentro do intervalo de integração.

À luz destas considerações, e para efeito da concepção da lei de controle, supõe-se para o movimento do rotor do giroscópio o seguinte modelo:

$$\dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t) + v_o + \xi(t) \ , \qquad (10)$$

$$y(t) = C\,x(t) + \beta(t) \qquad (11)$$

onde se procura descrever:

a) a incerteza inicial no estado, considerada como uma variável aleatória com a estatística:

$$E\{x_o\} \triangleq x_o \text{ (suposto conhecido) e} \qquad (12)$$

$$COV\{x_o, x_o\} \overset{\Delta}{=} \Sigma_o \text{ (suposto conhecido);} \qquad (13)$$

b) a incerteza na planta, modelada por um ruído branco $\xi(t)$, gaussiano, com médio zero e covariância conhecida, isto é:

$$E\{\xi(t)\} = 0, \text{ para } t \geq t_o \text{ e} \qquad (14)$$

$$COV\{\xi(t),\xi(\tau)\} \triangleq Q(t)\delta(t-\tau);\ Q(t) = Q^T(t) \geq 0 \text{ para } t \geq t_o \qquad (15)$$

c) e a incerteza nas medidas, modelada por um ruído branco $\beta(t)$, gaussiano, com média zero e covariância conhecida, isto é:

$$E\{\beta(t)\} = 0, \text{ para } t \geq t_o \text{ e} \qquad (16)$$

$$COV\{\beta(t),\beta(\tau)\} \triangleq R(t)\delta(t-\tau);\ R(t) = R^T(t) \geq 0 \text{ para } t \geq t_o . \qquad (17)$$

O termo v_o, que representa a velocidade de entrada do giro, pode ser encarado como uma perturbação constante, o que exigirá uma ação integradora do controlador.

O problema na forma colocada pode ser solucionado de maneira simples, forte e poderosa, se tratado como um problema de controle estocástico, linear, quadrático e gaussiano. Nesta direção existem duas etapas a serem vencidas: o problema de controle do estado e o problema de estimação do estado. O teorema da separação, [4], permite o trato independente destas duas etapas.

O CONTROLE

A lei de controle $u(t)$ que soluciona o problema apresentado é escolhida de forma a minimizar o índice linear quadrático:

$$I = \int_o^\infty (\tilde{x}^T(t)\tilde{Q}\tilde{x}(t) + v^T(t)\tilde{R}v(t))\ dt \qquad (18)$$

é dado por:

$$u(t) = F_x x(t) + F_y y(t) - F_e \int_o^t y(\tau)d\tau \qquad (19)$$

onde:

$$\tilde{x}(t) = [-y(t), -\dot{y}(t), x(t)]^T \text{ e } v(t) = \dot{u}(t) \qquad (20)$$

As matrizes F_x, F_y e F_e são dadas por:

$$F = [F_e \vdots -F_y \vdots F_x] = -\tilde{R}^{-1}\tilde{B}^T\tilde{K} \qquad (21)$$

onde $\tilde{K}$ é a solução de:

$$\frac{d\tilde{K}}{dt} = \tilde{Q} + \tilde{K}\tilde{A} + \tilde{A}^T\tilde{K} - \tilde{K}\tilde{B}\tilde{R}^{-1}\tilde{B}^T\tilde{K}, \tilde{K}(t_o) = \tilde{K}_o \qquad (22)$$

$\tilde{A}$ e $\tilde{B}$ são descritos por:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & A_4 & -A_3 \\ 0 & A_2 & A_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ -B_2 \\ B_1 \end{bmatrix}, \qquad (23)$$

onde $\tilde{A}$ e $\tilde{B}$ são:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \qquad (24)$$

A forma da lei de controle, na sua apresentação estrutural foi adotada em função das exigências do "software" de simulação e controle (KEDDC) usado.

A ESTIMAÇÃO

A natureza linear e gaussiana do problema permite o uso do filtro de Kalman-Bucy, [5], para estimar o estado.

Definindo as matrizes:

$$D = A - EC \quad e \quad E = -KC^T R^{-1}, \qquad (25)$$

onde K é a solução da equação de Riccati:

$$\frac{dK}{dt} = Q + KA^T + AK^T - KC^T R^{-1} CK; \; K(t_o) = K_o \qquad (26)$$

que minimiza a função de custo:

$$J = E\{[x(t) - \hat{x}(t)]\, W[x(t) - \hat{x}(t)]^T\}, \qquad (27)$$

onde W é uma matriz de peso.

O observador ótimo do estado é:

$$\dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E\{y(t) - C\hat{x}(t)\}, \; \hat{x}(t_o) = \hat{x}_o. \qquad (28)$$

A Figura 2 mostra o esquema completo: processo, estimador e observador.

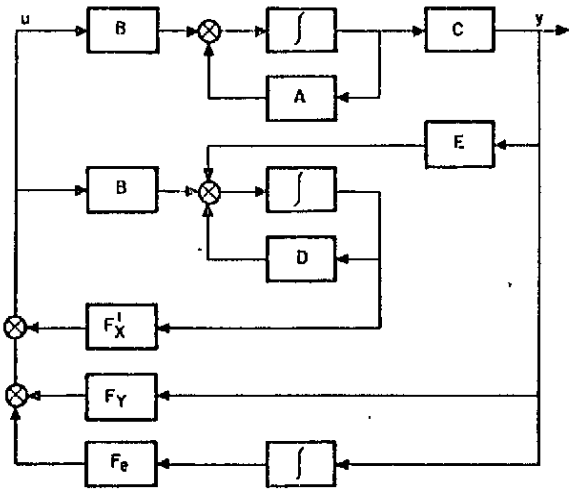

Fig. 2 A planta, o estimador e o controlador

SIMULAÇÃO, TESTES E RESULTADOS

Na simulação do processo e nos testes do regulador foi usado um software de simulação e controle o KEDDC, implementado nos computadores (do tipo VAX) do Communication Research Centre, em Ottawa, Canadá.

A planta e as observações foram simuladas segundo as expressões 3 e 4, onde H/A = 1306.9, (valor de projeto do giroscópio CSG-2A da LITTON do Canadá S/A.

As matrizes de ponderação no filtro de Kalman-Bucy (veja 26), escolhidas após alguns testes, resultaram em:

$$Q = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-12} \end{bmatrix} \quad e \quad R = \begin{bmatrix} 10^{-15} & 0 \\ 0 & 10^{-15} \end{bmatrix}. \qquad (29)$$

A condição inicial do estimador foi adotada nula.

Relativamente ao regulador, as matrizes $\tilde{Q}$ e $\tilde{R}$ adotadas após vários testes foram:

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-9} \end{bmatrix}, \quad \tilde{R} = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-6} \end{bmatrix} \qquad (30)$$

Para efeito de avaliação e registro dos resultados definiram-se:

$$\Delta\omega_x = \Omega_x - \hat{\Omega}_x \text{ (rad/sec.)} \quad e \qquad (31)$$

$$\Delta\omega_y = \Omega_y - \hat{\Omega}_y \text{ (rad/sec.)}, \qquad (32)$$

onde Ω_x, Ω_y são as velocidades angulares simuladas e $\hat{\Omega}_x$, $\hat{\Omega}_y$ são as velocidades estimadas via torque de controle.

Foram realizados inúmeros testes com o regulador/observador, sendo selecionados os testes da Figura 3 por serem bastante abrangentes. As curvas estão ampliadas em torno do zero para facilitar a análise.

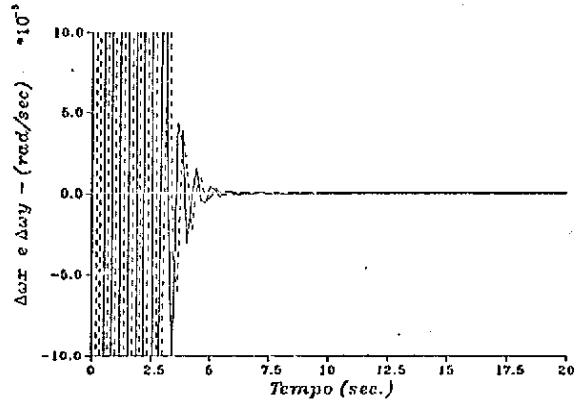

Fig. 3a Erro na estimação das velocidades para uma entrada constante nos dois eixos igual a 7.27×10^{-2} rd/sec.

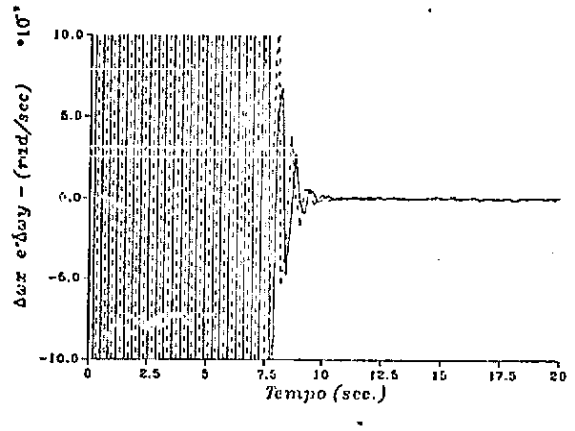

Fig. 3b Erro na estimação das velocidades para uma entrada constante nos dois eixos igual a $7{,}22 \times 10^{-8}$ rd/sec.

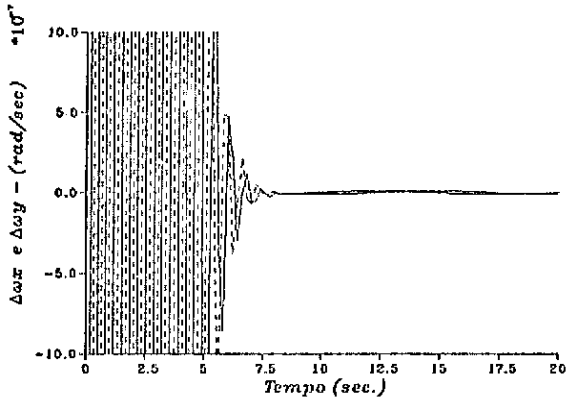

Fig. 3c Erro na estimação das velocidades para entradas do tipo senoidais com amplitudes de $3{,}6 \times 10^{-5}$ rd/sec.e período de 10 seg.

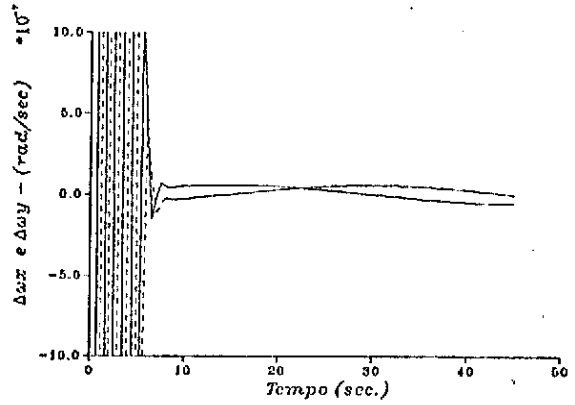

Fig. 3d Erro na estimação das velocidades para entradas do tipo senoidais com amplitude de $3{,}6 \times 10^{-5}$ rd/sec, e período de 360seg.

CONCLUSÃO

A observação dos resultados indica a robustez da solução proposta diante de condições de entradas bastante diferentes. O erro em todas as situações permanece inferior a 0.1%. O tempo de convergência é relativamente pequeno. Os picos no transitório (que não aparecem nos gráficos) são compatíveis com folga com os transdutores de torque do giroscópio CSG-2A.

A lei de controle, proposta neste trabalho para os deslocamentos do rotor do giro, se coloca como uma alternativa às atuais opções implementadas nos giros comerciais. Cabe, no futuro um estudo de comparação /avaliação desta propositura frente às alternativas convencionais.

É importante destacar as excelentes condições de análise e teste proporcionadas pelo software de controle KEDDC e do apoio recebido pelo autor pelos pesquisadores do Communication Research Centre Ottawa, Canadá), Mr. MacMatch, W.S.; Mr. Yeung, K.S. e Mr.Stieber, M.E.

REFERÊNCIAS

[1] Savage, P.G. Strapdown sensors, Agard Lecture Series. No. 95, Strapdown Inertial Systems - Theory and Applications, June, 1978.

[2] Bortz, J.E. Dynamics errors in a tuned flexure-mounted strapdown Gyro, NASA CR-124 161, 1972.

[3] Craig, R.J.G. Theory of operation of an elastically suported, tuned gyroscope, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, vol AES-8, No.3, May 1972.

[4] Athans, M. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-16, Nº 6, December, 1971.

[5] Kwakernaak, H.; Sivan, R. Linear optimal control systems, 1972.

ABSTRACT

This report presents a solution for the rotor axis angular motion problem of a tuned gyro with two-degree-of-freedom. This problem is approached using the tools of optimal control theory supposing o linear, quadratic and Gaussian nature for it. The motivation for this problem results of the fact that its solution (computation of controller torquers) is directly proportional to gyro input angular rates providing a form to estimate them. In the plant simulation and controller design, a special software named KEDDC implemented on Communication Research Centre (CRC), Ottawa-Canadá, was used.

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

PROPOSTA PARA PUBLICAÇÃO

- [ ] DISSERTAÇÃO
- [ ] TESE
- [ ] RELATÓRIO
- [x] OUTROS

IDENTIFICAÇÃO

TÍTULO

Um regulador LQG para os deslocamentos angulares do rotor de um giroscópio sintonizado

AUTOR(ES)

José Francisco Ribeiro 478

ORIENTADOR

CO-ORIENTADOR

DISS. OU TESE

LIMITE __/__/__ | **DEFESA** __/__/__ | **CURSO** | **ORGÃO** DMC

DIVULGAÇÃO

- [x] EXTERNA
- [ ] INTERNA
- [ ] RESTRITA

COBEM

EVENTO/MEIO

- [x] CONGRESSO
- [ ] REVISTA
- [ ] OUTROS

REV TÉCNICA

NOME DO REVISOR

Antonio Felix Martins Neto

RECEBIDO	DEVOLVIDO	ASSINATURA
3/6/87	3/6/87	

APROVAÇÃO

NOME DO RESPONSÁVEL

MILSON CUSTÓDIO C[illegible] DA SILVA
Chefe do Departamento de
Mecânicas Espaciais e Controle
(substituto)

APROVADO	DATA	ASSINATURA
[ ] SIM [ ] NÃO	__/6/87	

REV LINGUAGEM

Nº	PRIOR	RECEBIDO	NOME DO REVISOR
148	1	08/06/87	Maria Ad Correa

PÁG	DEVOLVIDO	ASSINATURA
10	8/6/87	

DATILOGRAFIA

OS AUTORES DEVEM MENCIONAR NO VERSO INSTRUÇÕES ESPECÍFICAS, ANEXANDO NORMAS, SE HOUVER

RECEBIDO	DEVOLVIDO	NOME DA DATILÓGRAFA
	__/__/__	

Nº DA PUBLICAÇÃO 4280-PRE/1152 PÁG

CÓPIAS Nº DISCO LOCAL

AUTORIZO A PUBLICAÇÃO

DIRETOR

- [ ] SIM
- [ ] NÃO __/__/__

OBSERVAÇÕES E NOTAS

APÓS A PUBLICAÇÃO, ESTA FICHA SERÁ ARQUIVADA JUNTAMENTE COM A VERSÃO ORIGINAL

INPE