MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

AUTORIZAÇÃO PARA PUBLICAÇÃO
AUTHORIZATION FOR PUBLICATION

PALAVRAS CHAVES/KEY WORDS

Parâmetros S, Matriz S, espalhamento, análise linear, Scattering Matrix, Linear analysis.

AUTORIZADA POR/AUTHORIZED BY

Marco Antonio Raupp
Diretor Geral

AUTOR RESPONSÁVEL / RESPONSIBLE AUTHOR

Edson Gusella Júnior

DISTRIBUIÇÃO/DISTRIBUTION

- [ ] INTERNA / INTERNAL
- [x] EXTERNA / EXTERNAL
- [ ] RESTRITA / RESTRICTED

REVISADA POR / REVISED BY

Plinio Tissi

CDU/UDC

621.3.029.6

DATA / DATE

Maio 1988

PUBLICAÇÃO Nº / PUBLICATION NO

INPE-4535-PRE/1282

ORIGEM / ORIGIN

DTL

PROJETO / PROJECT

Nº DE PAG. / NO OF PAGES: 07

ULTIMA PAG. / LAST PAGE: 06

VERSÃO / VERSION: 1

Nº DE MAPAS / NO OF MAPS: –

TÍTULO/TITLE

ANÁLISE DE REDES COM PARÂMETROS S: GENERALIZAÇÃO DA MATRIZ DE LIGAÇÃO

AUTORES/AUTHORSHIP

Edson Gusella Júnior

RESUMO-NOTAS/ABSTRACT-NOTES

Este artigo apresenta uma generalização da matriz de ligação apresentada por OKOSHI(1) para análise de redes de circuitos planares com elementos caracterizados por parâmetros de espalhamento S. Esta generalização permite a conexão de acessos dos elementos em paralelo, série e outras formas. Como parâmetros S existem em mais condições que os parâmetros Z e Y, seu uso é conveniente para análise de redes, de DC a microondas, onde seu emprego é bastante conhecido.

OBSERVAÇÕES/REMARKS

Submetido para publicação no III Simpósio Brasileiro de Microondas.

ANÁLISE DE REDES COM PARÂMETROS S - GENERALIZAÇÃO DA MATRIZ DE LIGAÇÃO

Edson Gusella Junior

Ministério de Ciencia e Tecnologia - MCT
Instituto de Pesquisas Espaciais -INPE
Caixa Postal 515 - 12201 - S. José dos Campos - SP

RESUMO

Este artigo apresenta uma generalização da matriz de ligação apresentada por OKOSHI(1) para análise de redes de circuitos planares com elementos caracterizados por parâmetros de espalhamento S. Esta generalização permite a conexão de acessos dos elementos em paralelo, série e outras formas. Como parâmetros S existem em mais condições que os parâmetros Z e Y, seu uso é conveniente para análise de redes, de DC a microondas, onde seu emprego é bastante conhecido.

INTRODUÇÃO

A interconexão de elementos caracterizados por seus parâmetros S, normalizados por impedância de referência real, usando uma matriz de ligação, foi apresentada por OKOSHI(1) e posteriormente usada por SAVIANI(2) para análise de redes planares. Este método é apropriado para análise de redes segmentadas, onde cada porta de um segmento está diretamente conectada a uma porta de outro segmento. No entanto ela não serve para análise de redes onde existem diversos acessos conectados entre si em paralelo, em série ou de outra forma. Este problema pode ser contornado representando-se a junção daqueles acessos por uma estrutura que é caracterizada por uma matriz de espalhamento S_x, e tem por finalidade satisfazer a lei das correntes e das tensões de Kirchoff na junção dos acessos. Esta estrutura é incorporada à matriz de ligação, pois desta forma não se aumenta a ordem das matrizes, e obtém-se assim uma matriz de ligação generalizada. A seguir será apresentada a dedução destas matrizes de ligação, seu significado, a forma de construi-las por inspeção e a expressão da matriz S resultante da interconexão de seus elementos.

MÉTODO DE SEGMENTAÇÃO PARA ANÁLISE DE REDES.

O método de análise de redes por segmentação é tal que as características da rede são computadas a partir das características dos diversos segmentos, ou elementos que a constituem. A figura 1 mostra uma rede que foi segmentada isolando-se seus elementos e a junção de mais de dois acessos conectados em paralelo, que é tratado como um divisor de potência ideal. Para analisar os segmentos da rede de uma maneira unificada, um novo elemento chamado de Malha de Interconexão é introduzido. Esse elemento, que é caracterizado pela matriz de ligação Q, nada mais é do que uma rede de conexões diretas entre duas portas conectadas. A figura 2 mostra a malha de interconexão redesenhada, indicando as ondas incidentes e refletidas nas diversas portas. Particionando-se a matriz de ligação, de forma a separar o conjunto de portas externas $\underline{a}_e$ e $\underline{b}_e$, portas internas $\underline{a}_i$ e $\underline{b}_i$, e portas da estrutura de conexão $\underline{a}_x$ e $\underline{b}_x$, esta assume a seguinte forma:

$$\underline{b} \equiv \begin{bmatrix} \underline{b}_e \\ \underline{b}_i \\ \underline{b}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_a & Q_b{}^t & Q_c{}^t \\ Q_b & Q_d & Q_e \\ Q_c & Q_e{}^t & Q_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}_e \\ \underline{a}_i \\ \underline{a}_x \end{bmatrix} \equiv Q\,\underline{a} \qquad (01)$$

onde os elementos desta matriz são dados por:

$$(Q)i,j = \begin{cases} 1 & \text{se as portas } i \text{ e } j \text{ estão conectadas,} \\ 0 & \text{se } i = j \text{ ou se } i \text{ e } j \text{ não estão conectadas.} \end{cases}$$

A partição Q_x é identicamente nula, pois, por hipótese, as portas do divisor não estão conectadas entre si.

De outro lado, as ondas incidentes e refletidas nos elementos segmentados $\underline{b}_i$ e $\underline{a}_i$, e no divisor $\underline{b}_x$ e $\underline{a}_x$, estão relacionadas por:

$$\underline{a}_i = S_i\,\underline{b}_i = \begin{bmatrix} S_1 & & 0 \\ & S_2 & \\ 0 & & S_3 \end{bmatrix} \underline{b}_i \qquad (02)$$

$$\underline{a}_x = S_x\,\underline{b}_x \qquad (03)$$

S_i é a matriz dos elementos segmentados e S_x é a matriz da estrutura de conexão. Para acessos conectados em paralelo, esta estrutura é um divisor de potência ideal, cujos elementos são dados por:

$$(S_x)i,j = \begin{cases} (2 - n)/n & \text{se } i = j \\ 2/n & \text{se } i \neq j \end{cases} \qquad (04)$$

Para acessos conectados em série, os elementos de S_x são dados por: 8

$$(S_x)i,j = \begin{cases} (n - 2)/n & \text{se } i = j \\ 2/n & \text{se } i = 1 \text{ ou } j = 1,\ i \neq j \\ -2/n & \text{se } i,\ j \neq 1,\ i \neq j \end{cases} \qquad (05)$$

Para a estrutura de ligação da figura 3c, que é ao mesmo tempo série e paralelo, a matriz S_x é dada por:

$$S_x = \begin{bmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 & 3/4 & -1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 & -1/4 & 3/4 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 3/4 & -1/4 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ -1/4 & 3/4 & 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} \qquad (06)$$

Para obtenção da matriz S resultante e das matrizes de ligação, substitui-se (01) em (02) e (03), e manipulando-se estas expressões obtém-se:

$$\underline{a}_i = S_i(Q_b + Q_e S_x Q_c)\underline{a}_e + S_i(Q_i + Q_e S_x Q_e^t)\underline{a}_i \qquad (07)$$

$$\underline{b}_e = (Q_b^t + Q_c^t S_x Q_e^t)\underline{a}_i + (Q_a + Q_c^t S_x Q_c)\underline{a}_e \qquad (08)$$

Destas expressões tiram-se as matrizes de ligação generalizadas:

$$L_b = Q_b + Q_e S_x Q_e \qquad (09)$$
$$L_d = Q_d + Q_d S_x Q_e^t \qquad (10)$$
$$L_a = Q_a + Q_c^t S_x Q_c \qquad (11)$$

Como S_x é simétrica, obtém-se:

$$L_b^t = Q_b^t + Q_c^t S_x Q_e \qquad (12)$$

De (07), usando (09) e (10) obtém-se:

$$\underline{a}_i = S_i L_b \underline{a}_e + S_i L_d \underline{a}_i$$

$$(I - S_i L_d)\underline{a}_i = S_i L_b \underline{a}_e \qquad (13)$$

Para determinação da matriz S resultante aparece na solução do sistema de equações (13) o cálculo da inversa da matriz $(I - S_i L_d)$. Para que a inversa exista é necessário que esta matriz não seja singular. Se esta matriz é singular, dir-se-á que ela tem posto k < n, onde n é a ordem da matriz. Neste caso este sistema de equações ainda pode ter solução, porém esta será indeterminada, ou seja, não será única. De uma forma genérica esta solução tem a seguinte forma:

$$\underline{a}_i = M S_i L_b \underline{a}_e + N\underline{z} \qquad (14)$$

onde M é uma matriz que diagonaliza uma submatriz de ordem k e anula as (n - k) últimas linhas de $(I - S_i L_d)$, $\underline{z}$ é um vetor arbitrário, com dimensão (n - k) e a matriz N, de dimensão n x (n - k) satisfaz a condição:

$$(I - S_i L_d)N \equiv 0 \qquad (15)$$

O sistema de equações dado por (13) terá solução indeterminada se as últimas (n - k) linhas da matriz MS_iL_b forem nulas. Substituindo (14) em (08), obtém-se:

$$\underline{b}_i = (L_b^t M \; S_i L_b + L_a)\underline{a}_e + L_b^t N\underline{z} \qquad (16)$$

Essa equação é composta de duas parcelas, uma que é função das ondas incidentes $\underline{a}_e$, que define a matriz S resultante, e a outra que é função do vetor arbitrário $\underline{z}$, que representa as excitações internas da rede. Se a matriz $(I - S_i L_d)$ não é singular, então $M = (I - S_i L_d)^{-1}$ e $N \equiv 0$, e a expressão da matriz S da rede externa é dada por:

$$S = L_b^t(I - S_i L_d)^{-1} S_i L_b + L_a \qquad (17)$$

DETERMINAÇÃO DAS MATRIZES DE LIGAÇÃO.

As matrizes de ligação generalizadas, definidas por (09), (10) e (11) podem ser construidas por inspeção. Se a porta h externa está conectada às portas i e j da matriz S_i, através das portas n_h, n_i e n_t da matriz S_x respectivamente, obtém-se o seguinte resultado realizando-se o produto das matrizes que compõe a matriz de ligação generalizada da expressão (09): $(L_h)i,h = (S_x)n_i,n_h$ e $(L_b)j,h = (S_x)n_i,n_h$. Essas igualdades são válidas porque uma porta externa está conectada ou a S_i, através de Q_b, ou a S_x, através de Q_e S_x Q_c. Para n acessos conectados em paralelo, os elementos de S_x fora da diagonal principal assumem valores 2/n. Quando ocorre conexão direta entre dois acessos, a ligação é feita através de Q_b e o elemento de L_b correspondente a esta conexão tem valor 1 = 2/n para n = 2.

As mesmas observações feitas para a matriz L_b são válidas para L_d, com a ressalva de que como esta matriz realiza as conexões nas portas internas, ela apresenta os elementos $(L_d)i,i = (S_x)n_i,n_i$ e $(L_d)j,j = (S_x)n_i,i$, que assumem os valores (2 - n)/n para conexões em paralelo, e (n - 2)/n para conexões série. Se n = 2 $(L_d)i,i = (L_d)j,j = 0$, que correspondem à conexão direta e, se n > 2, esses deixam de ser nulos. Isso ocorre porque a conexão em paralelo ou série de mais de dois elementos introduz um descasamento e, consequentemente, o coeficiente de reflexão é diferente de zero. A matriz L_a é semelhante à matriz L_d, e por isso tem a mesma lei de formação.

As matrizes de ligação definidas por (09), (10) e (11) têm o seguinte significado: L_d representa as conexões das portas dos elementos internos entre si, L_a as conexões das portas externas e L_b as conexões das portas externas às dos elementos internos. Como a lei de formação dos elementos destas matrizes é a mesma para todas, pois a matriz L_b está fora da diagonal e não tem o elemento i = j, pode-se juntá-las em uma única matriz aumentada:

$$L = \begin{bmatrix} L_a & L_b^t \\ L_b & L_d \end{bmatrix} \tag{18}$$

A regra de formação desta matriz de ligação generalizada, para conexões somente em paralelo, enunciada de uma forma compacta é a seguinte:

$$(L)i,j = \begin{cases} 2/n & \text{se as portas i e j estão conectadas,} \\ 0 & \text{se i e j não estão conectadas,} \\ (2-n)/n & \text{se i = j.} \end{cases} \tag{19}$$

Na dedução destas expressões foi usado um único elemento para combinar e distribuir as ondas de potência, que é caracterizado pela matriz de espalhamento S_x. A generalização dos resultados é obtida interconectando-se todos os elementos da rede por matrizes do tipo S_x, o que equivale dizer que a cada conexão de acessos está associada uma matriz S_x índice i. Esta matriz assume a seguinte forma:

$$S_x = \begin{bmatrix} S_{x1} & & 0 \\ & S_{x2} & \\ 0 & \cdot & S_{x3} \end{bmatrix} \tag{20}$$

Para que esta generalização seja válida é necessário que não haja interconexão direta entre duas matrizes do tipo S_x. Essa conexão corresponde à fusão de dois divisores em um, e a partição Q_x em (1) que foi assumida ser identicamente nula, deixa de satisfazer essa condição.

Para junções de acessos somente com conexões série, os elementos da matriz de ligação L assumem os valores dos elementos da matriz S_x correspondentes à forma e a posição da conexão, e a regra de formação desta matriz é semelhante a da expressão (19), porém deve-se levar em conta qual dos acessos é tomado como referência, uma vez que a tensão no primeiro acesso tem sentido oposto à dos demais.

Em uma matriz L pode-se ter conexões do tipo série, paralelo ou outras formas, desde que não ocorra conexões diretas entre duas estruturas de ligação, o que viola a hipótese de que Q_x é nula . Uma maneira prática de se implementar um algoritmo para determinação de L, que seja geral e permita qualquer forma de conexão, é primeiro gerar a matriz de ligação das conexões em paralelo, usar uma segunda matriz de ligação com as conexões série, e com a expressão (17) gerar a matriz de ligação final, uma vez que a matriz de ligação é uma matriz S. Este procedimento tem como vantagens o fato das matrizes de ligação serem montadas por inspeção e que esta operação é realizada somente uma vez quando se faz a análise em diversas frequências, pois esta matriz só depente da topologia da rede.

RESULTADOS.

Para ilustrar o uso desta técnica de analise, tomou-se como exemplo um acoplador híbrido de um quarto de comprimento de onda, e a análise foi feita em DC e na frequência central de operação. Este exemplo é ilustrativo pois como a híbrida é ideal, sem perdas em DC, o sistema de equações da expressão (13) é indeterminado nesta frequência. Ocorre inderminação porque os braços da híbrida podem suportar um elo de corrente DC de valor arbitrário, uma vez que esta corrente não causa queda de tensão pois a resistência DC dos braços é nula.

CONCLUSÕES.

Este artigo apresenta uma técnica de análise de redes, com elementos caracterizados por parâmetros de espalhamento, com formas de conexões mais gerais que a apresentada por OKOSHI(1), e facilmente implementável em computador. O mérito do método reside no fato da análise não necessitar de transformação de parâmetros S para Z ou Y por exemplo, que podem não existir para uma determinada frequência de análise.

BIBLIOGRAFIA.

(1) OKOSHI, T., UEHARA, Y. and TAKEUCHI, T., "The Segmentation Method - An Approach to the Analysis of Planar Circuits", IEEE trans. on MTT, Oct 1976, pg 662-668.

(2) SAVIANI, S. S., "Sistema de processamento para Projetar e Analisar Lay-out de Circuitos Integrados de Microondas", tese mestrado UNICAMP, Campinas, SP, agosto, 1984.

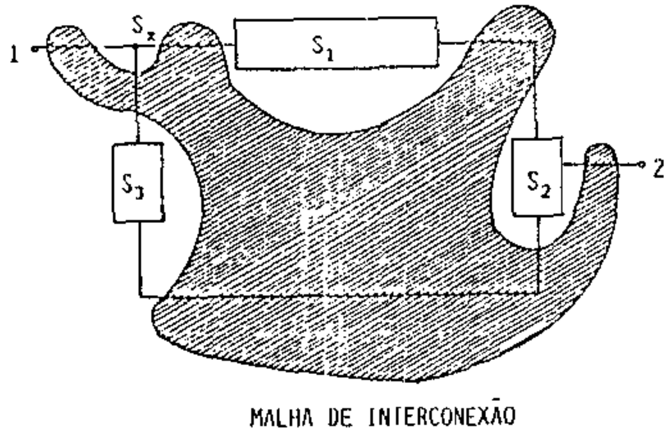

Fig. 1 - Segmentação de uma rede isolando seus elementos e a junção de mais de dois acessos.

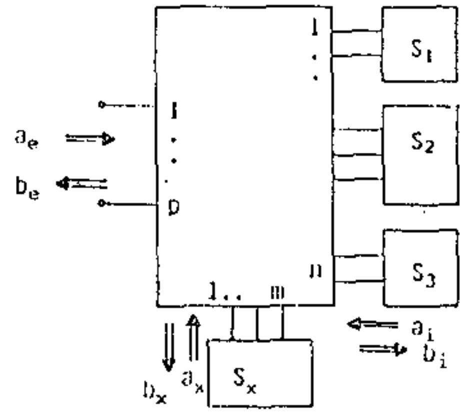

Fig. 2 - Malha de Interconexão redesenhada mostrando as ondas incidentes e refletidas.

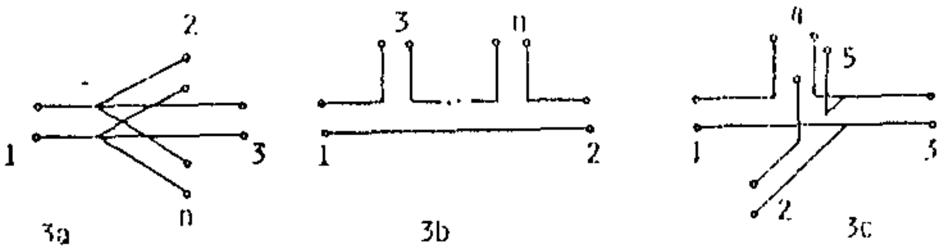

Fig. 3 - Estruturas de ligação para conexão dos acessos em paralelo (a), em série (b) e com ligações compostas de paralelo e série (c).

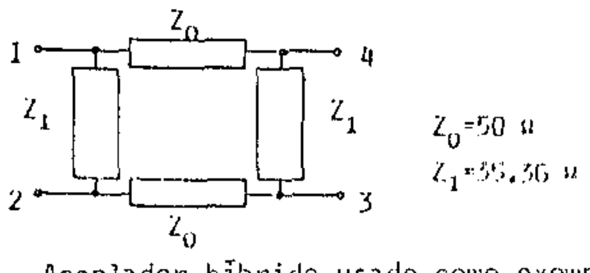

Fig. 4 - Acoplador híbrido usado como exemplo. Para DC, $S_{ii}=-0{,}5$ e $S_{ij}=0{,}5$ para $i \neq j$, e para a frequência fundamental $S_{11}=S_{22}=S_{33}=S_{44}=1{,}3181 \times 10^{-4}$, $S_{12}=S_{21}=S_{34}=S_{43}=-j\,0{,}7070$, $S_{13}=S_{24}=S_{31}=S_{42}=-0{,}7072$ e $S_{14}=S_{23}=S_{32}=S_{41}=-j\,1{,}3184 \times 10^{-4}$.

CONSELHO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO CIENTÍFICO E TECNOLÓGICO
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS

PROPOSTA PARA PUBLICAÇÃO

DATA: 03.05.88

IDENTIFICAÇÃO

TÍTULO: *ANÁLISE DE REDES COM PARÂMETROS S - GENERALIZAÇÃO DA MATRIZ DE LIGAÇÃO*

AUTORIA: *Edson Gusella Junior*

PROJETO/PROGRAMA:

DIVISÃO:

DEPARTAMENTO: *DTL*

DIVULGAÇÃO: ☒ EXTERNA ☐ INTERNA MEIO: *SBMO*

REVISÃO TÉCNICA

REVISOR TÉCNICO: P. Tissi — *Plinio Tissi*

RECEBI EM: ______ REVISADO EM: ______

OBSERVAÇÕES: ☐ NÃO HÁ ☐ VER VERSO

DEVOLVI EM: ______ ASSINATURA

APROVAÇÕES

APROVADO: ☐ SIM ☐ NÃO ☐ VER VERSO

DATA — CHEFE DIVISÃO

APROVADO: ☒ SIM ☐ NÃO ☐ VER VERSO

DATA — P. Tissi — CHEFE DEPARTAMENTO

REVISÃO DE LINGUAGEM

Nº: ______ PRIORIDADE: ______

DATA: ______

REVISADO ☐ COM / ☐ SEM CORREÇÕES ☐ VER VERSO

POR: ______

DATA — ASSINATURA

DATILOGRAFIA

O(S) AUTOR(ES) DEVE(M) MENCIONAR NO VERSO, OU ANEXAR NORMAS E/OU INSTRUÇÕES ESPECIAIS

RECEBIDO EM: *01/88*

CONCLUÍDO EM: *05/88*

DATILÓGRAFA: *M. Lígia M. Carmo*

MCarmo — ASSINATURA

PARECER

FAVORÁVEL: ☐ SIM ☐ NÃO ☐ VER VERSO

DATA — RESPONSÁVEL/PROGRAMA

EM CONDIÇÕES DE PUBLICAÇÃO EM: ______ Edson Gusella — AUTOR RESPONSÁVEL

AUTORIZO A PUBLICAÇÃO: ☐ SIM ☐ NÃO

DIVULGAÇÃO ☐ INTERNA ☐ EXTERNA MEIO: ______

OBSERVAÇÕES: ______

11/5/88 — DATA — DIRETOR

SEC

PUBLICAÇÃO: 4535-PRE/1282 PÁGINAS: ______ ÚLTIMA PÁGINA: ______

CÓPIAS: ______ TIPO: ______ PREÇO: ______