



PALAVRAS CHAVES / KEY WORDS

AUTORES / AUTHORS

MÉTODO ENUMERATIVO
ALGORITMO PSEUDOPOLINOMIAL
EQUAÇÃO DIOFANTINA LINEAR 0-1

AUTORIZADA POR / AUTHORIZED BY

Marco Antônio Raupp
Diretor Geral

AUTOR RESPONSÁVEL
RESPONSIBLE AUTHOR

Horacio H. Yanasse

DISTRIBUIÇÃO / DISTRIBUTION

INTERNA / INTERNAL
 EXTERNA / EXTERNAL
 RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

Fábio Carneiro Mokarzel

CDU/UDC

519.8:511.5

DATA / DATE

Agosto 1987

TÍTULO / TITLE	PUBLICAÇÃO Nº PUBLICATION NO
	INPE-4289-PRE/1160
UM ALGORITMO PSEUDOPOLINOMIAL EXATO PARA A EQUAÇÃO DIOFANTINA LINEAR 0-1	
AUTORES / AUTHORSHIP	Horacio Hideki Yanasse Nei Yoshihiro Soma

ORIGEM
ORIGIN

LAC

PROJETO
PROJECT

POPES

Nº DE PAG.
NO OF PAGES

07

ULTIMA PAG.
LAST PAGE

05

VERSÃO
VERSION

--

Nº DE MAPAS
NO OF MAPS

--

RESUMO - NOTAS / ABSTRACT - NOTES

Apresenta-se uma extensão do algoritmo de Yanasse e Soma para o problema da mochila com restrição de igualdade e variáveis não limitadas, para o caso da equação diofantina linear 0-1.

OBSERVAÇÕES / REMARKS

Trabalho submetido para apresentação no X CNMAC (Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional), 21 a 25 de setembro de 1987, Gramado, RS.

ABSTRACT

In this paper we present an extension of Yanasse and Soma's algorithm for the equality constrained knapsack problem with no bounds on the variables, for the case of the 0-1 linear diophantine equation.

UM ALGORITMO PSEUDOPOLINOMIAL EXATO PARA A EQUAÇÃO
DIOFANTINA LINEAR 0-1

Horacio Hideki Yanasse - INPE/MCT

Nei Yoshihiro Soma - ITA/CTA

Dados inteiros b e $0 < a_1 < \dots < a_n$, é bem conhecido em teoria que o problema de decisão "há uma solução natural para a equação $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$ " é NP completo e há uma grande quantidade de algoritmos que o resolvem.

Para o caso das variáveis x_j serem não limitadas o algoritmo exato de convergência mais rápido conhecido em teoria é o de Yanasse e Soma [1].

São bastante conhecidas, em teoria de números, condições suficientes em tempo P para este problema, veja-se por exemplo em [2], [3] e [4].

Quando as variáveis tornam-se 0-1 o melhor método exato conhecido em teoria usa uma abordagem de programação dinâmica e possui uma convergência dada por $O(nb)$ e tem como espaço de requisições $O(nb)$; veja-se em [5], [6] e [7].

Será apresentado um algoritmo cuja convergência é limitada por $O((n-2)(b-a_1) - \sum_{j=1}^n a_j)$ e espaço de requisições de $O(b-a_1)$.

Algoritmo de Yanasse e Soma para a equação diofantina linear 0-1.

Inicialização

Comentários: Suponha sem perda de generalidade que $a_1 \leq \dots \leq a_n$. O armazenamento de índices será feito em um vetor M de $b-a_1$ posições. Se $M(i) \neq 0$, então existe uma solu

ção para a equação $\sum_{j=1}^i a_j x_j = \ell$, $x_j = 0$ ou 1 , $j=1, \dots, i$.

```
begin
  M(a1):=1;
  for i=2 to n do
    if ai ≠ ai-1 then M(ai):= i;

  achou:= FALSE;
  índice:= a1;
```

Cálculo de uma solução viável

```
while (índice ≤ b-a1) and (NOT achou) do
  begin
    while (M(índice) ≠ 0) and (M(índice) ≠ n) and
      (NOT achou) do
      begin
        i:= M(índice)+1;
        passou:= FALSE;
      end
    while (i ≤ n) and (NOT achou) and (NOT passou) do
      begin
        teste:= índice + ai;
        if teste= b then achou:= TRUE;
        if teste > b then passou:= TRUE;
        if (NOT passou) and (NOT achou) do
          begin
            if M (teste)= 0 then M(teste):= i;
            if M (teste) > i then M(teste):= i;
          end;
      end;
```

```
        i:= i+1;
    end;
end;
    Índice:= Índice+1;
end;
```

Saída

```
    if (NOT achou) then write ("não há solução")
        else write ("há solução");
```

```
end;
```

Demonstração da Convergência do Algoritmo

Suponha que haja uma solução $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(m)}$ para a Equação Diofantina Linear 0-1, onde o conjunto $\{(1), \dots, (m)\} \subset \{1, \dots, n\}$ e estão ordenadas de forma lèxica crescente em relação ao conjunto $\{1, \dots, n\}$.

É claro o suficiente que, por construção, nunca uma variável pode assumir um valor maior que 1.

Note-se também que qualquer índice dentre os n possíveis que esteja acumulado em um $M(k)$, $k=a_1, \dots, b-a_1$ só será trocado por um índice menor e além disto, de $M(k) \neq 0$ e $M(k)=j$, $\sum_{i=1}^n a_i x_i = k$ pode ser resolvido com os j primeiros índices, isto é, $\sum_{i=1}^j a_i x_i = k$ tem pelo menos uma solução.

Para maiores detalhes da prova consulte [8].

Ordem de convergência do Algoritmo

No pior caso cada $M(k) > 0$, $k=a_1, \dots, b-a_1$ e além disto cada $M(k)$ tem que possuir o menor índice. Para $a_1 < k \leq b-a_n$ pode haver no

- [9] YANASSE, H.H.; SOMA, N.Y. A new enumeration scheme for the knapsack problem. A ser publicado na Revista Discrete Applied Mathematics.



PROPOSTA PARA
PUBLICAÇÃO

- DISSERTAÇÃO
- TESE
- RELATÓRIO
- OUTROS

TÍTULO

Um algoritmo pseudopolinomial exato para a equação diofantina linear 0-1.

IDENTIFICAÇÃO

AUTOR(ES)

Horacio Hidelci Yanasse
Hei Yoshikino Soma

ORIENTADOR

CO-ORIENTADOR

DSS. OU TESE

LIMITE

DEFESA

CURSO

ORGÃO

— / — / —

— / — / —

— / — / —

LAC

DIVULGAÇÃO

EXTERNA INTERNA RESTRITA

EVENTO/MEIO

CONGRESSO REVISTA OUTROS

REV. TÉCNICA

NOME DO REVISOR

Fábio Carneiro Mocarzel

NOME DO RESPONSÁVEL

Leon Sway

RECEBIDO

DEVOLVIDO

ASSINATURA

— / — / —

— / — / —

[Signature]

APROVADO

DATA

ASSINATURA

SIM

NÃO

— / — / —

LEON SWAY
Chefe do Laboratório Associado de
Computação e Matemática Aplicada

APROVAÇÃO

REV. LINGUAGEM

Nº

PRIOR.

RECEBIDO

NOME DO REVISOR

— / — / —

— / — / —

— / — / —

OS AUTORES DEVEM MENCIONAR NO VERSO INSTRUÇÕES ESPECÍFICAS, ANEXANDO NORMAS, SE HOUVER

PÁG.

DEVOLVIDO

ASSINATURA

— / — / —

— / — / —

— / — / —

RECEBIDO

DEVOLVIDO

NOME DA DATILOGRAFA

20/5/87

27/5/87

[Signature]

DATILOGRAFIA

Nº DA PUBLICAÇÃO: 489 PRB/1160

PÁG.:

CÓPIAS:

Nº DISCO:

LOCAL:

AUTORIZO A PUBLICAÇÃO

SIM

NÃO

— / — / —

DIRETOR

OBSERVAÇÕES E NOTAS

A ser submetido para apresentação no X CNMAC -

21 a 25 de Setembro de 1987 - Gramado - RS.

Data limite - 'Dia 30 de Maio de 1987'

DISPENSEI A REVISÃO DE LINGUAGEM DEVIDO AO PRAZO DE ENVIO.

HORACIO H. YANASSE
Autor

LEON SWAY
Chefe do Laboratório Associado de
Computação e Matemática Aplicada

Data limite: 30/5/87